

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ АНАЛИЗА ПРОДОЛЬНОЙ И ПОПЕРЕЧНОЙ ДИНАМИКИ АВТОТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА С ПРИЦЕПОМ-ЦИСТЕРНОЙ**

**А.О. Шимановский,**

*зав. каф. технической физики и теоретической механики БелГУТ, докт. техн. наук, профессор*

**М.Г. Кузнецова,**

*доцент каф. технической физики и теоретической механики БелГУТ, канд. техн. наук, доцент*

**Г.И. Кошля,**

*ст. преподаватель каф. эксплуатации машинно-тракторного парка БГАТУ*

*В статье представлены подходы к моделированию динамики автотранспортных средств с прицепами, транспортирующими жидкие грузы, при их движении по прямолинейному пути и при повороте, с учетом взаимодействия твердых тел и жидкости со свободной поверхностью. Разработаны математические модели для автотранспортного средства с прицепом-цистерной, имеющей цилиндрическую форму. Приведены результаты расчета допустимой скорости движения при повороте для разных радиусов кривизны траектории.*

*Ключевые слова: продольная динамика, поперечная динамика, транспортное средство, поворот, прицеп-цистерна, относительное движение жидкости.*

*The approaches to modeling the dynamics of vehicles with trailers that transport liquid loads when they move along a straight path or when they turn, taking into account the interaction of solids and liquids with a free surface are presented in the article. Mathematical models have been developed for a vehicle with a tank trailer of a cylindrical shape. The results of calculating the permissible velocity when turning for different curvature radii of the trajectory are presented.*

*Key words: longitudinal dynamics, lateral dynamics, vehicle, turning, a tank trailer, relative liquid motion.*

### **Введение**

Особенность работы сельскохозяйственных транспортных средств, перевозящих жидкие грузы, заключается в чередовании движения по прямолинейным и криволинейным в плане и профиле участкам дороги, что влияет на показатели устойчивости и управляемости транспортного средства, и при неблагоприятных условиях, может привести к аварийным ситуациям. В частности, к таким ситуациям могут привести – резкий разгон и торможение, переезд неровностей, резкая смена полосы движения и движение по дуге при прохождении поворота, либо одновременное сочетание нескольких факторов.

Вероятность возникновения опасной ситуации становится гораздо выше, если резервуар цистерны заполнен частично, поскольку в этом случае из-за перетекания жидкости динамические характеристики могут в значительной мере отличаться, как полностью загруженного, так и от порожнего транспортного средства. При этом необходимо проводить анализ динамики системы, включающей взаимодействующие твердые тела и жидкости со свободной поверхностью, что представляет собой сложную математическую задачу.

Целью настоящей работы является совершенствование конструкции и технологии изготовления

цистерны для обеспечения безопасности перевозки жидкостей, повышения надежности и долговечности при работе.

### **Основная часть**

#### *Динамическая модель движения автотранспортного средства с прицепом-цистерной с учетом продольного движения жидкости*

При математическом моделировании движения транспортного средства с прицепом-цистерной обычно применяются следующие допущения:

- движение центра масс транспортного средства и жидкого груза в цистерне плоское, копирующее продольный профиль дороги;
- качение колес происходит без отрыва от опорной поверхности;
- отсутствие колебаний подрессоренных и непрессоренных масс;
- все внешние силы, действующие на транспортное средство, лежат в плоскости движения.

Выполненные различными авторами исследования малых колебаний жидкости со свободной поверхностью показали, что они могут быть учтены в моделях транспортных средств приближенно, посредством использования эквивалентной механиче-

ской модели [1-4]. Такая модель включает сосредоточенную массу, связанную с кузовом транспортного средства при помощи упругой связи, однако при этом не учитывается затухание колебаний, обусловленное дисперсией волн и вязкостью жидкости. Как следствие, такие модели могут применяться только при анализе резервуаров, разделенных на один или несколько отсеков правильной геометрической формы, не связанных между собой. Некоторые исследователи предлагают при создании математических моделей учитывать и диссипативные силы, однако отмечают, что значения этих сил должны быть определены экспериментально для каждой конкретной модели [5].

