УДК 631.363

Поступила в редакцию 06.07.07

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ ЖЕСТКО ЗАКРЕПЛЕННОЙ НА ОСТОВЕ ОПРЫСКИВАТЕЛЯ ШТАНГИ

И.С. КРУК[1], Ю.С. БИЗА[1], А.Е. МАРКЕВИЧ[2]

[1] *Белорусский государственный аграрный технический университет, Минск, Республика Беларусь*
[2] *Белорусская государственная сельскохозяйственная академия, Горки, Республика Беларусь*

Отмечено, что на равномерность распределения рабочего раствора пестицидов по обрабатываемой поверхности существенное влияние оказывают колебания штанги, вызванные копированием колесами опрыскивателя микронеровностей поля. В статье приведены исследования процесса колебаний одного из видов крепления штанги – жесткого соединения с остовом опрыскивателя. Определены силы, действующие на штангу в процессе движения, и получены зависимости для определения параметров ее затухающих колебаний.

It is noted, that on uniformity of distribution of a working solution of pesticides on a processable surface essential influence is rendered with the fluctuations of a bar caused by copying of wheels of a sprayer of microroughnesses of a field. In article researches of process of fluctuations of one of kinds of fastening of a bar are resulted – rigid connection with a skeleton of a sprayer. The forces acting on a bar and process of movement are certain and dependences for definition of parameters of its fading fluctuations are received.

Введение

Одним из показателей качества внесения пестицидов полевыми опрыскивателями является равномерность распределения рабочего раствора по обрабатываемой поверхности. Он определяется в продольном и поперечном направлениях. Движение опрыскивателей по полю неизменно сопровождается копированием ходовыми колесами неровностей его поверхности. Это приводит к возмущениям, передающимся через остов опрыскивателя всем его узлам, в том числе и штанге, что приводит к отклонениям ее от состояния статического равновесия. При этом нарушается постоянство расстояния между распылителями и обрабатываемым объектом, приводящие к высокой неравномерности распределения рабочего раствора по его поверхности.

Исполнение несущей конструкции штанги и способ ее крепления к раме опрыскивателя определяют не только качество опрыскивания, но и надежность конструкции, и технологические режимы работы. Жесткое крепление штанги или ее составных частей к несущей раме опрыскивателя налагает ограничение на рабочие скорости движения агрегата и ширину захвата, а следовательно, и на его производительность. Этот тип крепления оправдан только при ширине захвата 9...15 м и рабочих скоростях до 6...7 км/ч [1]. Однако в конструкциях современных опрыскивателей используются распределительные штанги, ширина которых больше 15 метров, при этом рабочие скорости достигают 12 км/ч.

Поэтому важным направлением являются исследования различных способов крепления штанг и разработка демпферных систем, предназначенных для гашения возникающих ее колебаний и обеспечения высокой плавности хода.

Основная часть

Колебательный процесс штанги широкозахватного полевого опрыскивателя может быть описан уравнением Лагранжа второго рода [1, 2]:

$$\frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}t}\left(\frac{\partial E_\text{к}}{\partial \dot{q}}\right)-\frac{\partial E_\text{к}}{\partial q}=Q, \tag{1}$$

где t – время; q – обобщенная координата; $\dot{q}$ – обобщенная скорость; Q – обобщенная сила; $E_\text{к}$ – кинетическая энергия системы:

$$E_к=\frac{a\dot{q}^2}{2},$$

где a – инерционный коэффициент.

Если принять за обобщенную координату угол поворота штанги $q=\varphi$, тогда уравнение (1) примет вид:

$$\frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}t}\left(\frac{\partial E_\text{к}}{\partial \dot{\varphi}}\right)-\frac{\partial E_\text{к}}{\partial \varphi}=-\frac{\partial E_\text{п}}{\partial \varphi}+Q_\varphi^\text{c}, \tag{2}$$

где $E_\text{п}^\text{c}$ – потенциальная энергия системы; $Q_\text{п}^\text{c}$ – обобщенная сила сопротивления среды (воздуха).

Примем, что все элементы штанги не изгибаются и отклоняются на одинаковый угол.

