

О ДВИЖЕНИИ ВЯЗКОЙ СРЕДЫ В ЗАМКНУТОМ КАНАЛЕ С КРИВОЛИНЕЙНЫМ ДНОМ

Д.Ф. Кольга, канд. техн. наук, доцент, Н.В. Казаровец, докт. с.-х. наук, профессор, член-корр. НАН Беларуси (УО БГАТУ); В.П. Савчук, канд. физ.-мат. наук, доцент, О.Н. Вярвьильская, канд. физ.-мат. наук, доцент, П.Н. Конон, канд. физ.-мат. наук, доцент (БГУ)

Аннотация

В работе [1] найдена форма свободной поверхности вязкой несжимаемой жидкости при ее стационарном движении в кольцевом канале с горизонтальным дном. В данной статье продолжается изучение этой задачи в уточненном варианте и получаются результаты, необходимые для исследования нестационарного процесса размыва осажденной в канале фракции среды.

Введение

Допустим, что до момента времени $t = 0$ вязкая несжимаемая среда находилась в покое в замкнутом открытом канале и ее свободная поверхность была горизонтальна. В момент $t = 0$ в некоторое сечение канала под свободную поверхность был помещен насос, создающий направленное движение среды. В результате работы насоса вся среда в канале приходит в движение и через некоторый промежуток времени течение становится стационарным с некоторой свободной поверхностью, отличной от горизонтальной. Требуется найти поле скоростей установившегося движения среды и уравнение ее свободной поверхности.

Основная часть

Предположим, что кривизна оси канала и скорости движения среды в нем малы, другими словами, предполагается, что движение происходит в прямолинейном канале и является плоским. Ось Ox направим по оси канала, ось Oy – по вертикали вверх.

Профиль дна канала $y = \psi(x)$, $x \in [0; \ell]$, (ℓ – длина канала) считается заданным, уравнение свободной поверхности $y = f(x)$, $x \in [0; \ell]$ – неизвестно. Поскольку канал замкнут, то все характеристики течения при $x = 0$ и $x = \ell$ должны совпадать.

Движение среды в области $0 < x < \ell$, $\psi(x) < y < f(x)$ описывается уравнениями Навье-Стокса [2]

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \Delta u, \\ u \frac{\partial g}{\partial x} + g \frac{\partial g}{\partial y} &= -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \Delta g, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

и граничными условиями:

$$\begin{aligned} \text{при } y = \psi(x): \quad g_n &= 0, \quad g_\tau = k P_m; \\ \text{при } y = f(x): \quad g_n &= 0, \quad P_m = 0, \quad P_m = -p_o. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь u и g – горизонтальная и вертикальная составляющие скорости среды; g_τ, g_n – касательная и нормальная проекции скорости; P_m, P_m – касательное и нормальное напряжения; p_o – внешнее давление; k – коэффициент проскальзывания среды по дну; g – ускорение свободного падения; ρ и ν – плотность и кинематический коэффициент вязкости среды.

Перейдем к безразмерным переменным по формулам:

$$\begin{aligned} x = \ell \bar{x}, \quad y = h \bar{y}, \quad u = C u, \quad g = \varepsilon C \bar{g}, \quad p - p_o = \rho C^2 \bar{p}, \\ \psi = h \bar{\psi}, \quad f = h \bar{f}, \quad \nu = \frac{h}{\ell} \bar{\nu}, \quad C = \frac{C h}{\nu}, \quad k = \frac{k}{C \rho R}. \end{aligned}$$

Здесь $y = h$ – уравнение свободной поверхности среды при отсутствии движения.

Уравнения (1) и условия (2) в безразмерных величинах запишутся так:

$$\varepsilon = \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\varepsilon \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{R} \left(\varepsilon^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right); \tag{3}$$

$$\varepsilon^2 \left(u \frac{\partial g}{\partial x} + g \frac{\partial g}{\partial y} \right) = -1 - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\varepsilon}{R} \left(\varepsilon^2 \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} \right); \tag{4}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} = 0, \tag{5}$$

$$\text{при } y = \psi(x): \quad u \psi' - g = 0,$$

$$\begin{aligned} (u + \varepsilon^2 g \psi') \sqrt{1 + (\varepsilon \psi')^2} &= \\ &= \frac{k}{R} \left[\left(u + \varepsilon^2 \frac{\partial g}{\partial x} \right) (1 - (\varepsilon \psi')^2) - 4 \varepsilon^2 \psi' \frac{\partial u}{\partial x} \right]. \end{aligned} \tag{6}$$

$$\text{при } y = f(x): \quad u f' - g = 0,$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \varepsilon^2 \frac{\partial g}{\partial x} \right) (1 - (\varepsilon f')^2) &= 4 \varepsilon^2 f' \frac{\partial u}{\partial x}, \\ \rho (1 - (\varepsilon f')^2) + \frac{2 \varepsilon}{R} \frac{\partial u}{\partial x} (1 + (\varepsilon f')^2) &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

