

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА ПОРОСЯТ-СОСУНОВ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ ЭЛЕКТРООБОГРЕВЕ

М.А. ПРИЩЕПОВ, к.т.н., доцент;  
В.С. ВИННИЧЕК, аспирант (БГАТУ)

**В** валовом производстве мяса свинина занимает второе место после говядины, поэтому повышение эффективности этой отрасли является весьма актуальной народно-хозяйственной задачей.

В холодный период года в необогреваемых помещениях гибнет до 25-35% молодняка поросят [1,2,3] и даже в отопляемых до температуры 18...20°C свинарниках-маточниках невозможно получить максимум продуктивности молодняка. Использование в таких помещениях установок местного обогрева позволяет увеличить прирост живой массы поросят и повысить их сохранность, однако вопросы выбора систем местного обогрева и их режимов на сегодняшний день решены ещё не полностью и требуют научного обоснования.

В целом система "электронагревательная установка – биологический объект" может быть представлена как взаимосвязанная теплоэнергетическая система, состоящая из отдельных структурных элементов, соединённых между собой и окружающей средой энергетическими потоками как связями.

Известно, что с точки зрения теплотехники биологические системы подчиняются тем же общим правилам, что и неживые. Принципиальное отличие живого организма от неорганического тела состоит в том, что внутренняя теплопередача в живом теле обеспечивается главным образом циркулирующими жидкостями. Это осложняет сравнительные аналогии теплопроводности живых и неживых тел. Даже самые упрощённые схемы обмена энергии в биологическом мире достаточно

сложны. Поэтому при математической постановке задачи физического моделирования теплообмена поросёнка с ЭНУ необходимо максимально использовать результаты физиологического анализа и зоогигиенических исследований.

При различных условиях окружающей среды животные сохраняют постоянную внутреннюю температуру тела  $T_{ж}$ , соответствующую уровню оптимальной биологической активности. Необходимым условием поддержания стационарного теплового состояния организма является непрерывное удаление образующейся в нём теплоты. Чтобы теплота, выработанная организмом, могла быть отдана внешней среде, она должна быть сначала перенесена к поверхности тела. Для обеспечения этого процесса температура поверхностных тканей должна быть ниже, чем внутренних. Отсюда следует, что температура разных частей организма не может быть одинаковой и поверхностные слои тела при окружающей температуре  $T_B > T_{ж}$  имеют более низкую температуру. В связи с этим у физиологов принято условное разделение тела на гомойотермную часть (ядро) и пойкилотермную (оболочку) с наиболее выраженным непостоянством температуры. Толщина «оболочки»  $\delta_{об}$  изменяется в зависимости от окружающей температуры, а величину сопротивления теплопроводности «оболочки»  $R_{об}$  можно рассматривать как интегральный показатель физической терморегуляции.

Однако решение задачи оптимизации энергетических режимов ЭНУ, при которых тепловыделения животных находятся на некотором опти-

мальном уровне, предполагает, что в этом состоянии организм не испытывает каких-либо существенных напряжений функций терморегуляционного аппарата. Это означает, что  $\delta_{об}$  в оптимальных условиях у поросят сведена к минимуму и практически равна толщине кожи и подкожного жирового слоя, а величина термического сопротивления «оболочки» определяется значением теплопроводности кожи и жира. Отсюда следует, что в этом случае передача теплоты от внутренних органов («ядра») к поверхности тела («оболочке») и последующая отдача её поверхностью тела в окружающую среду происходит только по законам теплопередачи.

За показатель внутренней температуры тела  $T_{ж}$  физиологи обычно принимают ректальную температуру, которая наилучшим образом отображает среднюю температуру организма.

Учитывая изложенное, представим организм поросёнка как следующую упрощённую двухузловую модель. В центре тела, защищённом от колебаний температуры окружающей среды  $T_B$  кожей и подкожным жировым слоем, температура тела  $T_{ж}$  близка к постоянной и наиболее высока. Поверхностные слои тела при  $T_B > T_{ж}$  имеют более низкую температуру кожного покрова  $T_k$ , соответствующую средневзвешенной температуре поверхности теплообмена.

В реальности поверхность теплообмена поросёнка с ЭНУ имеет весьма сложную геометрическую форму, что значительно осложняет решение задачи с использованием

математической модели. Проще осуществить замену этой формы эквивалентным по площади цилиндром с усечённой боковой поверхностью.

Итак, для решения задачи тело животного условно представим в виде теплоизолированного цилиндра с усечённой боковой поверхностью, площадью поверхности, эквивалентной площади тела животного, с равномерно распределённым по объёму источником тепла  $P_{ж}$  внутри. Температура цилиндра  $T_{ж}$  постоянная, а коэффициент теплопроводности его активной части стремится к бесконечности. Тогда расчётная схема теплообмена модели поросёнка с ЭНУ в двумерном пространстве будет иметь вид, приведенный на рис. 1.

