В. А. СКОТНИКОВ, доктор техн. наук;
Ю. В. ЧИГАРЕВ, канд. физ.-мат. наук

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОЛЕСА С ГРУНТОМ С УЧЕТОМ ГИСТЕРЕЗИСНЫХ ЯВЛЕНИЙ

Вопросы теоретических и экспериментальных исследований о перекатывании тел получили в последнее время широкое развитие. Существенные результаты в этой области получены в работах О. Рейнольдса [1], Н. Фромма [2], А. Ю. Ишлинского [3], Н. И. Глаголева [4], Л. А. Галина [5], Р. В. Вирабова [6] и др.

Силы сопротивления качению являются главной характеристикой перемещения движителей, так как оказывают непосредственное влияние на тягово-сцепные качества, проходимость машин и общую эффективность их использования.

Аналитическое исследование контакта колесного движителя и грунта на основе точных соотношений математической теории упругости чрезвычайно сложно. Исследования значительно упрощаются при использовании достаточно простой модели, приближенно описывающей взаимодействие в контакте.

В настоящей работе приводятся некоторые результаты аналитического решения задачи о качении колесного движителя по криволинейной в плане поверхности грунта с использованием модели А. Ю. Ишлинского [3].

При равномерном движении по поверхности грунта колесный движитель может работать на режиме ведущего и свободного колеса. В режиме ведущего колеса крутящий момент колесного движителя расходуется как на преодоление сопротивления качению, так и на создание силы тяги. Режим свободного колеса обусловлен отсутствием силы тяги. Преобразование крутящего момента в силу тяги и в силу сопротивления качению в значительной степени связано с потерями на гистерезис и с потерями на трение на участках скольжения.

Явление гистерезиса при определении сопротивления качению для других физических задач рассматривалось в работах [6, 7], где авторы с помощью характеристик упругого деформирования (работы и мощности) определяли коэффициент сопротивления качению.

Рассмотрим взаимодействие колесного движителя и грунта без учета скольжения. Контакт тел (рис. 1) можно рассматривать как соприкосновение двух поверхностей: поверхности ко-

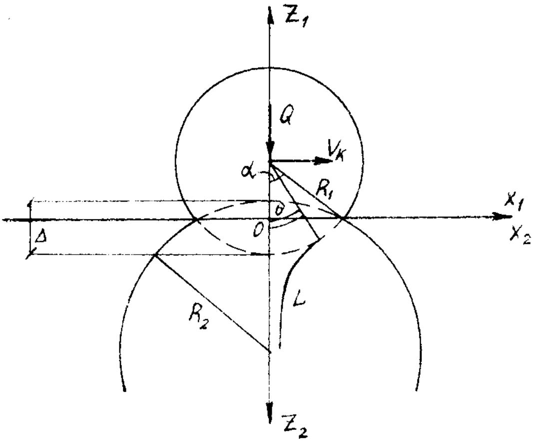

Рис. 1.

лесного движителя, отнесенной к прямоугольной подвижной системе координат $o\,x_1\,y_1\,z_1$, и поверхности грунта, отнесенной к неподвижной системе координат $ox_2y_2z_2$.

Пусть в рассматриваемый момент времени оси ox_1 и ox_2 лежат в плоскости касательной к обеим телам, а оси oz_1 и oz_2 совместим соответственно с внутренними нормалями поверхностей колеса и грунта.

