3. Дьяконов Е. Г. // Сиб. матем. журн. 1965. Т. 6, № 3. С. 509—515.
4. Дьяконов Е. Г. // Вычисл. методы и программирование. М., 1967. Вып. 6. С. 76—120.
5. Меладзе Г. В. // ЖВМ и МФ. 1970. Т. 10, № 2. С. 482—490.
6. Самарский А. А. // ЖВМ и МФ. 1964. Т. 4, № 5. С. 927—930.
7. Мучинский А. Н., Цурко В. А. Аддитивные схемы для многомерных параболических уравнений со смешанными производными. Минск, 1991. (Препринт / Ин-т математики АН Беларуси: № 20 (470)).
8. Мучинский А. Н., Цурко В. А. // ЖВМ и МФ. 1993. Т. 33, № 3. С. 395—403.
9. Самарский А. А. // ЖВМ и МФ. 1962. Т. 2, № 5. С. 787—811.
10. Самарский А. А. Теория разностных схем. М., 1989.

Институт математики
АН Беларуси

Поступила в редакцию
25.05.93

УДК 517.948.32

Л. А. ХВОЩИНСКАЯ

ЯВНОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА УРАВНЕНИЯ КАРЛЕМАНА НА ПОЛУОСИ

Рассмотрим интегральное уравнение первого рода

$$\int_0^1 \frac{\varphi(t)\,dt}{|x-t|^{\alpha_1}} + \lambda \int_1^\infty \frac{\varphi(t)\,dt}{|x-t|^{\alpha_2}} = f(x), \quad x \in (0,\ 1) \cup (1,\ \infty), \tag{1}$$

где α_1, α_2, λ — заданные числа, $0<\alpha_k<1$, $k=1,\ 2$, $\lambda \neq 0$.

Решение $\varphi(x)$ уравнения (1) будем искать в классе гельдеровских функций, интегрируемых при $x \to 0$ и $x \to 1$ и обращающихся на бесконечности в нуль порядка $\nu > 1-\alpha_2$. Относительно правой части предполагаем, что она имеет вид

$$f(x) = \frac{f_1^*(x)}{x^{\alpha_1-\varepsilon_1}(1-x)^{\alpha_1-\delta_1}}, \quad 0<x<1, \quad \text{и} \quad f(x) = \frac{f_2^*(x)\,x^{\alpha_2-\varepsilon_2-\delta_2}}{(x-1)^{\alpha_2-\varepsilon_2}}, \quad x>1,$$

где $f_k^*(x)$ — гельдеровские функции с показателями, большими $1-\alpha_k$, $\varepsilon_k>0$, $\delta_k>0$, $k=1,\ 2$.

Уравнение (1) является обобщением известного уравнения Карлемана на отрезке [1, 2].

Запишем уравнение (1) в виде системы двух уравнений:

$$\begin{cases} \displaystyle\int_0^1 \frac{\varphi_1(t)\,dt}{|x-t|^{\alpha_1}} + \lambda \int_1^\infty \frac{\varphi_2(t)\,dt}{(t-x)^{\alpha_2}} = f_1(x), & 0<x<1, \\ \displaystyle\int_0^1 \frac{\varphi_1(t)\,dt}{(x-t)^{\alpha_1}} + \lambda \int_1^\infty \frac{\varphi_2(t)\,dt}{|x-t|^{\alpha_2}} = f_2(x), & 1<x<\infty, \end{cases} \tag{2}$$

где $\varphi_k(x) = \varphi(x)$, $f_k(x) = f(x)$, $k=1,\ 2$ соответственно для $0<x<1$, $1<x<\infty$.

Рассмотрим две новые неизвестные функции:

$$\Phi_1(z) = \int_0^1 \frac{\varphi_1(t)\,dt}{(t-z)^{\alpha_1}}, \quad \Phi_2(z) = \int_1^\infty \frac{\varphi_2(t)\,dt}{(t-z)^{\alpha_2}}, \tag{3}$$

аналитические в плоскости комплексного переменного z с разрезом по лучу $[0,\ \infty)$.

