

2. Чугаев, Р. Р. Гидравлика / Р. Р. Чугаев. — Ленинград: Энергия, 1975. — 600 с.

Рукопись статьи поступила в редакцию 30.07.2013

Z.V. Lovkis, A.A. Sadovski

JET MIXING TECHNOLOGY AND ENGINEERING METHOD OF CALCULATING THE MACHINE WITH JET MIXER

The article are explored jet mixing flowable foodstuffs cylindrical apparatus. Are developed technology of jet-mixing of fluid food media, by calculation and experiment are established the basic parameters of the optimal jet mixer. The experimental data are used to develop the methodology of engineering analysis of cylindrical machines with jet mixers.

УДК 66.063.8

В статье изучен механизм процесса смешивания жидкости и твердых материалов в зависимости от свойств смешиваемой среды, конструктивных и кинематических параметров смесителя. Проведен анализ силового воздействия на материальную точку, находящуюся на поверхности эллипсного диска. Получена теоретическая зависимость, позволяющая определить мощность, затрачиваемую на смешивание, введен поправочный коэффициент, учитывающий физико-механических свойств смешиваемой среды и режимы работы смесителя.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗАТРАТ ЭНЕРГИИ ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ В СМЕСИТЕЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЛИПСНЫХ ДИСКОВ

РУП «Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по продовольствию», г. Минск, Беларусь

*З. В. Ловкис, заслуженный деятель науки Республики Беларусь,
член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси,
доктор технических наук, профессор;
А. В. Садовская, младший научный сотрудник*

Процессы смешивания применяются в различных отраслях пищевой промышленности для равномерного распределения составных частей в смесях жидких, твердых и сыпучих компонентов. Смешивание жидкости и твердых материалов приводит к образованию тестообразных масс, таких как мучное тесто, мясные и рыбные фарши, кондитерские и творожная массы. Механизм процесса смешивания таких продуктов зависит от целого ряда факторов, является наименее изученным процессом, основную сложность при этом представляет теоретическое описание процесса смесеобразования [1].

Изучение механических смесителей с вертикальным и горизонтальным расположением валов с рабочими элементами, анализ литературных источников позволили создать рабочий орган смесителя в виде эллипсного диска, установленного под углом к оси вращения. При вращении вала смесителя эллипсный диск, установленный под углом, перемещает некоторый объем среды. Частицы смеси, находясь в контакте с поверхностью лопасти, перемещаются по некоторой траектории вращения, сходят с поверхности одного диска и, увлекаясь потоком, попадают на другую поверхность диска, скользят и сходят, продолжая свое перемещение до полного смешивания. Частица смеси, перемещаясь по диску, достигает верхней кромки диска и далее двигается свободно.

В литературе имеются теоретические описания процессов смешивания с помощью мешалок различного типа (лопастные, пропеллерные, шнековые и т.д.), однако отсутствуют научно-обоснованные данные об использовании в качестве рабочих органов эллипсных дисков в связи, с чем необходимо провести теоретические исследования работы смесителя для приготовления смеси сыпучих материалов с жидкостью для определения оптимальных параметров рабочих органов и режимов работы смесителя. Исследования смешивания сыпучих материалов с жидкостью затруднено в связи с различием физико-механических свойств смешиваемых материалов и готовой смеси. Учитывая конструкцию выбранного смешивающего рабочего органа, рассмотрим более подробно процесс образования смеси, потребляемую мощность на смешивание.

Рассмотрим движение частицы зерновой смеси по поверхности диска. На материальную частицу М (рис. 1), при движении по поверхности эллипсного диска, вращающегося вокруг оси О с угловой скоростью ω , действуют следующие силы:

$$F_k = 2m\omega R \frac{d\varphi}{dt} \text{ — сила Кориолиса, Н;}$$

$$F_t = mR \frac{d^2\varphi}{dt^2} \text{ — касательная сила инерции, Н;}$$

$$F_u = m\omega^2 R \text{ — центробежная сила инерции, Н;}$$

$$F_{mp} = f \cdot N \text{ — сила трения смешиваемой среды о плоскость диска, Н;}$$

$$F_{mр1} = f_1 \cdot N_1 \text{ — сила трения смешиваемой среды о кромку диска, Н;}$$

$$N \text{ — сила нормального давления на плоскость диска, Н;}$$

$$N_1 \text{ — сила нормального давления на кромку диска, Н;}$$

$$G = mg \text{ — сила тяжести, Н;}$$

где R — радиус перемещения частицы по диску, м;

m — масса материальной частицы, находящейся на поверхности диска, кг;

