

Шар – твердотельная фигура ограниченная сферической поверхностью, которая образуется вращением окружности вокруг одного из своих диаметров. Окружность максимального радиуса, расположенная в горизонтальной плоскости, называется *экватором*, проекция которой на горизонтальную плоскость проекции дает горизонтальный очерк. Плоскость экватора делит шар на видимую и не видимую части.

Тор (рисунок 6) образуется вращением окружности вокруг оси i , лежащей в плоскости окружности, но не проходящей через ее центр.

Изучая, поверхности вращения, мы получаем представление о широте применения геометрии в различных областях человеческой деятельности и усваиваем систематизированные сведения о пространственных телах.

Список использованных источников

1. <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=130364>
2. <https://youclever.org/book/tela-i-poverhnosti-vrashheniya-2/>
3. <https://math.wikireading.ru/h37f5SWHiY>
4. <https://caetec.ru/raschet-boltovyh-soedinenij/>

УДК

КРИВЫЕ ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ

Студенты – *Беляк Е.В., 21 рпт, 2 курс, ФТС;*
Горбаленя П.А., 21 рпт, 2 курс, ФТС;
Прокопенко А.В., 21 рпт, 2 курс, ФТС

Научные
руководители – *Мулярова О.В., ст. преподаватель;*
Игнатенко-Андреева М.А., ст. преподаватель

УО «Белорусский государственный аграрный технический университет», г. Минск, Республика Беларусь

Линию можно рассматривать как множество последовательных положений движущейся точки – траекторию точки. *Кривая* – разновидность линии, которая получается, когда движущая точка изменяет направление своего движения. В начертательной геометрии кривые линии изучаются по их проекциям. Если все точки кривой лежат в одной плоскости, кривую называют плоской, в противном случае – пространственной.

Все плоские кривые разделяются на *циркульные*, состоящие из сопряженных дуг окружностей (их проводят при помощи циркуля), и

лекальные, вычерчивающиеся с помощью лекала по предварительно построенным точкам.

Рассмотрим, часто встречающиеся в практике, некоторые плоские алгебраические кривые (эллипс, гипербола, парабола), трансцендентные (спираль Архимеда, эвольвента окружности, синусоида) и цилиндрическую винтовую линию.

Эллипс (рисунок 1) – плоская замкнутая кривая, у которой сумма расстояний от любой ее точки (например, от точки M) до двух заданных точек F_1 и F_2 (фокусов эллипса) есть величина постоянная, равная большей оси эллипса AB ($F_1M + F_2M = AB$). Отрезок CD – малая ось эллипса, точка O – центр эллипса. Точки F_1 и F_2 расположены на большой оси AB симметрично относительно точки O и удалены от концов малой оси (точек C и D) на расстояние, равное половине большой оси эллипса. *Окружность* – частный вид эллипса, у которого полуоси равны между собой и являются радиусом окружности.

Гипербола – кривая, у которой разности расстояний от любой ее точки (от точки M) до двух заданных точек F_1 и F_2 (фокусов) есть величина постоянная, равная AB . Гипербола имеет две ветви, действительную ось x и мнимую ось y , центр O , вершины A и B . На рисунке 2 показано построение точки M гиперболы по действительной оси AB и фокусам F_1 и F_2 .

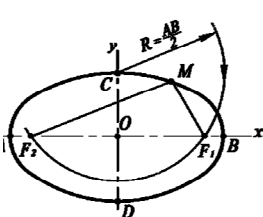


Рисунок 1 – Эллипс

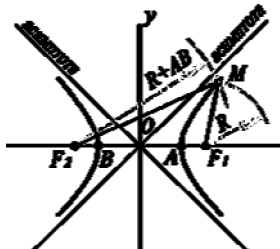


Рисунок 2 – Построение точки M гиперболы

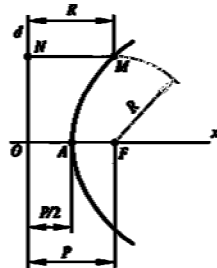


Рисунок 3 – Построение точки M параболы

Парабола – кривая, каждая точки которой (точка M) равноудалена от заданной точки F (фокуса) и прямой d (директриссы), ($FM = NM$). Расстояние FO от фокуса F до директриссы d – параметр параболы (P), x – ось параболы, точка A – вершина параболы. На рисунке 3 показано построение точки M параболы по заданным фокусу (F) и директриссе (d).