Направим вдоль штанги ось x (рис. 1), тогда для любого элементарного отрезка длины $\mathbf{d}x$ и массы $\mathbf{d}m$ потенциальная энергия определяется суммой работы силы тяжести $\mathrm{d}A_\text{т}$ элемента, отклоненного от равновесного положения $\lambda_\text{ст}$, и работы силы упругости $\mathbf{d}A_\text{у}$, действующей на элемент штанги при его перемещении из состояния с координатой $z+\lambda_\text{ст}$ в нулевое $\lambda_\text{ст}$. Т.е.

$$\mathbf{d}E_\text{п}=dA_\text{т}+dA_\text{у}.$$

При этом

$$\mathbf{d}A_\text{т}=-z\mathbf{d}mg, \tag{3}$$

где z – отклонение рассматриваемого элемента штанги от равновесного положения $\lambda_{ст}$.

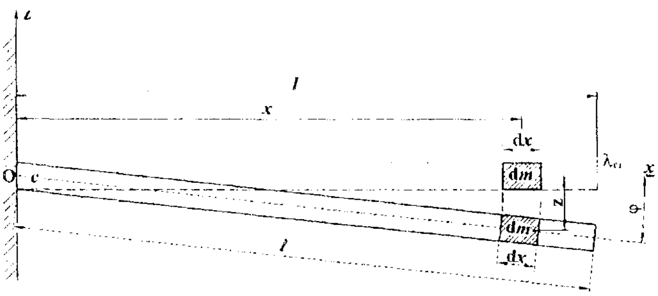

Рис. 1. Схема к определению параметров колебаний штанги

$$\mathbf{d}A_{у} = \int\limits_{z+\lambda_{ст}}^{\lambda_{ст}} F_{у}\mathbf{d}z. \qquad (4)$$

Если $F_{у} = -cz$, то выражение (4) примет вид:

$$\mathbf{d}A_{у} = -c\int\limits_{z+\lambda_{ст}}^{\lambda_{ст}} z\mathbf{d}z = -c\left.\frac{z^2}{2}\right|_{z+\lambda_{ст}}^{\lambda_{ст}} =$$
$$= -\frac{c}{2}\left[\lambda_{ст}^2 - (z+\lambda_{ст})^2\right] = c\lambda_{ст}z + \frac{c}{2}z^2, \qquad (5)$$

где с – коэффициент жесткости конструкции.

Таким образом, потенциальная энергия элемента штанги будет равна:

$$\mathbf{d}E_{п} = -zdmg + c\lambda_{ст}z + \frac{c}{2}z^2. \qquad (6)$$

Принимая, что отклонение всех элементов штанги определяется углом поворота φ, тогда

$$z = \varphi x,$$

где x – горизонтальная координата элемента штанги, и выражение (6) примет окончательный вид:

$$\mathbf{d}E_{п} = -x\varphi dmg + c\lambda_{ст}x\varphi + \frac{c}{2}x^2\varphi^2. \qquad (7)$$

В положении равновесия обобщенная сила равна нулю:

$$Q^{п} = -\left(\frac{\partial E_{п}}{\partial q}\right)_{q=0} = 0.$$

Поэтому

$$Q^{п}_{\varphi=0} = -\left(\frac{\partial(\mathbf{d}E_{п})}{\partial\varphi}\right)_{\varphi=0} =$$
$$= -\mathbf{d}mgx + c\lambda_{ст}x + \left(\frac{c}{2}x^2 2\varphi\right)_{\varphi=0} = 0. \qquad (8)$$

Окончательно

$$\mathbf{d}E_{п} = \frac{c}{2}x^2\varphi^2. \qquad (9)$$

Тогда полная потенциальная энергия всей штанги длиной l равна

$$E_{п} = \frac{c}{2}\varphi^2\int\limits_0^l x^2\mathbf{d}x = \frac{c}{6}l^3\varphi^2. \qquad (10)$$

Обобщенная сила, соответствующая этой потенциальной энергии $E_{п}$, равна

$$Q^{п}_{\varphi} = -\frac{\partial E_{п}}{\partial\varphi} = -\frac{2c}{6}l^3\varphi = -c_R\varphi, \qquad (11)$$

где $c_R = \frac{1}{3}cl^3$.

Определим обобщенную часть силы, вызванную силой сопротивления:

$$Q = \sum_{k=1}^{n} F_k\frac{\mathbf{d}r_k}{\mathbf{d}q}. \qquad (12)$$

Принимая силу сопротивления элемента штанги, радиуса-вектора r_k – $F_k = -\mu_k\vartheta_k$, получаем

$$Q^{c} = \sum_{k=1}^{n} F_k^{c}\frac{dr_k}{\mathbf{d}q} = -\sum_{k=1}^{n}\mu_k\vartheta_k\frac{dr_k}{\mathbf{d}q}, \qquad (13)$$

где μ – коэффициент сопротивления воздушной среды.

