

УДК 621.365.683.9

<https://doi.org/10.56619/2078-7138-2023-155-1-35-40>

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ УДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ОБРАТА МОЛОКА ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ЕГО КИСЛОТНОСТИ И СОДЕРЖАНИЯ В НЕМ ХЛОРИДА НАТРИЯ

М.А. Прищепов,

зав. каф. электрооборудования сельскохозяйственных предприятий БГАТУ, докт. техн. наук, профессор

И.Г. Рутковский,

ст. преподаватель каф. моделирования и проектирования БГАТУ

В статье проведено исследование электрофизических характеристик обраты молока с использованием методики планирования эксперимента. Получена эмпирическая зависимость удельного сопротивления обраты молока от температуры, кислотности и количества добавленной соли NaCl. Эмпирическая зависимость позволяет определить количество дополнительно введенной соли в обрат для корректировки его удельного сопротивления.

Ключевые слова: электродный нагрев, термолабильная среда, электронагрев, обрат молока, многофакторный эксперимент.

In the article, a study was made of the electrophysical characteristics of skimmed milk using the methodology of experiment planning. An empirical dependence of the electrical resistance of skimmed milk on temperature, acidity and the amount of added salt NaCl was obtained. The empirical dependence makes it possible to determine the amount of additionally introduced NaCl salt into skimmed milk in order to correct its electrical resistance.

Key words: electrode, temperature-dependent, electric heating, skimmed milk, multifactorial.

Введение

Анализ тепловых процессов сельскохозяйственных предприятий показывает, что большинство из них являются низкотемпературными. Использование электродного электронагрева возможно во многих процессах [1- 5]. Однако при использовании электродных электронагревателей (ЭЭН) возникает ряд технических сложностей, связанных со значительной неравномерностью нагрева, изменяющейся по длине (высоте) ЭЭН и зависящей от температуры обрабатываемой среды. Эти технические сложности преодолеваются применением секционированных и многозонных ЭЭН [1].

При разработке электронагревательной установки (ЭНУ) с ЭЭН необходимо обеспечить режим нагрева обрабатываемой термолабильной среды без превышения допустимых значений плотности тока в обрабатываемой среде, находящейся в межэлектродном пространстве. Поскольку плотность тока зависит от удельного сопротивления обрабатываемой среды, необходимо получить температурную зависимость удельного сопротивления от факторов, которые оказывают наибольшее влияние на нее и, соответственно, на термообработку.

Цель работы – получить температурную зависимость удельного сопротивления обраты молока при изменении его кислотности и содержания в нем соли (NaCl).

Основная часть

Одним из наиболее востребованных молочных продуктов, в том числе и при выращивании телят, является обрат молока [6-7]. На электротепловую обработку обраты наибольшее влияние оказывает его кислотность и концентрация хлоридов. Кислотность изменяется при скисании обраты во время хранения, а концентрация хлоридов зависит от рациона кормления. В проведенном эксперименте концентрацию хлоридов изменяли путем добавления в обрат соли (NaCl).

Исследования электрофизических характеристик обраты проводились с использованием методики планирования эксперимента. При нормальном законе распределения полученных данных, для обработки результатов эксперимента использовалась методика, изложенная в работах [8-12]. При проведении многофакторного эксперимента, для каждой комбинации факторов (табл. 1) проводились расчеты зависимости удельного сопротивления от количества добавленной соли NaCl, кислотности обраты и его температуры. Расчеты проводились по

полученным значениям тока и напряжения в установке, схема которой приведена на рисунке 1.

Поскольку предварительные исследования показали, что температурная зависимость удельного сопротивления имеет нелинейный вид, соответственно для исследования влияния содержания, кислотности и температуры на удельное сопротивление образца, необходимо использовать планы второго порядка, а моделируемый процесс описывать уравнением регрессии второго порядка. При проведении эксперимента с k факторами (в нашем случае $k=3$) был использован полный центрально-композиционный ротатабельный план типа 2^k [8].

Количество повторностей опытов в i -й строке плана, при доверительной вероятности $\alpha = 0,95$ и ошибке $\varepsilon = \pm 3 \cdot \sigma_u$, где σ_u – среднеквадратичное отклонение результатов опытов, принимаем равное трем [8].