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} \text{ — угловое ускорение, рад/с}^2;$$

f — коэффициент трения смешиваемой среды о плоскость диска;

f_1 — коэффициент трения смешиваемой среды о кромку диска;

$$\vec{V} = \vec{V}_{отн} + \vec{V}_{пер} \text{ — абсолютная скорость движения частицы, м/с;}$$

где $V_{отн}$ — относительная скорость частицы, скорость в подвижной системе координат, м/с;

$V_{пер}$ — переносная скорость частицы, м/с.

Частица движется относительно диска со скоростью $V_{отн}$ и находится в движении вместе с вращающимся диском.

Спроектировав силы, которые действуют на частицу на оси координат, получим систему уравнений (1).

$$\begin{cases} ma_x = m\omega^2 r \cdot \cos(\varepsilon) - N \cdot \sin(\varepsilon) - fN \cdot \cos(\varepsilon) \\ ma_y = m\omega^2 r \cdot \cos(\omega t) + fN \cdot \sin(\omega t) + 2m\omega v_{отн} r \cdot \sin(\omega t) + mr \frac{d^2\varphi}{dt^2} \cdot \sin(\omega t) \\ ma_z = mg + m\omega^2 r \cdot \sin(\omega t) - fN \cdot \cos(\omega t) - 2m\omega v_{отн} r \cdot \cos(\omega t) - mr \frac{d^2\varphi}{dt^2} \cdot \cos(\omega t), \end{cases} \quad (1)$$

где a_x, a_y, a_z — ускорения в направлении осей ox, oy, oz , м/с²; $\omega t, \varepsilon$ — углы поворота эллипсного диска, град.

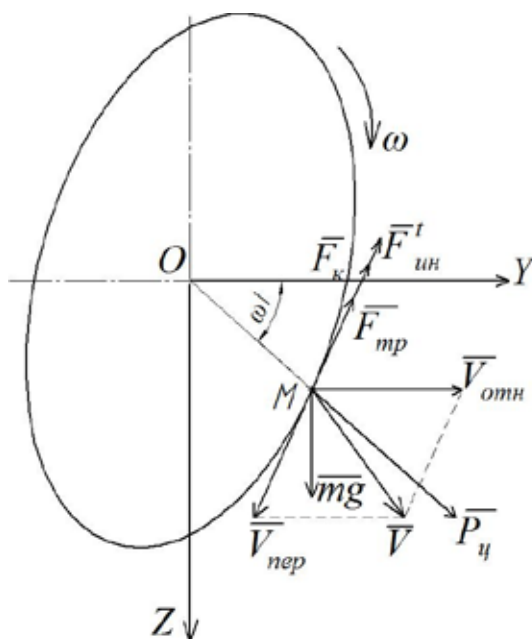


Рис. 1. Схема сил, действующих на частицу смешиваемой среды, находящуюся на диске

Решить данную систему уравнений в общем виде аналитическим методом сложно. Определение значений сил возможно получить графо-аналитическим методом. Решение системы уравнений (1) позволяет получить зависимость изменения сил, действующих на материальную частицу по осям координат ox, oy, oz в зависимости от угла поворота (ωt) эллиптического диска (рис. 2).

