$$\varphi = \frac{T \cdot l}{G \cdot I_p}. \qquad (5)$$

Уравнения (3) и (5) позволяют рассчитать параметры вала по условиям:

– прочности из (3) при T_{max} и $W = \frac{2 \cdot I_p}{d}$:

$$\tau_{max} = \frac{T_{max}}{W_p} \le [\tau]; \qquad (6)$$

– жесткости из (5) аналогично:

$$\varphi_{max} = \frac{T_{max} \cdot l}{G \cdot I_p} \le [\theta]. \qquad (7)$$

При этом

$$\varphi = \theta^{o} \cdot \frac{2\pi}{360} = \theta^{o} \cdot \frac{\pi}{180}. \qquad (8)$$

Заключение. Предлагаемый предельно простой метод освоения студентами основополагающих положений перемещений при кручении основан на графической интерпретации поведения наночастиц материалов при деформациях и будет способствовать более успешному освоению раздела «Кручение» дисциплины «Механика материалов».

ЛИТЕРАТУРА

1. Подскребко, М.Д. Сопротивление материалов: учебник /М.Д. Подскребко. – Мн.: Выш. шк., 2007. – 797 с.

УДК 539.3/.6(07)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЗИЧЕСКОЙ ПОСТОЯННОЙ МАТЕРИАЛА – МОДУЛЯ СДВИГА

В.К. Лазарчик – студент 2 курса БГАТУ
Научный руководитель – к.т.н., доцент О.И. Мисуно

Модуль сдвига является физической константой материала и характеризует жесткость материала при сдвиге. Из закона Гука для сдвига модуль сдвига определяется как

$$G = \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}}, \tag{1}$$

где τ_{xy} – касательное напряжение на площадке перпендикулярной оси x в направлении оси y; γ_{xy} - относительная угловая деформация в исследуемой точке в плоскости xy или относительный сдвиг или угол сдвига, величина безразмерная.

Любые тела не являются абсолютно жесткими и под действием внешних сил изменяют свою форму и размеры, т.е. деформируются. В процессе деформации положение их точек в пространстве непрерывно изменяется. Понятие «деформация» в механике материалов применяется в качественном смысле, как всякое изменение формы и размеров тела, и в количественном - как мера изменения состояния тела в точке. При нагружении тела рассматривается только его начальное и конечное деформированное состояние. Поэтому время деформирования, траектория движения точек в процессе деформации, свойства материала во внимание не принимаются.

В теории деформированного состояния различают относительную линейную и относительную угловую деформации. Рассмотрим прямой угол, образованный в недеформированном теле отрезками OB и OC (рис. 1).

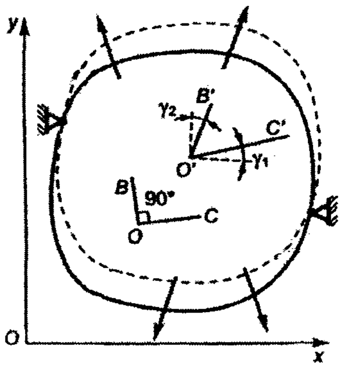

Рис. 1. Схема к определению угла сдвига

Пусть после нагружения точки заняли положения O', B', C', а прямой угол превратился в острый. Предел разности углов $B'O'C'$ и $\pi/2$, когда точки B и C стремятся к точке O, является относительным сдвигом или углом сдвига в точке O в плоскости xy и обозначается буквой γ с индексами соответствующей координатной плоскости

$$\gamma_{xy} = \lim_{\substack{B\to 0\\ C\to 0}}\left(\frac{\pi}{2} - \angle B'O'C'\right) \tag{2}$$

или $\gamma_{xy} = \gamma_1 + \gamma_2$. Для конструкционных материалов величина угла сдвига весьма малая.

Определим угол сдвига в точке O, принадлежащей плоскости BOC, расположенной на поверхности пластины (рис. 2). С этой целью на поверхности пластины до нагружения покажем прямой угол BOC, образованный отрезками длиной l. После приложения по торцам пластины равномерно распределенной нагрузки p прямой угол BOC превращается в тупой угол B_2OC_2. Угол сдвига будет равен

$$\gamma_{BOC} = \left|BOC - B_2OC_2\right|. \tag{3}$$

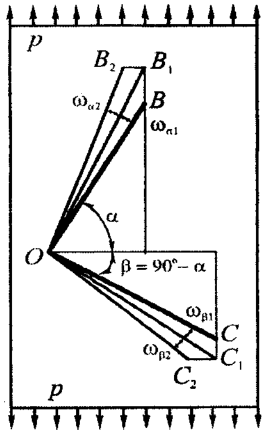

Рис. 2. Растяжение пластины для определения угла сдвига

Найдем угол сдвига в виде

$$\gamma_{BOC} = \omega_\alpha - \omega_\beta, \tag{4}$$

где $\omega_\alpha = \omega_{\alpha 1} + \omega_{\alpha 2}$ – угол поворота отрезка OB;

$\omega_\beta = \omega_{\beta 1} + \omega_{\beta 2}$ – угол поворота отрезка OC.

