



Wydział  
Kształtowania  
Środowiska i Rolnictwa



**XIV Międzynarodowa Konferencja Naukowa  
z cyklu Problemy Inżynierii Rolniczej  
INŻYNIERIA ROLNICZA A ŚRODOWISKO**

**XIV International Scientific Conference  
AGRICULTURAL ENGINEERING AND THE ENVIRONMENT**

**S Z C Z E C I N, 21–23 czerwca 2010 POLAND**



Wydanie publikacji zrealizowano przy udziale środków finansowych otrzymanych  
z budżetu Województwa Zachodniopomorskiego

Юльян БИЗА<sup>1</sup>,  
Игорь КРУК<sup>1</sup>,  
Александр ГАЙДУКОВСКИЙ<sup>1</sup>,  
Александр БЖОСТОВИЧ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Белорусский государственный аграрный технический университет, Минск,  
Республика Беларусь

<sup>2</sup>Западнопоморский технологический университет, Щетин, Республика Польша

## РАСЧЕТ УПРУГИХ ДЕМПФИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ШТАНГИ ПОЛЕВОГО СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ОПРЫСКИВАТЕЛЯ

## CALCULATION OF ELASTIC ELEMENTS OF SYSTEM OF STABILIZATION OF THE BAR OF THE FIELD AGRICULTURAL SPRAYER

**Abstract:** In the article the design of a bar independent a pendulum with stabilisation system in a vertical plane is offered. Efficiency of use under the hydrocylinder of change of height of installation of a bar of the block of vertical springs is proved. Process of clearing of fluctuations at an initial stage is analytically described by vertically established springs.

**Ключевые слова:** конструкция, стабилизация, колебания.

### ВВЕДЕНИЕ

В процессе движения опрыскивателя по полю, его ходовые системы копируют неровности поверхности, в результате чего образуются возмущения, которые через раму передаются всем механизмам и узлам, вызывая колебания штанги. Это отрицательно сказывается как на надежности машины, так и качестве выполнения технологического процесса, а следовательно, и экологии почвы и окружающей среды. Поэтому важным направлением усовершенствования конструкций полевых опрыскивателей является разработка и установка современных механизмов и систем, обеспечивающих плавность хода распределительной штанги и постоянство высоты ее расположения над обрабатываемой поверхностью во время работы. Особое значение принимают исследования процесса колебаний штанги и закономерностей их гашения с целью проектирования оптимальных систем стабилизации.

### ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

На основании проведенного анализа систем стабилизации в конструкциях современных опрыскивателей, нами предложена система стабилизации штанги (рис. 1), относящаяся к пассивным и основанная на использовании упруго-демпферных элементов гашения колебаний. Конструкция состоит из свободно перемещающейся в направляющих остова 1 подвижной рамки 3, закрепленной на штоке гидроцилиндра 6, нижний конец которого крепится на пластине 7, которая также свободно

перемещается в направляющих. Направляющие выполнены в виде швеллера, обращенного вовнутрь. Пластина нижней частью опирается на две вертикальные пружины 5, соединенные с остовом опрыскивателя. Данное конструктивное исполнение обеспечивает эффективное гашение колебаний на начальной стадии и защиту несущей конструкции при наезде на препятствие или попадание в неровность одновременно двух колес опрыскивателя. Сила трения скольжения «металл по металлу» между подвижной рамкой, пластиной и направляющими остова обеспечивает затухание колебаний за короткий промежуток времени. Штанга 2 подвешена на подвижной рамке 3 с возможностью свободного перемещения. Гашение колебаний штанги в вертикальной плоскости обеспечивается парой пружин 5 и амортизаторами 4. При этом штанга совершает сложное движение по отношению к остову опрыскивателя: поступательное вместе с рамкой в направляющих и вращательное относительно рамки. При поступательном – осуществляется гашение колебаний пружинами 5, а при вращательном – амортизаторами 4.