На основании источников [6, 7] каждая из сил взаимодействия жидкости со стенками резервуара (рис. 1) и перегородок  $F_T$  может быть представлена в виде суммы двух слагаемых  $F_{TY}$  и  $F_{TD}$ , учитывающих упругую и диссипативную составляющую силы взаимодействия. Для учета эффектов, обусловленных натеканием жидкости на потолок резервуара, упругая составляющая может быть представлена в виде:

$$F_{TY} = cs^k, \quad (1)$$

где  $c$  – жесткость эквивалентной пружины, Н/м;  
 $k$  – некоторый постоянный коэффициент, значение которого определяется формой резервуара и уровнем его заполнения;

$s$  – деформация упругой связи, м.

При этом считается, что часть массы, находящаяся в нижней области емкости, не участвует в колебаниях [8, 9].

Масса жидкости, участвующая в колебаниях с формой, соответствующей номеру  $n$ , в соответствии с [10]:

$$m_n = 8m_{ж} \frac{l \cdot \text{th} \left[ (2n-1)\pi \frac{h}{l} \right]}{h(2n-1)^3 \pi^3}, \quad (2)$$

где  $l$  – ширина основания резервуара, м;

$h$  – высота уровня жидкости, м;

$m_{ж}$  – масса транспортируемой жидкости, кг.

Коэффициент жесткости пружины можно определить по формуле [10]:

$$c_n = 8m_{ж} \frac{g \cdot \text{th}^2 \left[ (2n-1)\pi \frac{h}{l} \right]}{h(2n-1)^2 \pi^2}, \quad (3)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Для адекватного описания ситуации, при которой свободная поверхность жидкости достигает потолка емкости при нестационарных режимах движения цистерны, можно применить подход, предложенный в работе [11]. Он предполагает, что центр масс жидкости в процессе ее колебаний не может оказаться смещенным от равновесного положения на величину  $s_{max}$ , большую, чем при случае, когда вся жидкость сосредоточена у одного из концов резервуара, и ее свободная поверхность вертикальна. Реально такое состояние не может быть достигнуто, так как в этом случае кузов цистерны должен иметь бесконечно большое ускорение. Поэтому в модели учитывается возможность удара жидкого груза о потолок резервуара. Соответственно, значение коэффициента жесткости, эквивалентной упругой связи, определялось по формуле [11]:

$$\begin{cases} c = c_n & \text{при } s \leq s_0, \\ c = c_n e^{\frac{s-s_0}{3(s_{max}-s)}} & \text{при } s > s_0, \end{cases} \quad (4)$$

где  $s_0$  – значение координаты  $x$ , при котором жидкость достигает потолка, м;

$s_{max}$  – максимальная величина, на которую может быть смещен центр тяжести колеблющейся жидкости от равновесного положения, м.

Такой подход позволяет получить адекватные результаты анализа динамики автомобиля-цистерны, что экспериментально подтверждено в работах [12, 13; 19] (рис. 1).

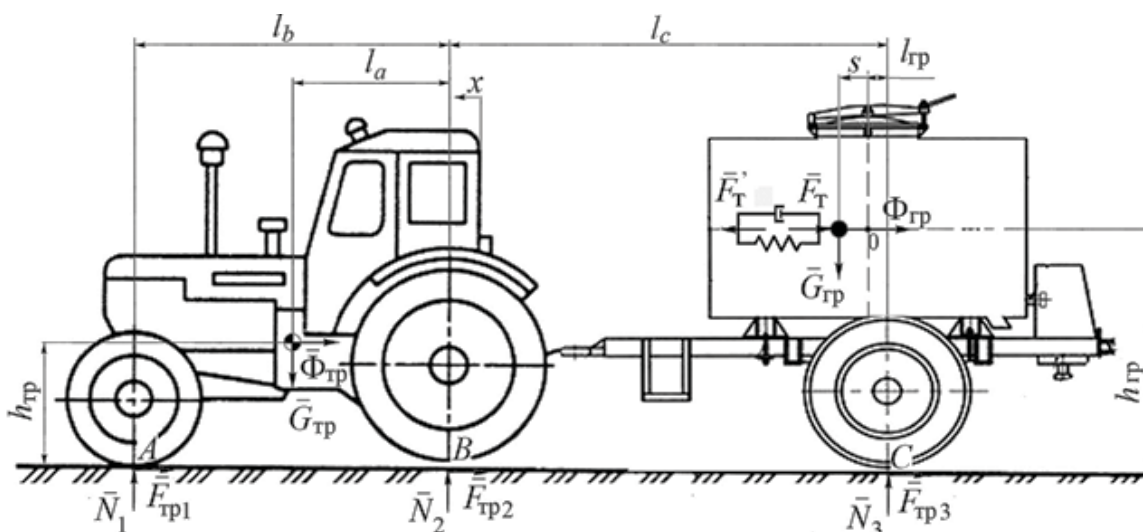


Рисунок 1. Расчетная схема транспортного средства с полуприцепом-цистерной

Диссипативная составляющая (сила неупругого сопротивления) зависит от скорости деформации упругой связи  $\dot{s}$  (точка над переменной здесь и далее означает производную по времени). Примем эту зависимость прямо пропорциональной:

$$F_{ТД} = \alpha \dot{s}, \quad (5)$$

где  $\alpha$  – некоторый коэффициент, значение которого зависит от наличия перегородок и их конфигурации, кг/с.