Среднеквадратическое отклонение рассчитывается по формуле

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\sum_{L=1}^m (\rho_{\varepsilon L} - \rho_{\varepsilon cp})^2}{m-1}}, \quad (1)$$

где $\rho_{\varepsilon L}$ – фактическое значение удельного сопро-

тивления образца, Ом. м;

$\rho_{\varepsilon cp}$ – среднее значение удельного сопротивления образца в i -й строке плана, Ом. м;

m – количество повторностей опытов в i -й строке плана;

При проведении анализа экспериментальных данных проводилась проверка однородности дисперсий с помощью критерия Кохрена:

$$G_{OП} = \frac{\sigma_{\max}^2}{\sum_{L=1}^m \sigma_L^2}, \quad (2)$$

где σ_{\max}^2 – наибольшая дисперсия в строках матрицы планирования эксперимента;

$\sum_{L=1}^m \sigma_L^2$ – сумма дисперсий в строках матрицы планирования эксперимента.

Расчетное значение критерия Кохрена составило

$G_{OП} = 0,2077$, при $f_{G1} = m$ и $f_{G2} = N$ ($m = 3$, $N = 20$), табличное значение $G_{OП\ таб} = 0,2205$, что подтверждает гипотезу об однородности дисперсий.

Таблица 1. Значения факторов в условном и натуральном виде

Факторы	Кодовое обозначение	Средний уровень	Шаг варьирования	Значение уровней факторов соответственно условным ед.				
				-1,68	-1,0	0	+1,0	+1,68
Количество добавленной соли NaCl на литр образца, г/л	X1	1,68	1	0	0,68	1,68	2,68	3,36
Кислотность, °Т	X2	40	15	14,8	25	40	55	65,2
Температура θ , °С	X3	47	22	10	25	47	69	84

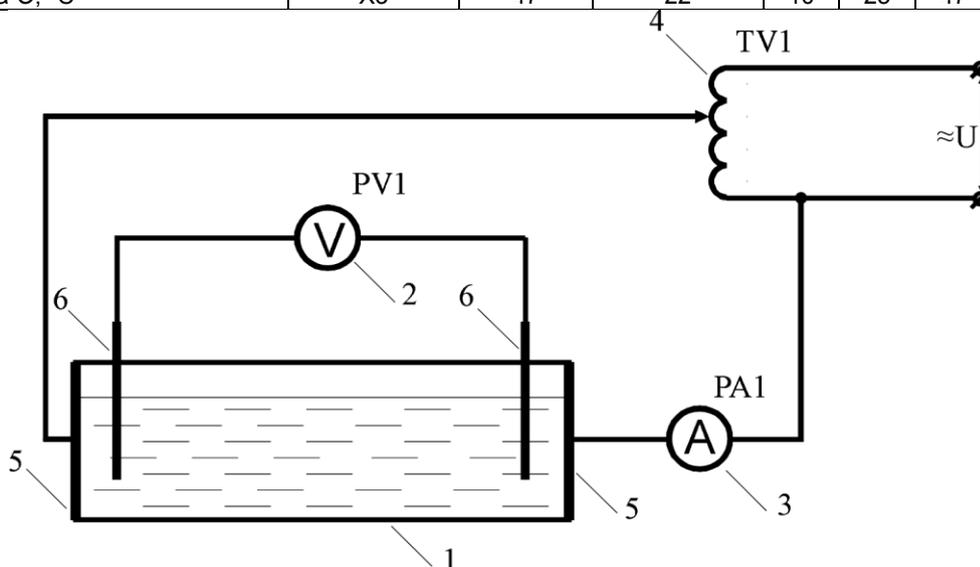


Рисунок 1. Схема установки для исследования электрофизических характеристик образца молока:

- 1 – ванночка из пластика с анализируемой средой;
- 2 – вольтметр; 3 – миллиамперметр; 4 – лабораторный автотрансформатор;
- 5 – электроды из титана; 6 – проволочные зонды

Перед началом эксперимента исследуемые факторы кодировались. При кодировании факторов осуществлялось линейное преобразование факторного пространства с переносом начала координат в центр эксперимента и введением новых единиц измерения по осям. Кодирование факторов проводится по формуле:

$$x_u = \frac{x_u' - x_{ou}}{\varepsilon}, \quad (3)$$

где $u = 1 \dots N$;
 N – число строк плана;
 x_u – кодированное значение фактора;
 x_u' – натуральное значение фактора;
 x_{ou} – натуральное значение фактора на нулевом уровне;
 ε – натуральное значение интервала варьирования фактора.