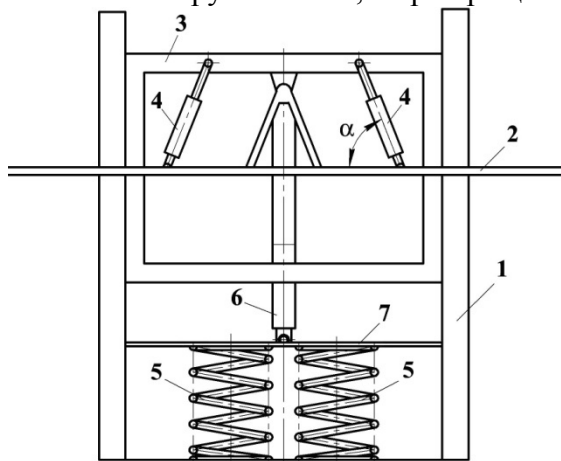


Рис. 1. Схема к расчету вертикальных пружин: 1 – вертикальные направляющие рамы опрыскивателя; 2 – штанга; 3 – подвижная рамка; 4 – амортизаторы; 5 – вертикальные упругие элементы (пружины); 6 – гидроцилиндр изменения высоты установки штанги; 7 – пластина

Fig. 1. The scheme to calculation of vertical springs: 1 – vertical guiding frames of a sprayer; 2 – a bar; 3 – a mobile framework; 4 – absorbers; 5 – vertical elastic elements (springs); 6 – the hydrocylinder of changing of height of installation of a bar; 7 – a plate

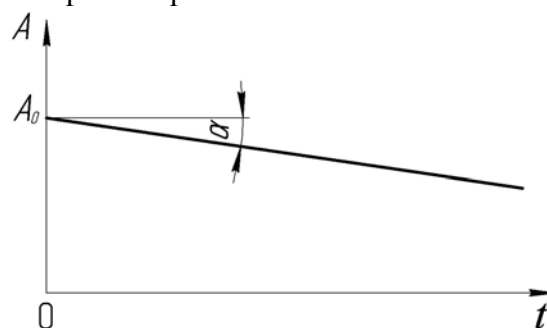


Рис. 2. График огибающей прямой  
Fig. 2. Bending around straight line

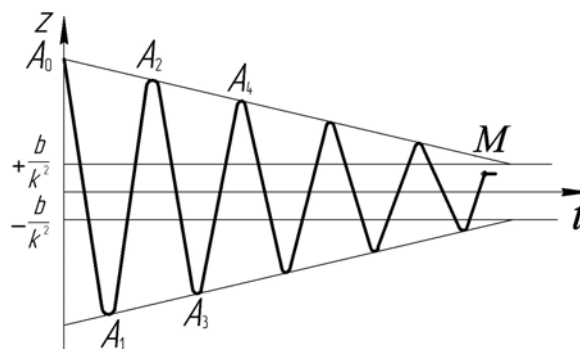


Рис. 3. График колебаний системы  
Fig. 3. Fluctuations of system

Данная система работает следующим образом. При одновременном наезде двух колес опрыскивателя на препятствие (попадание в неровность), возникшие

возмущения, не передаваясь штанге, гасятся за счет работы сил упругости элементов 5 и силы трения между подвижной рамкой 3, пластиной 7 и направляющими остова 1. При наезде на препятствие одного из колес опрыскивателя, возникающие возмущения частично гасятся упругими элементами 5 и окончательно – амортизаторами 4. Эффективность работы данной системы стабилизации определяется характеристиками и параметрами установки ее элементов. Рассмотрим процесс гашения колебаний на начальной стадии вертикальными упругими элементами 5. Колебательное поступательное движение системы с одной степенью свободы в вертикальной плоскости может быть описано уравнением Лагранжа второго рода [1]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_{\kappa}}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial E_{\kappa}}{\partial q} = Q_{\text{н}} + Q_{\text{т}}, \quad (1)$$

где  $t$  – время;  $q$  – обобщенная координата;  $\dot{q}$  – обобщенная скорость (для поступательного движения системы в направляющих  $\dot{q}_2 = \dot{z} = \vartheta = \vartheta_c$ );  $Q_{\text{н}}$  – обобщенная потенциальная сила двух параллельных пружин  $Q_{\text{н}} = -2cz$  ( $c$  – жесткость одной пружины);  $Q_{\text{т}}$  – обобщенная сила трения;  $E_{\kappa}$  – кинетическая энергия системы

$$E_{\kappa} = \frac{1}{2} a \dot{q}^2 = \frac{1}{2} m \vartheta_c^2 = \frac{1}{2} m \dot{z}^2 = \frac{1}{2} m \dot{q}^2, \quad (a \text{ – коэффициент инерции системы}).$$

Предположим, что величина силы трения рамки в направляющих не зависит от скорости, тогда имеем случай обобщенной силы кулоновского трения, которая может быть представлена в виде:

$$Q_{\text{т}} = Q_{\kappa} = -\mu \operatorname{sgn} \dot{q}_2 = -\mu \operatorname{sgn} \dot{z}, \quad (\mu \text{ – обобщенный коэффициент сопротивления системы}).$$

С учетом зависимостей, уравнение (1) примет вид

$$m\ddot{z} = -2cz - \mu \operatorname{sgn} \dot{z},$$

или

$$\ddot{z} + k^2 z + b \operatorname{sgn} \dot{z} = 0, \quad \left( b = \frac{\mu}{m}; k = \sqrt{\frac{2c}{m}} \right). \quad (2)$$

Знак в последнем члене уравнения (2) определяется знаком скорости  $\dot{z}$ .