Таким образом, введенную силу взаимодействия груза с резервуаром можно записать в виде:

$$F_T = cs^k + \alpha \dot{s}. \quad (6)$$

Массой колес можно пренебречь, поскольку она достаточно мала по сравнению с массой транспортного средства и перевозимого жидкого груза. Тогда представленную систему можно рассматривать как систему с двумя степенями свободы, движение которой определяется изменением двух обобщенных координат  $x$  и  $s$  (рис. 1).

Применяя принцип Даламбера, опишем математически торможение (трогание с места) цистерны, учитывая силы инерции трактора  $\Phi_{тр}$  и груза  $\Phi_{гр}$

$$\begin{cases} \Phi_{тр} = m_{тр} \ddot{x}; \\ \Phi_{гр} = m_{гр} (\ddot{s} + \ddot{x}), \end{cases} \quad (7)$$

где  $m_{тр}$ ,  $m_{гр}$  – масса груза и трактора, соответственно, кг;

$x$  – перемещение трактора, м.

Таким образом, на основании выражений (1-7) и уравнений моментов сил, составленных относительно точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  (рис. 1), получена система уравнений, описывающая движение автомобиля и жидкого груза с учетом упруго-диссипативных сил:

$$\begin{cases} m_{гр} (\ddot{s} + \ddot{x}) + F_{уд} (s, \dot{s}) = 0; \\ m_{тр} \ddot{x} - F_{уд} (s, \dot{s}) + F_{тр1} + F_{тр2} + F_{тр3} = 0; \\ N_2 l_b + N_3 (l_b + l_c) - m_{гр} g (l_b + l_c - l_{гр} - s) - \\ - m_{тр} \ddot{x} h_{тр} - m_{гр} (\ddot{s} + \ddot{x}) h_{тр} - m_{тр} g (l_b - l_a) = 0; \\ N_3 l_c - N_1 l_b + m_a g l_{тр} - m_{тр} \ddot{x} h_{тр} - m_{тр} (\ddot{s} + \ddot{x}) h_{тр} + \\ + m_{гр} g (l_c - l_{гр} - s) = 0; \\ -N_2 l_c - N_3 (l_b + l_c) - m_{тр} g (l_c + l_a) - m_{тр} \ddot{x} h_{тр} - \\ - m_{тр} (\ddot{s} + \ddot{x}) h_{тр} + m_{гр} g (l_{гр} + s) = 0; \\ F_{тр} = \min \left\{ f N_2, \frac{2M_3}{R_{ш3}} \right\} + \min \left\{ f N_1, \frac{2M_{II}}{R_{шII}} \right\} + \\ + \min \left\{ f N_3, \frac{2M_{mp-np}}{R_{шmp}} \right\}, \end{cases} \quad (8)$$

где  $l_a$ ,  $l_b$ ,  $l_c$  – расстояние от задней оси до центра тяжести транспортного средства, от передней до задней оси (база) и от задней оси до оси прицепа, м;

$h_{тр}$ ,  $h_{гр}$  – высота центра тяжести транспортного средства и груза соответственно, м.

$l_{гр}$  – расстояние (по горизонтали) от оси прицепа до центра тяжести груза, м;

$f$  – коэффициент трения между шинами и дорогой;

$N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  – нормальные реакции поверхности дороги в точках, Н;

$F_{тр1}$ ,  $F_{тр2}$  – силы трения между дорогой и колесами передней и задней осей соответственно, Н; при-

нимают значения  $\frac{2M_{II}}{R_{шII}}$  и  $\frac{2M_3}{R_{ш3}}$  в результате действия

тормозов транспортного средства и значения

$F_{тр1} = f N_1$  и  $F_{тр2} = f N_2$  при избыточных значениях

тормозных моментов, когда имеет место проскальзывание между колесами и поверхностью дороги;

