

УДК 631.363

## Моделирование процесса гашения вынужденных колебаний штанги полевого опрыскивателя в вертикальной плоскости при использовании демпфирующих элементов в системе ее стабилизации

**Биза Ю. С.**, к.ф.-м.н., доцент

**Крук И. С.**, к.т.н., доцент кафедры «Теоретическая механика и теория механизмов и машин» учреждения образования «Белорусский государственный аграрный технический университет»

### Аннотация

**Цель.** Исследовать процесс гашения вынужденных колебаний шарнирно закрепленной штанги в вертикальной плоскости и получить зависимости для определения их параметров при работе системы стабилизации с демпфирующими элементами.

**Методы.** Теоретические исследования колебательных процессов, основанные на использовании законов теоретической механики (кинематики и динамики) и математического интегрирования.

**Результаты.** Предложена система стабилизации шарнирно закрепленной штанги полевого опрыскивателя в вертикальной плоскости, основанная на использовании различных демпфирующих элементов. Теоретически описан процесс колебаний шарнирно закрепленной штанги и получены

закономерности изменения характеристик вынужденных затухающих колебаний, позволяющие определить эффективность используемой системы стабилизации, основанной на применении различных демпфирующих элементов с учетом параметров их установки.

**Выводы.** Для выбранной системы стабилизации шарнирно закрепленной штанги полевого опрыскивателя получены уравнения, описывающие процесс затухания ее вынужденных колебаний и позволяющие определить их параметры в зависимости от размеров несущей конструкции штанги, характеристик и способов установки демпфирующих элементов.

**Ключевые слова:** опрыскиватель, штанга, колебания, уравнение, амплитуда, решение, сила, энергия, затухание.

UDC 631.363

## Simulation of the process of damping forced oscillations of the field sprayer bar in the vertical plane when using damping elements in the system of its stabilization

**Biza Y. S.**, Candidate of science, Associate Professor

**Kruk I. S.**, Candidate of science, Associate Professor of the Department of theoretical mechanics and theory of mechanisms and machines of the Educational establishment «Belarusian State Agrarian and Technical University»

### Annotation

**Purpose.** Investigate the process of damping forced vibrations of a hinged rod in the vertical plane and obtain dependencies for determining their parameters during the operation of the stabilization system with damping elements.

**Methods.** Theoretical studies of oscillatory processes, based on the use of the laws of theoretical mechanics (kinematics and dynamics) and mathematical integration.

**Results.** A system for stabilizing the hinged rod of a field sprayer in a vertical plane is proposed, based on the use of various damping elements. The process of oscillations of a hinged rod is described theoretically

and the regularities of the change in the characteristics of forced damped oscillations are obtained, which makes it possible to determine the effectiveness of the stabilization system used, based on the use of various damping elements, taking into account the parameters of their installation.

**Conclusions.** For the chosen stabilization system of the articulated boom of the field sprayer, equations are obtained describing the process of damping of its forced oscillations and allowing to determine their parameters depending on the dimensions of the rod's supporting structure, characteristics and methods of installation of damping elements.

**Keywords:** sprayer, rod, oscillations, equation, amplitude, solution, force, energy, damping, coefficient.

УДК 631.363

## Моделювання процесу гасіння вимушених коливань штанги польового обприскувача у вертикальній площині за умови використання демпфуючих елементів у системі її стабілізації

**Біза Ю. С.**, к.ф.-м.н., доцент

**Крук І. С.**, к.т.н., доцент кафедри «Теоретична механіка та теорія механізмів і машин»  
установи освіти «Білоруський державний аграрний технічний університет»

### Анотація

**Мета.** Дослідити процес гасіння вимушених коливань шарнірно закріпленої штанги у вертикальній площині та отримати залежності для визначення їх параметрів у разі роботи системи стабілізації з демпфуючими елементами.

**Методи.** Теоретичні дослідження коливальних процесів, що засновані на використанні законів теоретичної механіки (кінематики та динаміки) і математичного інтегрування.

**Результати.** Запропоновано систему стабілізації шарнірно закріпленої штанги польового обприскувача у вертикальній площині, яка заснована на використанні різних демпфуючих елементів. Теоретично описаний процес коливань шарнірно закріпленої штанги й отримані закономірності зміни характеристик вимушених загасаючих коливань, що дозволяють визначити ефективність використовуваної системи стабілізації, заснованої на застосуванні різних демпфуючих елементів з урахуванням параметрів їх установки.

