

*Jan B. Dawidowski, Rafał Nowowiejski, Yuri Chigarev
Instytut Inżynierii Rolniczej
Akademia Rolnicza w Szczecinie*

OCENA PRZYDATNOŚCI ROZWIĄZANIA BOUSSINESQA-FRÖHLICHA DO OKREŚLANIA NAPRĘŻEŃ W GLEBIE W WARUNKACH LABORATORYJNYCH

Streszczenie

W artykule przedstawiono przebieg i wyniki pomiarów laboratoryjnych wartości naprężenia w cylindrycznych próbach glebowych, obciążanych na powierzchni kołową płytą stalową. Wyniki z pomiarów porównano z wartościami obliczonymi według zależności Boussinesqa-Fröhlicha. Stwierdzono, że wartości obliczone znacznie przekraczały wartości zmierzone. Podjęto również próbę wyjaśnienia takiego stanu rzeczy.

Słowa kluczowe: naprężenia w glebie, pomiary laboratoryjne, zależność Boussinesqa-Fröhlicha

Wstęp i cel pracy

Teoria Boussinesqa-Fröhlicha jest klasycznym rozwiązaniem problemu określania składowych stanu naprężenia w gruncie wywołanego siłą obciążającą jego powierzchnię. Söhne [1953] podjął próbę wykorzystania tej teorii do wyznaczenia wpływu nacisku kół pojazdów na rozkład naprężeń półprzestrzeni glebowej. Rezultaty wielu przeprowadzonych dotychczas badań wskazują, że wartości wprowadzonego przez Fröhlicha współczynnika koncentracji naprężeń kształtują się bardzo różnie. Aktualnie brak jest sformalizowanych teorii wyznaczenia wartości tego współczynnika dla zastanych warunków glebowych.

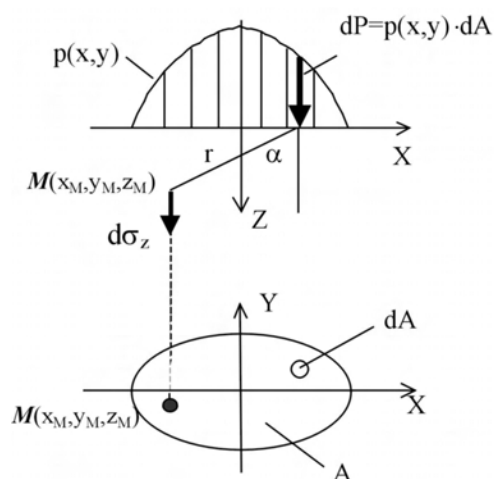
Stąd w licznych ośrodkach na całym świecie kontynuowane są prace, w których poszukuje się zależności współczynnika koncentracji od gatunku i stanu gleby [Horn, Fleige 2000].

Celem niniejszej pracy była próba oceny przydatności rozwiązania Boussinesq-Fröhlicha do określania wartości składowej pionowej naprężenia w glebie o ograniczonej objętości, poddanej obciążeniu jej powierzchni kołowymi stemplami stalowymi. Poszukiwano odpowiedzi na pytania:

- W jakim stopniu wartości pionowej składowej naprężenia zmierzone w glebie ograniczonej sztywnym cylindrem są zgodne z wartościami obliczonymi według rozwiązania Boussinesq-Fröhlicha?
- Czy wartości współczynnika koncentracji naprężeń wynikające ze zmierzonych wartości naprężenia pionowego odpowiadają wartościom proponowanym przez Fröhlicha?

Metodyka i zakres badań

Rozwiązania postawionego problemu poszukiwano poprzez porównanie obliczonych wartości składowej pionowej naprężenia w glebie przy pomocy modelu Boussinesq-Fröhlicha z wartościami zmierzonymi. Do obliczenia wartości przewidywanych przyjęto wartości współczynnika koncentracji naprężeń zaproponowane przez Fröhlicha tj. 4, 5 i 6, a także uwzględniono wartość 3 jak dla materiału idealnie sprężystego. Założono także równomierny rozkład nacisków pomiędzy stemplem a glebą. W obliczeniach wartości składowej pionowej naprężenia w glebie zastosowano zasadę superpozycji w stosunku do składowej pionowej naprężenia σ_z (rys. 1), [Söhne 1953].