Спираль Архимеда (рисунок 4) – кривая, которую описывает точка, равномерно вращающаяся вокруг неподвижной точки (полюса O) и одновременно равномерно удаляющаяся от него. Расстояние OA ,

пройденное точкой от полюса O при повороте на 360° – шаг спирали. Точки, принадлежащие спирали Архимеда, строят исходя из определения кривой, задаваясь шагом OA и направлением вращения.

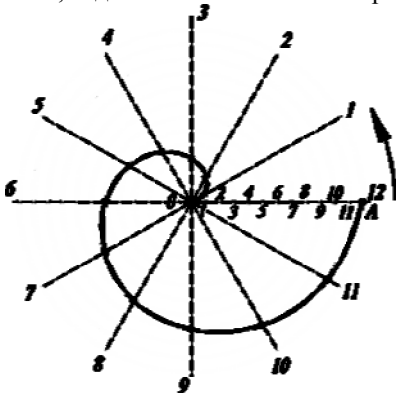


Рисунок 4 – Спираль Архимеда

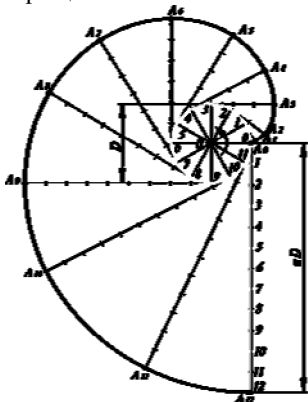


Рисунок 5 – Эвольвента окружности

Эвольвента окружности – кривая, образуемая точками касательной прямой, катящейся без скольжения по неподвижной окружности. На рисунке 5 показано построение эвольвенты окружности диаметра D в указанном направлении и начальном положении точки A (точка A_0).

Синусоида (рисунок 6) – кривая, характеризующая изменение синуса угла в зависимости от величины центрального угла. Построение точек синусоиды (A, \dots, A_{12}) показано на рисунке 6.

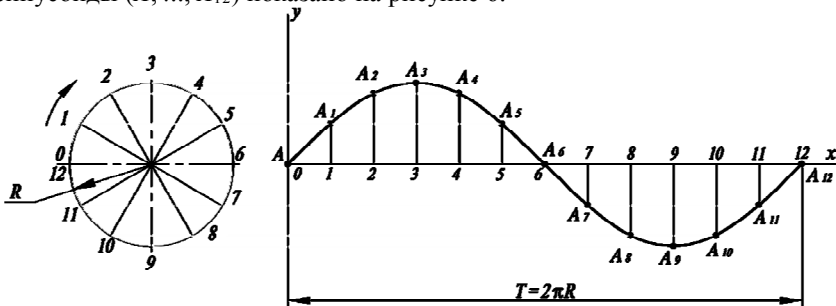


Рисунок 6 – Синусоида

Цилиндрическая винтовая линия (гелиса) – пространственная кривая, которая образуется на поверхности цилиндра вращения в результате двойного равномерного движения точки – вращения вокруг оси цилиндра и поступательного движения вдоль образующей цилиндра (рисунок 7).