$R_{шII}$ ,  $R_{ш3}$  – радиусы передней и задней шин транспортного средства, м;

$M_{II}$ ,  $M_3$  – максимальный тормозной момент на передней и задней осях транспортного средства соот-

ветственно, Н·м; коэффициент 2 обусловлен наличием отдельных тормозов на левой и правой стороне

транспортного средства;

$M_{mp-np}$  – момент трения качения колес оси прицепа, Н·м;

$F_{тр3}$  – сила трения, возникающая между колесами оси прицепа и дорогой, Н;

Поскольку силы трения в общем случае зависят от ускорений транспортного средства и жидкого груза, то возникает необходимость итерационного решения системы уравнений (8).

Для двухосного транспортного средства с одноосным прицепом при торможении, необходимо учитывать восемь вариантов:

– качение колес на всех осях происходит без проскальзывания;

– присутствует проскальзывание между колесами только передней оси автотранспортного средства и дорогой;

– имеет место проскальзывание между колесами только задней оси автотранспортного средства и дорогой;

– движение колес прицепа происходит с проскальзыванием, движение автотранспортного средства – без него;

– качение колес, как передней, так и задней осей автотранспортного средства с проскальзыванием;

– движение с проскальзыванием между колесами передней оси автотранспортного средства и оси прицепа;

– имеет место проскальзывание между колесами задней оси автотранспортного средства и оси прицепа;

– качение колес на всех осях происходит с проскальзыванием.

#### **Анализ опрокидывания прицепа-цистерны на основе квазистатической модели**

При повороте автотранспортного средства транспортируемая жидкость смещается в поперечном направлении в сторону боковой стенки резервуара, вы-

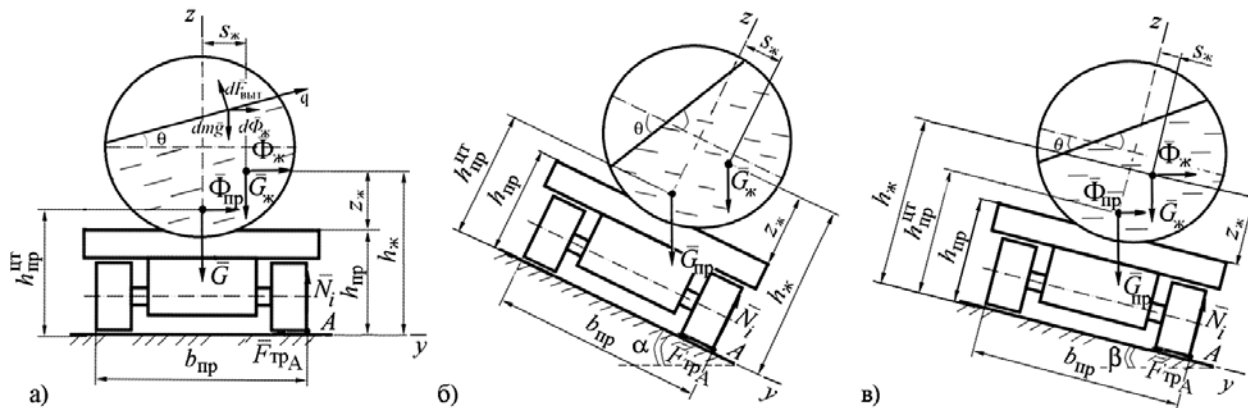


Рисунок 2. Расчетная схема автомобиля: а) при опрокидывании в левом повороте на дороге без уклона; б) при прямолинейном движении на уклоне; в) при левом повороте на дороге с уклоном

звая опасность опрокидывания прицепа-цистерны. Предельный угол, при котором начинается отрыв колес от поверхности земли, определяется исходя из равенства нулю суммы моментов относительно оси, вокруг которой происходит опрокидывание. В рассматриваемом случае эта ось проходит через точку  $A$  (рис. 1) перпендикулярно плоскости рисунка. Уравнения в соответствии с принципом Даламбера, из которых можно определить динамические параметры системы для момента начала опрокидывания, имеют вид:

при повороте прицепа-цистерны на ровной дороге (рис. 2а)

$$\Sigma M_{iA} = G_{пр} \cdot \frac{b_{пр}}{2} - \Phi_{пр} \cdot h_{пр}^{ит} + G_{ж} \times \left( \frac{b_{пр}}{2} - s_{ж} \right) - \Phi_{ж} \cdot (h_{пр} + z_{ж}) = 0 \quad (9)$$