$$\vartheta_k = \frac{d\bar{r}_k}{\mathbf{d}t} = \frac{d\bar{r}_k}{\mathbf{d}t}\frac{\mathbf{d}q}{\mathbf{d}q} = \frac{\mathbf{d}r_k}{\mathbf{d}q}\frac{\mathbf{d}q}{\mathbf{d}t} = \frac{\mathbf{d}\bar{r}_k}{\mathbf{d}t}q; \quad (q = \varphi). \qquad (14)$$

С учетом (14) зависимость (13) примет следующий вид:

$$Q^{c} = -\sum_{k=1}^{n}\mu_k\left(\frac{dr_k}{\mathbf{d}q}\right)^2 q = -F(q)q. \qquad (15)$$

Раскладывая функцию $F(q)$ в ряд Тейлора, имеем

$$F(q) = F(0) + F'(0)q + \dots \qquad (16)$$

С целью линеаризации уравнения колебаний штанги в зависимости (16) ограничимся первым членом $F(0) = \mu$. Тогда

$$Q^c = -\mu q = -\mu \varphi. \qquad (17)$$

С учетом полученных выражений для кинетической энергии и обобщенной силы из уравнения Лагранжа получим уравнение колебаний штанги в дифференциальной форме:

$$I_z \ddot{\varphi} + \mu \dot{\varphi} + c_R \varphi = 0,$$

где I_z – момент инерции относительно оси z.

Деля обе части уравнения на I_z, получим

$$\ddot{\varphi} + \frac{\mu}{I_z}\dot{\varphi} + \frac{c_R}{I_z}\varphi = 0.$$

Или в стандартном виде:

$$\ddot{\varphi} + 2b\dot{\varphi} + k^2\varphi = 0, \qquad (18)$$

где $2b = \frac{\mu}{I_z}$ – параметр, характеризует величину сопротивления; $k^2 = \frac{c_R}{I_z}$ – циклическая частота.

Решение данного уравнения ищем в виде $\varphi = e^{nt}$, подставив которое в уравнение (18), получим характеристическое уравнение:

$$n^2 + 2bn + k^2 = 0.$$

Корнями данного уравнения являются

$$n_{1,2} = -b \pm \sqrt{b^2 - k^2} = -b \pm k_1 i,$$

где $k_1 = \sqrt{k^2 - b^2}$.

То есть корни характеристического уравнения являются комплексными.

Решение полученного уравнения колебаний штанги для малых сопротивлений $b < k$ имеет вид:

$$\varphi = e^{-bt} A \sin(k_1 t + \alpha), \qquad (19)$$

где A и α – постоянные интегрирования, которые определяются по начальным условиям (A – амплитуда колебаний, α – начальная фаза).

Период затухающих колебаний можно определить по зависимости:

$$T = \frac{2\pi}{k_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{k^2 - b^2}}. \qquad (20)$$

Декремент колебаний равен e^{-bT}, а модуль его логарифма $bT = \frac{2\pi\mu}{I_z\sqrt{\frac{cl^3}{3I_z} - \frac{\mu^2}{4I_z^2}}}$ – логарифмический декремент.

Подставляя ранее введенные обозначения в зависимости (19), (20), окончательно получим:

$$\varphi = e^{-\frac{\mu}{2I_z}t} A \sin\left(t\sqrt{\frac{cl^3}{3I_z} - \frac{\mu^2}{4I_z^2}} + \alpha\right). \qquad (21)$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{cl^3}{3I_z} - \frac{\mu^2}{4I_z^2}}}. \qquad (22)$$

Заключение

Существенное влияние на равномерность распределения рабочего раствора пестицидов по обрабатываемой поверхности оказывают вертикальные колебания штанги опрыскивателя. В полевых опрыскивателях с небольшой шириной захвата используется жесткое крепление штанги к остову, что влечет за собой движение с небольшой скоростью при обработках полей с невыровненной поверхностью, а следовательно, снижение производительности агрегата.

Изучив процесс движения опрыскивателя и используя уравнение Лагранжа второго рода, получили уравнения для определения параметров затухающих колебаний штанги. Анализируя зависимости (21) и (22) следует отметить, что быстрота затухания колебаний определяется жесткостью конструкции штанги и ее размерами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вартукаптейнис К.Э. Обоснование параметров и элементов конструкции штанговых опрыскивателей: Дис. ... к-та технич. наук. – Елгава: 1984. – 250 с.
2. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учеб. для втузов. – М.: Высш. шк., 1986. – 416 с.
3. Воронков И.М. Курс теоретической механики. – М.: «Наука», 1966. – 594 с.