В дальнейшем модули свойств материалов, выражения смещений, напряжений и других величин, относящихся к колесу, будем отмечать индексом 1, а относящихся к грунту — индексом 2. При равномерном движении колесного движителя движение среды можно считать установившимся по отношению к системе координат $o\,x_1\,y_1\,z_1$, движущейся поступательно вместе с центром колеса. Тогда, согласно теории Герца, уравнения поверхностей контактирующих тел до их деформации в окрестности точки можно представить в виде суммы функционалов [8]

$$z_1 = A_1(x_1, y_1, z_1) + B_1(x_1, y_1, z_1);$$
$$z_2 = A_2(x_1, y_1, z_2) + B_2(x_1, y_1, z_2). \qquad (1)$$

где $A_1 = \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\partial^2 z_1}{\partial x_1^2}\, x_1^2 - \dfrac{\partial^2 z_1}{\partial y_1^2}\, x_2^2\right]$; $B_1 = \dfrac{\partial^2 z_1}{\partial x_1\,\partial y_1}\, x_1 x_2$,

$$A_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 z_2}{\partial x_1^2}\, x_1^2 - \frac{\partial^2 z_2}{\partial y_1^2}\, x_2^2\right]; \quad B_2 = \frac{\partial^2 z_2}{\partial x_1\,\partial y_1}\, x_1 x_2.$$

Положим, что радиусы кривизны поверхностей велики по сравнению с размерами контакта, тогда задача сводится к взаимодействию двух полупространств. Обозначим через u_1 и u_2 вертикальные смещения точек обеих соприкасающихся поверхностей, лежащих на одной нормали к касательной плоскости ox_1y_1 (ox_2y_2) в направлении осей ox_1 и ox_2. Тогда нормальные смещения внутри зоны контакта будут связаны соотношением [8]

$$u_1+u_2=\Delta-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 z_1}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 z_2}{\partial x_1^2}\right)x_1^2-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 z_1}{\partial y_2^2}+\frac{\partial^2 z_2}{\partial y_2^2}\right)y_1^2. \tag{2}$$

Здесь Δ — сближение тел.

Рассмотрим случай плоской деформации. Пусть ось колеса движется со скоростью $v_к$ =const, а вращение колеса происходит с постоянной угловой скоростью ω_1. Участок $(-a\leq x_1\leq a)$ оси ox_1, соответствующий области контакта, также перемещается вдоль оси ox_1 со скоростью $v_к$. Связь между координатами x_1 и x_2 одной и той же точки в области контакта представим в виде $x_1=x_2-v_к t$.

На границе тел имеем: 1) нормальные и тангенциальные напряжения равны на всей линии контакта; 2) на участке $(-a, a)$ равны скорости точек горизонтальных перемещений колеса и точек (грунта); 3) в области контакта нормальные смещения u_1 и u_2 в обоих телах определяются соотношением [6]

$$u_1+u_2=\Delta-\frac{1}{2}\left(\frac{x_1^2}{R_1}+\frac{x_2^2}{R_2}\right), \tag{3}$$

где R_1 и R_2 — радиусы кривизны колеса поверхности грунта.

На колесный движитель и грунт в области контакта действует нормальное давление

$$q_n(x_1)=\frac{2q}{\Pi a^2}\sqrt{a^2-x_1^2}. \tag{4}$$

Здесь

$$a=\frac{2\sqrt{\Pi}}{\Pi}\sqrt{\frac{q(K_1+K_2)}{1/R_1+1/R_2}};\qquad K_i=\frac{1}{E_i}\ (i=1,2). \tag{5}$$

E_i — коэффициенты упругости шины и полной деформации грунта;

$q=Q/l$ — погонная нормальная нагрузка;

Q — нормальная сила;

l — длина плоскости контакта.

Нормальные смещения точек грунта в зоне контакта определим аналогично [3], т. е. считаем, что колесо движется по бесконечно большому числу упругих стержней. При отсутствии проскальзывания поверхностей имеем

$$u_2 = R_1(\cos\Theta - \cos\alpha). \qquad (6)$$

В (6) через α обозначен угол, который образует с вертикалью радиус колеса, проведенный к началу переднего участка линии контакта; Θ — угол между вертикалью и радиусом колеса, проведенным к точке пересечения поверхности колеса с концом элементарного стержня L.

