

Зяц Е.М.¹, Чорный А.Д.², Янко М.В.¹

¹УО «Белорусский государственный аграрный технический университет»;

**²ГНУ «Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова
НАН Беларуси»**

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОРОННОГО РАЗРЯДА В ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Современные электронно-ионные технологии (электрогазоочистка, электросепарация, пылеулавливание, электрокраска, охлаждение элементов электроники и т. д.) представляют собой попытки реализации на практике возможностей управления газовыми потоками с помощью электрического поля [1]. Прежде всего это связано с повышенным интересом к способам формирования скоростных газовых потоков без использования механических систем, таких как турбины и вентиляторы, за счет применения электрогазодинамического потока – физического явления коллективного движения среды, возникающего в результате образования заряженных частиц, которые дрейфуют под действием электрического поля и передают свой импульс нейтральным компонентам среды при столкновениях. Источниками потока заряженных частиц могут служить, как униполярный коронный разряд, так и диэлектрический барьерный разряд. К этому явлению относится такой эффект как электрический или ионный ветер, который может приводить к ускорению движения силами электрического поля [1, 2]. Существует ряд причин возникновения электрического ветра – инжекция зарядов с электродов, зависимости электрических свойств среды от температуры и самого электрического поля. Известно, что лабораторные эксперименты затруднены в силу одновременного присутствия большого механизма зарядообразования среды. Моделирование позволяет расчленить механизмы и исследовать их по отдельности, поскольку в настоящее время расчеты и проектирование электротехнологических установок в значительной мере базируется на основе данных эксперимента.

Теоретическая постановка и анализ общей задачи электрогазодинамики обычно сводится к рассмотрению одномерных моделей течения газовой среды [1], что позволяет получение результатов, не допускаю-

ших учета анизотропных свойств среды, неоднородности электрического поля, а также геометрических особенностей конструкции установок.

Цель настоящей работы – определить исходные положения, описывающие перенос заряженных частиц в воздухе при действии коронного разряда применительно к задаче электроконвекции. В качестве устройства рассматривается плоский канал с установленным нагревательным элементом как прототип нагревательного устройства.

Известно [1, 2], что коронный разряд возникает в газовой среде при подаче высокого напряжения на электроды. Образование зоны ионизации около одного из электродов приводит к дальнейшему переносу заряженных частиц от этой зоны к противоположному электроду следующими механизмами – миграцией ионов в воздухе, конвекцией за счет потока воздуха и диффузией. Рассмотрим достаточную систему уравнений электрогазодинамики для моделирования процессов переноса в рассматриваемой газовой среде. Перенос ионов описывается двумя фундаментальными уравнениями.

Для напряженности электрического поля имеем уравнение Пуассона:

$$\frac{\partial \varepsilon_r E_k}{\partial x_k} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\varepsilon_r \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} \right) = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0}, \quad (1)$$

где вектор напряженности $\vec{E} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_k} \vec{i}_k$, Φ – электрический потенциал; ρ_e – объемная плотность заряда (Кл/м³); ε_0 – электрическая постоянная (8.85418782*10⁻¹² Ф/м=Кл/(В·м)).

Относительная диэлектрическая проницаемость ε_r воздуха слабо меняется с температурой, поэтому примем ее значение равным 1.00025. Далее под диэлектрической проницаемостью воздуха будем абсолютную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$.

Уравнение баланса полного тока включает вклад вышеупомянутых механизмов переноса [2, 3]:

$$\frac{\partial j_k}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\gamma \rho_e E_k + \rho_e V_k - D_e \frac{\partial \rho_e}{\partial x_k} \right) = 0, \quad (1)$$

где V_k – компоненты вектора скорости, м/сек, γ – подвижность ионов в воздухе, м²/В сек, ρ_e – объемная плотность заряда. Миграция ионов в воздухе $\gamma \rho_e E_k$ обусловлена их подвижностью γ и диффузией D_e и зависит от температуры согласно формуле Нернста-Эйнштейна:

$$\gamma = \frac{FD_e}{R_g T}, \quad (2)$$

где T – температура, К, $F = 96487$ Кл/моль – число Фарадея, R_g – универсальная газовая постоянная ($R_g = 8.314472$ Дж/моль·К).