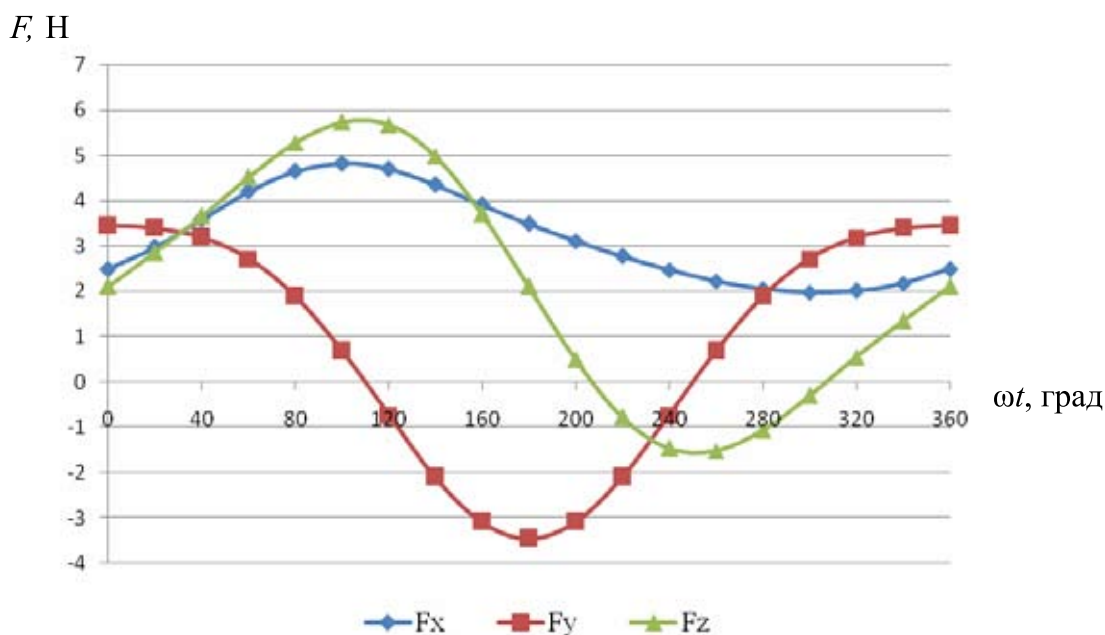


Рис. 2. Изменение сил F_x, F_y, F_z , действующих на материальную частицу в зависимости от угла поворота (ωt)

Полученные зависимости позволяют проанализировать циклический характер изменения сил вдоль осей ox, oy, oz , действующих на материальную частицу, находящуюся на поверхности эллиптического диска, а также определить, что наибольшее значение сил сосредоточено в направлении осей oz и ox .

При установившемся движении момент сопротивления на валу смесителя для перемещения смешиваемой среды будет определяться выражением:

$$M_c = M_{сдв} + M_{дв} + M_{тр}, \quad (2)$$

где $M_{сдв}$ — момент, затрачиваемый на сдвиг слоев смеси, Н·м; $M_{дв}$ — момент, затрачиваемый на перемещение смеси, Н·м; $M_{тр}$ — момент, необходимый для преодоления сил трения, Н·м.

Момент, затрачиваемый на перемещение смеси определяется, по теореме изменения кинетической энергии по выражению:

$$M_{дв} = \frac{z \cdot S \cdot v_x^3 \cdot \rho}{2\omega}, \quad (3)$$

где z — количество эллипсных дисков, шт.; v_x — скорость частицы смешиваемой среды вдоль оси ox , м/с; ρ — плотность смешиваемой среды, кг/м³; ω — угловая скорость диска, рад/с; S — площадь диска, находящаяся в контакте со смесью, м².

При осуществлении процесса смешивания площадь диска, находящаяся в контакте со смешиваемой средой определяется выражением:

$$0 \leq S \leq \frac{1}{2}(\pi r^2 - \pi r_a^2), \quad (4)$$

где r_b — радиус вала, м; r — меньшая полуось эллипсного диска, м.

Момент, затрачиваемый на сдвиг слоев смеси при смешивании, определяется выражением:

$$M_{сдв} = z \cdot \sigma \cdot \frac{\pi r^3}{4} \cdot \sin(\omega t), \quad (5)$$

где σ — напряжение сдвига, Па.