при прямолинейном движении прицепа-цистерны по дороге с уклоном (рис. 2б)

$$\Sigma M_{iA} = G_{пр} \left( \frac{b_{пр}}{2} \cos \alpha - h_{пр}^{ит} \sin \alpha \right) + G_{ж} \times \left( \left( \frac{b_{пр}}{2} - s_{ж} \right) \cos \alpha - (h_{пр} + z_{ж}) \sin \alpha \right) = 0 \quad (10)$$

при повороте прицепа-цистерны на дороге с уклоном (рис. 2в)

$$\Sigma M_{iA} = G_{пр} \left( \frac{b_{пр}}{2} \cos \beta - h_{пр}^{ит} \sin \beta \right) + G_{ж} \cdot \left( \left( \frac{b_{пр}}{2} - s_{ж} \right) \cos \beta - (h_{пр} + z_{ж}) \sin \beta \right) + \Phi_{пр} \left( \frac{b_{пр}}{2} \sin \beta - h_{пр}^{ит} \cos \beta \right) + \Phi_{ж} \cdot \left( \left( \frac{b_{пр}}{2} - s_{ж} \right) \times \sin \beta - (h_{пр} + z_{ж}) \cos \beta \right) = 0 \quad (11)$$

где  $\Phi_{пр}$  – сила инерции, действующая на центр масс автомобиля, Н;

$\Phi_{ж}$  – сила инерции, действующая на центр масс жидкого груза, Н;

$G_{пр}$ ,  $G_{ж}$  – силы тяжести прицепа-цистерны и жидкого груза, соответственно, Н;

$b_{пр}$ ,  $h_{пр}$  – ширина (колея) и высота шасси прицепа-цистерны, м;

$h_{пр}^{ит}$  – высота центра тяжести прицепа-цистерны, м;

$s_{ж}$  – смещение жидкого груза вдоль поперечной оси симметрии прицепа-цистерны относительно продольной оси симметрии, м;

$z_{ж}$  – высота центра тяжести жидкого груза относительно шасси прицепа-цистерны, м.

В уравнениях (9-11) параметры  $s_{ж}(\theta)$  и  $z_{ж}(\theta)$  – координаты центра тяжести жидкости, м. Они зависят от угла наклона свободной поверхности жидкости  $\theta$  по отношению к дну резервуара.

Угол  $\theta$  можно определить, спроецировав силы, действующие на частицу жидкости на свободной поверхности при движении автотранспортного средства с постоянной скоростью  $v_0$  по дуге радиуса  $\rho$ , на ось  $q$ . Например, для случая поворота прицепа-цистерны на ровной дороге (рис. 2а)

$$d\Phi_{ж} \cos \theta = dm\vec{g} \sin \theta,$$

$$dm \frac{v_0^2}{\rho} \cos \theta = dm\vec{g} \sin \theta,$$

откуда

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v_0^2}{\rho} \quad (12)$$

При прямолинейном движении прицепа-цистерны по дороге с уклоном (рис. 2б) угол наклона жидкости  $\theta$  равен углу наклона поверхности дороги  $\alpha$ , а при повороте прицепа-цистерны на дороге с уклоном также в результате проецирования сил, действующих на частицу жидкости на свободной поверхности, получается выражение (12).

Координаты центра тяжести жидкого груза в цилиндрическом или эллиптическом резервуаре зависят от зоны, в которой находится свободная поверхность жидкости (рис. 3а), и могут быть определены в соответствии с [14] по формулам:

$$z_c = \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{\sin \theta} \left( z \cos \theta - \frac{D}{2} \cos \gamma \right) \int_{-\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}}^{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}} z dy dz +$$

$$+ \delta_1 \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \int_{-\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}}^{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}} z dy dz +$$

$$+ \delta_2 \int_{z_2}^{\frac{D}{2}} \int_{-\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}}^{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}} z dy dz \times \left[ 0,125D^2 \times \right.$$

$$\left. \times (2\pi - 2\gamma + \sin(2\gamma)) \right]^{-1}, \quad (13)$$

$$y_c = \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{\sin \theta} \left( z \cos \theta - \frac{D}{2} \cos \gamma \right) \int_{-\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}}^{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}} y dy dz +$$

$$+ \delta_1 \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \int_{-\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}}^{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}} y dy dz +$$

$$+ \delta_2 \int_{z_2}^{\frac{D}{2}} \int_{-\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}}^{\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - z^2}} y dy dz \times \left[ 0,125D^2 \times \right.$$