В задачу построения многофакторной модели входило построение такого уравнения регрессии в p -мерном пространстве ($p = k + 1$), при котором отклонение результатов наблюдения i -го фактора для j -го опыта было бы минимальным. При математической обработке экспериментальных данных строилось уравнение регрессии (4). Вычисление коэффициентов уравнения (4) при варьировании исследуемых факторов проводится в соответствии с методикой, изложенной в работе [8]

$$\rho_{pu} = b_{p0} + \sum_{i=1}^k b_{pi} x_{iu} + \sum_{\substack{i=1; \\ i < j}}^k b_{pij} x_{iu} x_{ju} + \sum_{i=1}^k b_{pii} x_{iu}^2, \quad (4)$$

где ρ_p – расчетное значение удельного сопротивления (отклика);

$b_{p0}, b_{pi}, b_{pij}, b_{pii}$ – коэффициенты уравнения регрессии;

k – количество факторов;

x_{iu}, x_{ju} – независимые переменные факторы.

Уравнение второго порядка (4) для трехфакторного эксперимента примет вид

$$\rho_{pu} = b_{p0} + b_{p1} x_{1u} + b_{p2} x_{2u} + b_{p3} x_{3u} + b_{p11} x_{1u}^2 + b_{p22} x_{2u}^2 + b_{p33} x_{3u}^2 + b_{p12} x_{1u} x_{2u} + b_{p13} x_{1u} x_{3u} + b_{p23} x_{2u} x_{3u}. \quad (5)$$

Расчет коэффициентов регрессии проводится по формулам [8]

$$b_{p0} = a_1 \cdot \sum_{u=1}^N \rho_{эcpu} - a_2 \cdot \sum_{i=1}^k \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 \cdot \rho_{эcpu}; \quad (6)$$

$$b_{pi} = a_3 \cdot \sum_{u=1}^N x_{iu} \cdot \rho_{эcpu}; \quad (7)$$

$$b_{pij} = a_4 \cdot \sum_{u=1}^N x_{iu} \cdot x_{ju} \cdot \rho_{эcpu}, \quad (8)$$

при $i \neq j$;

$i, j = 1, 2, \dots, k$ $i < j$.

$$b_{pii} = a_5 \cdot \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 \cdot \rho_{эcpu} + a_6 \sum_{i=1}^k \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 \cdot \rho_{эcpu} - a_7 \cdot \sum_{u=1}^N \bar{y}_u \cdot \rho_{эcpu}, \quad (9)$$

где $\rho_{эcpu}$ – среднее значение удельного сопротивления (отклика) в u -й строке плана;

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ – коэффициенты определены по источнику [8].

В нашем случае, когда количество экспериментальных данных и объем выборки (повторностей опытов в u -й строке плана) относительно небольшие, распределение экспериментальных данных подчиняется t -распределению Стьюдента. Оно схоже с нормальным законом распределения и зависит только от числа степеней свободы f и при $f \rightarrow \infty$ приближается к нему. Проверка гипотезы о равенстве двух генеральных дисперсий $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, что в статистике называется нулевой гипотезой, по известным выборочным дисперсиям S_{LF}^2 и S_y^2 проводилась с помощью F -критерия Фишера [8]. Эта проверка показывает адекватность математического описания или качества предсказания при расчете удельного сопротивления по полученному уравнению регрессии. F -критерий Фишера представляет отношение дисперсии адекватности математической модели к дисперсии ошибки опытов и вычисляется по формуле

$$F = S_{LF}^2 / S_y^2, \quad (10)$$

где S_{LF}^2 – дисперсия адекватности математической модели;

S_y^2 – дисперсия воспроизводимости опытов.