Момент, необходимый для преодоления сил трения о плоскость диска определяется выражением:

$$M_{тр} = z \cdot (f \cdot (m\omega^2 r \cdot \cos(\omega t) \cdot \sin(\arctg(tg\gamma \cdot \sin \omega t))) + (mg + m\omega^2 r \cdot \sin(\omega t)) \cdot \sin(\arcsin(\sin \gamma \cdot \cos \omega t))) \cdot \sin \gamma \cdot \frac{4}{3\pi} r) \quad (6)$$

Подставляя выражения (3), (5), (6) в формулу (2) получим выражение для определения суммарного момента сил:

$$M_c = z \cdot \left(\frac{S \cdot v_x^3 \cdot \rho}{2\omega} + f \cdot (m\omega^2 r \cdot \cos(\omega t) \cdot \sin(\arctg(tg\gamma \cdot \sin \omega t))) + (mg + m\omega^2 r \cdot \sin(\omega t)) \cdot \sin(\arcsin(\sin \gamma \cdot \cos \omega t))) \cdot r \cdot \sin \gamma \cdot \frac{4}{3\pi} + \sigma \cdot \frac{\pi r^3}{4} \cdot \sin \omega t \right) \quad (7)$$

где γ — угол наклона большей оси эллипсного диска к плоскости, перпендикулярной оси вращения диска, град.

На рис. 3 представлена зависимость изменения моментов необходимых для перемещение смеси, момента необходимого для преодоления сил трения, а также момента, затрачиваемого на сдвиг слоев смеси.

Из полученной зависимости (рис. 3) видно, что изменение моментов от угла поворота диска носит циклический характер.

Затрачиваемую мощность при вращательном движении определим следующим выражением (8):

$$N = 2\pi n \cdot z \cdot \left(\frac{S \cdot v_x^3 \cdot \rho}{2\omega} + f \cdot (m\omega^2 r \cdot \cos(\omega t) \cdot \sin(\arctg(tg\gamma \cdot \sin \omega t))) + (mg + m\omega^2 r \cdot \sin(\omega t)) \cdot \sin(\arcsin(\sin \gamma \cdot \cos \omega t))) \cdot r \cdot \sin \gamma \cdot \frac{4}{3\pi} + \sigma \cdot \frac{\pi r^3}{4} \right) \quad (8)$$

Зависимость изменения теоретической и экспериментальной мощностей, затрачиваемых на смешивание от частоты вращения эллипсных дисков смесителя, представлена на рис.4.