**Висновки.** Для обраної системи стабілізації шарнірно закріпленої штанги польового обприскувача отримані рівняння, що описують процес загасання її вимушених коливань і дозволяють визначити їх параметри залежно від розмірів несучої конструкції штанги, характеристик і способів установки демпфуючих елементів.

**Ключові слова:** обприскувач, штанга, коливання, рівняння, амплітуда, рішення, сила, енергія, загасання, коефіцієнт.

**Постановка проблеми.** В зв'язі з інтенсифікацією применения средств химизации в растениеводстве остро стоят проблемы снижения воздействия на экологию окружающей среды и накопления их остаточных количеств в конечной продукции. Наиболее широкое распространение в техническом обеспечении процессов химизации получили штанговые опрыскиватели, которые позволяют с высокой степенью равномерности распределить рабочие растворы пестицидов

и минеральные удобрения по поверхности. Постоянное совершенствование данного типа машин, направленное на повышение производительности путем увеличения рабочей ширины захвата, требует особого подхода к обеспечению надежности несущей конструкции штанги и качества выполнения технологического процесса. Актуальным остается вопрос колебаний штанги, возникающих на больших рабочих скоростях при копировании ходовыми системами неровностей поля и с резкими изменениями скорости движения агрегата. Поэтому важной является разработка систем гашения колебаний штанги в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Особую значимость при этом имеют теоретические исследования, позволяющие на стадиях проектирования смоделировать процесс движения штанги от возникающих внешних возбуждающих сил и определить закономерности изменения характеристик затухающих колебаний при использовании различных демпфирующих элементов и параметрах их установки.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Основы прикладной теории колебаний механических систем представлены в работах Бидермана В. Л., Пановко Я. Г., Яблонского А. А., Тимошенко С. П., Янга Д. Х., Уивера У. Исследованиям процессов колебаний и обеспечению надежности штанг полевых опрыскивателей посвящены труды Озолса Я. Г., Бумажкина В. А., Вартукапейниса К. Э., Рыбака Т. И. Наиболее полно исследования конструктивных особенностей штанг полевых опрыскивателей, способов их навешивания и систем стабилизации представлены в трудах Виковича И. А. Постоянное совершенствование опрыскивателей и конструкций штанг, направленное на повышение

производительности путем увеличения рабочей ширины захвата и обеспечение требуемого качества выполнения технологического процесса при работе на больших скоростях, требует особого подхода к обеспечению надежности несущей конструкции штанги и качества выполнения технологического процесса. Поэтому актуальными являются исследования, посвященные обоснованию форм и размеров несущих конструкций штанг, выбору способа их навешивания и системы стабилизации.

**Цель исследований.** Получить зависимости для определения параметров затухающих вынужденных колебаний шарнирно закрепленной штанги полевого опрыскивателя при использовании выбранной системы стабилизации с демпфирующими элементами.

**Методы исследований.** Теоретический метод исследований с использованием законов кинематики и динамики, а также математического интегрирования.

**Результаты исследований.** В процессе работы агрегата колеса опрыскивателя копируют неровности поверхности поля, в результате чего образуются возмущения, которые через раму передаются распределительной штанге, вызывая ее колебания. Они приводят к тому, что неравномерность распределения рабочего раствора по обрабатываемой поверхности резко изменяется, что отражается на качестве выполняемого технологического процесса, влечет появление участков с передозировкой препарата, а следовательно, увеличение нагрузки на экологию окружающей среды и повышение вероятности накопления остаточных количеств средств химизации в конечной продукции растениеводства. Поэтому важным направлением усовершенствования конструкций полевых опрыскивателей является разработка и установка механизмов и систем, обеспечивающих плавность хода распределительных штанг и постоянство высоты их расположения над обрабатываемой поверхностью во время работы.

В зависимости от способа обеспечения постоянства расстояния между обрабатываемым объектом и штангой различают системы активной, пассивной и комбинированной стабилизации, из которых две последние широко используются в конструкциях современных опрыскивателей.

Предлагаемая конструкция стабилизации штанги (рис. 1) относится к пассивным системам и основана на использовании упругих элементов гашения колебаний. Подвижная рамка 3 закреплена на штоке гидроцилиндра 7, нижний конец которого крепится на пластине 4, опирающейся на две вертикальные пружины сжатия 1, которые установлены на остова опрыскивателя 9. Рамка может свободно перемещаться в направляющих остова опрыскивателя. Штанга 6 закреплена на подвижной рамке 3 шарнирным соединением 4, обеспечивающим ее вращательное движение. Гашение колебаний штанги в вертикальной плоскости обеспечивается пружинами 1, 5 и амортизаторами 2. При этом штанга совершает сложное движение по отношению к остова опрыскивателя: поступательное вместе с рамкой в направляющих и вращательное относительно рамки. При поступательном движении осуществляется гашение колебаний пружинами 1, а при вращательном – амортизаторами 2 и пружинами 5.