Найдем предельные значения этих функций на берегах разреза. Для $0<x<1$ имеем

$$\Phi_1^{\pm}(x) = e^{\pm\pi i\alpha_1}\int\limits_0^x \frac{\varphi_1(t)\,dt}{(x-t)^{\alpha_1}} + \int\limits_x^1 \frac{\varphi_1(t)\,dt}{(t-x)^{\alpha_1}},$$

откуда находим

$$\int\limits_0^1 \frac{\varphi_1(t)\,dt}{|x-t|^{\alpha_1}} = \frac{\Phi_1^+(x) + e^{\pi i\alpha_1}\Phi_1^-(x)}{1+e^{\pi i\alpha_1}}, \tag{4}$$

$$\Phi_2^+(x) = \Phi_2^-(x) = \int\limits_1^\infty \frac{\varphi_2(t)\,dt}{(t-x)^{\alpha_2}}. \tag{5}$$

Аналогично для $1<x<\infty$ получаем

$$\int\limits_1^\infty \frac{\varphi_2(t)\,dt}{|x-t|^{\alpha_2}} = \frac{\Phi_2^+(x) + e^{\pi i\alpha_2}\Phi_2^-(x)}{1+e^{\pi i\alpha_2}}, \tag{6}$$

$$\Phi_1^+(x) = e^{2\pi i\alpha_1}\Phi_1^-(x) = e^{\pi i\alpha_1}\int\limits_0^1 \frac{\varphi_1(t)\,dt}{(x-t)^{\alpha_1}} \tag{7}$$

С помощью формул (4)—(7) систему (2) можно переписать в виде краевого условия для двух функций $\Phi_1(z)$, $\Phi_2(z)$:

$$\begin{cases} \Phi_1^+(x) = -e^{\pi i\alpha_1}\Phi_1^-(x) - \lambda(1+e^{\pi i\alpha_1})\Phi_2^-(x) + (1+e^{\pi i\alpha_1})f_1(x), \\ \Phi_2^+(x) = \Phi_2^-(x), \quad 0<x<1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Phi_1^+(x) = e^{2\pi i\alpha_1}\Phi_1^-(x), \quad 1<x<\infty, \\ \Phi_2^+(x) = -\dfrac{1}{\lambda}e^{\pi i\alpha_1}(1+e^{\pi i\alpha_2})\Phi_1^-(x) - e^{\pi i\alpha_2}\Phi_2^-(x) - \dfrac{1}{\lambda}(1+e^{\pi i\alpha_2})f_2(x). \end{cases}$$

Таким образом, для вектор-функции $\Phi(z) = \begin{pmatrix}\Phi_1(z)\\ \Phi_2(z)\end{pmatrix}$ мы получили краевую задачу Римана с кусочно-постоянной матрицей и тремя особыми точками 0, 1, ∞:

$$\begin{cases} \Phi^+(x) = A\Phi^-(x) + G(x), & 0<x<1, \\ \Phi^+(x) = B\Phi^-(x) + H(x), & 1<x<\infty, \end{cases} \tag{8}$$

где

$$A = \begin{pmatrix} -e^{\pi i\alpha_1} & -\lambda(1+e^{\pi i\alpha_1}) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} e^{2\pi i\alpha_1} & 0 \\ -\dfrac{1}{\lambda}e^{\pi i\alpha_1}(1+e^{\pi i\alpha_2}) & -e^{\pi i\alpha_2} \end{pmatrix},$$

$$G(x) = \begin{pmatrix} (1+e^{\pi i\alpha_1})f_1(x) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad H(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\dfrac{1}{\lambda}(1+e^{\pi i\alpha_2})f_2(x) \end{pmatrix}.$$

Решение задачи (8) следует искать ограниченным при $x\to 0$, $x\to 1$ и исчезающим на бесконечности. Следуя схеме, изложенной в [3, 4], будем искать это решение через гипергеометрические функции.