Цилиндр радиусом  $r_j$  со средним термическим коэффициентом сопротивления теплоизолирующего слоя  $\rho_T$  усечённой боковой поверхностью контактирует с напольным обогревателем, который можно представить в виде многослойной плиты, состоящей из отдельных корпусно-изоляционных слоёв, с равномерно распределённым по поверхности изоляционного слоя источником теплоты  $P_{нап}$ .

На расстоянии  $H$  от плиты расположен протяжённый ИК-излучатель, который условно можно пред-

ставить в виде трубки радиусом  $r_{изл}$  и длиной  $l_{изл}$ , имеющей равномерно распределённый по поверхности источник теплоты  $P_{изл}$ . Для направленного действия лучистого потока имеется отражатель, степень черноты которого стремится к нулю.

Теплоотдача поверхностью цилиндра осуществляется за счёт конвекции  $Q_k$ , излучения  $Q_l$  (свободной поверхностью) и теплопроводности  $Q_T$  (поверхности, контактирующей с плитой).

В общем случае при теплообмене организма поросёнка с окружающей средой имеет место теплоотдача испарением. Однако при создании условий для физиологически необходимой теплоотдачи в явном виде ( $Q_k, Q_l, Q_T$ ) роль потоотделения будет незначительной, а теплоту, расходуемую на испарение влаги, можно будет не учитывать, так как она будет составлять менее 4%.

Теплоотдача со свободной поверхности плиты и ИК-излучателя осуществляется путём конвекции и излучения, при этом лучистая составляющая теплового потока ИК-излучателя равномерно направлена на свободную поверхность цилиндра и плиты, а конвективный тепловой поток, нагревая внутреннюю поверхность отражателя, проходит

через его многослойную структуру и рассеивается с наружной поверхности в окружающую среду путём конвекции и излучения.

Во всех точках рассматриваемой системы принимаем стационарное температурное поле.

Анализ представленной теплофизической модели показывает, что с энергетической точки зрения взаимодействие биологического объекта с техническими средствами электрообогрева представляет собой открытую термодинамическую систему, состоящую из двух взаимосвязанных систем с внутренними источниками тепловой энергии. Степень тепловой связи этих систем обуславливает расход тепловой энергии каждой из них.

Для поддержания температуры тела поросёнка на определённом уровне должно соблюдаться равновесие между образованием теплоты в организме и рассеиванием её во внешнюю среду. При этом через поверхностные слои тела животного проходит один и тот же тепловой поток. Таким образом, мы имеем:

$$Q_{ж} = Q^T = Q_l + Q_k + Q_T, \quad (1)$$

где  $Q^T$  - теплота, передающаяся теплопроводностью от внутренних частей организма к поверхности кожного покрова, участвующего в теп-