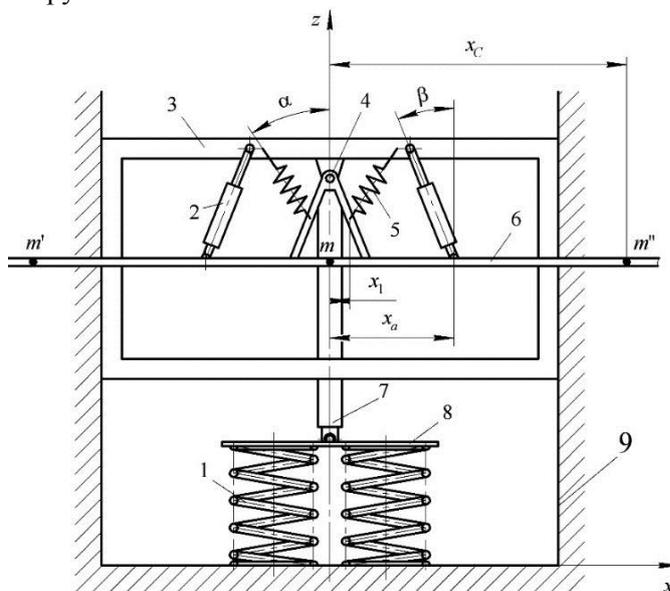


Рис. 1. Схема системы стабилизации штанги полевого опрыскивателя

Fig. 1. Scheme of the stabilization system of the field sprayer bar

Колебательное движение штанги опрыскивателя может быть описано уравнениями Лагранжа второго рода [1–5]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_{\kappa}}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial E_{\kappa}}{\partial q_1} = Q, \quad (1)$$

где  $t$  – время, с;

$E_{\kappa}$  – кинетическая энергия системы, Дж;

$\dot{q}$  – обобщенная скорость,  $\text{М} \cdot \text{С}^{-1}$ ;

$q$  – обобщенная координата, м;

$Q$  – обобщенная сила, Н.

Разложим движение системы (рис. 1) на переносное поступательное движение вместе с центром масс штанги и относительное по отношению к системе координат, движущейся поступательно вместе с этим центром. Тогда по теореме Кенига кинетическая энергия системы в абсолютном движении складывается из кинетической энергии центра масс  $E_{\kappa}^c$ , если в нем сосредоточить всю массу движущейся системы, и кинетической энергии штанги  $E_{\kappa}^r$  относительно центра масс:

$$E_{\kappa} = E_{\kappa}^c + E_{\kappa}^r = \frac{1}{2} m \mathcal{G}_c^2 + E_{\kappa}^r, \quad (2)$$

где  $E_{\kappa}^c = \frac{1}{2} m \mathcal{G}_c^2$ ;  $E_{\kappa}^r = \frac{1}{2} a \dot{q}_1^2$ ;

$m$  – масса системы (навеска, штанга, элементы стабилизации), кг;

$\mathcal{G}_c$  – скорость центра масс штанги,  $\text{М} \cdot \text{С}^{-1}$ ;

$a$  – коэффициент инерции, кг.

Для поступательного движения части системы в направляющих

$$\mathcal{G}_c = \mathcal{G} = \dot{z} = \dot{q}_2 \text{ и } E_{\kappa}^{(2)} = \frac{m \mathcal{G}_c^2}{2} = \frac{m \dot{q}_2^2}{2} = \frac{m \dot{z}^2}{2}.$$

Уравнение Лагранжа для этого поступательного движения имеет вид

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_{\kappa}^{(2)}}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial E_{\kappa}^{(2)}}{\partial q_2} = Q_{\Pi} + Q_{\text{Д}}, \quad (3)$$

где  $Q_{\Pi}$  – потенциальная сила двух параллельных пружин 1 (рис. 1), Н;

$Q_{\text{Д}}$  – диссипативная сила сопротивления амортизатора 2, Н.