Пусть, например, после толчкового возмущения система отклоняется от положения равновесия на величину  $z = A_0$ . Примем данное положение за начальное, приняв  $t = 0$  и  $\dot{z} = 0$  и рассмотрим движение, начиная от этого положения. Тогда в первом интервале движения скорость отрицательна и в уравнении (2) перед третьим членом должен быть принят знак «минус». Для этого интервала уравнение (2) представим в виде

$$\ddot{z} + k^2 z - b = 0. \quad (2')$$

Решения данного неоднородного дифференциального уравнения ищем в виде

$$z = z_1 + z_2,$$

где  $z_1$  – общее решение однородного уравнения  $\ddot{z} + k^2 z = 0$  имеет вид

$$z_1 = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt, \quad (3)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – постоянные интегрирования определяются начальными условиями.

Частное решение уравнения (2')  $z_2$  ищем в виде  $z_2 = B$ . Решим уравнение (2') относительно  $z_2$  получим

$$k^2 B = b: \text{ откуда } B = \frac{b}{k^2}.$$

Тогда общее решение уравнения (2') имеет вид

$$z = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt + \frac{b}{k^2}, \quad (4)$$

а уравнение для скорости

$$\dot{z} = C_1 k \cos kt - C_2 k \sin kt. \quad (5)$$

Принимая во внимание, что при  $t=0$   $z_0 = A_0$  и  $\dot{z}_0 = 0$  из уравнения (4) находим

$$C_2 = A_0 - \frac{b}{k^2}, \quad (6)$$

а из уравнения (5) –  $C_1 = 0$ .

Окончательно решение уравнения (2') принимает вид

$$z = \left( A_0 - \frac{b}{k^2} \right) \cos kt + \frac{b}{k^2}; \quad (7)$$

$$\dot{z} = - \left( A_0 - \frac{b}{k^2} \right) k \sin kt. \quad (8)$$

Через промежуток времени, когда произведение  $kt$  будет равно  $\pi$  ( $kt = \pi$ ), скорость  $\dot{z}$  еще раз обращается в нуль. Это значит, система достигает своего наибольшего отклонения по другую сторону от состояния равновесия и соответственно от начала координат. Согласно уравнению (7) величина этого отклонения равна

$$A_1 = \left( A_0 - \frac{b}{k^2} \right) \cos \pi + \frac{b}{k^2} = -A_0 + \frac{2b}{k^2}. \quad (9)$$

Таким образом, по абсолютной величине данное отклонение меньше первоначального на  $\frac{2b}{k^2}$ . Если величина  $A_1$  такая, что  $2c|A_1| > \mu$ , т.е.  $k^2|A_1| > b$  (или  $|A_1| > \frac{b}{k^2}$ ), то сила упругости больше силы трения и система начинает двигаться обратно в сторону положительных значения  $z$ . Тогда для второго интервала движения, когда скорость положительна ( $\dot{z} > 0$ ) в уравнении (2) перед  $b$  должен быть принят знак «плюс» и уравнение движения запишется в виде

$$\ddot{z} + k^2 z + b = 0. \quad (2'')$$

Принимая начало отсчета времени со второго интервала, начальные условия представим так:  $t = 0$ ,  $z_0 = A_1$ ,  $\dot{z} = 0$ . В этом случае общее решение уравнения (2'') примет вид

$$z = C'_1 \sin kt + C'_2 \cos kt - \frac{b}{k^2}, \quad (10)$$

и скорость

$$\dot{z} = C'_1 k \cos kt - C'_2 k \sin kt - \frac{b}{k^2}. \quad (11)$$

С учетом начальных условий на втором интервале движения при  $t = 0$  из уравнения (10), получим

