

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра высшей математики

МАТЕМАТИКА

В четырех частях

Часть 3

*Рекомендовано Учебно-методическим объединением по аграрному
техническому образованию в качестве учебно-методического комплекса
для студентов учреждений высшего образования, обучающихся
по специальностям 74 06 Агроинженерия, 1-36 12 01 Проектирование
и производство сельскохозяйственной техники*

Минск
БГАТУ
2014

УДК 51(07)
ББК 22.1я7
М34

*Рекомендовано научно-методическим советом
факультета предпринимательства и управления БГАТУ.
Протокол № 6 от 23 мая 2013 г.*

Составители:

кандидат физико-математических наук, доцент *А. А. Тиунчик*,
кандидат физико-математических наук, доцент *Л. А. Хвоцинская*,
кандидат физико-математических наук, доцент *Н. С. Нупарко*,
ассистент *О. В. Рыкова*

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой дискретной математики и алгоритмики БГУ
В. М. Котов;
доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник Института математики НАН Беларуси
П. И. Соболевский

Математика : учебно-методический комплекс. В 4 ч.
М34 Ч. 3 / сост. : А. А. Тиунчик [и др.]. – Минск : БГАТУ, 2014. –
236 с.
ISBN 978-985-519-644-1.

Издание представляет собой третью часть учебно-методического комплекса по дисциплине «Математика». Содержит четыре модуля: модуль 10 «Числовые и функциональные ряды»; модуль 11 «Кратные интегралы»; модуль 12 «Криволинейные интегралы. Поверхностные интегралы»; модуль 13 «Элементы теории поля». Каждый модуль представляет собой логически завершенную единицу и состоит из следующих разделов: комплексная цель; базовые проблемы модуля; учебно-информационная модель; основной научно-теоретический материал; дополнительный научно-теоретический материал; материалы к лекциям; материалы для управляемой самостоятельной работы студентов; материалы к практическим занятиям; образец контрольного задания для проверки результатов обучения.

Предназначено для студентов дневной формы обучения инженерных специальностей сельскохозяйственных высших учебных заведений.

УДК 51(07)
ББК 22.1я7

ISBN 978-985-519-644-1 (ч. 3)
ISBN 978-985-519-371-6

© БГАТУ, 2014

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА» (3 СЕМЕСТР).....	4
МОДУЛЬ 10. ЧИСЛОВЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ	6
§ 1. Числовые ряды. Основные определения.....	7
§ 2. Необходимый признак сходимости ряда.....	9
§ 3. Простейшие свойства числовых рядов.....	10
§ 4. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов.....	11
§ 5. Знакопеременные ряды.....	17
§ 6. Степенные ряды.....	21
§ 7. Ряды Тейлора и Маклорена.....	24
§ 8. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена.....	25
§ 9. Решение дифференциальных уравнений с помощью ря- дов.....	27
§ 10. Ряды Фурье для периодических функций.....	28
§ 11. Ряды Фурье для четных и нечетных функций.....	32
МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.....	37

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА.....	38
КОНТРОЛЬНЫЙ ТЕСТ ПО МОДУЛЮ № 10.....	39
ИДЗ 10.....	40
МОДУЛЬ 11. КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ.....	60
§ 1. Двойной интеграл и его свойства.....	60
§ 2. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах.....	62
§ 3. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.....	68
§ 4. Приложения двойного интеграла к задачам геометрии и механики.....	70
§ 5. Тройной интеграл.....	76
§ 6. Вычисление тройного интеграла в прямоугольных декартовых координатах.....	77
§ 7. Вычисление тройного интеграла в цилиндрической и сферической системах координат.....	79
§ 8. Приложения тройного интеграла к задачам геометрии и механики.....	83
МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.....	85
САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА.....	87
КОНТРОЛЬНЫЙ ТЕСТ ПО МОДУЛЮ № 11.....	89
ИДЗ 11.....	90
МОДУЛЬ 12. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ.	
ПОВЕРХНОСТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ	113
§ 1. Криволинейный интеграл по длине дуги (первого рода)..	113

§ 2. Вычисление КРИ 1.....	115
§ 3. Приложения КРИ 1 к задачам геометрии и механики...	116
§ 4. Криволинейный интеграл по координатам (второго рода)	117
§ 5. Вычисление КРИ 2	118
§ 6. Формула Грина.....	120
§ 7. Независимость КРИ 2 от пути интегрирования.....	123
§8. Интегрирование полных дифференциалов.....	124
§9. Поверхностный интеграл первого рода.....	127
§10. Поверхностный интеграл второго рода.....	130
§11. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса.....	134
МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.....	136
САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА.....	138
КОНТРОЛЬНЫЙ ТЕСТ ПО МОДУЛЮ № 12.....	141
ИДЗ 12.....	142
МОДУЛЬ 13. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ.....	175
§ 1. Векторная функция скалярного аргумента.....	175
§ 2. Скалярные и векторные поля. Геометрические характеристики полей.....	178
§ 3. Операторы теории поля: <i>grad</i> , <i>div</i> , <i>rot</i> . Оператор Гамильтона.....	180
§ 4. Производная по направлению. Физический смысл градиента.....	182
§ 5. Простейшие векторные поля.....	185
§ 6. Поток векторного поля и его физический смысл.....	189
§ 7. Вычисление потока векторного поля.....	190

§ 8. Циркуляция векторного поля.....	192
§ 9. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в теории поля	194
§ 10. Физический смысл дивергенции и ротора.....	198
МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.....	201
САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА.....	202
КОНТРОЛЬНЫЙ ТЕСТ ПО МОДУЛЮ № 13	204
ИДЗ 13.....	205
ОТВЕТЫ НА ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОГО ТЕСТА.....	224
ЛИТЕРАТУРА.....	225
СПРАВОЧНИК.....	230