Обобщенная потенциальная сила двух параллельных пружин равна:

$$Q_{\Pi} = - \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial q_2}.$$

Для принятых обобщенных координат  $q = z$  при этом потенциальная энергия равна:

$$E_{\Pi} = \frac{2c_2 q_2^2}{2} = \frac{2c_2 z^2}{2} = c_2 z^2,$$

где  $c_2 = 2c_1$ ,  $c_1$  – жесткость пружины 1,  $\text{Н} \cdot \text{М}^{-1}$ .

Откуда

$$Q_{\Pi} = -2c_2 z. \quad (4)$$

Обобщенная диссипативная сила сопротивления амортизатора

$$Q_{\text{Д}} = -\mu_a \dot{q}_2 = -\mu_a \dot{z}, \quad (5)$$

где  $\mu_a$  – обобщенный коэффициент сопротивления амортизатора,  $\text{КГ} \cdot \text{С}^{-1}$ .

Принимая во внимание выражения для  $E_{\kappa}^{(2)}$ ,  $Q_{\Pi}$  и  $Q_{\text{Д}}$ , уравнение (3) примет вид:

$$m \ddot{z} = -2c_2 z - \mu \dot{z}$$

или

$$\ddot{z} + 2b \dot{z} + k^2 z = 0, \quad (6)$$

где  $2b = \frac{\mu}{m}$ ;

$$k = \sqrt{\frac{2c_2}{m}}. \quad (7)$$

Решение этого дифференциального уравнения в зависимости от соотношения между величинами  $b$  и  $k$  выражается одной из трех форм:

$$z = e^{-bt} A \sin(k_1 t + \alpha) \text{ при } b < k, \quad (8)$$

где  $k_1 = \sqrt{k^2 - b^2}$ ;

$$z = e^{-bt} (C_1 e^{rt} + C_2 e^{-rt}) \text{ при } b > k, \quad (9)$$

где  $r = \sqrt{b^2 - k^2}$ ;

$C_1, C_2$  – постоянные интегрирования;

$$z = e^{-bt} (C_1 t + C_2) \text{ при } b = k. \quad (10)$$

Во всех этих случаях из-за множителя  $e^{-bt}$  величина  $z$  стремится к нулю с возрастанием времени, то есть затухает. При малых значениях коэффициента затухания ( $b < k$ ) затухающее движение имеет колебательный характер, а при больших ( $b \geq k$ ) движение системы не является колебательным, отклонение системы экспоненциально стремится к равновесному нулевому положению.

Для описания колебательного движения штанги в уравнении Лагранжа в качестве обобщенной координаты примем угол поворота штанги  $\varphi$ . Тогда уравнение примет вид:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial \varphi} = - \frac{\partial E_{\Pi}'}{\partial \varphi} + Q_g', \quad (11)$$

где  $E_k$  – определяется формулой (2), Дж;

$E_{\Pi}'$  – потенциальная энергия штанги, Дж;

$Q_{\text{д}}'$  – обобщенная сила сопротивления амортизаторов штанги, Н.

Потенциальная энергия системы состоит из потенциальной энергии полей сил тяжести  $E_{\Pi}^T$  и сил упругости  $E_{\Pi}^y$ .

$$E_{\Pi}^T = Pz_c = 0, \text{ так как } z_c = z_0 = 0$$

. Следовательно  $E_{\Pi}' = E_{\Pi}^y$ .

$$\begin{aligned} E_{\Pi}' &= -c \int_{z-\lambda_{\text{cr}}}^{\lambda_{\text{cr}}} z dz - c \int_{z+\lambda_{\text{cr}}}^{\lambda_{\text{cr}}} z dz = \\ &= \frac{c}{2} \left[ \lambda_{\text{cr}}^2 - (z - \lambda_{\text{cr}})^2 \right] - \\ &- \frac{c}{2} \left[ \lambda_{\text{cr}}^2 - (z + \lambda_{\text{cr}})^2 \right] = cz^2, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $z = \varphi x_1$ ;

$x_1$  – расстояние от центральной точки подвеса штанги до точки крепления пружин на штанге, м.

Действительно  $F = c_3 \Delta S$ ,  $\Delta S = \frac{F}{c_3}$ ,

$$\begin{aligned} F_z &= c \Delta z, \quad F_z = F \cos \alpha, \quad \Delta z = \frac{\Delta S}{\cos \alpha}, \\ c &= \frac{F}{\Delta z} = \frac{F \cos \alpha}{\Delta z} = \frac{F \cos^2 \alpha}{\Delta S} = c_3 \cos^2 \alpha, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\alpha$  – угол установки пружин относительно горизонтальной плоскости, рад;

$c_3$  – жесткость пружины 3, Н · м<sup>-1</sup>.

