

**Несенчук А.А., к.т.н., доцент**  
**Объединенный институт проблем информатики**  
**НАН Беларуси, Минск, Республика Беларусь**  
**КОНФИГУРИРОВАНИЕ ОБЛАСТИ УСТОЙЧИВОСТИ**  
**ПРИ СИНТЕЗЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ**

Рассматриваются динамические системы, параметры которых непредсказуемо изменяются в процессе функционирования. Это приводит к неопределенности коэффициентов характеристического уравнения, описывающего динамику системы. При синтезе подобных систем возникает задача расчета интервалов значений этих коэффициентов, в пределах которых система сохраняет устойчивость, т.е. является робастной [1]. Задача решается посредством конфигурирования поля свободных корневых траекторий системы [2].

Динамические свойства системы описываются уравнением вида

$$s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3 = p(s), \quad (1)$$

где  $a_j \in [\underline{a}_j, \bar{a}_j], j = 1, \dots, 3, s = \sigma + i\omega$ .

Уравнения свободного корневого годографа и параметра на границе асимптотической устойчивости [2] определяются соответственно выражениями

$$\omega^3 - a_2\omega = 0, \quad (2)$$

$$a_1\omega^2 = a_3. \quad (3)$$

Корневой портрет системы рассматривается как множество полей корневых траекторий, среди которых выделяется доминирующее поле  $F_d$ , устойчивость которого гарантирует устойчивость всего семейства в целом. На основе установленных закономерностей динамики и конфигурации годографов, а также выражений (2) и (3) определяется функция доминирующего поля

$$f_d(\sigma, \omega) = \omega^2 - 3\sigma^2 - 2\underline{a}_1\sigma \quad (4)$$

и формулируется условие устойчивости.

*Условие устойчивости.* Семейство характеристических полиномов (1) динамической системы является асимптотически устойчивым, если доминирующее поле  $F_d$  системы (доминирующий корневой годограф  $h_d$  системы) располагается в левой полуплоскости корней  $s$ .

Конфигурирование области устойчивости (доминирующего поля) осуществляется путем расчета и настройки параметров

(синтеза) семейства (1) согласно данному методу, что выполняется, как правило, посредством определения (настройки) значений параметров  $a_2$  и  $a_3$  в соответствии со следующими условиями:

$$0 < a_3 < \min(a_3(c_i)), a_2(c_m) < a_2 < a_2(c_i), \quad (5)$$

где  $a_3(c_i)$ ,  $a_2(c_i)$  – соответственно значение коэффициентов  $a_3$  и  $a_2$  в определенной точке  $c_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , пересечения границы устойчивости  $i$ -й линией уровня доминирующего поля  $F_d$ .

При необходимости выполняется также настройка параметра  $a_1$ .

Разработан алгоритм конфигурирования области устойчивости системы.

В качестве примера расчета рассматривается система с характеристическим полиномом

$$s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3 = p(s)$$

при условии, что  $a_1 \in [10, 20]$ ,  $a_2 \in [5, 25]$ ,  $a_3 \in [130, 250]$ .

Формируется корневая полевая математическая модель динамики данной системы и определяются соответствующие выражения для вычисления значений параметров  $a_2$  и  $a_3$  на основе (2) – (5). Проверка системы на устойчивость показала, что система неустойчива. Это подтверждается также графическим построением доминирующего поля, которое частично располагается в правой полуплоскости  $s$ . Поэтому, выполняется перемещение доминирующего поля в левую полуплоскость корней  $s$  посредством вычисления новых значений параметров  $a_2$  и  $a_3$  на основе условия (5).

Результат конфигурирования области устойчивости показан на рисунке 1. На рисунке 1 область устойчивости  $F_d = abcd$  полностью располагается в левой полуплоскости корней системы. Значения параметров после настройки следующие:

$$\underline{a}_1 = 10, \bar{a}_1 = 20, \underline{a}_2 = 10, \bar{a}_2 = 25, \underline{a}_3 = 20, \bar{a}_3 = 70.$$

Разработанный метод позволяет выполнять анализ и параметрический синтез робастно устойчивых систем по их графическому корневому портрету путем конфигурирования доминирующего поля корневых траекторий в плоскости корней. Метод также может быть использован для ориентации области корней системы в плоскости корней определенным образом, что позволяет обеспечить желаемое робастное качество. Результаты работы могут быть применены при проведении процедур синтеза робастных систем управления различными техническими объектами, в том числе функционирующими в нестабильных условиях окружающей среды.

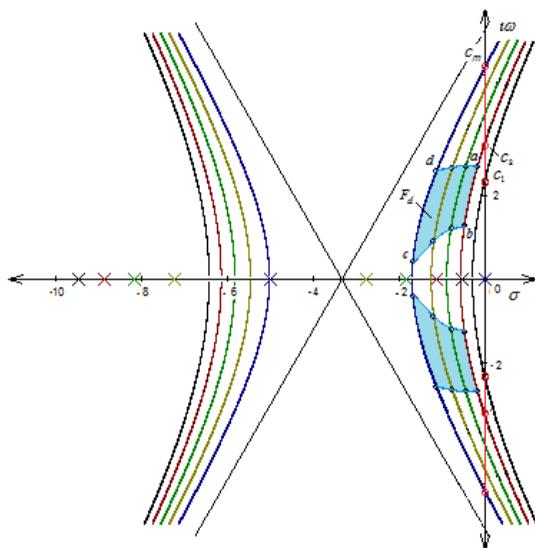


Рисунок 1 – Поле корневых траекторий полинома  $s^3 + 10s^2 + a_2s + a_3 = p(s)$  при  $a_2 \in [5, 25]$ ,  $a_3 \in [-\infty, +\infty]$  и доминирующее поле  $F_d = abcd$  устойчивое при  $a_2 \in [10, 25]$ ,  $a_3 \in [70, 20]$

#### Список использованных источников

1. Поляк, Б.Т. Робастная устойчивость и управление / Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
2. Несенчук, А.А. Анализ и синтез робастных динамических систем на основе корневого подхода / А.А. Несенчук. – Мн: ОИПИ НАН Беларуси, 2005. – 234 с.

**Никитин А.В., Лановский Р.А., Бушинский М.В.**  
**Государственное научно-производственное объединение**  
**“Научно-практический центр Национальной академии наук**  
**Беларуси по материаловедению”, Минск, Беларусь**  
**ПОЛУЧЕНИЕ ТВЁРДЫХ РАСТВОРОВ**  
**ТИТАНАТОВ СТРОНЦИЯ  $SR_{1-x}LN_xTiO_3$**

Теплота, выделяющаяся в окружающую среду при работе промышленных предприятий, предприятий АПК и автотранспорта, может быть непосредственно и эффективно преобразована в электри-