Для простоты записи черточки здесь опущены, штрих означает производную по x . Заметим, что в практически интересных случаях $\varepsilon \ll 1$.

Функцию $u(x, y)$ будем искать в виде

$$u(x, y) = C_0(x) + C_1(x)y + C_2(x)y^2.$$

Тогда из уравнения неразрывности (5) следует, что

$$g(x, y) = -\left(C_0' y + C_1' \frac{y^2}{2} + C_2' \frac{y^3}{3} + C_3(x) \right) = -\left(\frac{\partial}{\partial x} U(x, y) + C_3(x) \right).$$

$$U(x, y) = \int_0^y u(x, y) dy.$$

Функции $C_i(x)$, $i=0,3$ найдем из условий

$$y = \psi(x) : u\psi' - g = 0, \quad u = \frac{\kappa}{R} \frac{\partial u}{\partial y}; \quad (8)$$

$$y = f(x) : u f' - g = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0. \quad (9)$$

Вторые условия в (8) и (9) являются приближенными и отличаются от соответствующих точных условий (6) и (7) на величины второго порядка малости по отношению к ε .

Вычисляя разность первых условий (8) и (9), получим

$$\frac{d}{dx} \left(C_0(f - \psi) + \frac{C_1}{2}(f^2 - \psi^2) + \frac{C_2}{3}(f^3 - \psi^3) \right) = 0,$$

$$\text{откуда } C_0(f - \psi) + \frac{C_1}{2}(f^2 - \psi^2) + \frac{C_2}{3}(f^3 - \psi^3) = Q. \quad (10)$$

Неизвестная постоянная Q представляет собой, очевидно, расход жидкости по оси x в любом сечении канала. Решая систему уравнений (10) и последних уравнений (8) и (9), получим

$$C_0 = \frac{Q}{2\Delta}(\psi(\psi - 2f) + 2k(f - \psi)), \quad C_1 = \frac{Q}{\Delta}f, \quad C_2 = -\frac{Q}{2\Delta}, \quad (11)$$

$$\Delta = (f - \psi)^2 \left(\frac{1}{3}(f - \psi) + k \right).$$

Функцию $C_3(x)$ найдем из первого условия (8)

$$C_3 = -\frac{d}{dx} \left(C_0\psi + \frac{C_1}{2}\psi^2 + \frac{C_2}{3}\psi^3 \right).$$

Предположим, что воздействие насоса на среду в канале сводится к созданию на отрезке $x = 0$, $\psi(0) < h_1 < y < h_2 < f(0)$ такого течения, что

$$\int_{h_1}^{h_2} u(0, y) dy = q_x, \quad \int_{h_1}^{h_2} g(0, y) dy = q_y, \quad (12)$$

где q_x, q_y заданные величины. Это течение может быть получено при помощи насоса с расходом q , ось выбрасываемой струи которого составляет с осью x некоторый угол α . В этом случае

$$q_x = q \cos \alpha, \quad q_y = q \sin \alpha.$$

Из формул (12) следует, что постоянная Q входит в выражение функции $U(x, y)$ в виде множителя, т.е.

$$U(x, y) = QU_1(x, y), \text{ тогда из первого условия (12) имеем}$$

$$Q = \frac{q_x}{U_1(0, h_1) - U_1(0, h_2)}. \quad (13)$$

Функцию $V(x, y) = \int_0^y g(x, y) dy$ можно записать в

$$\text{виде } V(x, y) = V_1(x, y)f'(x) + V_2(x, y)\psi'(x).$$

Выражения функций V_1 и V_2 содержат функции $f(x)$, $\psi(x)$ и не содержат их производных, поэтому из второго условия (12) получим

$$f'(0) = \frac{q_y + \psi'(0)(V_2(0, h_2) - V_2(0, h_1))}{V_1(0, h_1) - V_1(0, h_2)}. \quad (14)$$

Равенства (13) и (14) выражают расход Q и значение $f'(0)$ через значение самой функции $f(0)$.