Обозначая характеристические числа матриц A, A^{-1}, B, B соответственно ξ_k, ζ_k, η_k, $k=1, 2$, находим

$$\xi_1 = -e^{\pi i\alpha_1}, \quad \zeta_1 = 1, \quad \eta_1 = -e^{\pi i\alpha_2},$$
$$\xi_2 = 1, \quad \zeta_2 = e^{\pi i(\alpha_1+\alpha_2)}, \quad \eta_2 = e^{2\pi i\alpha_1}.$$

Найдем числа $\rho_k = \frac{1}{2\pi i}\ln \xi_k$, $\sigma_k = \frac{1}{2\pi i}\ln \zeta_k$, $\omega_k = \frac{1}{2\pi i}\ln \eta_k$, $k = 1, 2$, где $-1 < \operatorname{Re}\rho_k \leqslant 0$, $-1 < \operatorname{Re}\sigma_k \leqslant 0$, $0 \leqslant \operatorname{Re}\omega_k < 1$:

$$\rho_1 = \frac{\alpha_1 - 1}{2}, \quad \sigma_1 = 0, \quad \omega_1 = \frac{\alpha_2 + 1}{2},$$

$$\rho_2 = 0, \quad \sigma_2 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} - 1, \quad \omega_2 = \alpha_1.$$

Обозначая $\Delta = \sum_{k=1}^{2} (\rho_k + \sigma_k - \omega_k) = -2$, вычислим параметры

$$c = 1 + \rho_2 - \rho_1 = \frac{3 - \alpha_1}{2},$$

$$a = \omega_1 - \rho_1 - \sigma_1 + \left[\frac{\Delta + 1}{2}\right] = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2},$$

$$b = 1 + \omega_2 - \rho_1 - \sigma_1 + \left[\frac{\Delta}{2}\right] = \frac{\alpha_1 + 1}{2}, \text{ если } 2\alpha_1 - \alpha_2 \leqslant 1$$

и

$$a = 1 + \omega_1 - \rho_1 - \sigma_1 + \left[\frac{\Delta}{2}\right] = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} + 1,$$

$$b = \omega_2 - \rho_1 - \sigma_1 + \left[\frac{\Delta + 1}{2}\right] = \frac{\alpha_1 - 1}{2}, \text{ если } 2\alpha_1 - \alpha_2 > 1.$$

Каноническая матрица $X(z)$ однородной задачи, соответствующей задаче (8), будет находиться по формуле

$$X(z) = z^{\frac{1-\alpha_1}{2}} \begin{pmatrix} \lambda\mu & -\lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(z) & v_1(z) \\ u_2(z) & v_2(z) \end{pmatrix},$$

где

$$\mu = (1 - e^{-\pi i \alpha_1}) \frac{\Gamma(2-c)\,\Gamma(c-a)\,\Gamma(c-b)}{\Gamma(c)\,\Gamma(1-a)\,\Gamma(1-b)},$$

$$u_1(z) = F(a,\ b;\ c;\ z),\quad u_2(z) = z^{1-c} F(a - c + 1,\ b - c + 1;\ 2 - c;\ z),$$

$$v_k(z) = (1 - z)\, z^{1-\varepsilon} \frac{d}{dz}[z^{\varepsilon} u_k(z)] = (1 - z)[\varepsilon u_k(z) + z u_k'(z)],\quad k = 1,\ 2,$$

при этом $\varepsilon = a$, если $2\alpha_1 - \alpha_2 \leqslant 1$, и $\varepsilon = b$, если $2\alpha_1 - \alpha_2 > 1$.

Аналитическое продолжение функций $u_k(z)$, $v_k(z)$, $k = 1, 2$, из окрестности точки $z = 0$ на всю комплексную плоскость осуществляется по формулам [5]:

$$u_1(z) = \frac{\Gamma(c)\,\Gamma(b-a)}{\Gamma(c-a)\,\Gamma(b)} e^{\pi i a} u_3(z) + \frac{\Gamma(c)\,\Gamma(a-b)}{\Gamma(c-b)\,\Gamma(b)} e^{\pi i b} u_4(z), \tag{9}$$

$$u_2(z) = \frac{\Gamma(2-c)\,\Gamma(b-a)}{\Gamma(1-a)\,\Gamma(b+1-c)} e^{\pi i (a-c+1)} u_3(z) + \frac{\Gamma(2-c)\,\Gamma(a-b)}{\Gamma(1-b)\,\Gamma(a+1-c)} e^{\pi i (b-c+1)} u_4(z), \tag{10}$$