Для того чтобы принять гипотезу об адекватности разработанной модели, вычисленное значение F -критерия Фишера должно быть меньше табличного. Табличное значение F -критерия Фишера выбирается из таблицы источника [8] с учетом числа степеней свободы числителя и знаменателя выражения (10).

Число степеней свободы определяется разностью между количеством опытов и количеством коэффициентов регрессии, которые вычислены по результатам этих опытов независимо друг от друга.

$$f_1 = \sum_{u=1}^N m_u - k - 1 - (m_{15} - 1), \quad (11)$$

где m_u – число повторностей опытов в u -й строке плана;

m_{15} – число повторностей опытов при дублировании экспериментов одной точки плана ($u=15..20$).

$$f_2 = m_{15} - 1. \quad (12)$$

Сумма квадратов разброса результатов численного эксперимента и сумма квадратов ошибки опытов, деленная на соответствующее число степеней свободы, дает дисперсию адекватности математической модели и дисперсию воспроизводимости опытов. Дисперсия адекватности математической модели определяется из выражения

$$S_{LF}^2 = \frac{\sum_{u=1}^N m_u \cdot (\rho_{эсп u} - \rho_{pu})^2}{\sum_{u=1}^N m_u - k - 1 - (m_{15} - 1)}, \quad (13)$$

где ρ_{pu} – расчетное значение удельного сопротивления (отклика) в u -й строке плана, Ом·м.

Дисперсия, характеризующая воспроизводимость опытов, определяется из выражения

$$S_y^2 = \frac{\sum_{u=15}^N (\rho_{э15u} - \rho_{эсп15})^2}{m_{15} - 1}, \quad (14)$$

где $\rho_{э15u}$ – значение удельного сопротивления (отклика) в u -й строке плана при дублировании экспериментов одной точки плана ($u=15..20$), Ом·м;

$\rho_{эсп15}$ – среднее значение удельного сопротивления (отклика) в u -ых строках плана при дублировании экспериментов одной точки плана ($u=15..20$), Ом·м.

В результате расчета дисперсии адекватности математической модели $S_{LF}^2 = 0,00032383518176$, дисперсия, характеризующая воспроизводимость опытов $S_y^2 = 0,00025602737000$, соответственно, значение критерия Фишера $F=1,26$. Табличное значение критерия Фишера для уровня значимости 0,005 равно 1,80. Поскольку табличное значение критерия Фишера больше расчетного, то это подтверждает гипотезу об адекватности разработанной модели.

После проверок значимости коэффициентов, статистически незначимые коэффициенты (при их наличии) целесообразно исключить. Значимость коэффициентов оценивается на основании вычисления доверительных интервалов, в пределах которых должна находиться их истинная величина. Доверительный

интервал Δb_{pi} , в пределах которого должно находиться истинное значение коэффициента, вычисляется на основании коэффициента Стьюдента t , выбранного с учетом принятого числа степеней свободы, уровня значимости, а также дисперсии коэффициента:

$$\pm \Delta b_{pi} = \pm t \cdot S_{bi}, \quad (15)$$

$$\text{где } S_{bi}^2 = \sqrt{S_y^2 / N}.$$

Уравнение второго порядка для трехфакторного эксперимента (5) с учетом рассчитанных коэффициентов примет вид

$$\begin{aligned} \rho_{pu} = & 0,847 - 0,1479 \cdot x_{1u} - 0,0771 \cdot x_{2u} - \\ & - 0,2951 \cdot x_{3u} + 0,0246 \cdot x_{1u}^2 - 0,0054 \cdot x_{2u}^2 + \\ & + 0,0609 \cdot x_{3u}^2 + 0,0238 \cdot x_{1u} \cdot x_{2u} + \\ & + 0,0545 \cdot x_{1u} \cdot x_{3u} + 0,0265 \cdot x_{2u} \cdot x_{3u}. \end{aligned} \quad (16)$$

Для интерпретации установленной закономерности коэффициенты уравнения (16) преобразуются к именованным величинам [8]:

– при преобразовании линейных членов уравнения

$$b_{pi} x_{iu} = \frac{b_{pi}}{\varepsilon_i} x'_{iu} - \frac{b_{pi}}{\varepsilon_i} x_{0iu}; \quad (17)$$

– при преобразовании членов уравнения, содержащих взаимодействующие факторы

$$b_{p ij} x_{iu} x_{ju} = \frac{b_{p ij}}{\varepsilon_i \varepsilon_j} \cdot$$

$$\cdot (x'_{iu} x'_{ju} - x'_{iu} x_{0ju} - x'_{ju} x_{0iu} + x_{0iu} x_{0ju}); \quad (18)$$

– при преобразовании квадратичных членов уравнения

$$b_{p ii} x_{iu}^2 = \frac{b_{p ii}}{\varepsilon_i^2} (x_{iu}^2 - x'_{iu} x_{0iu} + x_{0iu}^2); \quad (19)$$

где x_{iu}, x_{ju} – кодированное значение фактора;

x'_{iu}, x'_{ju} – натуральное значение фактора;

x_{0iu}, x_{0ju} – натуральное значение фактора на нулевом уровне;

$\varepsilon_i, \varepsilon_j$ – натуральное значение интервала варьирования фактора.

В результате преобразования коэффициентов уравнения (16) к именованным величинам, эмпирическая зависимость влияния соли, добавленной к обрату, его кислотности и температуры на удельное сопротивление обраты ρ_{pu} примет следующий вид:

$$\rho_{pu} = 2,693483738 - 0,410462852 \cdot x'_{1u} - 0,009641356 \cdot x'_{2u} - 0,032606998 \cdot x'_{3u} + 0,024624079 \cdot x'^2_{1u} - 0,00002417 \cdot x'^2_{2u} + 0,000125831 \cdot x'^2_{3u} + 0,001586354 \cdot x'_{1u}x'_{2u} + 0,002475782 \cdot x'_{1u}x'_{3u} + 0,000080188 \cdot x'_{2u}x'_{3u}. \quad (20)$$

где x'_1 – количество добавленной соли NaCl, г/л;
 x'_2 – кислотность, °Т;
 x'_3 – температура обраты, °С.
Математическая обработка и анализ результатов

многофакторного эксперимента позволили выявить влияние исследуемых факторов (соле содержания, кислотности и температуры) на величину удельного сопротивления обраты молока, получить их математические выражения в зависимости от значения факторов и установить зависимость изменения удельного сопротивления обраты от температуры, концентрации хлоридов и кислотности. Исследованные зависимости удельного сопротивления от различной концентрации NaCl, кислотности и температуры обраты, а также при различных концентрациях NaCl и различных кислотностях обраты молока представлены на рисунках 2, 3.