Функцию $p(x, y)$ найдем, интегрируя почленно по y уравнение (4) и используя третье условие (7):

$$p = -y + \varepsilon^2 \int_0^y \left(\frac{\varepsilon}{R} \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} - u \frac{\partial g}{\partial x} + g \frac{\partial u}{\partial x} \right) dy - \frac{\varepsilon}{R} \frac{\partial u}{\partial x} + C(x),$$

$$C(x) = f + \frac{\varepsilon}{R} \cdot \frac{1 + 3(\varepsilon f')^2}{(\varepsilon f')^2 - 1} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{y=f} +$$

$$+ \varepsilon^2 \int_0^f \left(u \frac{\partial g}{\partial x} - g \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{R} \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} \right) dy.$$

Для нахождения функции $f(x)$ воспользуемся уравнением (3), проинтегрировав его почленно по y от ψ до f .

$$\varepsilon \int_{\psi}^f \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{R} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) dy = -\frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=\psi}. \quad (15)$$

Полученное уравнение является нелинейным уравнением четвертого порядка и должно решаться при следующих условиях:

$$f(0) = f(1), \quad f'(0) = f'(1). \quad (16)$$

так как канал замкнут, а также условия (14), устанавливающим связь между величинами $f'(0)$ и $f(0)$ и условия постоянства объема среды в канале

$$\int_0^1 f(x) dx = 1. \quad (17)$$

Аналитическое решение нелинейной задачи (14) – (17) не представляется возможным; более того, возникают значительные трудности даже при ее численном решении. Поэтому упростим задачу, линеаризуя уравнение (15) и условие (14). Для этого функцию $f(x)$ представим в виде $f(x) = 1 + \varphi(x)$, где $\varphi(x)$ – отклонение свободной поверхности от ее положения при покое среды. Из условия (17) следует, что

$$\int_0^1 \varphi(x) dx = 0 \quad (18)$$

и, кроме того, $|\varphi| < 1$ по смыслу задачи. Известную функцию $\psi(x)$ также представим в виде $\psi = A + \bar{\psi}$, где $\bar{\psi}$, характеризующую искривление дна, также будем считать малой. Удерживая в уравнении (15) и условии (14) только линейные члены и опуская громоздкие выкладки, получим

$$\frac{\varepsilon^4}{R} a_4 \varphi^{IV} + \varepsilon^3 a_3 \varphi''' - \frac{\varepsilon^2}{R} a_2 \varphi'' + \varepsilon a_1 \varphi' + \frac{a_0}{R} \varphi = \quad ; (19)$$

$$= -\frac{\varepsilon^4}{R} b_4 \psi^{IV} - \varepsilon^3 b_3 \psi''' + \frac{\varepsilon^2}{R} b_2 \psi'' - \varepsilon b_1 \psi' - \frac{1}{R} b_0 \psi - \frac{b}{R} \cdot$$

$$\varphi'(0) = \frac{q_{\nu} - \psi'(0) Q \left(C_0^{(1)} (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} C_1^{(1)} (h_2^2 - h_1^2) + \frac{1}{3} C_2^{(1)} (h_2^3 - h_1^3) \right)}{Q \left(C_0^{(2)} (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} C_1^{(2)} (h_2^2 - h_1^2) + \frac{1}{3} C_2^{(2)} (h_2^3 - h_1^3) \right)} \quad (20)$$

Значок «тильда» над ψ здесь опущен, а коэффициенты в (19), (20) имеют вид

$$a_4 = \frac{B}{12} \left(6C_0^{(2)} + 2C_1^{(2)} + C_2^{(2)} - 12B_2 \right) + \frac{1}{2} (1-A^2) B_2 -$$

$$- \frac{1}{6} (1-A^3) C_0^{(2)} - \frac{1}{24} (1-A^4) C_1^{(2)} - \frac{1}{60} (1-A^5) C_2^{(2)},$$

$$a_3 = K_2 - D_2 B,$$

$$a_2 = B \left(3C_0^{(2)} + C_1^{(2)} + C_2^{(2)} \right) + (1-A^2) C_1^{(2)} +$$

