значительных размеров в настоящее время не имеется общепринятого способа расчета динамики ОФП и, соответственно, критической продолжительности пожара.

В работе [1] предложен подход к расчету критической продолжительности пожара, разработанный в рамках теории нестационарного газообмена через проемы при пожаре. Система уравнений, полученная в [1] является жесткой и плохо пригодна для численных расчетов. Она также чрезмерно сложна для теоретического анализа с целью получения каких-либо аналитических выражений для ее решений.

С использованием указанного выше подхода нами разработана более простая математическая модель включающая в себя уравнения, обладающие более хорошими свойствами с точки зрения численного их решения. В безразмерном виде (получаемом с помощью масштабирования по фазовым переменным и времени) уравнения этой модели, описывающие термодинамические переменные могут быть записаны в следующем виде

$$\dot{x} = -\tau^2 x + Q(1-x)^{3/2}\xi^{3/2}, \tag{1}$$

где $Q$ — скалярный параметр, зависящий только от первого приближения критерия проемности [1], а высота плоскости равных давлений $\xi$ (в относительных единицах) определяется из алгебраического уравнения

$$\tau^2 + Q(1-x)^{1/2}\left(\xi^{3/2} - \frac{1}{\sqrt{x}}(1-\xi)^{3/2}\right) = 0, \tag{2}$$

причем интерес для рассматриваемого вопроса представляет решение $x = r(\tau)$ задачи Коши для уравнения (1) с начальным условием $r(0) = 1$.

**Теорема.** Решение $r(\tau)$ при $\tau \to 0$ имеет асимптотическое представление

$$r(\tau) = 1 - \frac{\tau^3}{3} + \frac{Q\sqrt{2}}{22}\tau^{11/2}. \tag{3}$$

Сравнение значений температуры и плотности, полученных численно и с помощью данного асимптотического представления, показывает, что (3), в зависимости от величины имеющихся проемов (фактически от величины критерия проемности), может использоваться в качестве приближенной формулы для расчета динамики ОФП вплоть до $\tau = (0,4 \div 0,8)\tau_c$, где $\tau_c$ — критическая продолжительность пожара.

Работа выполнена в рамках ГППИ «Снижение рисков ЧС».

### Литература

1. Кошмаров Ю. А., Рубцов В. В. *Процессы нарастания опасных факторов пожара в производственных помещениях и расчет критической продолжительности пожара.* М., 1999.

## УСТОЙЧИВОСТЬ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЛЯПУНОВА ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ ПРИ СТЕПЕННО УБЫВАЮЩИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ ИХ МАТРИЦЫ КОЭФФИЦИЕНТОВ

*Н. С. Денисенко (Минск, Беларусь)*

Показатели Ляпунова $\lambda_1(A) \leqslant \ldots \leqslant \lambda_n(A)$ линейной дифференциальной системы

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geqslant 0, \tag{1}$$

с кусочно-непрерывной и равномерно ограниченной на временно́й полуоси $t \geqslant 0$ матрицей коэффициентов называются устойчивыми при степенно убывающих возмущениях, если для любой кусочно-непрерывной матрицы $Q(\cdot)$, такой, что $\|Q(t)\| \leqslant Ct^{-r}$ для всех $t \geqslant 1$ и некоторых, своих для каждой матрицы, постоянных $C > 0$ и $r > 0$, показатели Ляпунова $\lambda_1(A+Q) \leqslant \ldots \leqslant \lambda_n(A+Q)$ возмущенной системы

$$\dot{y} = (A(t) + Q(t))y, \quad y \in \mathbb{R}^n, \quad t \geqslant 0,$$

удовлетворяют равенствам: $\lambda_i(A+Q) = \lambda_i(A)$ при всех $i = 1, \ldots, n$.

К настоящему времени известны критерии (необходимые и достаточные условия) устойчивости показателей Ляпунова систем (1) для следующих классов возмущений: малых (или, что в данном случае равносильно, убывающих к нулю на бесконечности) [1, 2] и экспоненциально убывающих [3]. Необходимое и достаточное условие устойчивости показателей Ляпунова системы (1) при степенно убывающих возмущениях ее матрицы коэффициентов дает

**Теорема**. *Для устойчивости показателей Ляпунова системы* (1) *при степенно убывающих возмущениях ее матрицы коэффициентов необходимо и достаточно, чтобы она обобщенным преобразованием Ляпунова* $x = L(t)z$, *удовлетворяющим условиям*

$$\lim_{t\to+\infty} \ln \|L^{-1}(t)\| / \ln t = 0 \quad \text{и} \quad \sup_{t\geqslant 0} \|L(t)\| < +\infty,$$

*приводилась к блочно-треугольному виду*

$$\dot{z}_k = B_k(t)z_k, \quad x_k \in \mathbb{R}^{n_k}, \quad k = 1, \ldots, w, \quad t \geqslant 0,$$

*с равномерно ограниченными на полуоси коэффициентами, для систем-блоков которого выполнено условие*

*А) старший* $\Gamma(B_k)$ *и младший* $\gamma(B_k)$ *предельные степенные показатели* [4] $k$*-й системы-блока* $\dot{z}_k = B_k(t)z_k$ *совпадают:* $\Gamma(B_k) = \gamma(B_k)$ *при всех* $k = 1, \ldots, w$;
*и любое из следующих двух условий:*

*Б*$_1$) *решения систем-блоков степенно интегрально разделены, т. е. для любого* $\varepsilon > 0$ *найдется такое положительное* $T_\varepsilon$, *что* $\|X_{i+1}^{-1}(t,\tau)\|^{-1} \geqslant t^{-\varepsilon}\|X_i(t,\tau)\|$ *при всех* $t \geqslant \tau \geqslant T_\varepsilon$ *и* $i = 1, \ldots, w-1$, *где* $X_k(\cdot,\cdot)$ — *матрица Коши* $k$*-й системы-блока, или*

*Б*$_2$) *для любых коэффициентов* $q(\cdot) \in \operatorname{diag} B_{i+1}(\cdot)$ *и* $p(\cdot) \in \operatorname{diag} B_i(\cdot)$, $i = 1, \ldots, w-1$, *выполнено условие степенной интегральной разделенности, т. е. для любого* $\varepsilon > 0$ *найдется такое положительное* $t_\varepsilon$, *что* $\int_\tau^t (q(s) - p(s))\,ds \geqslant -\varepsilon \ln t$ *при всех* $t \geqslant \tau \geqslant t_\varepsilon$.

## Литература

1. Миллионщиков В. М. *Грубые свойства линейных систем дифференциальных уравнений* //Дифференц. уравнения, 1969. Т. 5, № 10. С. 1775–1784.

2. Былов Б. Ф., Изобов Н. А. *Необходимые и достаточные условия устойчивости характеристических показателей линейной системы* // Дифференц. уравнения. 1969. Т. 5, № 10. С. 1794–1803.

3. Барабанов Е. А., Денисенко Н. С. *Необходимое и достаточное условие устойчивости показателей Ляпунова линейных дифференциальных систем при экспоненциально убывающих возмущениях* // Дифференц. уравнения. 2007. Т. 43, № 2. С. 165–175.

4. Барабанов Е. А. *Точные границы крайних показателей Ляпунова линейных дифференциальных систем при экспоненциальных и степенных возмущениях* / Автореф. дисс. … канд. физ.-мат. наук. Белгосуниверситет. Мн., 1984.