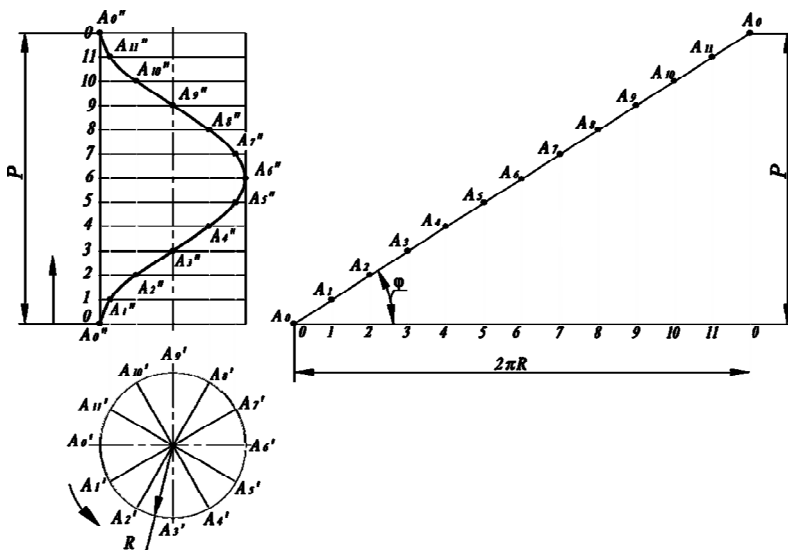


Рисунок 7 – Цилиндрическая винтовая линия (гелиса)

Различают три основных способа задания поверхности: *аналитический* (поверхность задается уравнением); *каркасный* (поверхность задается совокупностью точек или линий); *кинематический* (поверхность образуется непрерывным перемещением в пространстве какой-либо линии поверхности).

В начертательной геометрии в основном рассматривается кинематический способ образования поверхности. Перемещающаяся в пространстве линия или поверхность, которая при движении может сохранять или изменять свою форму, называется *образующей*. Закон перемещения образующей обычно определяется другими линиями (иногда точками), называемыми *направляющими*, по которым скользит образующая при своем движении, а также условием движения образующей. Совокупность геометрических элементов и условий, которые определяют поверхность в пространстве, называют *определителем*. Следует отметить, что одна и та же поверхность может быть получена различными способами. Например, цилиндрическую поверхность получают в результате перемещения прямолинейной образующей по кривой направляющей или движением кривой образующей по прямолинейной направляющей. Для большей наглядности изображения поверхностей в ряде случаев используют ее *очерк* – границы видимости на плоскостях проекций. Очерк проекции получается при пересечении с плоскостью проекций проецирующей поверхности, обертывающей данную. Например, очерком сферы является окружность радиуса, равного радиусу сферы.

В зависимости от формы образующей поверхности разделяются на *линейчатые* (образующая – прямая линия) и *нелинейчатые* (криволинейная образующая). Рассмотрим некоторые линейчатые поверхности:

Цилиндрическая поверхность (рисунок 9а) образуется движением прямой линии l (образующей), пересекающей кривую линию m (направляющую) и имеющей постоянное направление S .

Коническая поверхность (рисунок 9б) образуется движением прямой линии l (образующей), пересекающей кривую m (направляющую) и проходящей во всех своих положениях через неподвижную точку S (вершину конической поверхности).

На рисунке 9а показано построение линии пересечения заданной цилиндрической поверхности с горизонтальной плоскостью проекций. Образующая l (l_1, l_2, l_3, l_4) при своем движении, пересекаясь с фронтальной плоскостью проекций, дает точки M_1, M_2, M_3, M_4 . Кривая, проведенная через эти точки, является линией пересечения (следом) цилиндрической поверхности с горизонтальной плоскостью проекций.

На рисунке 9б показано построение линии пересечения конической поверхности с горизонтальной плоскостью проекций.

