

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ашмарин И. П. Быстрые методы статистической обработки и планирования экспериментов. Изд-во ЛГУ, 1971.
2. Саутин С. Н. Планирование эксперимента в химии и химической технологии. — Л.: Химия, 1975.
3. Нагорский И. С. Оптимизация сложных систем механизированного сельскохозяйственного производства. — Вопросы сельскохозяйственного механика, вып. 22. Минск, 1976 (ЦНИИМЭСХ).
4. Красовский Г. И., Филаретов Г. Ф. Планирование эксперимента. — Минск. изд-во БГУ им. В. И. Ленина, 1982.

В. А. СКОТНИКОВ,  
 док. техн. наук;  
 Ю. В. ЧИГАРЕВ,  
 канд. физ-мат. наук

## О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛАСТИЧНОГО КОЛЕСА И ГРУНТА СО СЛОЖНЫМИ СВОЙСТВАМИ

В данной работе рассматривается качение эластичного колеса по грунтовой поверхности с упруго-вязко-пластическими свойствами, модель которой представлена на рис. 1.

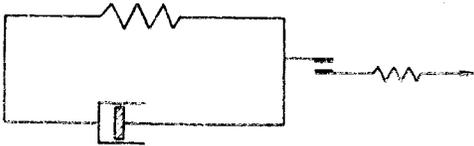


Рис. 1. Реологическая модель грунта.

В основу модели положены три основных механизма деформирования грунта: упругий, пластичный и вязкий. Условие пластичности грунта примем в виде [1]

$$\sigma - c e_r^p - \mu \dot{e}_r^p = k(P); \quad \dot{e}_r^p = de_r^p/dt, \quad (1)$$

где  $\sigma$  — напряжения в зоне контакта;  $e_r^p$  — пластические деформации;  $c$  — модуль упрочнения;  $k$  — коэффициент пластичности;  $P$  — давление,  $t$  — параметр времени. Реологическое уравнение, описывающее напряженно-деформированное состояние грунта, в этом случае будет иметь вид

$$\mu \dot{\sigma} + (E_r + c) \sigma = E_r c e_r + \mu E_r \dot{e}_r + E_r k. \quad (2)$$

Здесь  $\dot{\sigma} = d\sigma/dt$ ;  $E_r$  — модуль Юнга,  $e_r$  — полная деформация грунта, представляющая собой сумму упругой  $e_r^e$  и

пластической  $e_p^r$ . При равномерном движении колесного движителя перемещение грунтовой поверхности можно считать установившимся по отношению к системе координат  $Ox_1y_1$ , движущейся поступательно вместе с центром колеса. Предположим, что колесо вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , а ось его движется со скоростью  $v_k = \text{const}$ . Тогда участок  $a_3 \leq x \leq a_1$  оси  $Ox_1$ , соответствующий линии контакта, также перемещается вдоль оси  $Ox$  со скоростью  $v_k$ . Связь между координатами  $Ox_1$  и  $Ox$  одной и той же точки в области контакта представим в виде  $x_1 = x - v_k t$ .

Положим зависимость радиальной деформации шин  $e_{ш}$  от нормальных контактных напряжений  $\sigma$  в виде [2]

$$\sigma = e_{ш} E_{ш}, \quad (3)$$

где  $E_{ш}$  — коэффициент деформации шины. Связь между деформациями и нормальными перемещениями запишем в виде формулы Коши

$$e_r = \frac{du_r}{dy}; \quad e_{ш} = \frac{du_{ш}}{dy}. \quad (4)$$

Нормальные смещения в обоих телах определим в области загрузки  $(0, a_1)$ :

$$u_{ш} = \frac{1}{2r_1} (a_1^2 - y^2) - u_r. \quad (5)$$

В области разгрузки  $(0, a_3)$

$$u'_{ш} = \frac{1}{2r_2} (a_3^2 - y^2) - u'_r. \quad (6)$$

Здесь и далее штрихами обозначаем величины, относящиеся к зоне разгрузки,  $r_{1(2)}$  обозначают радиальные радиусы. Определим  $r_1$  и  $r_2$  в зависимости от нагрузки  $G$  и давления воздуха в шине  $P_{ш}$ .