$$\sigma_z = \int_A \frac{\nu \cdot dP}{2\pi \cdot r^2} \cdot \cos^3 \alpha dA, \quad (1)$$

gdzie:

ν – współczynnik koncentracji naprężeń,

dP – elementarna siła skupiona działająca na element powierzchni dA ,

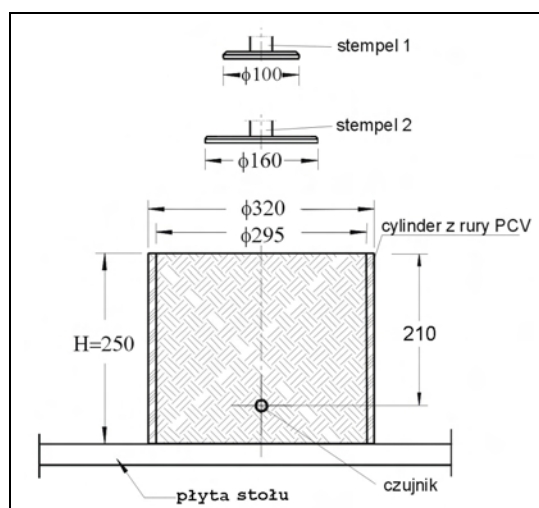
r – promień łączący rozpatrywany punkt w glebie z punktem przyłożenia siły na powierzchni styku koła z glebą,

α – kąt zawarty pomiędzy linią działania siły dP a promieniem r .

Rys. 1. Schemat obciążenia ciągłego powierzchni półprzestrzeni glebowej

Fig. 1. The scheme of continuous load of soil semispace surface

W trakcie badań laboratoryjnych wykonywano pomiary naprężeń wywołanych naciskiem stalowego płaskiego stempla na powierzchnię gleby, zawartej w cylindrze o średnicy nominalnej ϕ 300 mm (rys. 2). Zestawienie zmiennych przyjętych w badaniach zawiera tabela 1.



Rys. 2. Wymiary cylindra glebowego oraz położenia czujnika naprężenia

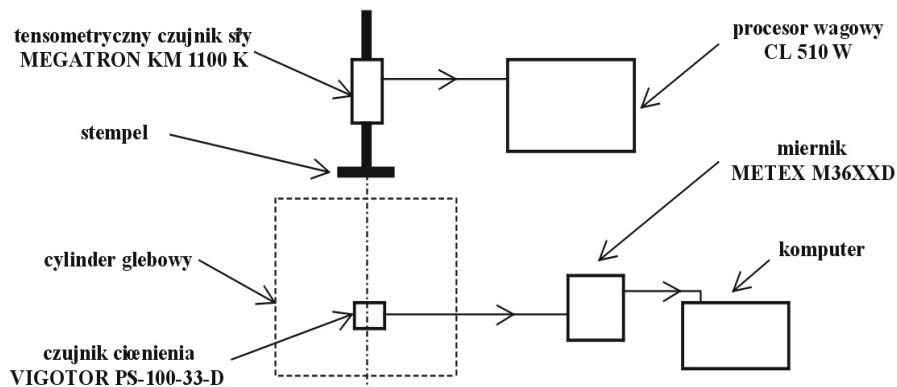
Fig. 2. Dimensions of a soil sample cylinder and the position of a stress sensor

Tabela 1. Zmienne przyjęte w badaniach laboratoryjnych

Table 1. Variables used in laboratory experiments

1. Zmienne kontrolowane	2. Zmienne niezależne	3. Zmienne zależne
<ul style="list-style-type: none"> • siła obciążająca [kN] • wilgotność [%] • gęstość objętościowa materiału glebowego [$\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$] 	<ul style="list-style-type: none"> • skład granulometryczny materiału glebowego 	<ul style="list-style-type: none"> • naprężenie σ [kPa]

Badania zasadnicze przeprowadzono na stanowisku stosowanym do wstępnego zagęszczania, po uzbrojeniu go w sprzęt pomiarowy (rys. 3 i 7). Po umieszczeniu cylindra na stanowisku i przygotowaniu czujnika kalibrowanego uprzednio w komorze ciśnieniowej, gleba była obciążana kołowym stemplem stalowym z siłą odpowiadającą zakładanej wartości nacisku jednostkowego, tj. ≈ 175 kPa (rys. 4).