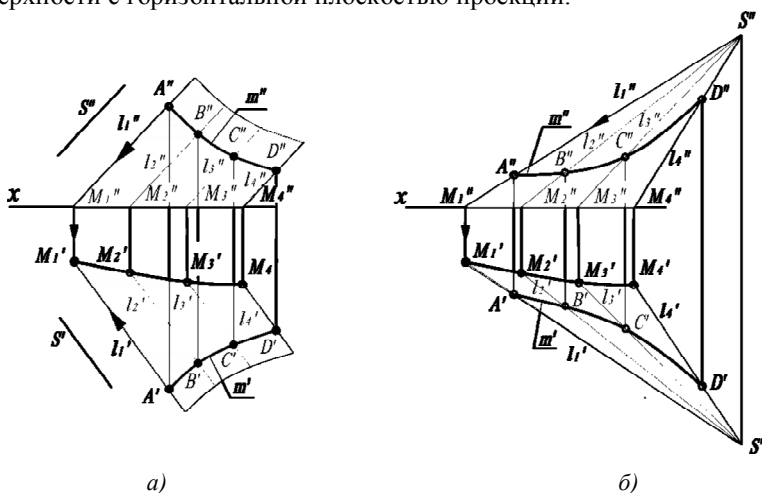


Рисунок 9 – Образование поверхностей: а) цилиндрической б) конической

Цилиндрическая поверхность является частным случаем конической, у которой вершина S удалена в бесконечность.

Поверхности с плоскостью параллелизма (поверхности Каталана) образуются движением прямолинейной образующей, параллельной некоторой заданной плоскости (плоскости параллелизма) и пересекающей две заданные линии (направляющие).

Цилиндроид (рисунок 10) получают движением прямолинейной образующей l (l_1, l_2, l_3, l_4) по двум криволинейным направляющим.

Коноид (рисунок 11) образуется движением прямолинейной образующей l (l_1, l_2, l_3, l_4) по двум направляющим, из которых одна m – кривая, а другая n – прямая. При этом во всех положениях образующая остается параллельной горизонтальной плоскости параллелизма (направляющая n – горизонтально-проецирующая).

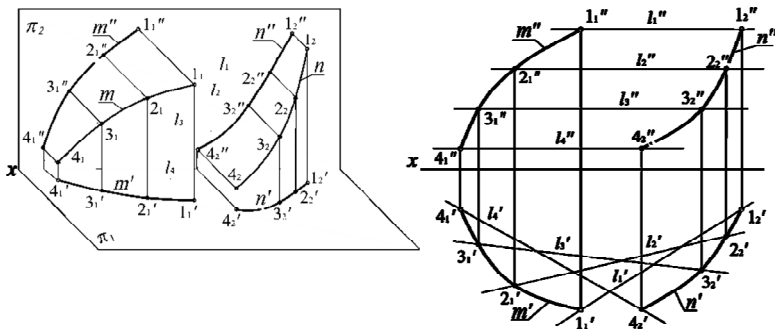


Рисунок 10 – Образование цилиндриоида

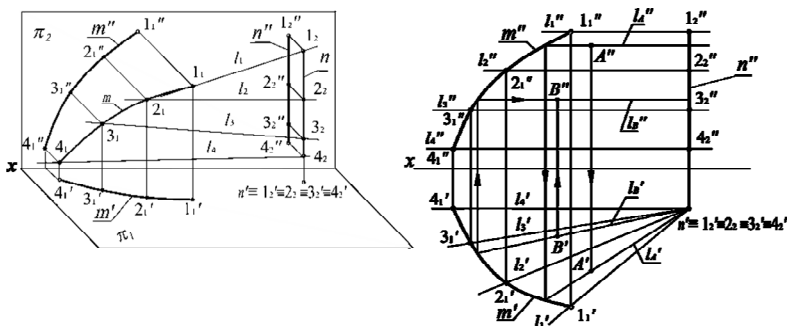


Рисунок 11 – Образование коноида

Кривые поверхности имеют широкое применение в технике (различные профили резьб, рабочие поверхности червяков червячных передач, червячные фрезы, винтовые транспортеры и пр.) и в строительстве (винтовые лестницы и винтовые вьезды, откосы насыпи и выемки полотна железной дороги на кривой с подъемом).

Список использованных источников

1. <https://www.belstu.by/Portals/0/userfiles/49/Texti%20lekci/Lekciya-7-Krivie-linii-i-poverhnosti.pdf>.