Линию контакта  $[a_1, a_3]$  в зонах загрузки и разгрузки можно получить, если вращать радиус  $r$  в плоскости  $xu$  с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , при этом считать, что точка  $M$  движется по радиусу со скоростью, пропорциональной расстоянию  $OM$  (рис. 2). Пусть точка  $A$  соответствует углам  $\alpha = \beta = 0$ . Обозначим через  $r_0$  расстояние от центра  $O$  до точки  $A$ . Согласно приведенным допущениям в зоне загрузки имеем:

$$\frac{dr_1}{dt} = \omega_1 r_1, \quad (7)$$

в зоне разгрузки

$$\frac{dr_2}{dt} = \omega_2 r_2. \quad (8)$$

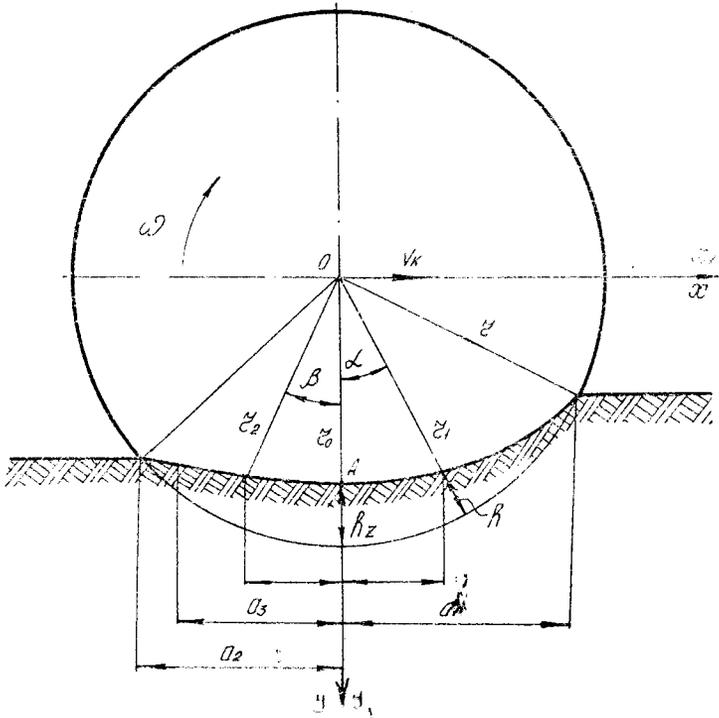


Рис. 2. Схема взаимодействия колеса с грунтом.

Если  $m_1=m_2=0$ , то приходим к задаче о качении жесткого колеса по деформируемому грунту. После интегрирования уравнения (7) и (8), приводятся к виду

$$r_1 = r_0 e^{m_1 x}, \quad r_2 = r_0 e^{m_2 x} \quad (9)$$

или

$$r_1 = r_0 e^{\delta_1 x}, \quad r_2 = r_0 e^{\delta_2 x}, \quad (10)$$

где  $\delta_i = m_i / \omega$  — безразмерная величина ( $i=1,2$ ). Связь между  $r_1$  и  $r_2$  запишется так:

$$r_2 = r_1 e^{(\delta_2 x - \delta_1 x)}. \quad (11)$$

Первое уравнение в (10) можно записать так (см. рис. 2):

$$r - h = r_0 e^{\delta_1 x}, \quad (12)$$

где  $h$  — радиальное перемещение точки колеса при его деформировании.

Можно записать также, что

$$r - r_0 = h_z = \lim_{x \rightarrow 0} h \cos \alpha = \lim_{x \rightarrow 0} (r - r_0 e^{\delta_1 x}) \cos \alpha. \quad (13)$$

Для небольших углов  $\alpha$ , которым могут соответствовать упругие, неупругие и остаточные деформации грунта, можно записать:

$$\frac{r \cos \alpha - h_z}{r_0 \cos \alpha} = e^{\delta_1 \alpha}, \quad (14)$$

откуда

$$\delta_1 = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{r \cos \alpha - h_z}{r_0 \cos \alpha}. \quad (15)$$