С учетом (12) обобщенная сила, соответствующая потенциальной энергии  $E_{\Pi}'$ , равна:

$$\begin{aligned} Q_{\Pi}' &= - \frac{\partial E_{\Pi}'}{\partial \varphi} = -2cx_1^2 \varphi = -c_{\Pi} \varphi, \\ &\left( c_{\Pi} = 2cx_1^2 \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Определим обобщенную силу  $Q_{\text{д}}'$ , вызванную силой сопротивления амортизаторов, пропорциональной скорости  $\bar{F}_c = -v \bar{\mathfrak{G}}_a$  ( $v$  – коэффициент пропорциональности, кг/с):

$$\begin{aligned} Q_{\text{д}}' &= \frac{\sum \delta A_k}{\delta \varphi} = - \frac{v \mathfrak{G}_a \delta z}{\delta \varphi \cos \beta} = \\ &= - \frac{v \dot{\varphi} x_a^2 \delta \varphi}{\delta \varphi \cos \beta} = - \frac{v \dot{\varphi} x_a^2}{\cos \beta}, \end{aligned}$$

где  $\mathfrak{G}_a = \dot{\varphi} x_a$  и  $\delta z = \delta \varphi x_a$  – скорость (м/с) и перемещение (м) точки приложения силы  $\bar{F}_c$ , соответственно;

$\beta$  – угол установки амортизатора относительно вертикальной оси, рад;

$x_a$  – расстояние от середины штанги до центра точки крепления на ней амортизатора, м.

$$Q_{\text{д}}' = - \frac{v \dot{\varphi} x_a^2}{\cos \beta} = -\mu' \dot{\varphi}, \quad \left( \mu' = \frac{v x_a^2}{\cos \beta} \right). \quad (15)$$

Очевидно, в рассматриваемой системе реализуется случай больших сопротивлений

( $b > k$ ) и применима зависимость (9). В общем случае можно принять, что  $z$  по экспоненте стремится к нулю с некоторым коэффициентом  $n$ , т.е.  $z \sim Ce^{-nt}$ . Тогда

$$\mathfrak{Q}_c = \dot{z} = -Cne^{-nt} = De^{-nt}, \quad (16)$$

где  $D = -Cn$ ,

а кинетическая энергия равна:

$$E_k = \frac{mD^2 e^{-2nt}}{2} + \frac{I_{cy} \dot{\phi}^2}{2}, \quad (17)$$

где  $I_{cy}$  – момент инерции относительно оси  $y$ , кг · м<sup>2</sup>.

Принимая во внимание полученные выражения для кинетической энергии и обобщенных сил из уравнения Лагранжа, получим дифференциальные уравнения колебаний штанги в форме

$$I_{cy} \ddot{\phi} + \mu' \dot{\phi} + c_{\Pi} \phi = Bx_c e^{-nt}, \quad (18)$$

где  $Bx_c e^{-nt}$  – обобщенная сила переносной силы инерции, которую можно рассматривать как момент пары сил, образованной переносной силой инерции и силой тяжести половины штанги с плечом равным расстоянию  $x_c$  от середины штанги до центра тяжести одной из половин штанги.

Величина переносной силы инерции

$$F_{\text{пер}}^n = ma_{\text{пер}} = m\ddot{z} = mCn^2 e^{-nt} = Be^{-nt},$$

где  $B = mCn^2$ .

Тогда обобщенная сила переносной силы инерции

$$Q_{\text{пер}} = \frac{\sum \delta A_k}{\delta \phi} = \frac{Be^{-nt} \delta z}{\delta \phi} = \frac{Be^{-nt} x_c \delta \phi}{\delta \phi} = Bx_c e^{-nt}. \quad (19)$$

Разделив все члены уравнения (18) на  $I_{cy}$ , получим уравнение в виде

$$\ddot{\phi} + 2b' \dot{\phi} + (k')^2 \phi = B_0 e^{-nt}, \quad (20)$$

$$\text{где } 2b' = \frac{\mu'}{I_{cy}}; k' = \sqrt{\frac{c_{\Pi}}{I_{cy}}}; B_0 = \frac{Bx_c}{I_{cy}}. \quad (21)$$

Решение неоднородного уравнения (20) представим в виде

$$\phi = \phi_1 + \phi_2,$$

где  $\phi_1$  – общее решение уравнения (20) без правой части,

$\phi_2$  – частные решения полного уравнения (20).