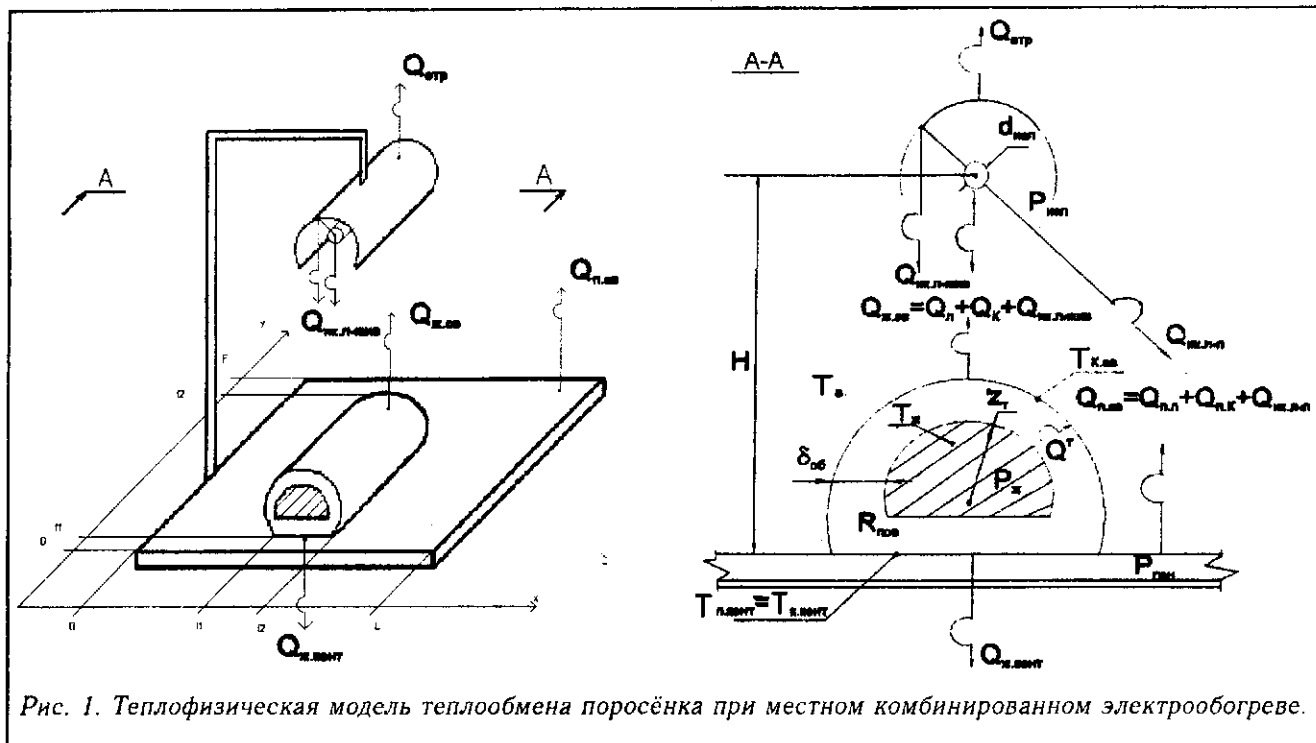


Рис. 1. Теплофизическая модель теплообмена поросёнка при местном комбинированном электрообогреве.

лообмене, Вт.

$Q^T$  в общем виде можно записать при помощи известного уравнения передачи теплоты через стенку:

$$Q^T = 1/R_{нов} \cdot (T_{ж} - T_{к}) \cdot F_{ж}, \quad (2)$$

где  $R_{нов}$  - термическое сопротивление теплопередаче поверхностных слоёв тела животного, зависящее от толщины кожи и подкожного жирового слоя,  $(M^2 \cdot ^\circ C)/Вт$ ;  $T_{ж}$  - температура внутри тела животного,  $^\circ C$ ;  $T_{к}$  - температура на теплоотдающей поверхности кожного покрова,  $^\circ C$ .

В конвективном и лучистом теплообмене принимает участие лишь свободная часть площади поверхности поросёнка  $F_{ж.св.}$ . Она составляет 0,8 общей площади. В кондуктивном теплообмене с напольным обогревателем принимает участие оставшаяся часть,

$$F_{ж.конт.} = 0,2 \cdot F_{ж.} [4]. \quad (3)$$

Общая площадь поверхности тела поросёнка находится в зависимости от его массы  $P_n$ :

$$F_{ж.} = 0,092 \cdot P_n^{2/3}. \quad (4)$$

В процессе теплоотдачи со свободной поверхности тела, наиболее важное место занимает  $Q_l$ , значение которого можно определить по формуле:

$$Q_l = \varepsilon \cdot C_0 \left[ \left( \frac{T_{к.св.} + 273}{100} \right)^4 + \left( \frac{T_{в} + 273}{100} \right)^4 \right] \cdot F_{ж.св.} \quad (5)$$

где  $\varepsilon$  - степень черноты поверхности кожного покрова тела поросёнка (принимаяем  $\varepsilon = 0,95$ );

$C_0 = 5,67 Вт/(M^2 \cdot ^\circ K^4)$  - излучение абсолютно чёрного тела;  $T_{к.св.}$  - температура кожного покрова свободной поверхности тела,  $^\circ C$ ;  $T_{в}$  - температура окружающего воздуха,  $^\circ C$ .

Конвективный теплообмен свободной поверхности тела животного определяется по формуле:

$$T_{к} = \alpha_{к} \cdot (T_{к.св.} - T_{в}), \quad (6)$$

где  $\alpha_{к}$  - коэффициент конвективной теплоотдачи с поверхности кожного покрова,  $Вт/(M^2 \cdot ^\circ C)$ .

При определении  $\alpha_{к}$  со свободной поверхности тела поросёнка, можно воспользоваться формулой [5]:

$$\alpha_{к} = 2,5 \cdot 4 \sqrt{T_{к.св.} - T_{в}}. \quad (7)$$

Составляющие  $Q_l$  и  $Q_k$  уравнения (1) определяют теплотери организма животного со свободной поверхности тела, которая в представленной теплофизической модели подвергается ИК-излучению. При этом будем считать, что вся поверхность лежащего поросёнка, участвующая в лучистом и конвективном теплообмене с окружающей средой, равномерно воспринимает лучистый тепловой поток ИК-излучателя.

В связи с этим и с учётом (2) условие теплового баланса свободной поверхности тела животного в установленном режиме будет иметь вид:

$$Q_{ж.св.} = (1/R_{нов} \cdot (T_{ж} - T_{к(в.)}) \cdot F_{ж(в.)}) = Q_l + Q_k + Q_{ик.л \rightarrow жив.} \quad (8)$$

где  $Q_{ик.л \rightarrow жив.}$  - лучистый тепловой поток ИК-излучателя, падающий на животное, Вт.