Коэффициент диффузии ионов может быть представлен согласно теории Чепмена-Энскога [3]:

$$D_e = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8R_g T}{\pi M}} \frac{k_B T}{\sqrt{2\pi} d_M^2 p}, \quad (3)$$

где k_B – постоянная Больцмана ($k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К); d_M – эффективный диаметр иона, м; M – молярная масса иона, г/моль; p – гидростатическое давление, Па.

Последние формулы позволяют оценить относительный вклад в перенос миграции и диффузии с учетом зависимости от температуры. Примем коэффициент диффузии ионов равным коэффициенту диффузии молекул кислорода в воздухе (для кислорода $M = 32$ г/моль, примем $d_M = 0.36$ нм). При комнатной температуре ($T = 291.15$ К) и нормальном давлении ($p = 1.013 \cdot 10^5$ Па), согласно формуле (3), коэффициент диффузии $D_e = 1.008276 \cdot 10^{-5}$ м²/сек, тогда как при $T = 373$ К уже $D_e = 1.462 \cdot 10^{-5}$ м²/сек – изменение почти на 50%. Подвижность ионов согласно формуле (2) $\gamma = 4.02 \cdot 10^{-4}$ м²/В сек при $T = 291.15$ К, в свою очередь $\gamma = 4.55 \cdot 10^{-4}$ м²/В сек при $T = 373$ К. Как видно подвижность ионов гораздо медленнее меняется с температурой и может быть принята постоянной. Следует отметить, что коэффициент диффузии гораздо меньше по значению подвижности и вклад диффузионного переноса обычно мал в уравнении (1) по сравнению с миграцией и конвекцией. Таким образом, перенос ионов осуществляется преимущественно двумя механизмами – миграцией и конвекцией, создающими условия электроконвекции при действии электрического поля. Тогда с учетом формулы (1) объемная плотность заряда может быть рассчитана как

$$\rho_e = |j_k| / |\gamma E_k + V_k|, \quad (4)$$

где в числителе и знаменателе стоят абсолютные величины соответствующих векторов, а плотность тока может быть рассчитана из уравнения для потенциальной функции Ψ , такой что $\vec{j} = -\frac{\partial \Psi}{\partial x_k} \vec{i}_k$ и

$$\frac{\partial j_k}{\partial x_k} = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_k^2} = 0, \quad (5)$$

Вектор массовой силы, действующей со стороны электрического поля на воздушный поток, определяется как

$$f_k^e = \rho_e E_k - \frac{1}{2} |E_k|^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(|E_k|^2 \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right), \quad (6)$$

где ρ – плотность воздуха.

Поскольку градиент диэлектрической проницаемости ε мал (для воздуха его изменение составляет 0.1% при изменении температуры на 1000 градусов), вторым членом в правой части (6) можно пренебречь, как и третьим, поскольку стрикционное давление существенно при присутствии межфазных взаимодействий [1]. Таким образом, массовая сила f_k^e задается электрическим полем и объемной плотностью заряда. Поскольку масса ионов обычно мала, их влиянием на воздушный поток, подобным тяжелым частицам, можно также пренебречь.

Движение нагреваемого воздушного потока опишем следующей системой уравнений для стационарного течения:

$$\text{Уравнение неразрывности} \quad \frac{\partial \rho V_k}{\partial x_k} = 0, \quad (7)$$

Уравнения сохранения количества движения:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho V_k V_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_k} + \frac{\partial \tau_{jk}}{\partial x_j} + f_k^e + \rho g_k \delta_{ik}. \quad (8)$$

Здесь g_k – компоненты вектора ускорения свободного падения. Тензор вязких напряжений представляет собой зависимость

$$\tau_{jk} = \mu \left(\frac{\partial V_j}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \delta_{jk} \frac{\partial V_j}{\partial x_j}, \quad (9)$$

где динамическая вязкость воздуха определяется по формуле Сазерленда

$$\mu = \mu_0^* \left(\frac{T}{T_0^*} \right)^{1.5} \left(\frac{T_0^* + C}{T + C} \right), \quad (10)$$

Постоянная Сазерленда для воздуха $C = 120$ К, динамическая вязкость воздуха $\mu_0^* = 1.827 \cdot 10^{-5}$ Па·сек при $T_0^* = 291.15$ К.

Уравнение энергии (тепловой энтальпии)

$$\frac{\partial \rho C_p T V_k}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) + \gamma \rho_e |\vec{E}|^2 - \rho_e E_k V_k, \quad (11)$$

где C_p – теплоемкость воздуха (примем постоянной 1005 Дж/кг К).