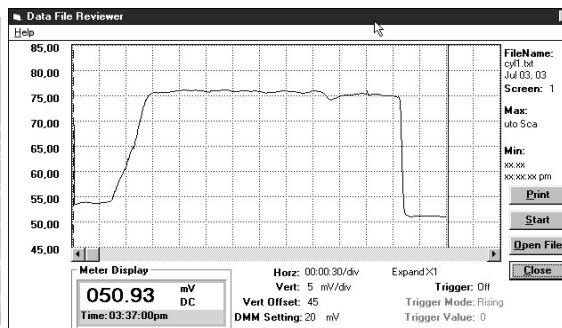


Rys. 3. Schemat stanowiska pomiarowego
 Fig. 3. The scheme of a measuring stand

Dźwignia urządzenia obciążającego, wsparta na podnośniku, opuszczana była powoli, aby zachować statyczny charakter obciążania próby. Po całkowitym zwolnieniu dźwigni gleba pozostawała pod obciążeniem przez kilkadziesiąt sekund, do czasu ustalenia się wskazań przyrządów pomiarowych (rys. 5).



Rys. 4. Próba glebowa pod obciążeniem
 Fig. 4. Loaded soil sample

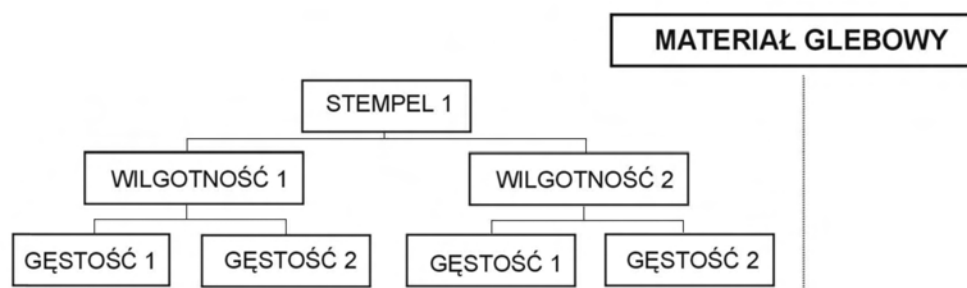


Rys. 5. Sygnał czujnika ciśnienia (cylinder 1)
 Fig. 5. The signal of the stress tensor (1st cylinder)

Pomiary wykonywano według schematu przedstawionego na rys. 6 przyjmując:

- dwie średnice stempla - $d_1 = 100$ mm i $d_2 = 160$ mm,
- dwa poziomy wilgotności masowej – 14 i 18 %,
- dwa poziomy gęstości gleby – 1,45 i 1,60 [g·cm⁻³],

w trzech powtórzeniach, przy nacisku jednostkowego stempla na glebę o wartości 175 kPa. Łącznie wykonano pomiary naprężeń w 24 cylindrach glebowych.



Rys. 6. Schemat przyporządkowania zmiennych kontrolowanych do prób glebowych
 Fig. 6. The scheme of assigning the controlled variables to soil samples

Glebę do badań pobrano z pola z okolic Obojna k. Pyrzyc, z głębokości ok. 0,3 m. Według systematyki PTG jest ona określana jako gleba ciężka pylasta, natomiast według PN-R-04033 „Gleby i utwory mineralne. Podział na frakcje i grupy granulometryczne” jest ona gliną na granicy gliny ciężkiej (tab. 2).

Tabela 2. Skład granulometryczny gleby użytej w badaniach wg PN-R-04033
 Table 2. Granulometric composition of soil used in experiment according to PN-R-04033

szkielet	piasek					pył	ił
	b. gruby	gruby	średni	drobny	b. drobny		
	2-1	1-0,5	0,5-0,25	0,25-0,1	0,1-0,05		
0,38	0,02	2,12	4,87	9,62	15,37	43	25
Zawartość próchnicy 3,72 %							

Glebę przesiano wstępnie przez sito o oczkach 10 mm, w celu oddzielenia resztek roślinnych oraz frakcji >10 mm, a następnie, po nawilżeniu do wymaganego poziomu przechowywano w workach foliowych. Próby glebowe formowano w dniu wykonywania pomiarów, zagęszczając materiał glebowy w cylindrach warstwami do założonej gęstości (rys. 7). Równocześnie pobierano próbki do oznaczenia wilgotności gleby w danym cylindrze.