Теоретические и экспериментальные исследования [9, 10] показали, что задний участок линии контакта пневматической шины с грунтом может считаться прямолинейным, и перемещение в зоне разгрузки можно не учитывать. Пусть $\alpha = \mathrm{const}$. Угол Θ определяет горизонтальные и вертикальные перемещения точек грунта в зоне контакта. Вертикальные смещения точек колеса в зоне контакта определим из (3) и (6). Получим

$$u_1 = \Delta - \frac{1}{2}\left(\frac{x_1^2}{R_1} - \frac{x_2^2}{R_2}\right) - R_1(\cos\Theta - \cos\alpha). \qquad (7)$$

Если положить $\cos(q_n, u_i) \approx 1$ $(i=1,2)$, то погонная мощность, расходуемая в зоне нагружения, для колесного движителя имеет вид

$$N_1 = q/2\omega_1 R_1\left[\frac{4}{3\Pi}\, a\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{F_2}\right) + \sin\omega_1 t\right]. \qquad (8)$$

Погонная мощность в зоне нагружения грунта будет

$$N_2 = q/2R_1\omega_1 \sin\omega_1 t. \qquad (9)$$

Мощность гистерезисных потерь, расходуемую на деформирование колесного движителя и грунта, определим так [6]:

$$N_r = N^* - N^{**}, \qquad (10)$$

где N^* — мощность в зоне нагружения, N^{**} — мощность в зоне разгрузки.

Тогда коэффициент потерь на гистерезис можно определить как отношение мощности гистерезисных потерь к мощности в зоне нагружения N^*, т. е. $\alpha_к = N_r/N^*$. Пусть $\alpha_{к1}$ и $\alpha_{к2}$ — коэффициенты гистерезисных потерь в материалах колесного движителя и грунта при деформировании тел. Тогда выражение для погонной силы, компенсирующей потери на гистерезис, будет [6]

$$P_f = \frac{l}{\omega_1 R_1}(\alpha_{к1} N_1 + \alpha_{к2} N_2). \qquad (11)$$

P_f — сила сопротивления качению.

Из (11) определим коэффициент сопротивления качению $f_r = P_f/Q$ из-за потерь на гистерезис

$$f_r = \frac{l}{Q\omega_1 R_1}(\alpha_{k1} N_1 + \alpha_{k2} N_2). \qquad (12)$$

Отметим, что если движение колесного движителя происходит по горизонтальному основанию ($R_2 = \infty$), то соотношения (8—12) упрощаются.

На рис. 2 показана кривая зависимости f_r от α_{k2} при следующих параметрах: $l = 0{,}25$ м, $\alpha_{k1} = 0{,}04$, $Q = 28$ кН, $\mu_1 = \mu_2 = 0{,}3$; $E_1 = 6000$ кПа, $R_1 = R_2 = 0{,}5$ м, $\omega_1 = 12$ с$^{-1}$; $v_k = 0{,}06$ м/с; $t = 0{,}4$ с. Приведенные данные соответствуют работе колесного движителя на очень рыхлом (насыпном свежевспаханном)

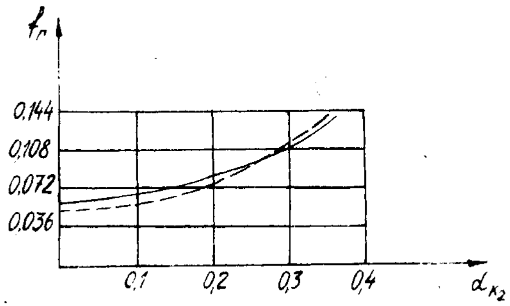

Рис. 2.

грунте. Из графика следует, что с увеличением коэффициента потерь на гистерезис грунта α_{k2} растет и сила сопротивления качению. При этом в промежутке изменений α_{k2} от 0 до 0,1 имеем незначительное увеличение коэффициента гистерезисных потерь, а в дальнейшем наблюдается резкое увеличение f_r.

