Чигарев А.В., д.ф.-м.н., проф. (БНТУ), Чигарев Ю.В., д.ф.-м.н. проф. (БГАТУ, Западнопоморский технологический ун-т, Польша), Бжостович А. (Западнопоморский технологический ун-т, Польша), Крук И.С., к.т.н., доцент (БГАТУ)

К ОЦЕНКЕ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИН СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Введение

При эксплуатации сельскохозяйственной техники нагружение элементов конструкции и, в частности, пластин может носить очень сложный характер. В этом случае определение прочности и надежности конструкции во многом может зависить от подхода и метода исследования данного процесса, который может быть регулярным или случайным. В данной работе рассмотрен такой случай, когда колебания пластины стохастизируются не за счет ввода в систему случайных величин, а за счет параметров динамического процесса. Граница между регулярными решениями и нерегулярными определяется с помощью критерия стохастичности

В случае выполнения критерия стохастичности определена устойчивость колебаний пластины в среднем квадратичном. Сельскохозяйственные машины и орудия содержат в своих конструкциях множество пластин и оболочек, которые на своих границах имеют различные связи с другими элементами машины. Через эти элементы или непосредственно на пластину передается нагрузка, которая может быть статическая или динамическая. Нагрузка, как и материал пластины, влияют на ее прочность и устойчивость. Исследованию задач связанных с определением параметров изгиба и устойчивости пластин и оболочек посвящена монография [1].

Основная часть

Пусть к поверхности прямоугольной пластины со сторонами a и b приложена равномерно распределенная, нестационарная нагрузка $Q(x_1,x_2,t)$ (рис. 1). а по торцам статические усилия P, а к поверхности пластинки приложена равномерно распределенная, нестациолнарная нагрузка $Q(x_1,x_2,t)$.

Уравнение движения в перемещениях представим в форме

$$(1-R^*)\frac{N}{h}\nabla^4(u_3-u_{03})=L(u,\Phi)+\frac{Q}{h}-\frac{\beta}{g}\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}. \qquad (1)$$

Здесь принято

R^* – интегральный оператор с ядром релаксации Колтунова-Ржаницина;

h – толщина пластинки;

β – удельный вес материала;

g – ускорение силы тяжести;

$N=\dfrac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ – жесткость на изгиб пластинки;

μ – коэффициент Пуассона;

E – модуль упругости;

Определяя функцию напряжений Φ и, применяя к уравнению (1) метод Бубнова-Галеркина [2], перейдем к нелинейному обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка

$$\ddot{\xi}(t)+\omega^2(\xi+\alpha\xi^3)=Q^*. \qquad (2)$$

здесь

$$\xi = \frac{f}{h}; \quad Q^* = \varepsilon = \frac{16c^2}{E\Pi^2 h^2}\theta;$$

$$\alpha = \frac{\frac{3}{4}(1-\mu^2)\left[1+\left(\frac{b}{a}\right)^4\right]R^*}{\left[1+\left(\frac{b}{a}\right)^2\right]\left[1-\frac{12b^2(1-\mu^2)}{Eh^2\Pi^2(1+(b/a)^2)^2}\right]};$$

где ω^2 – собственные колебания,

В (2) выберем внешнее воздействие Q^* в виде суммы δ-функций с периодом $2\Pi/\Omega$ (Ω - частота Q^*)

$$Q^*(t) = \varepsilon b\omega \sum \delta(t-kT), \ b = \frac{16c^2}{E\Pi^2 h^2}. \tag{3}$$

Вследствие периодичности внешнего воздействия колебания пластинки можно описать изменение амплитуд и фаз разностными уравнениями вида

$$A_{n+1} = \frac{1}{2}(2+\varepsilon \sin 2\theta_n);$$

$$\theta_{n+1} = \left\{Q_n + k_n \sin 2\theta + \frac{\omega_n}{\Omega} + \frac{\varepsilon}{2}(1+cos 2\theta)\right\}; \tag{4}$$

где $k_n = \frac{3}{8}\alpha A_n^2 \varepsilon\omega T$.

При $k_n > 1$ [3, 4] происходит затухание фазовых корреляций, что соответствует выполнению критерия стохастичности. Следовательно, динамический процесс стохастизируется и исследование колебаний пластинки нужно проводить вероятностными методами.

Литература

1. Огибалов П.М., Колтунов М.А., Оболочки и пластины. Изд-во МГУ, 1969, с. 695.
2. Ворович И.И. О методе Бубнова – Галёркина в нелинейной теории колебания пологих оболочек. – Доклады АН СССР, 1956. – Т. 110 - №5, с. 723–726.
3. Chigarev A.V. Chigarev Yu.V. O wozmożności wozniknowenia stochasticzeskoj nieustojcziwości łucziej w nieodnorodnych sredach. Moskwa, Akustyczieskji żurnał, t. 24, N5, 1978, 705–711
4. Zaslavskii G.M. Statistical irreversibility in nonlinear systems Moscow, Nauka, 1970, p. 143.