При проведении многофакторного эксперимента

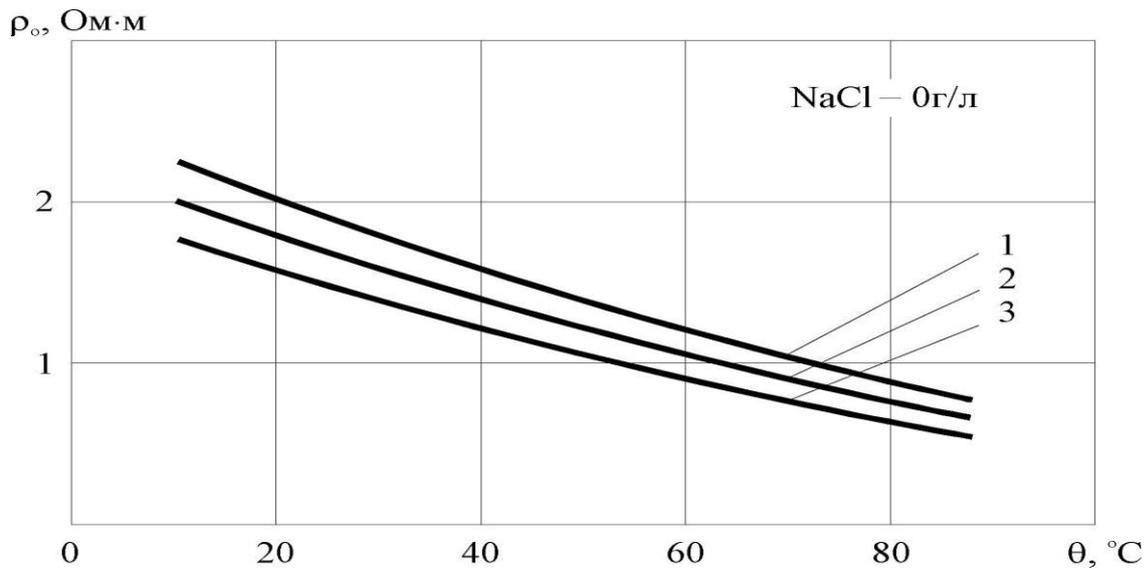


Рисунок 2. Зависимость удельного сопротивления обраты от температуры при различной кислотности без добавления соли NaCl: 1 – 14,8 °Т; 2 – 40 °Т; 3 – 65,2 °Т

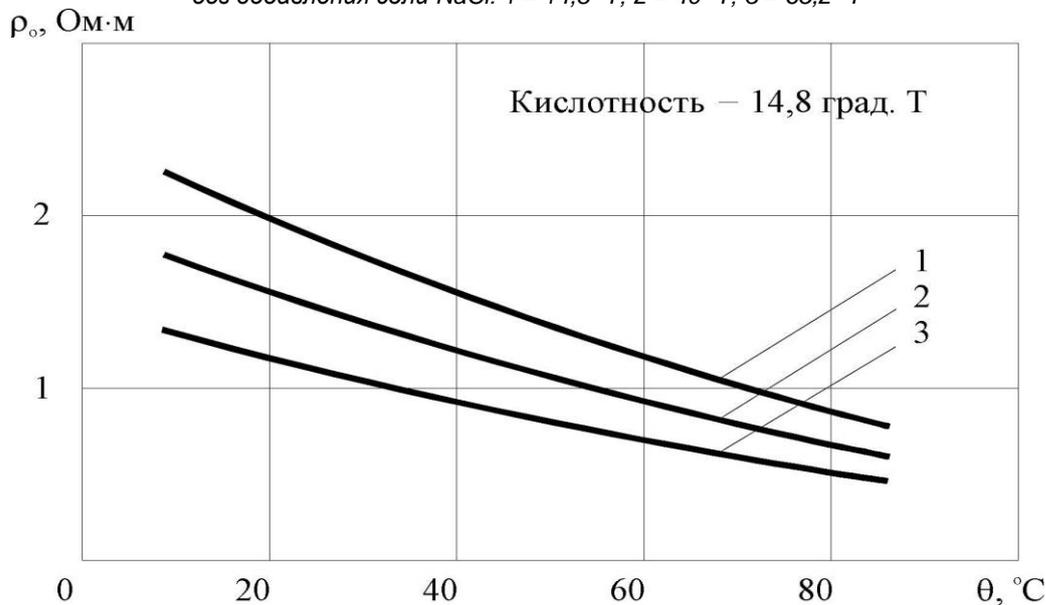


Рисунок 3. Зависимость удельного сопротивления обраты от температуры при изменении концентрации NaCl при кислотности 14,8 °Т: 1 – 0 г/л NaCl; 2 – 1,68 г/л NaCl; 3 – 3,36 г/л NaCl

исследовалось изменение кислотности обраты, при его скисании в диапазоне от 14,8 °Т до 65,2 °Т. Увеличение кислотности обраты в этом диапазоне приводит к изменению как удельного сопротивления, так и наклона кривой $\rho_t = f(\theta)$. Наклон кривой $\rho_t = f(\theta)$ характеризует температурный коэффициент сопротивления (ТКС) обраты молока. Форма кривых $\rho_t = f(\theta)$ показывает, что удельное сопротивление и ТКС имеют нелинейную температурную зависимость (рис. 2, 3). Так, для свежего обраты, при минимальной кислотности 14,8 °Т удельное сопротивление и ТКС обраты имеет наибольшую величину. При скисании обраты уменьшается его удельное сопротивление и ТКС. Повышение концентрации хлоридов в обрате также приводит к снижению его удельное сопротивление и ТКС.