Rys. 7. Zagęszczanie warstwy materiału glebowego w cylindrze

Fig. 7. Compacting soil material in the cylinder

Wyniki pomiarów i ich analiza

Wyniki pomiarów wartości naprężenia oraz wartości nacisków jednostkowych wywieranych przez stemple na powierzchnię prób glebowych zestawiono w tabeli 4.

Wartości rzeczywistej siły obciążającej, a co za tym idzie wartości nacisku jednostkowego, odbiegały w części przypadków od założonej (175 kPa). Największa różnica wystąpiła w cylindrze nr 9 (tab. 4) i wyniosła 6,4 % (cylinder 8). Porównanie wyników wykonano więc na podstawie wartości współczynnika koncentracji naprężeń, obliczonego z wartości naprężeń uzyskanych w pomiarach doświadczalnych. Wartości współczynnika koncentracji (tab. 4, kolumna 8) obliczono biorąc pod uwagę zmierzoną siłę obciążającą stempel (tab. 4, kolumna 5) i naprężenie – a właściwie ciśnienie wywierane na membranę czujnika – na głębokości 0,21 m poniżej wyjściowej powierzchni gleby w cylindrze (tab. 4, kolumna 7).

Charakterystyczne jest, że współczynnik koncentracji naprężeń, odpowiadający zmierzonym wartościom naprężenia, tylko w przypadku grupy I przyjmuje wartość powyżej 3, czyli jak dla ośrodka glebowego sprężystego. Dla pozostałych grup wartość ta jest znacznie niższa, w skrajnych przypadkach wynosi ok. 1 (grupa VII i VIII) a nawet 0,56 dla grupy IV. Wartości takie nie odpowiadają wartościom przyjętym przez Fröhlicha, tj. 4, 5 i 6 uzależnionym od plastyczności ośrodka.

Tabela 4. Wartości obliczone i zmierzone dla poszczególnych prób glebowych
 Table. 4. Calculated and measured values for individual soil samples

Stempel mały d ₁ =100 mm													
Nr grupy	Nr cylindra	Wilgotność masowa [%]	Gęstość objętości [g·cm ⁻³]	Siła działająca na stempel [kN]	Nacisk jednostkowy [kPa]	Napężenie zmierzone [kPa]	Współczynnik koncentracji obliczony	Współczynnik koncentracji obliczony (średni)	Przedział wartości współczynnika koncentracji	Napężenia obliczone dla współczynnika koncentracji [kPa]			
										v = 3	v = 4	v = 5	v = 6
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
I	1	20,6	1,45	1,37	175,6	10,0	2,13	3,19 (1,07)*	2,14 (67,5 %)**	13,9	18,3	22,5	26,7
	2	20,9	1,45	1,36	173,8	19,3	4,27						
	3	20,6	1,46	1,37	175,5	14,5	3,16						
II	7	18,4	1,45	1,43	183,7	8,8	1,78	2,63 (1,15)*	2,16 (82,1 %)**				
	8	18,3	1,45	1,44	184,5	18,9	3,94						
	9	18,5	1,45	1,45	186,2	10,6	2,17						
III	13	21,0	1,60	1,37	175,5	10,6	2,26	2,15 (0,106)*	0,21 (9,8 %)**				
	14	20,9	1,60	1,39	177,8	10,0	2,13						
	15	20,8	1,60	1,43	183,6	10,1	2,05						
IV	19	18,4	1,60	1,36	174,6	1,9	0,40	0,56 (0,142)*	0,23 (41,1 %)**				
	20	18,3	1,60	1,38	176,4	3,2	0,66						
	21	18,3	1,60	1,36	174,5	3,0	0,63						
Stempel duży d ₂ =160 mm													
V	4	21,5	1,44	3,54	176,1	20,8	1,85	2,73 (1,112)*	2,13 (78,0 %)**	32,2	41,5	50,3	58,5
	5	21,2	1,45	3,53	175,7	26,0	2,36						
	6	21,0	1,45	3,59	178,8	41,5	3,98						
VI	10	18,1	1,46	3,53	175,5	32,8	3,05	2,92 (0,483)*	0,94 (32,2 %)**				
	11	18,4	1,45	3,56	176,9	26,5	2,39						
	12	17,9	1,45	3,55	176,4	35,6	3,33						
VI I	16	20,5	1,61	3,54	176,3	10,4	0,89	1,18 (0,272)*	0,54 (45,8 %)**				
	17	20,6	1,60	3,57	177,4	14,1	1,22						
	18	20,6	1,60	3,57	177,6	16,4	1,43						
VI II	22	17,8	1,60	3,53	175,6	11,2	0,97	1,04 (0,189)*	0,36 (34,6 %)**				
	23	17,8	1,60	3,53	175,6	14,3	1,25						
	24	18,1	1,61	3,53	175,6	10,3	0,89						