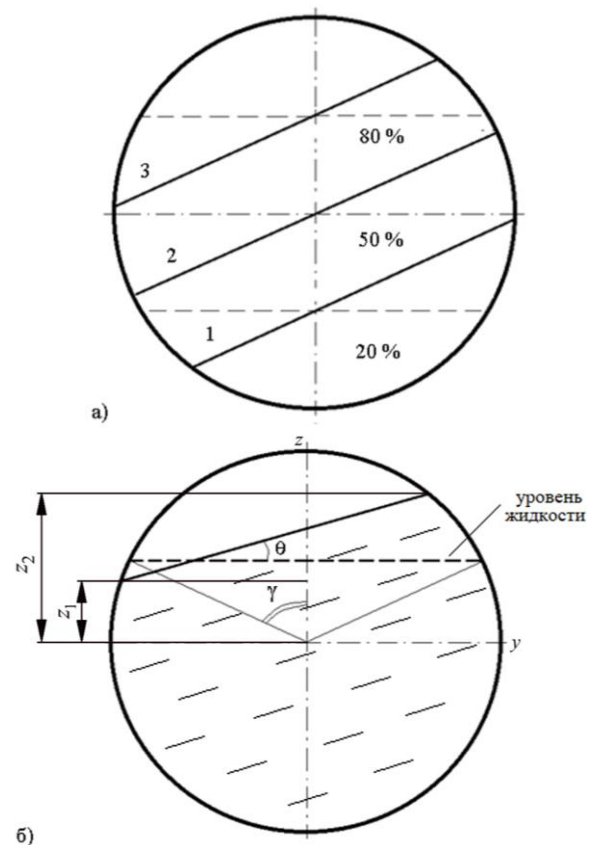
$$\left. \times (2\pi - 2\gamma + \sin(2\gamma)) \right]^{-1}, \quad (14)$$

где  $D$  – диаметр цилиндрического резервуара, м;  
 $z_1, z_2$  – координаты крайних точек свободной поверхности жидкости (рис. 3б), м; принимают значения [14]:

$$z_{1,2} = \frac{D}{2} \cos(\gamma \pm \theta), \quad (15)$$

$\delta_1, \delta_2$  – коэффициенты наличия зон 1 и 3; принимают значение 1 при присутствии данной зоны и значение 0 – при ее отсутствии;

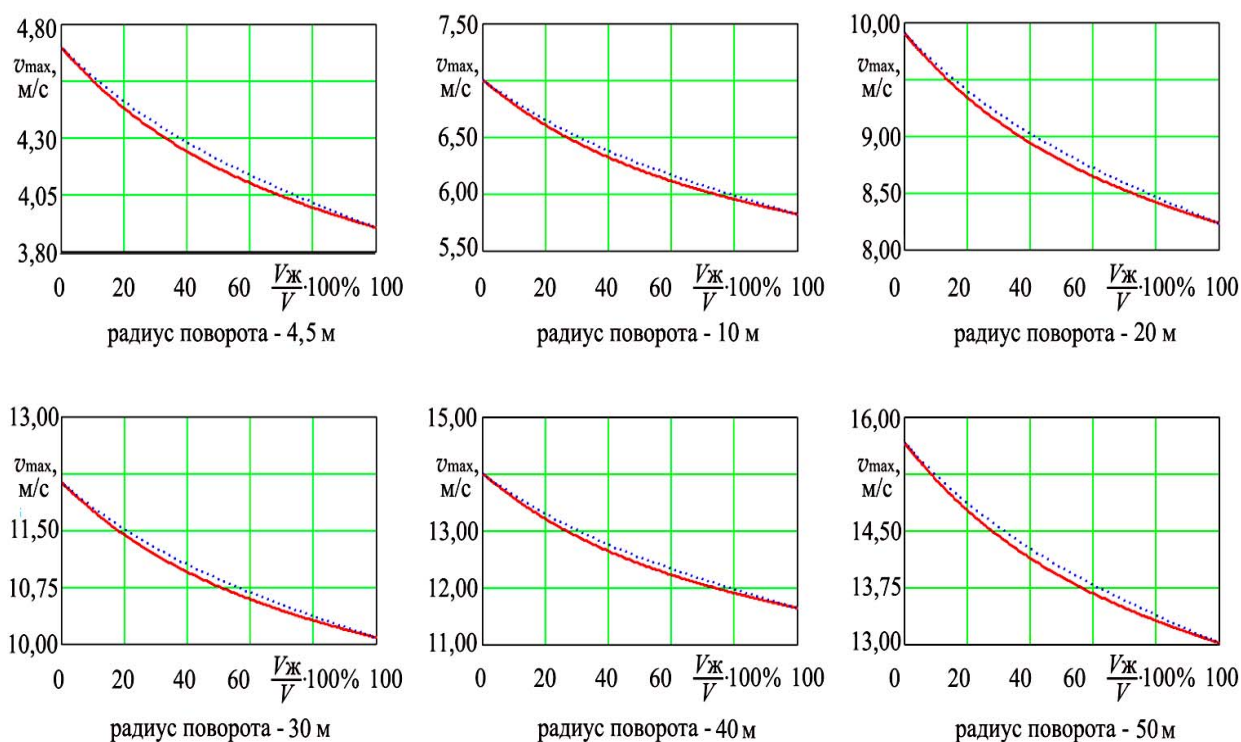
$\gamma$  – половина центрального угла сегмента сечения (рис. 3б), рад.



