

Несенчук А.А., к.т.н., доцент

Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси,  
г. Минск

## ИССЛЕДОВАНИЕ И СИНТЕЗ УСТОЙЧИВЫХ СЕМЕЙСТВ ПОЛИНОМОВ НА ОСНОВЕ ДОМИНИРУЮЩЕГО ПОЛЯ

Динамическая система, характеристический полином, интервальный полином, устойчивость, поле корневых траекторий, синтез, анализ.

Рассматриваются семейства характеристических полиномов динамических систем третьего порядка с коэффициентами в пределах заданных интервалов значений [1, 2]. Исследование устойчивости семейства и синтез новых значений параметров при необходимости осуществляется на основе анализа ориентации доминирующего поля корневых траекторий семейства в плоскости собственных частот системы.

### 1. Корневая модель динамической системы

При полиномиальном описании динамических процессов в системе в виде

$$s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n = p(s), \quad (1.1)$$

где  $n = 3$ ,  $a_j \in [\underline{a}_j, \bar{a}_j]$ , уравнение свободного корневого годографа (УСКГ) и уравнение параметра (УП) годографа [1] полинома (1.1), описывающие динамику на границе устойчивости, имеют следующий вид:

$$\text{УСКГ:} \quad \omega^3 - a_2 \omega = 0; \quad (1.2)$$

$$\text{УП:} \quad a_1 \omega^2 = a_3. \quad (1.3)$$

Корневой портрет  $P$  системы (1.1) определяется в форме семейства двухпараметрических полей  $F_i$  корневых траекторий [1]:

$$P = \{F_i\}, i = 1, 2, \dots \quad (1.4)$$

В качестве параметра годографа устанавливается свободный коэффициент  $a_3$ , а в качестве (свободного) параметра поля – коэффициент  $a_2$  полинома (1.1).

*Определение 1.* Доминирующим в семействе полей корневых траекторий (1.4) назовем поле  $F_i = F_d$ , при расположении которого в левой полуплоскости  $s$  корней весь корневой портрет системы располагается в левой полуплоскости.

### 2. Устойчивость полиномиального семейства

*Определение 2.* Корневой годограф  $h_i = h_d$  доминирующего поля  $F_d$  корневых траекторий полинома (1.1), устойчивость которого гарантирует устойчивость поля  $F_d$ , назовем доминирующим корневым годографом поля (портрета).

В результате проведенного исследования корневого портрета с исполь-

зованием выражений (1.2), (1.3) установлено следующее.

*Утверждение.* Доминирующий корневой годограф  $h_d(s)$  полиномиального семейства (1.1) описывается уравнением

$$s^3 + \underline{a}_1 s^2 + \underline{a}_2 s + a_3 = h_d(s), \quad (2.1)$$

а доминирующий полином – уравнением

$$s^3 + \underline{a}_1 s^2 + \underline{a}_2 s + \bar{a}_3 = p_d(s). \quad (2.2)$$

Тогда функция поля  $F_d$  определяется выражением

$$f_d(\sigma, \omega) = \omega^2 - 3\sigma^2 - 2\underline{a}_1 \sigma, \quad (2.3)$$

а уравнение линий уровня поля  $F_d$  – выражением

$$\omega^2 - 3\sigma^2 - 2\underline{a}_1 \sigma = a_2. \quad (2.4)$$

На рис. 1 показаны два варианта расположения доминирующего поля системы в плоскости корней: рис. 1, а – неустойчивое (частично в правой полуплоскости) и рис. 1, б – устойчивое (полностью в левой полуплоскости). Поле  $F_i$  корневых траекторий пересекает границу устойчивости в области  $C = [c_1, c_2]$  (рис. 1).

*Условие устойчивости.* Семейство характеристических полиномов (1.1) динамической системы асимптотически устойчиво, если доминирующее поле  $F_d$  (2.3) системы (доминирующий годограф  $h_d$  (2.1)) располагается в левой полуплоскости корней  $s$ .

Анализ устойчивости можно выполнять в графическом режиме по расположению построенного на экране дисплея доминирующего поля относительно границы устойчивости.

Настройка параметров выполняется на основе выражений (2.1) – (2.4), как правило, посредством определения значений интервалов параметров  $a_2$  и  $a_3$  в соответствии со следующими выражениями:

$$0 < a_3 < \min(a_3(c_i)), a_2(c_i) < a_2 < a_2(c_m), \quad (2.5)$$

где  $a_3(c_i)$ ,  $a_2(c_i)$  – значения коэффициентов  $a_3$  и  $a_2$  в определенной точке  $c_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , пересечения границы устойчивости  $i$ -й линией уровня доминирующего поля  $F_d$  (рис. 1).

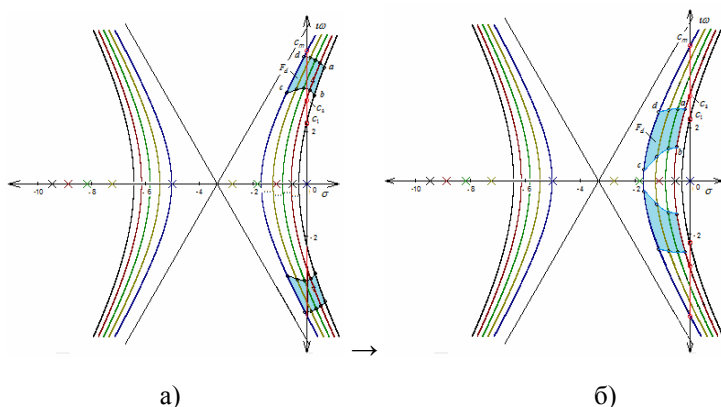


Рис. 1. Поля корневых траекторий полинома  $s^3 + 10s^2 + a_2s + a_3 = p(s)$  при  $a_3 \in [-\infty, +\infty]$  и доминирующее поле  $F_d = abcd$ :  
 а) исходное неустойчивое при  $a_2 \in [5, 25]$ ,  $a_3 \in [130, 250]$ ;  
 б) перемещенное устойчивое при  $a_2 \in [10, 25]$ ,  $a_3 \in [70, 20]$ .

На рис. 1 приведен пример настройки параметров согласно выражению (2.5), позволившей переместить доминирующее поле из неустойчивого состояния (рис. 1, а) в устойчивое (рис. 1, б).

Точка  $c_i$  может выбираться произвольно в соответствии с желанием пользователя.

Результаты работы могут быть использованы при синтезе систем управления объектами, параметры которых подвержены значительным изменениям в процессе функционирования.

#### Список использованных источников

1. Dorf, R. Modern Control Systems / R. Dorf, R. Bishop. – N.Y.: Prentice Hall, 2011. – 1111 p.
2. Несенчук, А.А. Анализ и синтез робастных динамических систем на основе корневого подхода / А.А. Несенчук. – Мн: ОИПИ НАН Беларуси, 2005. – 234 с.

**Опейко О. Ф., к.т.н., доцент**

**Белорусский национальный технический университет г. Минск,  
 СИНТЕЗ ПИД РЕГУЛЯТОРА ЭЛЕКТРОПРИВОДА  
 ТУРБОМЕХАНИЗМА**

Электропривод турбомеханизма является нелинейным объектом управления с переменными параметрами [1]. Синтез линейного робастного ПИД регулятора для нелинейного объекта возможен после линеариза-