Для определения  $Q_{ик.л \rightarrow жив.}$  воспользуемся выражением для расчёта результирующего потока излучения при теплообмене между двумя телами, произвольно расположенными в пространстве:

$$Q_{1,2} = \frac{C_0 \cdot \bar{\varphi}_{1,2} \cdot F_1 \cdot [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4]}{1 + \bar{\varphi}_{1,2} \cdot (1/\varepsilon_1 - 1) + \bar{\varphi}_{2,1} \cdot (1/\varepsilon_2 - 1)} \quad (9)$$

где  $\bar{\varphi}_{1,2}$ ,  $\bar{\varphi}_{2,1}$  - средние угловые коэффициенты излучения, характеризующие долю энергии, которая попадает с тела, имеющего конечную площадь поверхности соответственно  $F_1$  или  $F_2$ , на другое тело с конечной площадью поверхности соответственно  $F_2$  или  $F_1$ , по отношению к полному потоку собственного излучения, которые в данном случае можно принять:

$$\bar{\varphi}_{1,2} = F_2 / \pi \cdot h_{ср.}^2, \quad (10)$$

$$\bar{\varphi}_{2,1} = F_1 / \pi \cdot h_{ср.}^2, \quad (11)$$

где  $h_{ср.}$  - среднее расстояние между взаимооблучающимися поверхностями, м;  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  - коэффициенты поглощения тел с площадью соответственно  $F_1$  и  $F_2$ ;  $T_1$ ,  $T_2$  - абсолютная температура тел,  $^\circ K$ .

Вполне очевидно, что при решении уравнения теплового баланса свободной поверхности тела животного (4) следует исходить из необходимости определения температуры на свободной поверхности кожного покрова:

$$T_{к.св.} = T_{ж} - (R_{нов.} / F_{ж.св.}) \cdot (Q_l(T_{к.св.}) + Q_k(T_{к.св.}) + Q_{ик.л \rightarrow жив.}(T_{к.св.})). \quad (12)$$

Поскольку представленное уравнение, полученное путём преобразования (8), нелинейное, то для его решения необходимо воспользоваться методом простых итераций. При этом, задавая начальное значение температуры  $T_{к.св.}$  и используя уравнение (12), находят её расчётное значение. После чего сравнивают заданное значение с расчётным и в случае их неравенства рассчитывают новое приближение, принимая предыдущее расчётное значение в качестве задаваемого, и так далее, до тех пор, пока они не совпадут.

Что касается теплообмена поросёнка в зоне, контактирующей с напольным обогревателем, то здесь, как отмечалось ранее, имеет место кондуктивная составляющая теплового баланса. Величина его зависит только от температуры поверхности кожного покрова в контактной зоне  $T_{ж.конт.}$ , равной температуре напольного обогревателя в этой же зоне. При этом значение  $T_{г}$  определяется тепловым потоком, прошедшим от внутренних частей тела через наружные слои, контактирующие с напольным обогревателем, при наличии разности между внутренней температурой тела животного  $T_{ж.}$  и температурой контактной поверхности теплообмена  $T_{к.конт.}$

$$Q_T = (1/R_{\text{теп}}) \cdot (T_{\text{ж}} - T_{\text{к.конт}}) F_{\text{ж.конт}}, \quad (13)$$

где  $T_{\text{к.конт}}$  - средняя температура кожного покрова в контактной зоне, °C.

Таким образом, при решении данного уравнения следует исходить из необходимости определения температуры на контактной поверхности кожного покрова, соответствующей температуре напольного обогревателя в этой зоне  $T_{\text{н.конт}}$ .

Таким образом, уравнения, описывающие теплообмен животного с напольным обогревателем, должны учитывать конечную величину коэффициента теплопроводности напольного обогревателя вдоль его теплоотдающей поверхности, а также температурный коэффициент  $\alpha_0$  токопроводящего покрытия напольной панели.

Для определения в двумерном измерении температурного поля напольного обогревателя при питании его токопроводящего покрытия от источника постоянного напряжения можно воспользоваться решением обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка, описывающим его теплообмен в стационарном режиме:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda \delta \frac{d^2 T}{dx^2} + \lambda \delta \frac{d^2 T}{dy^2} + q_{\text{в.н.}} + q_{\text{ж.конт.}} - \\ - q''_{\text{н.к.}} - q''_{\text{н.л.}} = 0; \\ \text{при } l_1 \leq x \leq l_2; f_1 \leq y \leq f_2. \\ \lambda \delta \frac{d^2 T}{dx^2} + \lambda \delta \frac{d^2 T}{dy^2} + q_{\text{в.н.}} + q_{\text{ик.л.} \rightarrow \text{н.}} - \\ - q''_{\text{н.к.}} - q''_{\text{н.к.}} - q''_{\text{н.л.}} - q''_{\text{н.л.}} = 0; \\ \text{при } 0 \leq x \leq l_1 \text{ и } l_2 \leq x \leq L; 0 \leq y \leq f_1 \text{ и } f_2 \leq y \leq F, \end{array} \right. \quad (14)$$

где  $l_1 - l_2$  - ширина контакта животного с напольным обогревателем вдоль координаты  $x$ , м;  $f_1 - f_2$  - ширина контакта животного с напольным обогревателем вдоль координаты  $y$ , м;  $q_{\text{в.н.}} = j_m^2 \cdot \rho_n (1 + \alpha_0 \cdot T_n)$  - удельный тепловой поток токопроводящего покрытия напольного обогревателя, Вт/м<sup>2</sup>;

$$j_m = U_i / \left[ \rho_m \cdot \left( L + \alpha_0 \frac{\int_0^L \int_0^F T dx dy}{F} \right) \right]$$