*- odchylenie standartowe

**- wartości odniesione do wartości średniej współczynnika koncentracji (kolumna 8)

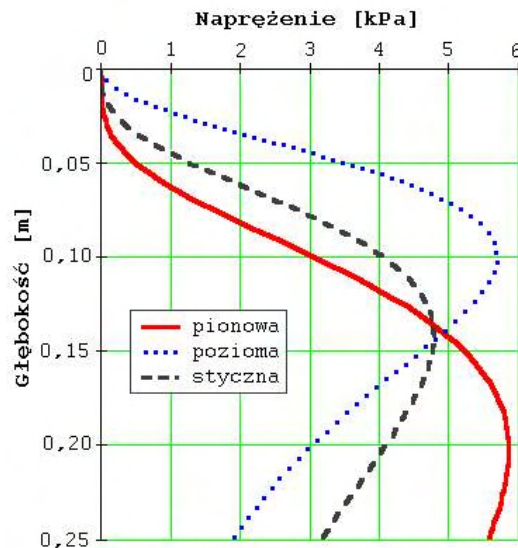
Na zaistniałe rozbieżności pomiędzy zmierzonymi wartościami naprężeń a wartościami przewidywanymi mogły wpływać różne przyczyny, w tym przede wszystkim:

1. Metoda pomiaru.
2. Przesunięcie czujnika w stosunku do punktu, dla którego obliczano napężenie.
3. Brak równomiernego rozkład nacisków pod stemplem.
4. Zbyt duże naciski na ścianki cylindra ograniczające próbę glebową.

Pomiar naprężenia w glebie jest niezmiernie trudnym zadaniem. Na wynik pomiaru oddziałuje wiele czynników. Jednym z nich jest metoda pomiaru, co potwierdziły wstępne pomiary, w których zastosowano inną, niż użyto w pracy, aparaturę badawczą [Tarkiewicz 2001].

Rozpatrując przyczynę ujętą w punkcie 2, wykonano obliczenia naprężenia przy założeniu przesunięcia o 10 mm czujnika w stosunku do jego położenia nominalnego w cylindrze. Zmiana wartości odniesiona do wartości dla położenia nominalnego osiąga maksymalnie 17,5 % przy przyjęciu współczynnika koncentracji równego 4. Tak więc, nie wyjaśnia to aż tak znacznej różnicy pomiędzy wartościami przewidywanymi a zmierzonymi. Rozważając punkt 3 wykonano obliczenia wartości naprężenia przyjmując rozkład nacisków jednostkowych pomiędzy stemplem a glebą na podstawie wykresów, które zamieszcza Wiłun [2003], przedstawiających naciski pod sztywnym fundamentem kołowym. Dla stempli o średnicach jak użyte w badaniach, wartości naprężenia obliczone dla przyjętego w taki sposób rozkładu nacisków różniły się maksymalnie o 10% w stosunku do wartości obliczonych przy założeniu równomiernego rozkładu nacisków pomiędzy stemplem a glebą. Analizując przyczynę zawartą w punkcie 4 przeprowadzono obliczenia składowej poziomej oraz stycznej stanu naprężenia na powierzchni cylindrycznej o średnicy 300 mm, czyli jak dla cylindra glebowego (rys. 8).