где

$$u_3(z) = z^{-a} F\left(a,\ a + 1 - c;\ a + 1 - b;\ \frac{1}{z}\right),$$

$$u_4(z) = z^{-b}F\left(b+1-c,\ b;\ b+1-a;\ \frac{1}{z}\right);$$

а при $\alpha_2 = 2\alpha_1 - 1$ $(b-a=1)$ по формулам

$$u_1(z) = \frac{e^{\pi i a}}{\Gamma(a)}\left[\frac{\Gamma(1-a)}{\Gamma(-2a)}u_3(z) + 2\pi\frac{\Gamma(1+2a)}{\Gamma(a)}u_4(z)\right], \quad (11)$$

$$u_2(z) = \frac{\Gamma(a+1)}{\Gamma(-a)}\left[-\frac{1}{\Gamma(2a)}u_3(z) + \Gamma(1-2a)e^{\frac{\pi i\alpha_1}{2}}u_4(z)\right], \quad (12)$$

где

$$u_3(z) = e^{\pi i a}u_4(z)\ln z + e^{\pi i a}z^{-a}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(a+1)_n(2a+1)_n}{n!\,(n+1)!\,z^n}[\psi(n+2) + \right.$$

$$\left. + \psi(n+1) - \psi(a+n+1) - \psi(n-2a) - \pi\,\mathrm{tg}\,\pi a] - \frac{z}{2a^2}\right\},$$

$$u_4(z) = z^{-a-1}F\left(1-2a,\ a+1;\ 2;\ \frac{1}{z}\right),$$

$$\psi(z) = \frac{\Gamma'(z)}{\Gamma(z)} \text{ — пси-функция Эйлера.}$$

Формулы (9)—(12) справедливы для $\operatorname{Im} z>0$. Для $\operatorname{Im} z<0$ знаки в показателях экспоненциальных множителей в этих формулах изменяются на противоположные.

Так как частные индексы $\varkappa_1, \varkappa_2$ равны

$$\varkappa_1 = \left[\frac{\Delta+1}{2}\right] = -1, \quad \varkappa_2 = \left[\frac{\Delta}{2}\right] = -1,$$

то задача (8) в выбранном классе функций имеет единственное решение, которое может быть найдено по формуле

$$\Phi(z) = X(z)\frac{1}{2\pi i}\left\{\int_0^1 [X^+(x)]^{-1}G(x)\frac{dx}{x-z} + \int_1^{\infty}[X^+(x)]^{-1}H(x)\frac{dx}{x-z}\right\} =$$

$$= z^{\frac{1-\alpha_1}{2}}\begin{pmatrix}\lambda[\mu u_1(z) - u_2(z)]\,\Psi_1(z) + \lambda[\mu v_1(z) - u_2(z)]\,\Psi_2(z)\\ u_2(z)\,\Psi_1(z) + v_2(z)\,\Psi_2(z)\end{pmatrix},$$

где

$$\begin{pmatrix}\Psi_1(z)\\ \Psi_2(z)\end{pmatrix} = \frac{1+e^{\pi i\alpha_1}}{2\pi i\lambda\mu}\int_0^1\begin{pmatrix}v_1(x)\\ -u_1(x)\end{pmatrix}\frac{x^{\frac{1-\alpha_1}{2}}f_1(x)\,dx}{W_1(x)(x-z)} +$$

$$+ \frac{1+e^{\pi i\alpha_1}}{2\pi i\lambda\mu}\frac{\Gamma(1-c)\Gamma(c-a)}{\Gamma(1-b)\Gamma(b-a)}\int_1^{\infty}\begin{pmatrix}-v_4(x)\\ u_4(x)\end{pmatrix}\frac{x^{\frac{1-\alpha_1}{2}}f_2(x)\,dx}{W_2(x)(x-z)},$$

$$v_3(x) = (1-x)[\varepsilon u_3(x) + xu_3'(x)], \quad v_4(x) = (1-x)[\varepsilon u_4(x) + xu_4'(x)],$$

$$W_1(x) = x(1-x)\begin{vmatrix}u_1(x) & u_1'(x)\\ u_2(x) & u_2'(x)\end{vmatrix}, \quad W_2(x) = x(1-x)\begin{vmatrix}u_3(x) & u_3'(x)\\ u_4(x) & u_4'(x)\end{vmatrix}.$$