$$+ \frac{2}{3} (1-A^3) C_2^{(2)},$$

$$a_1 = E_2 - L_2 + \frac{B}{Q},$$

$$a_0 = C_1^{(2)} + 2C_2^{(2)} A,$$

$$b_4 = \frac{B}{12} \left(6C_0^{(1)} + 2C_1^{(1)} + C_2^{(1)} - 12B_1 \right) + \frac{1}{2} (1-A^2) B_1 -$$

$$- \frac{1}{6} (1-A^3) C_0^{(1)} - \frac{1}{24} (1-A^4) C_1^{(1)} - \frac{1}{60} (1-A^5) C_2^{(1)},$$

$$b_3 = K_1 - D_1 B,$$

$$b_2 = B \left(3C_0^{(1)} + C_1^{(1)} + C_2^{(1)} \right) + (1-A^2) C_1^{(1)} + \frac{2}{3} (1-A^3) C_2^{(1)},$$

$$b_1 = E_1 - L_1,$$

$$b_0 = C_1^{(1)} + 2C_2^{(1)} A + 2C_2^{(0)},$$

$$b = C_1^{(0)} + 2C_2^{(0)} A,$$

$$B = 1 - A,$$

$$C_0^{(0)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{A^2 - 2A + 2kB}{B^2 (B+3k)},$$

$$C_0^{(1)} = \frac{9}{2B^3 (B+3k)^2} \times$$

$$\times \left[-\frac{2}{3} B(B+k) (B+3k) + (B+2k) (A^2 - 2A + 2kB) \right],$$

$$C_0^{(2)} = \frac{9}{2B^3 (B+3k)^2} \times$$

$$\times \left[-\frac{4}{3} kB^2 - 2k^2 B - 2kA^2 + 4Ak - 2kAB - \frac{2}{3} AB^2 - A^2 B + 2AB \right]$$

$$C_1^{(0)} = \frac{3}{B^2 (B+3k)},$$

$$C_1^{(1)} = \frac{9(B+2k)}{B^3 (B+3k)^2},$$

$$C_1^{(2)} = \frac{3}{B^3 (B+3k)^2} (B^2 + 3kB - 3B - 6k),$$

$$C_2^{(0)} = -\frac{1}{2} C_1^{(0)}, \quad C_2^{(1)} = -\frac{1}{2} C_1^{(1)}, \quad C_2^{(2)} = \frac{1}{2} C_1^{(1)},$$

$$B_1 = A \left[C_0^{(1)} + \frac{1}{2} AC_1^{(1)} + \frac{1}{3} A^2 C_2^{(1)} + C_1^{(0)} + AC_2^{(0)} \right] + C_0^{(0)},$$

$$B_2 = A \left[C_0^{(2)} + \frac{1}{2} AC_1^{(2)} + \frac{1}{3} A^2 C_2^{(2)} \right],$$

$$E_1 = C_0^{(0)} C_0^{(1)} B + \frac{1}{2} (1-A^2) \left(C_0^{(0)} C_1^{(1)} + C_1^{(0)} C_0^{(1)} \right) +$$

$$+ \frac{1}{3} (1-A^3) \left(C_0^{(0)} C_2^{(1)} + C_1^{(0)} C_1^{(1)} + C_2^{(0)} C_0^{(1)} \right) +$$

$$+ \frac{1}{4} (1-A^4) \left(C_1^{(0)} C_2^{(1)} + C_2^{(0)} C_1^{(1)} \right) + \frac{1}{5} (1-A^5) C_2^{(0)} C_1^{(1)}$$

$$E_2 = C_0^{(0)} C_0^{(2)} B + \frac{1}{2} (1-A^2) \left(C_0^{(0)} C_1^{(2)} + C_1^{(0)} C_0^{(2)} \right) +$$

$$+ \frac{1}{3} (1-A^3) \left(C_0^{(0)} C_2^{(2)} + C_1^{(0)} C_1^{(2)} + C_2^{(0)} C_0^{(2)} \right) +$$

$$+ \frac{1}{4} (1-A^4) \left(C_1^{(0)} C_2^{(2)} + C_2^{(0)} C_1^{(2)} \right) + \frac{1}{5} (1-A^5) C_2^{(0)} C_1^{(2)}$$

$$L_1 = - (1-A) C_1^{(0)} B_1 + (1-A^2) \left(\frac{1}{2} C_1^{(0)} C_0^{(1)} - B_1 C_2^{(0)} \right) +$$

$$+ (1-A^3) \left(\frac{1}{6} C_1^{(0)} C_1^{(1)} + \frac{2}{3} C_2^{(0)} C_0^{(1)} \right) + \frac{1}{4} (1-A^4) \times$$