Подставим (15) в (10), получим:

$$r_1 = r_0 e^{\ln \left( \frac{r}{r_0} - \frac{h_z}{r_0 \cos \alpha} \right)} = r_0 \left( \frac{r}{r_0} - \frac{h_z}{r_0 \cos \alpha} \right). \quad (16)$$

Связь между нормальным прогибом в зависимости от нагрузки  $G$  и давления  $P_w$  воздуха в шине устанавливается формулой [2]

$$h_z = \frac{\Gamma}{1 + P_w} \sqrt[4]{G^3}, \quad (17)$$

где  $\Gamma$  — коэффициент, определяемый экспериментально. Числовые значения которого имеют следующие значения:

- 1) для диагональных шин низкого давления — 0,41—0,74;
- 2) для шин с регулируемым давлением — 0,45—0,63;
- 3) для широкопрофильных шин — 0,25—0,50.

Тогда с учетом (17)

$$r_1 = \left[ r - \frac{1}{\cos \alpha} \cdot \frac{\Gamma}{(1 + P_w)} \sqrt[4]{G^3} \right]. \quad (18)$$

Таким образом, для любой точки линии контакта можно определить  $r_1$ . Радиус  $r_2$  определяется аналогичными рассуждениями:

$$r_2 = \left[ r - \frac{1}{\cos \beta} \cdot \frac{\Gamma}{(1 + P_w)} \sqrt[4]{G^3} \right]. \quad (19)$$

Используя представления

$$\varepsilon = \frac{d\sigma}{dx} x; \quad \dot{\varepsilon} = \frac{d\dot{\sigma}}{dx} x \quad (20)$$

и учитывая, что  $x = -v_k$ , уравнение (2) примет вид

$$\sigma^* = E_r e^{\sigma^* r}, \quad (21)$$

$$\text{где } \begin{cases} \sigma^* = \left[ (E_r + c) \varepsilon - \frac{1}{c} v_k \mu \frac{d\varepsilon}{dx} - \frac{1}{c} E_r k \right] \\ e_{r^*} = e_r - \frac{1}{c} v_k \mu \frac{de_r}{dx}. \end{cases} \quad (22)$$

Уравнение (21) представляет собой линейную связь между значениями фиктивных напряжений и деформаций. Для определения напряжений  $\sigma^*$  на линии контакта используем метод сопряжения. После преобразований получим:

$$\begin{aligned} \sigma^* = & \frac{\sqrt{(\eta_0 - a_1)(a_3 - \eta_0)}}{HN} \times \\ & \times \frac{(1 + P_w)}{[\Gamma_{1(2)}(1 + P_w) - \Gamma_1^4 G^3]} \int_{-a_3}^{a_1} \frac{\eta d\eta}{\sqrt{(\eta - a_1)(a_3 - \eta)}}, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $N = E_m E_r / 12$ , а  $\eta_0$  — точка контакта. Из (22) с учетом (23) получим истинные напряжения:

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{c}{E_r + c} \left( c \frac{(E_r + c)}{v_k \mu} (a_1 - a_3) + 1 \right) \times \\ & \times \left[ \frac{E_r k}{c} + \frac{E_m E_r}{12} \cdot \frac{(a_1 - a_3)(1 + P_w) \sqrt{(a_1 - \eta_0)(a_3 - \eta_0)}}{[(1 + P_w) \Gamma_{1(2)} - \Gamma_1^4 G^3]} \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Таким образом, зависимость напряжений  $\sigma$  от свойств грунта и шины выражается формулой (24).

Коэффициенты  $E_r$ ,  $E_m$ ,  $k$ ,  $\mu$ ,  $c$ ,  $a_1$ ,  $a_3$ ,  $P_w$  определяются из известных соотношений [1—4].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ивлев Д. Д., Быковцев Г. И. Теория упрочняющегося пластического тела. — М.: Наука, 1972.
2. Агейкин Я. С. Проходимость автомобилей. — М.: Машиностроение, 1981.
3. Ульянов Н. А. Основы теории и расчета колесного движителя землеройных машин. — М.: Машгиз, 1962.
4. Цытович Н. А. Механика грунтов. — М.: Высшая школа, 1979.