Учитывая, что

$$X^+(x) = AX^-(x),\ 0<x<1, \text{ и } X^+(x) = BX^-(x),\ x>1,$$

и применяя формулы Сохоцкого, находим предельные значения функций (3) при $x>0$, а затем вычисляем

$$\Phi_1^+(x)-\Phi_1^-(x)=i\sin\pi\alpha_1 f_1(x)+\lambda\left(1+e^{-\pi i\alpha_1}\right)\mu\left[u_1(x)\Psi_1(x)+\right.$$

$$\left.+v_1(x)\Psi_2(x)\right],\quad 0<x<1,$$

$$e^{-\pi i\alpha_2}\Phi_2^+(x)-e^{\pi i\alpha_2}\Phi_2^-(x)=i\sin\pi\alpha_2 f_2(x)+\left(1+e^{-\pi i\alpha_2}\right)\times$$

$$\times\left\{e^{\pi i(\alpha_2-\alpha_1)}\mu\left[u_1(x)\Psi_1(x)+v_1(x)\Psi_2(x)\right]+\left(1-e^{\pi i(\alpha_2-\alpha_1)}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left[u_2(x)\Psi_1(x)+v_2(x)\Psi_2(x)\right]\right\},\quad x>1.$$

В последнем выражении строим аналитическое продолжение функций $u_1(x)$, $u_2(x)$ в окрестность бесконечно удаленной точки по формулам (9), (10) или (11), (12) и получаем

$$\int_0^x\frac{\varphi(t)\,dt}{(x-t)^{\alpha_1}}=\frac{\Phi_1^+(x)-\Phi_2^-(x)}{2i\sin\pi\alpha_1}=\frac{1}{2}f(x)-\frac{1}{2\pi}\operatorname{ctg}\frac{\pi\alpha_1}{2}\int_0^1\left(\frac{x}{t}\right)^{\frac{1-\alpha_1}{2}}\times$$

$$\times\frac{u_1(x)v_2(t)-v_1(x)u_2(t)}{W_1(t)}\frac{f(t)\,dt}{t-x}-\frac{\gamma}{2\pi}\operatorname{ctg}\frac{\pi\alpha_2}{2}\times$$

$$\times\int_1^\infty\left(\frac{x}{t}\right)^{\frac{1-\alpha_1}{2}}\frac{u_1(x)v_4(t)-v_1(x)u_4(t)}{W_2(t)}\frac{f(t)\,dt}{t-x}\equiv g_1(x),\quad 0<x<1;\qquad(13)$$

$$\int_x^\infty\frac{\varphi(t)\,dt}{(t-x)^{\alpha_2}}=\frac{e^{-\pi i\alpha_2}\Phi_2^+(x)-e^{\pi i\alpha_2}\Phi_2^-(x)}{-2i\sin\pi\alpha_2}=\frac{1}{2\lambda}f(x)+\frac{1}{2\pi\lambda}\operatorname{ctg}\frac{\pi\alpha_2}{2}\times$$

$$\times\left[\frac{1}{\gamma}\int_0^1\left(\frac{x}{t}\right)^{\frac{1-\alpha_1}{2}}\frac{(u_3(x)+\delta u_4(x))v_2(t)-(v_3(x)+\delta v_4(x))u_2(t)}{W_1(t)}\frac{f(t)\,dt}{t-x}+\right.$$

$$\left.+\int_1^\infty\left(\frac{x}{t}\right)^{\frac{1-\alpha_1}{2}}\frac{(u_3(x)+\delta u_4(x))v_4(t)-(v_3(x)+\delta v_4(x))u_4(t)}{W_2(t)}\frac{f(t)\,dt}{t-x}\right]\equiv$$

$$\equiv g_2(x),\quad x>1,\qquad(14)$$

где $\gamma=\dfrac{\Gamma(b)\Gamma(1-c)}{\Gamma(b-a)\Gamma(1+a-c)}$, $\delta=\dfrac{\sin\pi(\alpha_1-\alpha_2)}{2\sin\pi\alpha_1}\dfrac{\Gamma(a-b)\Gamma(1-a)\Gamma(c-a)}{\Gamma(b-a)\Gamma(1-b)\Gamma(c-b)}$, если $\alpha_2\neq 2\alpha_1-1$, и $\gamma=\dfrac{\Gamma^2(a)}{\Gamma(1+2a)}$, $\delta=0$, если $\alpha_2=2\alpha_1-1$.