$$\times \left(\frac{1}{3} C_1^{(0)} C_2^{(1)} + C_2^{(0)} C_1^{(1)} \right) + \frac{2}{15} (1-A^5) C_2^{(0)} C_2^{(1)},$$

$$L_2 = - (1-A) C_1^{(0)} B_2 + (1-A^2) \left(\frac{1}{2} C_1^{(0)} C_0^{(2)} - B_2 C_2^{(0)} \right) +$$

$$+ (1-A^3) \left(\frac{1}{6} C_1^{(0)} C_1^{(2)} + \frac{2}{3} C_2^{(0)} C_0^{(2)} \right) + \frac{1}{4} (1-A^4) \times$$

$$\times \left(\frac{1}{3} C_1^{(0)} C_2^{(2)} + C_2^{(0)} C_1^{(2)} \right) + \frac{2}{15} (1-A^5) C_2^{(0)} C_2^{(2)},$$

$$K_1 = -\frac{1}{2} (1-A^2) C_0^{(0)} B_1 + \frac{1}{6} (1-A^3) \left(C_0^{(0)} C_0^{(1)} + C_1^{(0)} B_1 \right) +$$

$$+ \frac{1}{12} (1-A^4) \left(\frac{1}{2} C_0^{(0)} C_1^{(1)} + C_1^{(0)} C_0^{(1)} - C_2^{(0)} B_1 \right) +$$

$$+ \frac{1}{20} (1-A^5) \left(\frac{1}{3} C_0^{(0)} C_2^{(1)} + \frac{1}{2} C_1^{(0)} C_1^{(1)} + C_2^{(0)} C_0^{(1)} \right) +$$

$$+ \frac{1}{30} (1-A^6) \left(\frac{1}{3} C_1^{(0)} C_2^{(1)} + \frac{1}{2} C_2^{(0)} C_1^{(1)} \right) +$$

$$+ \frac{1}{126} (1-A^7) C_2^{(0)} C_2^{(1)},$$

$$\begin{aligned}
 K_2 = & -\frac{1}{2}(1-A^2) C_0^{(0)} B_2 + \frac{1}{6}(1-A^3) (C_0^{(0)} C_0^{(2)} - C_1^{(0)} B_2) + \\
 & + \frac{1}{12}(1-A^4) \left(\frac{1}{2} C_0^{(0)} C_1^{(2)} + C_1^{(0)} C_0^{(2)} - C_2^{(0)} B_2 \right) + \\
 & + \frac{1}{20}(1-A^5) \left(\frac{1}{3} C_0^{(0)} C_2^{(1)} + \frac{1}{2} C_1^{(0)} C_1^{(2)} + C_2^{(0)} C_0^{(2)} \right) + \\
 & + \frac{1}{30}(1-A^6) \left(\frac{1}{3} C_1^{(0)} C_2^{(2)} + \frac{1}{2} C_2^{(0)} C_1^{(2)} \right) + \frac{1}{126}(1-A^7) C_2^{(0)} C_2^{(2)}, \\
 D_1 = & -C_0^{(0)} B_1 + \frac{1}{2}(C_0^{(0)} C_0^{(1)} - C_1^{(0)} B_1) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} C_0^{(0)} C_1^{(1)} + C_1^{(0)} C_0^{(1)} - C_2^{(0)} B_1 \right) + \\
 & + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} C_0^{(0)} C_2^{(1)} + \frac{1}{2} C_1^{(0)} C_1^{(1)} + C_2^{(0)} C_0^{(1)} \right) + \frac{1}{5} \left(\frac{1}{3} C_1^{(0)} C_2^{(1)} + \frac{1}{2} C_2^{(0)} C_1^{(1)} \right) + \\
 & - \frac{1}{18} C_2^{(0)} C_2^{(1)}, \\
 D_2 = & -C_0^{(0)} B_2 + \frac{1}{2}(C_0^{(0)} C_0^{(2)} - C_1^{(0)} B_2) + \\
 & + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} C_0^{(0)} C_1^{(2)} + C_1^{(0)} C_0^{(2)} - C_2^{(0)} B_2 \right) + \\
 & + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} C_0^{(0)} C_2^{(2)} + \frac{1}{2} C_1^{(0)} C_1^{(2)} + C_2^{(0)} C_0^{(2)} \right) + \\
 & + \frac{1}{5} \left(\frac{1}{3} C_1^{(0)} C_2^{(2)} + \frac{1}{2} C_2^{(0)} C_1^{(2)} \right) + \frac{1}{18} C_2^{(0)} C_2^{(2)}.
 \end{aligned}$$