Поскольку при практической эксплуатации электронагревательной установки (ЭНУ) значение температурной зависимости удельного сопротивления обрабатываемой среды, проходящей тепловую обработку, может отличаться от значения температурной зависимости удельного сопротивления, на которую рассчитан ЭНУ, то мощность ЭНУ с ЭЭН может отличаться от расчетной. Соответственно существует необходимость корректировки удельного сопротивления обрабатываемой среды. Перед термообработкой, используя полученную зависимость (16), имеется возможность снизить значение удельного сопротивления обраты на требуемую величину путем добавления в него соли *NaCl*. Добавленное количество *NaCl* в дальнейшем можно учитывать при формировании рациона кормления животных. В рационе теленка до шестимесячного возраста в сутки должно быть 10 – 16 л жидкой кормосмеси [6-7], при приготовлении которой необходимо 4 – 6,4 л обраты молока и 30 – 48 г соли *NaCl*. Дополнительное введение соли *NaCl* в обрат позволяет корректировать его удельное сопротивление в достаточно широких пределах. Так, добавление 3,36 г/л соли *NaCl* в обрат кислотностью 14,8 °Т и температурой 10 °С позволяет повысить мощность ЭНУ с ЭЭН на 42%. Это позволяет корректировать мощность ЭЭН при изменении удельного сопротивления обраты и вести термообработку при оптимальных параметрах. Полученные зависимости позволяют разрабатывать ЭНУ с ЭЭН с учетом изменения электрофизических характеристик обрабатываемой среды.

Заключение

1. В результате проведенных исследований электрофизических характеристик обраты молока установлено, что температурная зависимость удельного сопротивления обраты имеет нелинейный характер изменения. При этом на полученную зависимость

оказывает влияние кислотность обраты и содержание в нем соли *NaCl*.

2. Полученную эмпирическую зависимость удельного сопротивления обраты молока можно использовать при проектировании электродных систем ЭЭН.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Прищепов, М.А. Основы термозависимого резистивного электронагрева в технологических процессах сельскохозяйственного производства / М.А. Прищепов. – Минск: БАТУ, 1999. – 295 с.
2. Карасенко, В.А. Электронагревательные установки в сельском хозяйстве / В.А. Карасенко. – Минск: Уражай, 1971. – 192 с.
3. Кудрявцев, И.Ф. Электрический нагрев и электротехнология / И.Ф. Кудрявцев, В.А. Карасенко. – М.: Колос, 1975. – 384 с.
4. Заяц, Е.М. Основы электротехнологических методов обработки влажных кормов / Е.М. Заяц. – Минск.: Уражай, 1997. – 216 с.
5. Наний, Е.П. Исследование и разработка электродных нагревателей для животноводческих ферм колхозов и совхозов: дис. ... канд. техн. наук: 05.20.02 / Е.П. Наний. – Харьков, 1961. – 325 с.
6. Ульянов, И.П. Откорм молодняка крупного рогатого скота / И.П. Ульянов, А.П. Терехов, Г.П. Доброхотов. – М.: Колос, 1972. – 127 с.
7. Технологические требования по выращиванию телят: рекомендации // Белорусское сельское хозяйство, 2014. – 32 с.
8. Мельников, С.В. Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов / С.В. Мельников, В.Р. Алешкин, П.М. Рощин. – Л.: Колос, 1980. – 168 с.
9. Спиридонов, А.А. Планирование эксперимента при исследовании и оптимизации технологических процессов / А.А. Спиридонов, Н.Г. Васильев. – Свердловск: УПИ, 1975. – 140 с.
10. Львовский, Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул / Е.Н. Львовский. – М.: Высш. шк., 1988. – 138 с.
11. Дрейпер, Н. Прикладной регрессионный анализ / Н. Дрейпер. – М.: Вильямс И.Д., 2019. – 912 с.
12. Соколов, Г.А. Введение в регрессионный анализ и планирование регрессионных экспериментов в экономике: учеб. пособие / Г.А. Соколов, Р.В. Сагитов. – М.: Инфра-М, 2016. – 352 с.

ПОСТУПИЛА В РЕДАКЦИЮ 22.02.2023