- поверхностная плотность тока токопроводящего покрытия обогревателя, А/м;  $q_{\text{ж.конт.}} = T_{\text{т}} / F_{\text{ж.конт.}}$  - удельные теплотери животного в контактной зоне, Вт/м<sup>2</sup>;  $q''_{\text{н.к.}}, q''_{\text{н.л.}}$  - удельные конвективный и лучистый тепловые потоки с нижней поверхности обогревателя, Вт/м<sup>2</sup>;  $q_{\text{ик.л.} \rightarrow \text{н.}}$  - лучистый удельный тепловой поток ИК-излучателя, приходящийся на единицу поверхности обогре-

вателя, свободной от животных, Вт/м<sup>2</sup>;  $q''_{\text{н.к.}}, q''_{\text{н.л.}}$  - удельные конвективный и лучистый тепловые потоки с верхней теплоотдающей поверхности обогревателя, Вт/м<sup>2</sup>;  $\lambda$  - эквивалентная теплопроводность корпусно-изоляционных слоёв напольного обогревателя, Вт/(м·°C);  $\delta$  - общая толщина корпусно-изоляционных слоёв напольного обогревателя, м.

Величина  $q_{\text{ик.л.} \rightarrow \text{н.}}$  определяется по формуле (9), при этом нужно предварительно рассчитать соответствующие угловые коэффициенты излучения (10) и (11) и разделить полученный результат на площадь обогревателя, свободную от животных.

Значения  $q_{\text{н.к.}}, q_{\text{н.л.}}$  определяются соответственно по формулам, используемым для расчёта конвективной и лучистой составляющих теплотери свободной поверхности тела животного.

Однако определение температурного поля напольного обогревателя путём решения системы дифференциальных уравнений (14) и (15) возможно при условии работы напольного обогревателя без регулятора температуры, т.е. когда мощность нагревателя соответствует требуемой по условию обеспечения заданной температуры, что практически невозможно, так как температура обогревателя в процессе выращивания молодняка меняется. Поэтому вместо стационарной задачи теплообмена напольного обогревателя необходимо решать нестационарную задачу до того момента времени  $\tau$ , пока температура на обогревателе не достигнет заданной, при которой регулятор отключит его от напряжения питания.

В таком случае рассмотрим нестационарную задачу распределения температурного поля напольного обогревателя:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ср} \delta \frac{dT_{\text{п}}}{d\tau} = \lambda \delta \frac{d^2 T_{\text{п}}}{dx^2} + \lambda \delta \frac{d^2 T_{\text{п}}}{dy^2} + q_{\text{в.н.}} + \\ + q_{\text{ж.конт.}} - q''_{\text{н.к.}} - q''_{\text{н.л.}} = 0; \\ \text{при } l_1 \leq x \leq l_2; f_1 \leq y \leq f_2. \\ \text{ср} \delta \frac{dT_{\text{п}}}{d\tau} = \lambda \delta \frac{d^2 T_{\text{п}}}{dx^2} + \lambda \delta \frac{d^2 T_{\text{п}}}{dy^2} + q_{\text{в.н.}} + \\ + q_{\text{ик.л.} \rightarrow \text{н.}} - q''_{\text{н.к.}} - q''_{\text{н.к.}} - q''_{\text{н.л.}} - q''_{\text{н.л.}} = 0; \\ \text{при } 0 \leq x \leq l_1 \text{ и } l_2 \leq x \leq L; 0 \leq y \leq f_1 \text{ и } f_2 \leq y \leq F \end{array} \right. \quad (16)$$

Решение данной системы уравнений находят в виде температурного поля напольного обогревателя  $T_{\text{п}}(x, \tau)$  при заданных исходных данных и заданных краевых условиях.

При определении краевых условий следует исходить из реальных условий теплообмена на концах напольного обогревателя в любой момент времени нагрева (граничные условия) и на всей его поверхности в начальный момент (начальные условия).

Учитывая, что толщина обогреваемой панели бесконечно мала по сравнению с площадью теплоотдающей поверхности, а температура панели в начальный момент времени равна температуре воздуха, запишем граничные и начальные условия напольного обогревателя:

$$\text{при } x = 0 \quad T_n = T_{n, x=0}; \quad (dT_{i,l} / dx)_{x=0} = 0; \quad (18)$$

$$\text{при } x = L \quad T_n = T_{n, x=L}; \quad (dT_{i,K} / dx)_{x=L} = 0; \quad (19)$$

$$\text{при } y = 0 \quad T_n = T_{n, y=0}; \quad (dT_{1,j} / dy)_{y=0} = 0; \quad (20)$$

где  $i = 1, 2, \dots, M$  и  $j = 1, 2, \dots, K$ .