Уравнение (19) является обыкновенным дифференциальным уравнением 4-го порядка с постоянными коэффициентами и его решение при условиях (18), (20) и $\varphi(0) = \varphi(1)$, $\varphi'(0) = \varphi'(1)$ получается в аналитической форме при заданной функции $\psi(x)$. Для иллюстрации этого решения выполнены необходимые расчеты и построены графики функции $\varphi(x)$ для $\varepsilon = 0,1$ (рис. 1-4). Расчеты проводились для заданного расхода Q , созданного насосом с горизонтально направленной струей в начальном сечении канала. Расход насоса q , необходимый для создания течения с таким расходом Q , можно найти по первой формуле (12).

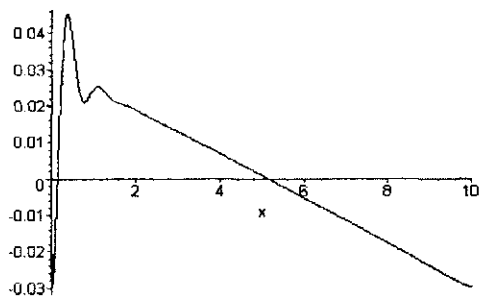


Рис. 1. Профиль свободной поверхности при $A=0$, $\psi=0$, $k=0$, $Q = 10^{-2}$, $R=5$

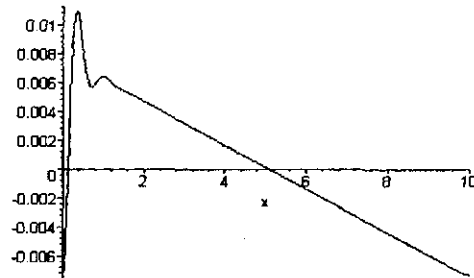
Анализ полученных графиков, наиболее типичные из которых приведены выше, позволяет сделать следующие выводы:

1) наличие проскальзывания на дне канала приводит к выравниванию профиля свободной поверхности при сохранении его формы (профиль равномерно сжимается по вертикали (рис. 1, 2);

2) при увеличении числа Рейнольдса (уменьше-

нии вязкости среды) уменьшается максимальное отклонение свободной поверхности от ее равновесного положения и свободная поверхность приобретает форму затухающей волны (рис. 1, 3);

3) при отклонениях дна канала от горизонтальной плоскости на величину порядка ε форма свободной поверхности среды слабо зависит от этого профиля (рис. 1, 4).



2. Профиль свободной поверхности при $A=0$, $\psi=0$, $k=1$, $Q = 10^{-2}$, $R=5$

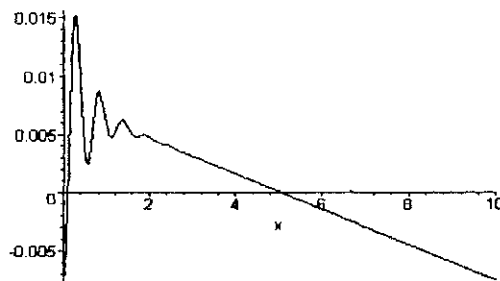


Рис. 3. Профиль свободной поверхности при $A=0$, $\psi=0$, $k=0$, $Q = 10^{-2}$, $R=20$

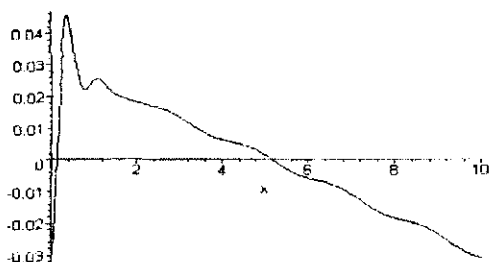


Рис. 4. Профиль свободной поверхности при $A=0$, $\psi=0,1\sin \pi x$, $k=0$, $Q = 10^{-2}$, $R=5$

ЛИТЕРАТУРА

1. Кольга, Д.Ф. Исследование процесса размыва осажденной фракции мелкодисперсной среды /Д.Ф. Кольга [и др.] //Агропанорама. – 2006. – № 2.
2. Слезкин, Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости /Н.А. Слезкин. – Москва: ГИТТЛ, 1955.