$$C'_2 = A_1 + \frac{b}{k^2} \quad \text{и} \quad C'_1 = 0 \quad (12)$$

и окончательно решение уравнения (10) запишем в виде

$$z = \left( A_1 + \frac{b}{k^2} \right) \cos kt - \frac{b}{k^2}. \quad (13)$$

Тогда в конце второго интервала движения (еще раз при  $kt = \pi$ ) из уравнения (13) получим следующее отклонение

$$A_2 = -A_1 - \frac{2b}{k^2}. \quad (14)$$

С учетом (9) найдем изменение отклонения системы от равновесия за полный период  $2\pi$

$$A_2 = A_0 - \frac{4b}{k^2}. \quad (15)$$

Таким образом, аналогичным образом можно показать, что амплитуда за все последующие периоды уменьшается на одну и ту же величину  $\frac{4b}{k^2}$ , т.е. последовательность амплитуд образует арифметическую последовательность для огибающей кривой  $z(t)$  можно записать дифференциальным уравнением в виде

$$\frac{dA}{dt} T = -\frac{4b}{k^2}, \quad (T - \text{период колебаний}). \quad (16)$$

Интегрируем зависимость  $\int_{A_0}^A dA = -\frac{4b}{k^2 T} \int_0^t dt$ , Получим уравнение для огибающей кривой  $z(t)$

$$A = A_0 - \frac{4b}{k^2 T} t = A_0 - \frac{2\mu}{cT}, \quad (17)$$

представляющей собой прямую линию, график которой представлен на рис. 2.

Из зависимости (17) видно, что тангенс угла ее наклона к оси  $t$  равен

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4b}{k^2 T} = \frac{2\mu}{cT}.$$

Движение системы будет продолжаться до тех пор, пока  $|A_i| > \frac{b}{k^2}$  ( $i$  – номер рассматриваемого цикла). Если  $|A_i| < \frac{b}{k^2}$ , тогда сила упругости меньше  $2cA_i$ , меньше сопротивления и движение системы прекращается.

Принимая во внимание (7) и (13), график колебаний будет состоять из отрезков синусоиды с одинаковым периодом и убывающей амплитудой (рис. 3). Две горизонтальные прямые  $z = \pm \frac{b}{k^2}$  задают зону застоя. Если скорость обращается в нуль в пределах этой зоны, то движение системы прекращается (точка  $M$ ). При эффективной работе системы стабилизации штанги точка  $M$  должна быть как можно ближе к началу координат ( $t \rightarrow 0$ ) и колебательное движение затухать за один цикл.

Логарифмический декремент затухающих колебаний равен

$$\delta = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}}. \quad (18)$$

Если  $\Delta A_i = A_{i+1} - A_i$  мало по сравнению с  $A_i$ , то (18) можно записать как

$$\delta = \ln \frac{A_{i+1} - A_i}{A_{i+1}} = \ln \left( 1 - \frac{\Delta A_i}{A_{i+1}} \right) \approx -\frac{\Delta A_i}{A_{i+1}}.$$

В нашем случае  $\Delta A = -\frac{4b}{k^2}$ , тогда

$$\delta \approx \frac{4b}{k^2} \frac{1}{A} \approx \frac{2\mu}{cA}.$$

Таким образом, для случая кулоновского трения логарифмический декремент колебаний увеличивается с уменьшением амплитуды (рис. 4).

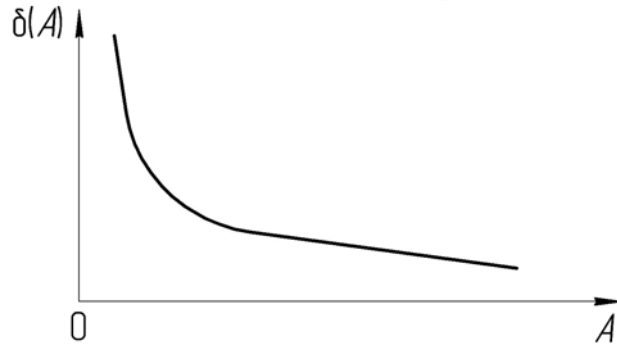


Рис. 4. График зависимости логарифмического декремента колебаний от амплитуды

Fig. 4. Dependence of logarithmic decrement of fluctuations from amplitude

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена конструкция системы стабилизации штанги, обеспечивающая эффективное гашение возмущений, вызванных наездом колес на препятствие. Получены зависимости, позволяющие обосновать параметры упругих элементов системы стабилизации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Пановко Я.Г.** Введение в теорию механических колебаний. Учебное пособие. – М.: Наука, 1980, 272 с.