Начальные условия будут выглядеть следующим образом:

$$\text{при } \tau = 0 \quad T_n = T_{n, \tau=0} \quad (22)$$

Дифференциально-интегральные системы уравнений второго порядка в частных производных являются нелинейными и не имеют точных аналитических решений. Для их решения можно воспользоваться наиболее распространённым из числовых методов – методом конечных разностей, позволяющим получить числовую таблицу приближённых значений искомого решения. При этом дифференциальные операторы исходных дифференциальных уравнений заменяются их приближёнными значениями, выраженными через разности величин функций в отдельных узлах разностной сетки. В результате такой замены дифференциальные уравнения сводятся к алгебраическим системам, в которых неизвестны значения функции в узлах сетки.

Для решения этих систем уравнений в двумерном пространстве введём разностную сетку с ячейками в виде прямоугольных параллелепипедов. Для этого необходимо ввести три системы плоскостей:

$$1) \quad x_j = j \cdot h_x, \quad j = 1, 2, 3, \dots, K;$$

$$2) \quad y_i = i \cdot h_y, \quad i = 1, 2, 3, \dots, M;$$

$$3) \quad \tau^n = \sum_{n=1}^N \tau_n, \quad \text{где } h_x, h_y, \tau_n - \text{ шаг изменения длинны, соответственно, продольной оси } X(M), \text{ поперечной } Y(M) \text{ и времени } \tau(c).$$

В этом случае значение температуры значение сеточной функции в узлах  $(x_j, y_i, \tau^n)$  будет обозначаться символами  $T^n_{i,j}$ . При этом параллельно используется метод расщепления, т.е. разбивается расчёт на одном шаге по времени от  $n$ -го к  $(n+1)$ -му слою на отдельные этапы расчёта по осям  $X$  и  $Y$ . Строится продольно-поперечная разностная схема следующего вида для уравнений (16) и (17):

$$c\rho \cdot \frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^n}{\tau/2} = \frac{\lambda}{h^2_y} \cdot$$

$$\cdot (T_{i+1,j}^{n+1/2} - 2 \cdot T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i-1,j}^{n+1/2}) +$$

$$+ \frac{\lambda}{h^2_x} \cdot (T_{i,j+1}^n - 2 \cdot T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n) +$$

$$+ q^n_{v.n.i,j} + q^n_{ж.конт.i,j} -$$

$$- q^{nn}_{n.k.i,j} - q^{nn}_{n.l.i,j}; \quad (23)$$

$$c\rho \cdot \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\tau/2} = \frac{\lambda}{h^2_y} \cdot$$

$$\cdot (T_{i+1,j}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}) + \frac{\lambda}{h^2_x} \cdot$$

$$\cdot (T_{i,j+1}^{n+1/2} - 2 \cdot T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i,j-1}^{n+1/2}) +$$

$$+ q^{n+1/2}_{v.n.i,j} + q^{n+1/2}_{ж.конт.i,j} -$$

$$- q^{nn+1/2}_{n.k.i,j} - q^{nn+1/2}_{n.l.i,j}; \quad (24)$$

$$c\rho \cdot \frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^n}{\tau/2} = \frac{\lambda}{h^2_y} \cdot$$

$$\cdot (T_{i+1,j}^{n+1/2} - 2 \cdot T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i-1,j}^{n+1/2}) +$$

$$+ \frac{\lambda}{h^2_x} \cdot (T_{i,j+1}^n - 2 \cdot T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n) +$$

$$+ q^n_{v.n.i,j} + q^n_{ш.л. \rightarrow n.i,j} - q^{sn}_{n.k.i,j} -$$

$$- q^{nn}_{n.k.i,j} - q^{sn}_{n.l.i,j} - q^{nn}_{n.l.i,j}; \quad (25)$$

$$c\rho \cdot \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\tau/2} = \frac{\lambda}{h^2_y} \cdot$$

$$\cdot (T_{i+1,j}^{n+1} - 2 \cdot T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}) + \frac{\lambda}{h^2_x} \cdot$$

$$\cdot (T_{i,j+1}^{n+1/2} - 2 \cdot T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i,j-1}^{n+1/2}) +$$

$$+ q^{n+1/2}_{v.n.i,j} + q^{n+1/2}_{ш.л. \rightarrow n.i,j} -$$

$$- q^{sn+1/2}_{n.k.i,j} - q^{sn+1/2}_{n.l.i,j} -$$

$$- q^{sn+1/2}_{n.l.i,j} - q^{sn+1/2}_{n.l.i,j}; \quad (26)$$

Основной смысл этой схемы заключается в том, что один шаг по времени  $t$  делится на два полушага. На первом аппроксимируется неявно (на промежуточном

слое  $(n + 1/2)$ ) вторая производная по оси Y, а  $\frac{d^2T}{dx^2}$

аппроксимируется на слое n (т.е. явно). На втором полуплоскости всё делается наоборот, т.е. явно аппроксимируется вторая производная по оси Y и неявно вторая производная по оси X.

