

## К ОЦЕНКЕ УПРУГИХ И ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПОЧВЫ ПРИ ДЕЙСТВИИ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ СИЛ

Ю.В. ЧИГАРЕВ<sup>1,2</sup>, И.С. КРУК<sup>2,3</sup>, Ф.И. НАЗАРОВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Западнопоморский технологический университет,  
Щетин, Республика Польша

<sup>2</sup>Белорусский государственный аграрный технический университет,  
Минск, Республика Беларусь

<sup>3</sup>Институт переподготовки и повышения квалификации МЧС Республики Беларусь.  
Светлая Роца, Республика Беларусь

В статье предложен метод определения упругих и пластических относительных деформаций при уплотнении почвы ходовыми системами и рабочими органами сельскохозяйственной техники. Данный подход базируется на двух моделях: Буссинеска и упруговязкопластической модели с упрочнением. Полная деформация зависит от реологических свойств ее изменения, расстояния от приложенной нагрузки до исследуемой точки почвы.

*In article the method of definition of elastic and plastic relative deformations is offered at soil consolidation by running systems and working bodies of agricultural machinery. The given approach is based on two models: Bussineska and elasticviscousplastic model with hardening. Full deformation depends from реологических properties of its change, distance on the enclosed loading to an investigated point of soil.*

### Введение

Вопросы, связанные с совершенствованием сельскохозяйственных машин и технологий, становятся все более актуальными. В решении данной проблемы заметную роль играют задачи взаимодействия машин и орудий с почвой, от свойств которой зависит не только урожай, но и устойчивость равновесия агроэкосистемы. Поэтому разработка и усовершенствование сельскохозяйственных машин и орудий должны включать вопросы, связанные с последствиями их воздействия на почву [1]. Это, прежде всего, вызвано проблемой ускоренной деградации почв, одной из причин которой является их переуплотнение. Для оценки уплотнения почв используют математико-механические модели взаимодействия. Существует много различных подходов в оценке уплотнения почв. Однако все предлагаемые модели носят приближенный характер, при этом ни одна из них не может быть принята за модель, которая бы адекватно реальному процессу определяла параметры уплотнения.

### Основная часть

Почва, как известно, сплошная среда, которая включает в себя упругие, вязкие и пластические свойства. К тому же при повторном нагружении (например, прохождение энергетического средства по одному и тому же следу), она упрочняется, т. е. изменяются ее модули упругости и пластичности. Например, модуль упругости свежеспаханной почвы намного меньше, чем почвы уплотненной.

Почвы при уплотнении обладают пластическими свойствами, т. е. остаточными деформациями.

Поэтому в решении задач взаимодействия сельскохозяйственных деформаторов с почвой необходимо для достоверной оценки уплотнения учитывать их пластическую деформацию, которая часто значительно выше, чем упругая.

В данной работе силовое воздействие на почву определяется моделью Буссинеска [2], а свойства почвы описываются реологическими параметрами. В результате рассмотрения двух моделей в точках почвенного массива определяются напряжения и соответствующие им пластические деформации.

### Методика исследований

Воздействие сельскохозяйственных деформаторов на почву осуществляется через ходовые системы (колеса) и рабочие органы (плуги, катки, зубья и пр.) по некоторой области контакта. Определение закона распределения напряжений в зоне контакта представляет собой сплошную задачу как теоретического, так и экспериментального характера. Предположим, что нам известен закон распределения контактных напряжений при взаимодействии сельскохозяйственного деформатора с почвой. Равнодействующую данных распределенных сил вдоль линии контакта обозначим через  $P$ . Тогда для определения напряжений в точках почвенного массива можно использовать формулу Буссинеска [2], т. е. записать:

$$\sigma_R = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi R^2} \cos \alpha, \quad (1)$$

где  $\sigma_R$  — радиальное напряжение;

$R$  — расстояние от точки приложения силы  $P$  на поверхности почвенного полупространства до рассматриваемой точки  $M$  (рис. 1);

$\alpha$  — угол между линией действия силы  $P$  и расстоянием  $R$ .

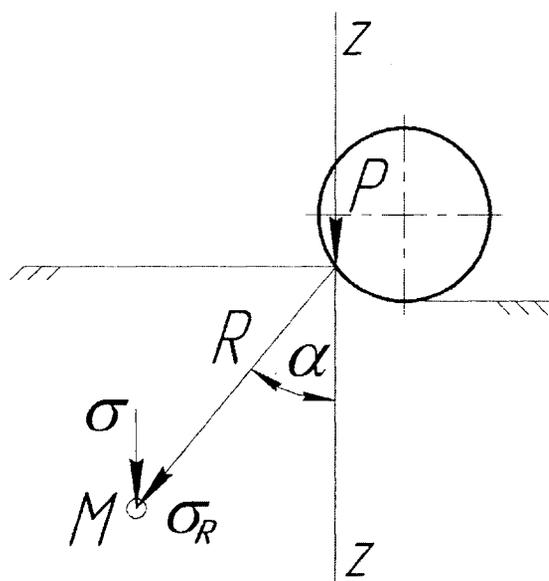


Рис. 1. Схема к определению напряжений в точке почвенного массива

Формула (1) приближенно определяет напряжение в почвенном массиве, но не учитывает свойства почвы и ее деформацию.