$\phi_2$  ищем в виде

$$\phi_2 = Q_0 e^{-nt}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (20), получаем

$$Q_0 = \frac{B_0}{n^2 - 2b'n + (k')^2}. \quad (22)$$

Общее решение дифференциального уравнения (15) без правой части

$$\phi_1 = e^{-b't} A' \sin(\omega t + \alpha), \quad (23)$$

где  $A'$  – амплитуда колебаний, м;

$$\omega = \sqrt{(k')^2 - (b')^2}. \quad (24)$$

Таким образом,

$$\phi = e^{-b't} A' \sin(\omega t + \alpha') + \frac{B_0}{n^2 - 2b'n + (k')^2} e^{-nt}, \quad (25)$$

где  $A'$  (м) и  $\alpha'$  (рад) – константы, определяемые начальными условиями.

Второй член в (25) по экспоненте стремится к нулю. Первый член представляет собой затухающие колебания с декрементом колебаний

$$e^{-b'T_1} = e^{-\frac{\pi \nu x_a}{\omega I_{cy} \cos \beta}},$$

где  $bT_1 = \frac{\pi v x_a}{\omega I_{cy} \cos \beta}$  – логарифмический

декремент колебаний;

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (26)$$

### Выводы

Для выбранной системы стабилизации шарнирно закрепленной штанги полевого опрыскивателя получены уравнения, описывающие процесс затухания ее вынужденных колебаний и позволяющие определить их параметры в зависимости от размеров несущей конструкции штанги, характеристик и способов установки демпфирующих элементов.

### Библиография

Тарг С. М. Курс теоретической механики: учебник для вузов. М.: Высш. шк., 1986. 416 с.

Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний: учебное пособие. М.: Наука, 1980. 272 с.

Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле / пер. с англ. Л. С. Корнейчука; под ред. Э. И. Григолюка. М.: Машиностроение, 1985. 472 с.

Яблонский А. А., Сигизмуд С. Н. Курс теории колебаний. М.: Высшая школа, 1966. 256 с.

Вартукаптейнис К. Э. Обоснование параметров и элементов конструкции штанговых опрыскивателей: дис. ... канд. тех. наук. Елгава, 1984. 250 с.

Вікович І. А. Конструкції і динаміка штангових обприскувачів: монографія. Львів: Видавн. Нац. універс. «Львівська політехніка», 2003. 460 с.

### Bibliografia

Targ S. M. Kurs teoreticheskoj mehaniki: uchebnik dlya vtuzov. M.: Vish. shk., 1986. 416 s.

Panovko Y. G. Vvedenie v teoriu mehanicheskikh kolebanii: uchebnoe posobie. M.: Nauka, 1980. 272 s.

Timoshenko S. P., Yang D. X., Uiver Y. Kolebaniya v injenernom dele / per. s angl. L. S. Korneychuka; pod red. E. I. Grigoluka. M.: Mashinostroenie, 1985. 472 s.

Yablonskii A. A., Sigizmund S. N. Kurs teorii kolebanii. M.: Visshaya shkola, 1966. 256 s.

Vartukapteinis K. E. Obosnovanie parametrov i elementov konstrukcii shtangovih opriskivateley: dis. ... kand. teh. nauk. Elgava, 1984. 250 s.

Vikovich I. A. Konstrukcii i dinamika shtangovih obpriskuvachiv: monografiya. Lviv: Vidavn. Nac. univers. «Lvivska politehnika», 2003. 460 s.

### Bibliography

Targ S. M. Course of Theoretical Mechanics: textbook for technical colleges. M.: Higher education. shk., 1986. 416 p.

Panovko Ya. G. Introduction to the theory of mechanical oscillations: tutorial. M.: Nauka, 1980. 272 p.

Timoshenko S. P., Young D. H., Weaver U. Oscillations in the engineering de-le / per. with English. L. S. Korneichuk; ed. E. I. Grigoluk. M.: Mashinostroenie, 1985. 472 p.

Yablonsky A. A., Sigismud S. N. Course of the theory of oscillations. M.: Higher School, 1966. 256 p.

Vartukapteynis K. E. Justification of parameters and elements of the design of rod sprayers: dis. ... candidate of technical sciences. Jelgava, 1984. 250 p.

Vikovich I. A. Design and dynamics of rod sprayers: monograph. Lviv: Publishing. National universe Lviv Polytechnic, 2003. 460 p.