Влияние коэффициента полной деформации грунта E_2 на изменение коэффициента сопротивления качению показано на рис. 3. Из графика следует, что для рыхлого грунта $E_2 = 5 \ldots 25$ коэффициент сопротивления качению выше, чем для уплот

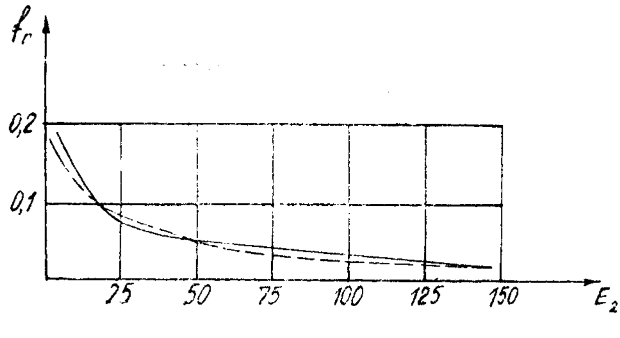

Рис. 3.

ненного $E_2 = 50 \ldots 100$ и плотного $E_2 = 100 \ldots 150$ грунта. Результаты получены при следующих параметрах: $l = 0{,}25$ м;

$\alpha_{k1}=0{,}04$; $\alpha_{\omega 2}=0{,}09$; $Q=28$ кН; $\mu_1=\mu_2=0{,}3$; $E_1=6000$ кПа; $R_1=R_2=0{,}5$ м; $\omega_1=24$ с$^{-1}$; $v_к=0{,}12$ м/с; $t=0{,}2$ с.

В заключение отметим, что результаты приведенной контактной задачи квазистатики с упрощенной моделью грунта [3] хорошо согласуются с экспериментом (пунктирные кривые).

Учет явления гистерезиса приводит к более точной картине деформации тел.

ЛИТЕРАТУРА

1. Reynolds O. On Rolling-Function. Roy. Soc. Trans., v. 166 (p. 1), 1876.
2. Fromm H. Berehnung des Suhlupfes belm Rollen defermierbarer Scheiben. Zeitschrift far angewandte Math. und Mech., Bd. 7, H., 1. Februar. 1927.
3. Ишлинский А. Ю. О проскальзывании в области контакта при трении качения. — Изв. АН СССР, отдел техн. наук, № 6, 1956.
4. Глаголев Н. И. Трение и износ при качении цилиндрических тел. — Инженерный журнал, т. 4, вып. 4, 1964.
5. Галин Л. А. Контактные задачи теории упругости. — М.: Гостехиздат, 1953.
6. Вирабов Р. В. Сравнительная оценка составляющих сопротивления качению упругих тел. — Вестник машиностроения, 1972, № 4.
7. Боуден Ф. П., Тейбор Д. Трение и смазка твердых тел. — М.: Машиностроение, 1968.
8. Амензаде Ю. А. Теория упругости. — М.: Высшая школа, 1971.
9. Маршак А. Л. О форме поверхностей пневматических колес при контакте с почвой. — Сельхозмашины, 1956, № 3.
10. Агейкин Я. С. Вездеходные колесные и комбинированные движители. — М.: Машиностроение, 1972.

В. А. СКОТНИКОВ, доктор техн. наук;
П. Д. ЯНЦОВ, инженер; П. Н. СИНКЕВИЧ, канд. техн. наук

О НЕКОТОРЫХ ПУТЯХ УВЕЛИЧЕНИЯ СОХРАННОСТИ ПЛОДОРОДИЯ ПОЧВ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ НА НИХ ХОДОВЫХ СИСТЕМ СЕЛЬХОЗМАШИН

Одним из резервов повышения производства сельскохозяйственной продукции является снижение отрицательного воздействия ходовых систем мобильной сельскохозяйственной техники на плодородие почвы. В результате воздействия на почву ходовых систем машин увеличивается плотность, твердость, глыбистость, сопротивление обработке, изменяется структурный состав почвы (увеличение количества эрозионно опасных частиц и уменьшение числа полезных размеров комков почвы). В верхних слоях почвы наблюдается уничтожение