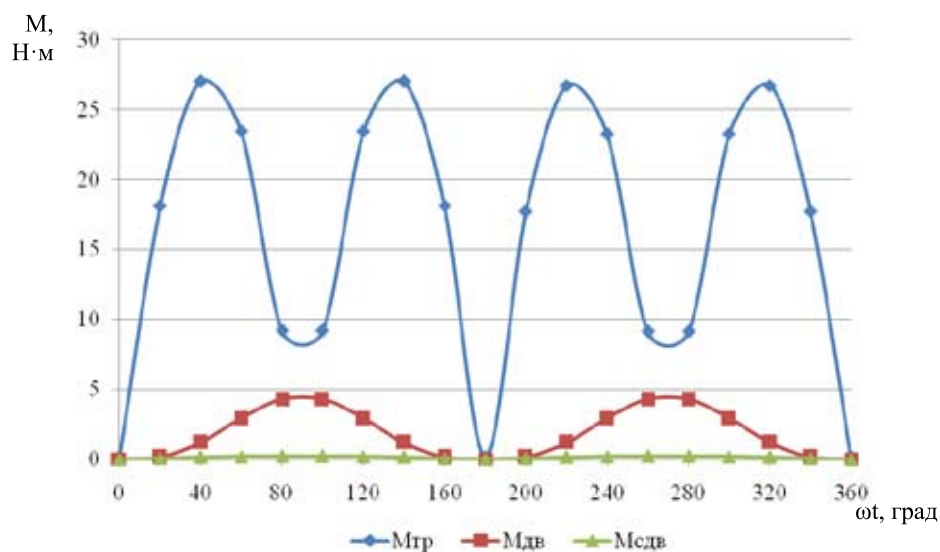


Рис. 3. Зависимость моментов сил от угла вращения (ωt) эллиптического диска

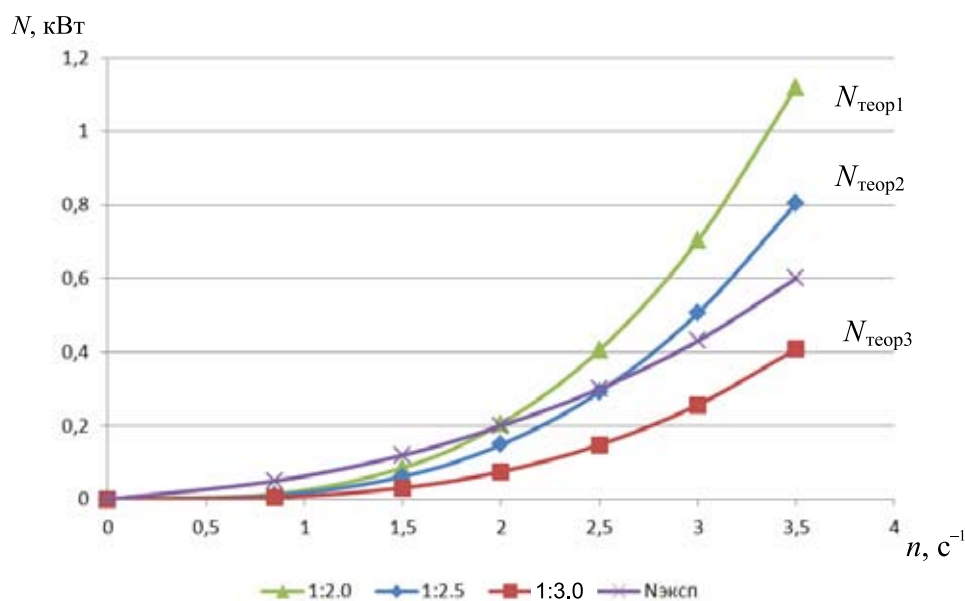


Рис. 4. Анализ теоретической и экспериментальной зависимости потребляемой мощности от частоты вращения эллиптического диска (n , c^{-1}) при различных гидромодулях среды

Как видно из графика экспериментальные и теоретические зависимости потребляемой мощности от частоты вращения вала смесителя согласуются при $n=0,5...2,7$ c^{-1} для гидромодуля 1:2,0 — 1:2,5, расхождение полученных данных происходит при частоте вращения вала n более $2,7$ c^{-1} . Расхождение в кривых теоретической и экспериментальной мощностей при увеличении частоты вращения можно объяснить нелинейными структурно-механическими свойствами смешиваемой среды, т.е. при изменении скорости сдвига (увеличении частоты вращения) в местах контакта среды с корпусом смесителя и плоскостью диска наблюдаются эффекты присущие вязкопластичным продуктам, возникает кажущееся пристеночное скольжение. Процесс сме-

шивания осуществляется при температуре 50-55 °С, что также влияет на характер нагрузки. Влияние данных факторов возрастает при увеличении скорости диска и смешиваемой среды, что необходимо учитывать при теоретическом расчете потребляемой мощности. В связи с чем зависимость теоретической мощности при n более 2,7 с⁻¹ предложено корректировать поправочным коэффициентом k , учитывающим вязкопластичные свойства смешиваемой среды (рис. 5).

Поправочный коэффициент можно определить из выражения:

$$k = \psi \cdot n, \quad (9)$$

где ψ — коэффициент учитывающий нелинейные свойства смешиваемой среды, с. Коэффициент ψ определяется экспериментальным путем. Значение коэффициента ψ для зерновой смеси с различным гидромодулем приведены в таблице.