Рассмотрим модель почвы, функция нагружения которой имеет вид [3]:

$$\sigma - k - ce^p - \eta \dot{e}^p = 0, \quad (\sigma > k), \quad (2)$$

где  $\sigma$  — нормальное напряжение к поверхности почвы ( $\sigma = \sigma_R \cos \alpha$ );

$k, c, \eta$  — соответственно коэффициенты пластичности, упрочнения, вязкости;

$e^p$  — пластические относительные деформации;

$$\dot{e}^p = \frac{de^p}{dt}, \quad (t \text{ — время}).$$

Когда почва перегружена, ее свойства можно описать упругими свойствами:

$$\sigma = Ee^e, \quad (\sigma < k), \quad (3)$$

где  $e^e$  — упругие относительные деформации;  
 $E$  — модуль упругости.

Из (3) с учетом (1) имеем:

$$e^e = \frac{3}{2} \frac{P}{E\pi R^2} \cos^2 \alpha. \quad (4)$$

Формула (4) определяет упругие деформации в почве от заданной нагрузки  $P$ . Из (4) видно, что чем тверже почва ( $E$  растет), тем меньше ее деформация. Наибольшая упругая деформация будет при условии  $\alpha = 0$ . Формула (4) теряет физический смысл в точке  $R = 0$  и ее окрестности, что ограничивает применение (4).

Пусть в рассматриваемых точках почвы  $\sigma > k$ , т. е. имеют место остаточные деформации. Тогда связь между напряжениями и деформациями будет выражаться формулой (2). Из (1) и (2) можно получить:

$$\eta \dot{e}^p = \frac{3}{2} \frac{P \cos^2 \alpha}{\pi R^2} - k - ce^p, \quad (5)$$

или

$$\dot{e}^p = \frac{3}{2} \frac{P \cos^2 \alpha}{\eta \pi R^2} - \frac{k}{\eta} - \frac{c}{\eta} e^p. \quad (6)$$

Особый интерес вызывает случай, когда  $P = P(t)_x + P_0$ ,  $\alpha = \omega t$  ( $\omega$  — круговая частота,  $P_0 = \text{const}$ ).

Уравнение (6) преобразуем к виду

$$\frac{de^p}{dP} = \frac{1}{\eta \dot{P}} \left( \frac{3}{2} \frac{P \cos^2 \alpha}{\pi R^2} - k - ce^p \right), \quad \left( \dot{P} = \frac{dP}{dt} \right). \quad (7)$$

Считаем  $\alpha = \text{const}$ .

Обозначим

$$A = \frac{3}{2} \frac{P \cos^2 \alpha}{\pi R^2}; \quad B = \frac{1}{\eta \dot{P}}; \quad e^p = uv,$$

тогда  $\frac{de^p}{dP} = u'v + v'u$ .

И уравнение (7) перепишем в новых переменных  $u$  и  $v$ .

$$u'v + v'u = B(PA - k - cuv),$$

или

$$u'v - BAP + Bk + B(cuv + v'u) = 0.$$

Сгруппируем члены уравнения:

$$u'v - BAP + Bk + u(Bcv + v') = 0. \quad (8)$$

Найдем решение для функции  $v$ .

Из уравнения (8) следует:

$$Bcv = v' = 0. \quad (9)$$

Откуда после интегрирования получим:

$$v = e^{-BcP}. \quad (10)$$

Уравнение (8) с учетом (10) примет вид:

$$\frac{du}{dP} e^{-BcP} - BAP + Bk = 0,$$

или

$$\frac{du}{dP} = (BAP - Bk)e^{BcP} = 0.$$

В интегральной форме

$$\int du = \int BAPe^{BcP} dP - \int Bke^{BcP} dP.$$

После интегрирования имеем:

$$u = e^{BcP} \left[ \frac{A(BcP - 1)}{Bc^2} - \frac{k}{c} \right] + C, \quad (11)$$

где  $C$  — постоянная интегрирования.

Учитывая, что  $e^p = uv$ , с учетом (10) и (11), получим выражение для определения пластических деформаций:

$$e^p = \frac{3 \cos^2 \alpha}{2 \pi R^2 c} \left( P - \frac{\eta \dot{P}}{c} \right) - \frac{k}{c}. \quad (12)$$

Если почва обладает упругими и пластическими деформациями, то полная деформация в рассматриваемой точке будет равна их сумме:

$$e = e^p + e^e. \quad (13)$$

Подставляя (4) и (12) в (13), получим:

$$e = \frac{3 \cos^2 \alpha}{2 \pi R^2} \left( \frac{P}{E} + \frac{P}{c} - \frac{\eta \dot{P}}{c^2} \right) - \frac{k}{c}. \quad (14)$$

#### Заключение

Получена модель, позволяющая оценить напряженное и деформированное состояние в точках почвенного массива с учетом реологических параметров почвы при воздействии переменной нагрузки.

Отметим, что при  $P = \text{const}$  пластические и полные деформации почвы не учитывают ее вязких свойств.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Русанов, В.А. Проблема переуплотнения почв движителями и эффективные пути ее решения. М.: ВИМ, 1998. 368 с.
2. Цитович, Н.А. Механика грунтов. М.: Госстройиздат, 1963. 380 с.
3. Чигарев, Ю.В., Синкевич, П.Н. Математические основы механики почв. Мн.: Технопринт, 2004. 163 с.