Wynika z nich, że maksymalne wartości składowej poziomej naprężenia normalnego σ_x oraz naprężenia stycznego τ_{xz} osiągają wartości porównywalne ze składową pionową σ_z , czyli z tą, która była przedmiotem pomiarów. Także sumaryczne parcie na powierzchnię cylindryczną, odpowiadającą ścianom cylindra, osiąga wartości przekraczające w przypadku współczynnika koncentracji $\nu=3$ nawet 80% siły wywieranej na stempel [Nowowiejski 2004]. Wynika z tego, że ograniczenie objętości i rozszerzalności próby glebowej poddanej obciążeniu spowodowało prawdopodobnie wzrost oporu tarcia gleby o ściany cylindra, powyżej miejsca pomiaru. Mogło to utrudnić przemieszczanie się gleby, a co za tym idzie penetrację naprężeń w głąb przestrzeni glebowej. Wyjaśniałoby to, dlaczego największe różnice między zmierzonymi a przewidywanymi wartościami naprężenia wystąpiły dla prób o większej gęstości i mniejszej wilgotności (grupa IV i VIII). W przyszłych badaniach, dla uniknięcia oddziaływania ścianek cylindra na przebieg procesu odkształcania ugniatanej gleby celowe zatem będzie zwiększenie średnicy bloku glebowego tak, aby była ona co najmniej trzykrotnie większa od średnicy płyty naciskowej.



Rys. 8. Przewidywany przebieg wartości składowej – pionowej σ_z , poziomej σ_x i stycznej τ_{xz} stanu naprężenia w odległości 0,15 m od osi cylindra (stempel mały, $\nu = 4$)

Fig. 8. The foreseen course of components – vertical σ_z , horizontal σ_x and tangent τ_{xz} of the stress state in the distance 0,15 m from the axis of cylinder (the small stamp, $\nu = 4$)

Wnioski

1. Wartości składowej pionowej naprężenia obliczonego na podstawie rozwiązania Boussinesq-Fröhlicha znacznie przewyższają wartości zmierzone w warunkach laboratoryjnych na próbach glebowych o ograniczonej objętości.
2. Wartości współczynnika koncentracji naprężeń obliczone na podstawie zmierzonych naprężeń są niższe od wartości proponowanych przez Fröhlicha.
3. Różnica między wartościami przewidywanymi a zmierzonymi składowej pionowej naprężenia jest większa w przypadku cylindrów glebowych wypełnionych glebą o większej gęstości i niższej wilgotności.
4. Wskazane jest przeprowadzanie dalszych prób przydatności rozwiązania Boussinesq-Fröhlicha przyjmując stosunek średnic cylindra glebowego i stempla większy od 3.

Bibliografia

Horn R., Fleige H. 2000. Prediction of the mechanical strength and ecological properties of subsoils for a sustainable landuse. W: Horn R., Van den Akker J. J. H., Arvidsson J. (Editors). "Experiences with the impact of subsoil compaction on soil, crop growth and environment and ways to prevent subsoil compaction" Proceedings of the 3rd workshop, 14-16 June 2000, Uppsala, Sweden. 109-121.

Nowowiejski R. 2004. Analiza wpływu nacisków na zagęszczenie gleby – badania modelowe i polowe. Rozprawa doktorska, Akademia Rolnicza we Wrocławiu.

Söhne, W. 1953. Druckverteilung im Boden und Bodenverformung unter Schlepperreifen. Grdlgn. d. Landtechn. Heft 5/1953.

Tarkiewicz St. 2001. Zmodyfikowana metoda jednoczesnych pomiarów naprężeń i przemieszczeń gleby pod kołami pojazdów rolniczych. XI Międzynarodowa Konferencja Naukowa 30.05-1.06.2001 Międzyzdroje, s. 459-463.

Wiłun Z. 2003. Zarys geotechniki. WKŁ, Warszawa 2003, ISBN 83-206-1354-X

THE EVALUATION OF THE BOUSSINESQU-FRÖHLICH SOLUTION TO DETERMINATION OF SOIL STRESS IN LABORATORY CONDITIONS

Summary

The course and results of laboratory measurements of soil stress, caused by circular steel stamp acting on the surface of soil contained in the cylinder of limited volume, were presented in the article. The results these were confronted with foreseen values, calculated on the ground of the classic Boussinesqu-Fröhlich solution. It was found that calculated values considerably exceeded measured ones. Attempt to explain these results were undertaken also.

Key words: Boussinesqu-Fröhlich solution, soil stress, soil semispace