Далее преобразовываем уравнения (23), (24), (25), (26) и записываем их в виде систем нелинейных алгебраических уравнений относительно значений искомых температур в узлах  $(n + 1/2)$ -го и  $(n + 1)$ -го слоёв:

$$T_{i-1,j}^{n+1/2} - 2 \cdot \left( \frac{c\rho h_y^2}{\tau\lambda} + 1 \right) \cdot T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i+1,j}^{n+1/2} = -F_{i,j}^n, \quad (27)$$

где  $-F_{i,j}^n = \left( \frac{h_y}{h_x} \right)^2 \cdot (T_{i,j+1}^n + T_{i,j-1}^n) + 2 \cdot$

$$\left( \frac{c\rho h_y^2}{\tau\lambda} - \left( \frac{h_y}{h_x} \right)^2 \right) \cdot T_{i,j}^n + \left( \frac{h_y^2}{\lambda} \right) \cdot (q_{v,n,i,j}^n + q_{ж,конт,i,j}^n - q_{mn,n,k,i,j}^n - q_{mn,n,l,i,j}^n), \quad (28)$$

Для формулы (24):

$$T_{i,j-1}^{n+1} - 2 \cdot \left( \frac{c\rho h_x^2}{\tau\lambda} + 1 \right) \cdot T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j+1}^{n+1} = -F_{i,j}^{n+1/2}, \quad (29)$$

где  $-F_{i,j}^{n+1/2} = \left( \frac{h_x}{h_y} \right)^2 \cdot (T_{i+1,j}^{n+1/2} + T_{i-1,j}^{n+1/2}) +$

$$2 \cdot \left( \frac{c\rho h_x^2}{\tau\lambda} - \left( \frac{h_x}{h_y} \right)^2 \right) \cdot T_{i,j}^{n+1/2} + \left( \frac{h_x^2}{\lambda} \right) \cdot (q_{v,n,i,j}^{n+1/2} + q_{ж,конт,i,j}^{n+1/2} - q_{mn+1/2,n,k,i,j} - q_{mn+1/2,n,l,i,j}), \quad (30)$$

Для уравнения (25):

$$T_{i-1,j}^{n+1/2} - 2 \cdot \left( \frac{c\rho h_y^2}{\tau\lambda} + 1 \right) \cdot T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i+1,j}^{n+1/2} = -F_{i,j}^n, \quad (31)$$

где  $-F_{i,j}^n = \left( \frac{h_y}{h_x} \right)^2 \cdot (T_{i,j+1}^n + T_{i,j-1}^n) + 2 \cdot$

$$\left( \frac{c\rho h_y^2}{\tau\lambda} - \left( \frac{h_y}{h_x} \right)^2 \right) \cdot T_{i,j}^n + \left( \frac{h_y^2}{\lambda} \right) \cdot (q_{v,n,i,j}^n + q_{ж,конт,i,j}^n - q_{mn,n,k,i,j}^n - q_{mn,n,l,i,j}^n - q_{mn,n,k,i,j}^n - q_{mn,n,l,i,j}^n), \quad (32)$$

Для уравнения (26):

$$T_{i,j-1}^{n+1} - 2 \cdot \left( \frac{c\rho h_x^2}{\tau\lambda} + 1 \right) \cdot T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j+1}^{n+1} = -F_{i,j}^{n+1/2}, \quad (33)$$

где  $-F_{i,j}^{n+1/2} = \left( \frac{h_x}{h_y} \right)^2 \cdot (T_{i+1,j}^{n+1/2} + T_{i-1,j}^{n+1/2}) +$

$$2 \cdot \left( \frac{c\rho h_x^2}{\tau\lambda} - \left( \frac{h_x}{h_y} \right)^2 \right) \cdot T_{i,j}^{n+1/2} + \left( \frac{h_x^2}{\lambda} \right) \cdot (q_{v,n,i,j}^{n+1/2} + q_{ж,конт,i,j}^{n+1/2} - q_{mn+1/2,n,k,i,j} - q_{mn+1/2,n,l,i,j} - q_{mn+1/2,n,k,i,j} - q_{mn+1/2,n,l,i,j}), \quad (34)$$

Для решения всех вышеприведенных систем может быть использован метод прогонки (модификация метода Гаусса), так как матрицы этих систем трёхдиагональные. При этом необходимо сперва решить системы уравнений (27) и (31), из которых находят значения сеточной функции  $T_{i,j}^{n+1/2}$ . Затем эти значения используются для определения  $T_{i,j}^{n+1}$  из систем (29), (33). При решении этих систем к ним необходимо добавить начальные и граничные условия для каждого из дробных по времени шагов. Из граничных условий находят прогоночные коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  на концах теплоотдающей поверхности. Для реализации поставленной задачи граничные условия приводят к следующему виду:

$$\text{при } x = 0 \quad T_{i,1} = \alpha_{i,1} + \beta_{i,1}; \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (35)$$

$$\text{при } x = L \quad T_{i,K} = \alpha_{i,K} \cdot T_{i,K-1} + \beta_{i,K}; \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (36)$$

$$\text{при } y = 0 \quad T_{1,j} = \alpha_{1,j} \cdot T_{2,j} + \beta_{1,j}; \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (37)$$

$$\text{при } y = F \quad T_{M,j} = \alpha_{M,j} \cdot T_{M-1,j} + \beta_{M,j}; \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (38)$$

