

УДК 539.3/6

УНИВЕРСАЛЬНАЯ ФОРМУЛА  
ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ КРУЧЕНИИ

И.В. Кудревич – студент 2 курса БГАТУ

Научные руководители: к.т.н., доцент А.П. Буховец,  
к.т.н., доцент В.Н. Основин

Диаграммы кручения образцов в координатах крутящего момента  $T$  и угла закручивания  $\varphi$  аналогичны диаграммам растяжения. 1-я зона упругости материала 0–I также характеризуется линейной зависимостью угла закручивания образца от крутящего момента при отсутствии пластической деформации (рис. 1). Применяя такой же способ изменения масштаба диаграммы, можно получить закон Гука для сдвига при кручении, ГОСТ 3565-80.

Однако реализация такого подхода несколько сложнее. Прежде чем изменять масштаб диаграммы необходимо выразить крутящий момент  $T$  и угол закручивания  $\varphi$  через соответствующие переменные величины и постоянные коэффициенты. Если  $d$  и  $l$  диаметр и длина закручиваемого вала, а  $dA$  элементарная площадка на расстоянии  $\rho$  от центра его сечения и  $\tau$  – касательное напряжение, то можно записать следующие очевидные зависимости (рис. 2).

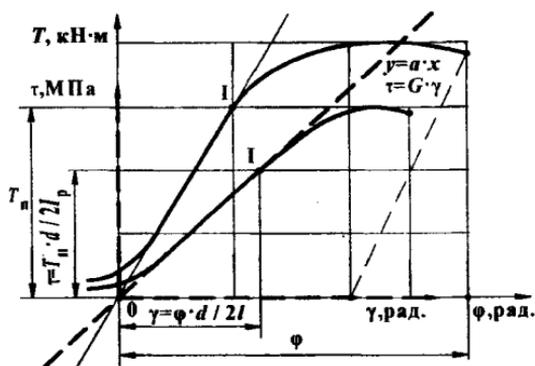


Рис. 1

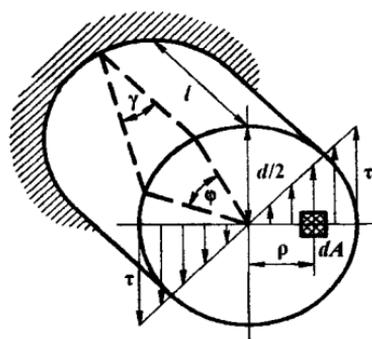


Рис. 2

$$\text{Во-первых } \varphi \cdot \frac{d}{2} = \gamma \cdot l, \quad \text{тогда: } \varphi = \gamma \cdot \frac{2l}{d} \quad (1)$$

где  $\gamma$  – переменный угол сдвига при кручении вала, рад;

$2l / d$  – постоянный множитель, которым можно изменить масштаб диаграммы.

Во-вторых, элементарный крутящий момент  $dT = \tau \cdot \rho dA$ . Следует отметить, что линейная зависимость крутящего момента  $T = f(\varphi)$  от угла закручивания  $\varphi$  возможна только в том случае, если касательное напряжение  $\tau$  прямо пропорционально его расстоянию от центра тяжести сечения  $\rho$ . Это подтверждается также теорией напряженного состояния при чистом сдвиге. Так как  $\tau$  является линейной функцией радиуса  $\rho$ , то отношение  $\tau / \rho$  величина постоянная и она выносится за знак интеграла, а интеграл  $\int_0^A \rho^2 dA$  представ-

ляет собой полярный момент инерции  $I_p$ .

Тогда крутящий момент

$$T = \int_0^A \tau \cdot \rho dA = \int_0^A \frac{\tau}{\rho} \rho^2 dA = \frac{\tau}{\rho} \int_0^A \rho^2 dA = \frac{\tau}{\rho} I_p. \quad (2)$$

Так как максимальное касательное напряжение  $\tau$  находится на поверхности вала при  $\rho = d / 2$ , то полный крутящий момент  $T$  будет равен

$$T = \tau \cdot \frac{2I_p}{d}, \quad (3)$$

где  $2I_p / d$  – также постоянный множитель, которым можно изменить масштаб диаграммы.

Таким образом, разделив координаты исходной диаграммы  $\varphi$  и  $T$  на их постоянные множители, соответственно  $2l / d$  и  $2I_p / d$ , получим диаграмму кручения в координатах  $\tau - \gamma$ . Так как прямолинейность 1-го участка такой диаграммы также остается без изменений и уравнение этой прямой линии, проходящей через начало координат  $y = a \cdot x$ , то по аналогии можно записать закон Гука для сдвига при кручении

$$\tau = G \cdot \gamma, \quad (4)$$

где  $G$  – модуль сдвига, МПа.

Так как из (1) и (3) касательное напряжение  $\tau = T \cdot d / 2I_p$ , а угол сдвига  $\gamma = \varphi \cdot d / 2l$ , то подставив эти выражения в (4) и сократив на  $d/2$ , после преобразований получим универсальное уравнение перемещенный при кручении

$$\varphi = \frac{T \cdot l}{G \cdot I_p}. \quad (5)$$

Уравнения (3) и (5) позволяют рассчитать параметры вала по условиям:

- прочности из (3) при  $T_{\max}$  и  $W = \frac{2 \cdot I_p}{d}$ :

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_p} \leq [\tau]; \quad (6)$$

- жесткости из (5) аналогично:

$$\varphi_{\max} = \frac{T_{\max} \cdot l}{G \cdot I_p} \leq [\theta]. \quad (7)$$

При этом

$$\varphi = \theta^{\circ} \cdot \frac{2\pi}{360} = \theta^{\circ} \cdot \frac{\pi}{180}. \quad (8)$$

**Заключение.** Предлагаемый предельно простой метод освоения студентами основополагающих положений перемещений при кручении основан на графической интерпретации поведения наночастиц материалов при деформациях и будет способствовать более успешному освоению раздела «Кручение» дисциплины «Механика материалов».

## ЛИТЕРАТУРА

1. Подскребко, М.Д. Сопротивление материалов: учебник /М.Д. Подскребко. – Мн.: Выш. шк., 2007. – 797 с.

УДК 539.3/1.6(07)

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЗИЧЕСКОЙ ПОСТОЯННОЙ МАТЕРИАЛА – МОДУЛЯ СДВИГА

*В.К. Лазарчик – студент 2 курса БГАТУ  
Научный руководитель – к.т.н., доцент О.И. Мисуню*

Модуль сдвига является физической константой материала и характеризует жесткость материала при сдвиге. Из закона Гука для сдвига модуль сдвига определяется как