Гидромодуль	ψ
1:2,0	0,2
1:2,5	0,4
1:3,0	0,6

Теоретическая зависимость, потребляемой мощности ($N_{теор}$) с учетом поправочного коэффициента определяется выражением:

$$N_{теор} = \frac{1}{k} \cdot 2\pi n \cdot z \cdot \left(\frac{S \cdot v^3 \cdot \rho}{2\omega} + f \cdot (m\omega^2 r \cdot \cos(\omega t) \cdot \sin(\arctg(tg\gamma \cdot \sin \omega t))) + (mg + m\omega^2 r \times \right. \quad (10)$$

$$\left. \times \sin(\omega t)) \cdot \sin(\arcsin(\sin \gamma \cdot \cos \omega t))) \cdot r \cdot \sin \gamma \cdot \frac{4}{3\pi} + \sigma \cdot \frac{\pi r^3}{4} \cdot \sin \omega t \right), k \neq 0$$

На рис. 5 представлены зависимости теоретической и экспериментальной значений мощности, затрачиваемых на смешивании с учетом поправочного коэффициента для смешиваемой среды с различным гидромодулем.

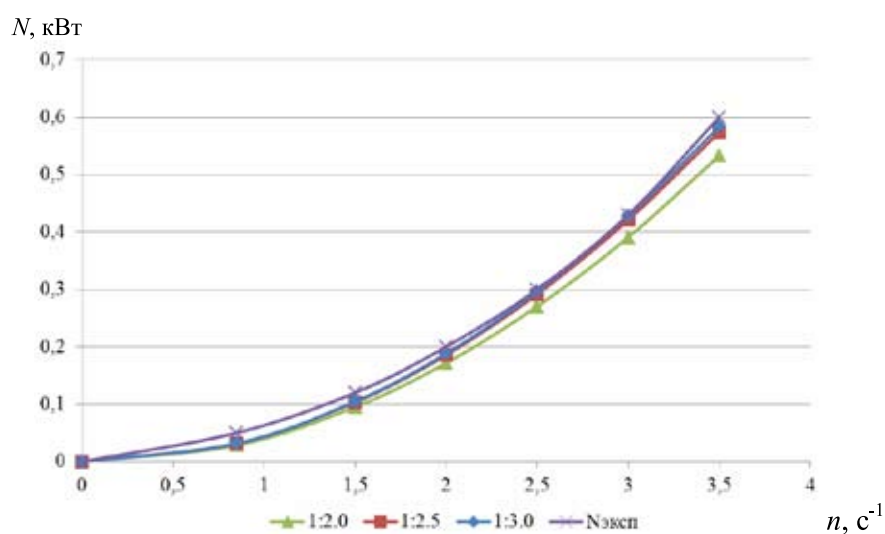


Рис. 5. Анализ теоретической и экспериментальной зависимости потребляемой мощности от частоты вращения эллиптического диска (n , с⁻¹) при различных гидромодулях смеси с учетом поправочного коэффициента k

Из рис. 5 видно, что теоретическое значение мощности согласуется с экспериментальным во всем диапазоне измерений и работы смесителя.

Выводы. Установлено, что теоретическое описание работы смесителей с эллипсными дисками в литературных источниках отсутствует. Анализ силового воздействия на материальную точку, находящуюся на поверхности эллипсного диска позволило установить, что наибольшие силы действуют вдоль осей OZ и Ox . Получена теоретическая зависимость (10), позволяющая определить мощность, затрачиваемую на смешивание. Установлена необходимость использования поправочного коэффициента k , учитывающего вязкопластичные нелинейные свойства смешиваемой среды. Предложено уравнение (9) для определения поправочного коэффициента с учетом физико-механических свойств среды и режимов работы смесителя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Макаров, Ю.И. Аппараты для смешения сыпучих материалов / Ю.И. Макаров. — М.: Машиностроение, 1973. — 216 с.

Рукопись статьи поступила в редакцию 30.07.2013

Z.V. Lovkis, A.V. Sadovskaya

THE THEORETICAL ANALYSIS OF ENERGY CONSUMPTION OF MIXING PROCESS IN THE MIXER WITH THE ELLIPSE DISKS

In article the mechanism of mixing process of liquid and firm materials depending on properties of the mixed environment, design and kinematic parameters of the mixer is studied. The analysis of power influence on the material point being on a surface of an ellipse disk is carried out. The theoretical dependence, allowing to define the capacity spent for mixing is received, the correction coefficient, considering physicomachanical properties of the mixed environment and operating modes of the mixer is entered.