Для теплопроводности воздуха λ будем использовать аналогию Прандтля – число Прандтля $Pr^* = C_p \mu_0^* / \lambda_0^*$, что позволяет рассчитать λ из соотношения $\lambda = \mu C_p / Pr^*$,

где $\lambda_0^* = 2.485 \cdot 10^{-2}$ Вт/м·К при $T_0^* = 291.15$ К и нормальном давлении p_0^* . Для воздуха при нормальных условиях $Pr^* = 0.74$.

Второй член в правой части уравнения (11) представляет собой Джоулев нагрев, третий член связан с кинетической работой, совершаемой ионами в потоке воздуха. Поскольку локальный нагрев может приводить к изменению плотности воздуха, то для расчета плотности используется уравнение совершенного газа:

$$p = \rho \frac{R_g}{M} T. \quad (12)$$

Уравнения–(12) должны быть дополнены граничными условиями, связанными с конкретной постановкой задачи.

Представим расчётную область как сужающийся вертикальный плоский канал, в плоскости симметрии которого установлен нагревательный элемент 1, эммитирующий 2 и осадительный 3 электроды (Рис. 1). Для описания течения и поля объёмной плотности зарядов использовалась декартова система координат, начало которой совпадало с левым нижним углом расчетной области. Ось x была направлена горизонтально, ось y – вертикально.

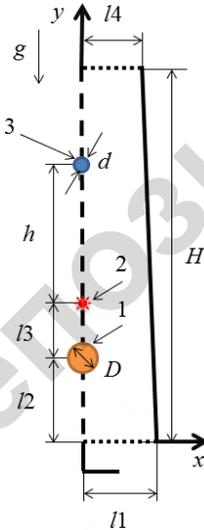


Рисунок 1 – Расчетная область вертикального плоского канала

На твердой стенке канала H принимаются условие электроизоляции и непротекания заряда, условия прилипания для скорости (компоненты скорости равны нулю) и условие теплового потока, заданного через эффективный коэффициент теплоотдачи через стенку в окружающую среду $\alpha = 1 / \alpha_{env} + l_w / \lambda_w^{-1}$, Вт/(м²·К);

коэффициент теплоотдачи от внешней поверхности стенки в окружающую среду $\alpha_{env} = 8 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ (комнатные условия), l_w и λ_w – толщина и теплопроводность стенки ($l_w = 1 \text{ мм}$ и $\lambda_w = 16 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$). На границе l_4 и l_1 задавалось противодействие (давление окружающей среды) и $\frac{\partial V_k}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} = 0$. В плоскости симметрии

выполняются условия $\frac{\partial V_x}{\partial x} = V_y = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0$. Для нагре-

вательного элемента $U = V = \frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{\partial \Psi}{\partial n} = 0$, $\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = q_H$, где q_H – тепловой поток, определяемый параметрами нагревательного элемента. На осадительном электроде $U = V = \Phi = \frac{\partial \Psi}{\partial n} = \frac{\partial T}{\partial n} = 0$. На

коронирующем эмиттирующем электроде $U = V = \frac{\partial T}{\partial n} = 0$. Для па-

раметров электрического поля $\Phi = \Phi_0$ и $|j_k| = j_0$, которое связано с условием для объемного заряда $\rho_e = \rho_{e0}$. Граничные условия для объемного заряда требуют дополнительного обсуждения. В окрестности коронирующего электрода существует область ионизации. Когда расстояние между эмиттирующим и осадительным электродами достаточно большое, то зона ионизации формирует однородную оболочку вокруг поверхности эмиттера. Обычно при моделировании толщину этой оболочки оценивают и исключают из области моделирования. С этой целью критическую напряженность E_{th} на поверхности коронирующего электрода с радиусом R_w , необходимую для инициирования процесса ионизации, определяют с помощью эмпирической формулы Пика:

$$E_{th} = E_0 \alpha \rho_r (1 + \beta (\rho_r R_w)^{-s}), \quad (13)$$

где α – коэффициент шероховатости поверхности электрода ($0 < \alpha \leq 1$; $\alpha = 1$ для гладкой поверхности), относительная плотность $\rho_r = p T_0^* / (p_0^* T)$, p и T – давление и температура в области

ионизации, R_w – радиус коронирующего электрода, м, $s = 0.5$, $E_0 = 31$ кВ/см, $\beta = 0.0308$ [3].