Тогда, записав разностные схемы для каждого из граничных условий и приведя их к соответствующему виду, получаем следующие прогоночные коэффициенты для  $(n + 1/2)$ -го и  $(n + 1)$ -го слоёв:

$$\text{при } x = 0 \quad T_{i,1} = T_{i,2}; \quad \alpha_{i,1} = 1; \quad \beta_{i,1} = 0; \quad (39)$$

$$\text{при } x = L \quad T_{i,K} = T_{i,K-1}; \quad \alpha_{i,K} = 1; \quad \beta_{i,K} = 0; \quad (40)$$

$$\text{при } y = 0 \quad T_{1,j} = T_{2,j}; \quad \alpha_{1,j} = 1; \quad \beta_{1,j} = 0; \quad (41)$$

$$\text{при } y = F \quad T_{M,j} = T_{M-1,j}; \quad \alpha_{M,j} = 1; \quad \beta_{M,j} = 0. \quad (42)$$

Вычислив прогоночные коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  на границах обогревателя, определяют их значения в оставшихся внутренних точках 2,3,4,...,N-1 по следующим рекуррентным формулам:

для  $(n + 1/2)$ -го слоя

$$\alpha_{i,j} = \frac{1}{\alpha_{i-1,j} - 2\left(\frac{c\rho h_y^2}{\lambda\tau} + 1\right)}; \quad (43)$$

$$\beta_{i,j} = (\beta_{i-1,j} + F_{i,j}^n) \cdot \alpha_{i,j}; \quad (44)$$

$$i = 2,3,\dots, M-1, \quad j = 2,3,\dots, K-1$$

для  $(n + 1)$ -го слоя

$$\alpha_{i,j} = \frac{1}{\alpha_{i,j-1} - 2\left(\frac{c\rho h_x^2}{\lambda\tau} + 1\right)}; \quad (45)$$

$$\beta_{i,j} = (\beta_{i,j-1} + F_{i,j}^{n+1/2}) \cdot \alpha_{i,j}; \quad (46)$$

$$i = 2,3,\dots, M-1, \quad j = 2,3,\dots, K-1.$$

После вычисления прогоночных коэффициентов определяют значение температуры обогревателя в точках последних M-го и K-го рядов, соответственно, для  $(n + 1/2)$ -го слоя:

$$T_{M,j}^{n+1/2} = \frac{\alpha_{M,j} \cdot \beta_{M-1,j} + \beta_{M,j}}{1 - \alpha_{M,j} \cdot \alpha_{M-1,j}}. \quad (47)$$

$$j = 1,2,\dots, K,$$

для  $(n + 1)$ -го слоя:

$$T_{i,K}^{n-1} = \frac{\alpha_{i,K} \cdot \beta_{i,K-1} + \beta_{i,K}}{1 - \alpha_{i,K} \cdot \alpha_{i,K-1}}. \quad (48)$$

$$i = 1,2,\dots, M,$$

Далее определяют значения температуры в оставшихся точках по рекуррентным формулам; для  $(n + 1/2)$ -го слоя:

$$T_{i,j}^{n+1/2} = \alpha_{i,j} \cdot T_{i+1,j}^{n+1/2} - \beta_{i,j}, \quad (49)$$

$$i = M-1, M-2,\dots,1, \quad j = 1,2,\dots, K$$

и для  $(n + 1)$ -го слоя:

$$T_{i,j}^{n+1} = \alpha_{i,j} \cdot T_{i,j+1}^{n+1} - \beta_{i,j},$$

$$j = K-1, K-2,\dots,1, \quad i = 1,2,\dots, M \quad (50)$$

Поскольку решаемая система уравнений нелинейная, то для её решения необходимо воспользоваться итерационным методом для каждого временного слоя. Необходимо задавать начальное распределение температуры по длине обогревателя в момент времени  $\tau = 0 + t_1$ , и только после схождения итераций на данном временном слое переходят к подобным расчётам в момент времени  $\tau = 0 + t_1 + t_2$  и т.д.

Использование предложенной математической модели теплообмена позволяет провести исследование энергетических режимов теплообмена различных систем местного обогрева поросят-сосунов в зависимости от температуры окружающей среды и возраста животных.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Большаков В.И. Обогревание животноводческих помещений//Сельское хозяйство за рубежом. - 1980. - №10. - С.58-61.
2. Пурецкий В.М., Волошин П.Л. Влияние микроклимата помещений на развитие поросят//Ветеринария. - 1974. - №2. - С.17-19.
3. Прищепов М.А. Энергетическая эффективность систем обогрева поросят-сосунов.-Мн.: БАТУ, 1998 - 92с.
4. Хэммонд Дж., Йоганнсон И., Харинг Ф., Биологические основы продуктивности животных//Руководство по разведению животных. - М., 1963. - Т.1.-С.503.
5. Муринас К.Ю. Исследование и разработка технических средств местного обогрева молодняка поросят в условиях Литовской ССР: Автореф. дисс. канд. техн. наук // Латвийская СХА.- Елгава, 1967.-22с.