При $\alpha_1=\alpha_2=\alpha$ имеем: $a=0$, $\gamma=1$, $\delta=0$, $u_1(x)=1$, $u_3(x)=1$, $v_1(x)=v_3(x)=0$, а формулы (13), (14) значительно упрощаются и принимают вид:

$$\int_0^x\frac{\varphi(t)\,dt}{(x-t)^{\alpha}}=\frac{1}{2}f(x)-\frac{1}{2\pi}\operatorname{ctg}\frac{\pi\alpha}{2}\int_0^\infty\left(\frac{x}{t}\right)^{\frac{1-\alpha}{2}}\frac{f(t)\,dt}{x-t}\equiv g_1(x),\quad 0<x<1,$$

$$\int_x^\infty\frac{\varphi(t)\,dt}{(t-x)^{\alpha}}=\frac{1}{2\lambda}f(x)+\frac{1}{2\pi\lambda}\operatorname{ctg}\frac{\pi\alpha}{2}\int_0^\infty\left(\frac{x}{t}\right)^{\frac{1-\alpha}{2}}\frac{f(t)\,dt}{x-t}\equiv g_2(x),\quad x>1.$$

Укажем, что последние формулы могут быть получены быстрее из решения задачи (8), если заметить, что при $\alpha_1=\alpha_2$ матрицы A и B в краевом условии приводятся к треугольному виду одним преобразованием подобия.

Обращая уравнения (13), (14) по любой из известных формул (см. [1, 2]), получим единственное решение уравнения (1), которое можно записать в виде

$$\varphi(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin\pi\alpha_1}{\pi}\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_0^x\frac{g_1(t)\,dt}{(x-t)^{1-\alpha_1}}, & 0<x<1,\\ \dfrac{\sin\pi\alpha_2}{\pi}\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_1^\infty\frac{x}{t}\,\frac{g_2(t)\,dt}{(t-x)^{1-\alpha_2}}, & x>1.\end{cases}\tag{15}$$

В заключение отметим, что уравнение вида

$$\int_{a_1}^{a_2}\frac{\varphi(t)\,dt}{|x-t|^{\alpha_1}}+\lambda\int_{a_2}^{a_3}\frac{\varphi(t)\,dt}{|x-t|^{\alpha_2}}=f(x),\ x\in(a_1,\ a_2)\cup(a_2,\ a_3),\tag{16}$$

где $a_1<a_2<a_3<\infty$, допускает аналогичное исследование с помощью сведения к векторно-матричной краевой задаче Римана. Однако при $\alpha_1\neq\alpha_2$ у задачи Римана возникают четыре особые точки a_1, a_2, a_3, ∞, а это уже принципиально усложняет решение задачи Римана, не позволяя, в частности, выписать решение через гипергеометрические функции. Лишь при $\alpha_1=\alpha_2$ уравнение (16) сводится к задаче Римана с тремя особыми точками; решение уравнения (16) можно вывести в этом случае и из формулы (15), использовав дробно-линейную замену $y=\dfrac{a_3-a_2}{a_2-a_1}\,\dfrac{x-a_1}{a_3-x}$.

Summary

Solution of some integral equation of Carleman's type by the means of hypergeometric functions is proposed.

Литература

1. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М., 1977.
2. Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск, 1987.
3. Хвощинская Л. А. // Краевая задача Римана для двух пар функций с кусочно-постоянной матрицей и ее приложения: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Минск, 1986.
4. Хвощинская Л. А. Однородная краевая задача Римана для двух пар функций с кусочно-постоянной матрицей в случае двух и трех особых точек. Минск, 1981. Деп. в ВИНИТИ 09.11.81, № 5157-81 Деп.
5. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 1. М., 1973.

Белорусский аграрный технический университет

Поступила в редакцию 05.05.93

УДК 519.21

В. И. БАХТИН

ОБОБЩЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ЦЕНТРАЛЬНОЙ ПРЕДЕЛЬНОЙ ТЕОРЕМЫ НА СЛУЧАЙ СТЕПЕННОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ

В этой статье делается попытка распространить спектральный метод доказательства предельных теорем для марковских цепей на случай, когда спектральный радиус оператора $\mathbf{P}-\mathbf{E}$ ($\mathbf{P}$ — оператор взятия услов-