Рассмотрим поворот отрезка OB. Предположив, что первоначально точка B в результате увеличения продольных размеров пластины переместилась в точку B_1. При этом отрезок OB повернулся на угол

$$\omega_{\alpha 1} \approx \sin\omega_{\alpha 1} = \frac{\varepsilon \cdot l \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{l} = \varepsilon \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha\,, \tag{5}$$

где ε - относительная продольная деформация.

Затем точка B_1, в результате уменьшения поперечных размеров пластины, переместилась в точку B_2. При этом отрезок OB_1 повернулся на угол

$$\omega_{\alpha 2} \approx \sin\omega_{\alpha 2} = \frac{\varepsilon' \cdot l \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha}{l} = \varepsilon' \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha\ , \qquad (6)$$

где ε' - относительная поперечная деформация.

Тогда угол поворота отрезка OB будет равен

$$\omega_\alpha = \omega_{\alpha 1} + \omega_{\alpha 2} = \frac{(\varepsilon + \varepsilon')}{2} \cdot \sin 2\alpha\ . \qquad (7)$$

Аналогично, рассматривая поворот отрезка OC можно установить величину угла поворота, который будет равен

$$\omega_\beta = \omega_{\alpha 1} + \omega_{\beta 2} = \frac{(\varepsilon + \varepsilon')}{2} \cdot \sin 2\alpha\ . \qquad (8)$$

Складывая углы ω_α и ω_β получим угол сдвига

$$\gamma_{BOC} = (\varepsilon + \varepsilon') \cdot \sin 2\alpha\ , \qquad (9)$$

который, на основе закона Гука при сдвиге, также равен

$$\gamma_{BOC} = \frac{\tau}{G}, \qquad (10)$$

где τ – касательное напряжение на площадке, повернутой по отношению к поперечному сечению стержня на угол α.

Из теории напряженного состояния известно, что при линейном напряженном состоянии касательное напряжение на наклонной площадке определяется выражением

$$\tau = \frac{\sigma}{2} \cdot \sin 2\alpha\ , \qquad (11)$$

где σ - нормальное напряжение в поперечном сечении стержня при растяжении, равное отношению растягивающей силы F к площади поперечного сечения, т. е.

$$\sigma = \frac{F}{A}. \qquad (12)$$

Принимая во внимание формулы (9)–(12) окончательно получаем выражение определяющее модуль сдвига

$$G = \frac{F}{2A(\varepsilon + \varepsilon')}. \qquad (13)$$

Как следует из вывода формулы (13) деформации в нее необходимо подставлять по модулю.

Таким образом, при нахождении величины модуля сдвига необходимо определить площадь поперечного сечения стержня, приложить по оси стержня растягивающую силу, определить относительную продольную и относительную поперечную деформации. Такой подход является удобным при выполнении экспериментальных исследований по определению физической постоянной материала — модуля сдвига.

ЛИТЕРАТУРА

1. Подскребко, М.Д. Сопротивление материалов: учебник / М.Д.Подскребко. – Мн.: Выш. шк., 2007. – 797 с.

УДК 662.6/9

ТЕОРЕТИЧЕСКЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА ПРОИЗВОДСТВА ПЕЛЛЕТ

Е.С. Кабак, А.В. Волче – студенты 3 курса БГАТУ
Научный руководитель – к.т.н., доцент Д.М. Гайдукевич

Пеллеты образуются посредством прессования под давлением в сотни атмосфер предварительно измельчённых отходов растительного происхождения в многочисленные отверстия (фильеры) специальных дисковых или кольцевых матриц, в которых собственно и происходит процесс агрегатирования. В этой связи при разработке оборудования необходимо учесть условия, обеспечивающие образование пеллет, определить параметры процесса, а затем обеспечивать эти параметры с помощью соответствующего оборудования. Для достижения этой цели выполняется серия экспериментов по прессованию сыпучего материала в недеформируемой цилиндрической капсуле. В результате определяется уравнение состояния деформируемой среды, выражающее собой зависимость давления прессования $P_{пр}$ от степени сжатия λ, характеризующей изменения первоначального объёма недеформированной среды.

Уравнения состояния недеформируемой среды используется далее для расчёта энергии формообразования единицы объёма ис-