**Рисунок 3. Зоны заполнения цилиндрической цистерны (а) и схема определения угла раствора сегмента сечения цистерны (б)**

Если в резервуарах, устанавливаемых на автотранспортных средствах сельскохозяйственного назначения, применяются проницаемые перегородки [15], то жидкость имеет возможность перетекать из одной части резервуара в другую. В этом случае имеет место принцип сообщающихся сосудов, и для первичной оценки устойчивости транспортного средства можно рассматривать жидкость как один объем. Поскольку ширина отсека в резервуарах сельскохозяйственных прицепов-цистерн обычно не превышает 1 м, динамическими эффектами, связанными с гидродаром, можно пренебречь и ограничиться рассмотрением модели жидкости со свободной плоской поверхностью.

В процессе исследований рассчитаны значения максимальной скорости, при которых обеспечивается устойчивость прицепа-цистерны типа АПВ-3 в случае его транспортировки трактором БЕЛАРУС-820 при повороте с радиусом от 4,5 м, который является минимально допустимым в соответствии с техническими характеристиками транспортного средства [16]. Построена зависимость допускаемой скорости движения от отношения объема перевозимой жидкости  $V_{ж}$  к объему резервуара  $V$  (рис. 4).



..... жидкость не перемещается внутри резервуара — относительное перемещение жидкости в резервуаре учтено

Рисунок 4. Зависимость допускаемой скорости движения транспортного средства в повороте различного радиуса от отношения объема жидкости к объему резервуара цистерны

Результаты расчетов показывают, что учет перетекания жидкости приводит к уменьшению допускаемой скорости движения. То есть рассчитанная допустимая скорость для минимального радиуса поворота прицепа-цистерны составляет 3,90 м/с или 14,04 км/ч, что на 6,4 % ниже максимально допустимой скорости движения прицепа такого типа, составляющей 15 км/ч [17].

### Заключение

В работе представлены математические модели, позволяющие оценить динамические характеристики автотранспортного средства с частично заполненным прицепом-цистерной.

Показано, что учет при прямолинейном движении чередования режимов трения с проскальзыванием и без него, которое оказывает существенное влияние на управляемость энергосредства, приводит к восьми вариантам решения системы, которые определяются разными выражениями сил трения и учитывают наличие или отсутствие проскальзывания между колесами осей трактора и прицепа-цистерны. Для приближенной оценки возможности опрокидывания при повороте прицепа-цистерны, а также при прямолинейном движении по дороге с уклоном, предлага-

ется использовать квазистатическую модель. Если же требуется уточненный анализ поведения трактора с транспортируемой жидкостью, то в качестве первого приближения можно использовать уравнения, построенные на основе эквивалентных моделей.

Для оценки эффективности гашения колебаний жидкости в резервуаре с перегородками различной формы, а также учета гидродинамических эффектов и геометрических особенностей конструкции, следует осуществлять численное моделирование колебаний жидкого груза в резервуаре, например, в инженерном пакете ANSYS [18].

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Analysis of lateral sloshing forces within road containers with high fill levels / J. A. Romero [et.al.] // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D // Journal of Automobile Engineering. – 2006. – Vol. 220. – P. 303-312.
2. Experimental and theoretical investigation on the sloshing of a two-liquid system with free surface / M. La Rocca [et al.] // Physics of Fluids. – 2005. – № 17. – P. 062101-1–062101-17.