Приложенный электрический потенциал Φ_w должен быть достаточно большим и конечно больше, чем Φ_{th} , задаваемый формулой Пика через E_{th} , когда напряженность электрического поля на коронирующем электроде $E_w \geq E_{th}$. Таким образом, поскольку радиус коронирующего электрода намного меньше расстояния между электродами, электрический потенциал и напряженность электрического поля изменяются вдоль радиуса r в области ионизации как

$$\Phi = \Phi_w - E_w R_w \ln(r / R_w), \quad (14)$$

$$E = E_w R_w / r. \quad (15)$$

На границе зоны ионизации реализуется напряженность E_0 по предположению Капцова [4]. Тогда радиус зоны ионизации R_0 находится по формулам (13) и (15):

$$R_0 = R_w E_w / E_0 \geq R_w \alpha \rho_r (1 + \beta(\rho_r R_w)^{-s}), \quad (16)$$

Тогда как значение электрического потенциала Φ_0 на границе области ионизации определяется согласно формул (14) и (15):

$$\Phi_0 = \Phi_w - E_w R_w \ln(E_w / E_0), \quad (17)$$

Однако исключение из расчета области ионизации может приводить к переоценке электрогидродинамического давления в окрестности эмиттера [2, 4]. Поэтому в нашем случае проводился прямой расчет с учетом наличия области ионизации, а эта область разрешалась сеточно.

Электроконвекция воздуха нагретого воздуха внутри канала инициировано естественной конвекцией от нагревательного элемента за счет конкуренции архимедовой силы и силы тяжести, а также за счет миграции и конвекции заряженных частиц (ионов). Рисунок 2 демонстрирует характерные распределения, полученные при моделировании такого процесса с использованием метода конечных объемов ($q_H = 22$ кВт/м², $\Phi_0 = 15$ кВ, $j_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}} E_0 \rho_{e0}$, $\rho_{e0} = 1e-6$).

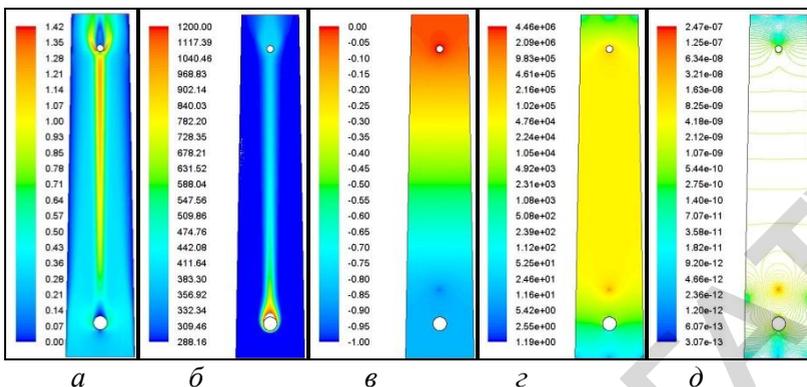


Рисунок 2 – Распределение характерных параметров при электроконвекции в плоском канале: *а* – абсолютное значение скорости, *б* – температура, *в* – нормализованный электрический потенциал Φ / Φ_0 , *г* – абсолютное значение напряженности электрического поля, *д* – абсолютное значение плотности электрического поля

Таким образом, приведенная теоретическая постановка общей задачи электрогазодинамики позволяет получение результатов, учитывающих переменные свойства среды и геометрических особенностей, для анализа неоднородности как самого электрического поля, а также обратного влияния его свойств на движение газовой среды. Дальнейшая работа связана с применением модели для расчета реальных нагревательных устройств с целью оптимизации их работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рубашов, И. Б. Электрогазодинамика / И.Б. Рубашов, Ю.С. Бортников. – Москва : Атомиздат, 1971. – 167 с.
2. Жакин, А. И. Электродинамика / А.И. Жакин // Успехи физических наук. – 2012. – Том 128, № 5. – С. 495–520.
3. Melcher, J. R. Continuum Electromechanics / J.R. Melcher. – Cambridge, MA : MIT Press, 1981. – 635 p.
4. Капцов, Н.А. Физические явления в вакууме и разреженных газах / Н.А. Капцов. – Москва : Главная редакция физико-математической литературы, 1937. – 440 с.