3. Rollover stability analysis of tank vehicles based on the solution of liquid sloshing in partially filled tanks / X. Zheng [et al.] // *Advances in Mechanical Engineering*. – 2017. – Vol. 9. – No. 6. – 26 p.
4. Simplified mechanical model for seismic design of horizontal storage tank considering soil-tank-liquid interaction / Y. Lyu [et al.] // *Ocean Engineering*. – 2020. – Vol. 198. – 12 p.
5. Dodge, F.T. The new «Dynamic behavior of liquids in moving containers» / F.T. Dodge. – San Antonio, Texas: Southwest Research Institute, 2000. – 195 p.
6. Шимановский, А.О. Особенности построения математических моделей автоцистерн при моделировании их динамики / А.О. Шимановский // *Вестник Командно-инженерного института МЧС Республики Беларусь*. – 2016. – № 2 (24). – С. 52-61.
7. Кузнецова, М.Г. Демпфирование колебаний жидкостей в транспортных резервуарах с перегородками / М.Г. Кузнецова // *Современные технологии. Системный анализ. Моделирование*. – 2013. – № 2 (38). – С. 24-28.
8. Высоцкий, М.С. Динамика автомобильных и железнодорожных цистерн / М.С. Высоцкий, Ю.М. Плещачевский, А.О. Шимановский. – Минск: Белавтотракторостроение, 2006. – 320 с.
9. Шимановский, А.О. Моделирование динамики транспортного средства с навесной емкостью для жидкости / А.О. Шимановский, М.А. Бойкачев, М.Г. Кузнецова // *Проблемы и перспективы развития транспортных систем строительного комплекса: материалы II Междунар. науч.-практ. конф.* – Гомель: БелГУТ, 2008. – С. 189-190.
10. Ibrahim, R.A. Recent advances in liquid sloshing dynamics / R.A. Ibrahim, V.N. Pilipchuk, T. Ikeda // *Applied Mechanics Reviews*. – 2001. – Vol. 54. – № 2. – P. 133-199.
11. Шимановский, А.О. Модифицированная дискретно-массовая модель цистерны с жидкостью / А.О. Шимановский // *Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: международ. сб. науч. тр.* – Гомель: БелГУТ, 2011. – Вып. 5. – С. 163-165.
12. Гриднев, С.Ю. Использование механического аналога жидкости для моделирования колебаний автоцистерны при разгоне и торможении / С.Ю. Гриднев, А.Н. Будковой // *Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура*. – 2011. – № 1. – С. 98-106.
13. Будковой, А.Н. Нестационарные колебания балочных систем при переходных режимах воздействия подвижной нагрузки: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.17 / А.Н. Будковой; Воронежский государственный архитектурно-строительный ун-т. – Воронеж, 2014. – 20 с.
14. Гаврилов, А.А. Динамическая модель относительного покоя жидкости в автоцистерне при равномерном движении по криволинейному участку дороги / А.А. Гаврилов, Ю.Л. Власов, Н.А. Морозов // *Вестник Оренбургского государственного университета*. – 2014. – № 10 (171). – С. 44-48.
15. Кожушко, А.П. Теорія коливань трактора при транспортуванні цистерн сільськогосподарського призначення: монографія / А.П. Кожушко. – Харків: Видавець О.А. Мірошніченко, 2021. – 240 с.
16. BELARUS-820 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.belarus-tractor.com/catalog/belarus-80-1/belarus-82-0/> – Дата доступа: 20.01.2022.
17. АПВ-3 агрегат для перевозки воды, самозаправляющийся [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://agroru.com/doska/apv-3-agregat-dlya-perevozki-vody-samozapravlyajuschij-sya-57923.htm>. – Дата доступа: 20.01.2022.
18. Kuzniatsova, M. Definition of rational form of lateral perforated baffle for road tanks / M. Kuzniatsova, A. Shimanovsky // *Procedia Engineering*. – 2016. – Vol. 134. – P. 72-79.
19. Цистерна: патент 8273 Респ. Беларусь, МПК7 В 65D 88/12, В60 Р 3/22 / В.Я Тимошенко, А.О. Шимановский, А.В. Новиков, Г.И. Кошля; заяв. Белор. гос. аграрн. технич. ун-т. – № u 20110870; заявл. 2011.11.08; опубл. 2012.06.30.

ПОСТУПИЛА В РЕДАКЦИЮ 22.03.2022