МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

# ФИЗИКА

*Пособие*
*для подготовки к вступительным экзаменам*
*и централизованному тестированию*

4-е издание, стереотипное

Минск
БГАТУ
2020

УДК 53(07)
ББК 22.3я7
Ф50

*Рекомендовано к изданию научно-методическим советом агроэнергетического факультета БГАТУ (протокол № 9 от 14 мая 2018 г.)*

Составители:
кандидат технических наук, доцент *П. Н. Логвинович*,
кандидат физико-математических наук, доцент *Г. М. Чобот*,
кандидат физико-математических наук,
заведующий кафедрой физики БГАТУ *В. А. Чернявский*

Рецензенты:
кандидат педагогических наук, доцент, декан факультета доуниверситетской подготовки БГПУ им. М. Танка *С. В. Яковенко*;
кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры физики БГАТУ *А. А. Шевчёнок*

**Физика** : пособие / сост.: П. Н. Логвинович, Г. М. Чобот,
Ф50 В. А. Чернявский. – 4-е изд., стереотип. – Минск : БГАТУ, 2020. – 364 с.
ISBN 978-985-25-0043-2.

Содержит основные теоретические сведения по курсу физики, изучаемому в средних учебных заведениях, и методику решения как стандартных задач, так и задач повышенной трудности. Материал, включенный в пособие, соответствует программе вступительного экзамена по физике и охватывает все разделы школьного курса.

Для выпускников средних учебных заведений.

**УДК 53(07)**
**ББК 22.3я7**

**ISBN 978-985-25-0043-2**

## Содержание

## Введение

Учебное пособие содержит основные теоретические сведения по курсу физики, изучаемому в средних учебных заведениях, и методику решения как стандартных задач, так и задач повышенной трудности. Материал, включенный в пособие, соответствует программе вступительного экзамена по физике и охватывает все разделы школьного курса. Книга адресована выпускникам средних учебных заведений, а также всем тем, кто самостоятельно готовится к вступительному экзамену в вуз и централизованному тестированию по физике. Пособие подготовлено преподавателями Белорусского государственного аграрного технического университета. В каждой главе кратко изложены наиболее важные вопросы данного раздела физики, записаны основные и производные формулы, применяемые при решении задач. Задачи имеют подробное решение, а для некоторых указаны несколько решений. Даны типовые контрольные задачи с ответами для самостоятельного решения.

Данное издание дополнено в каждом разделе тестовыми заданиями для самостоятельного решения. Простые вопросы и задачи этих заданий позволят абитуриентам закрепить изученный материал.

В приложении приведены также решения заданий одного из вариантов тестов централизованного тестирования 2013 года.

# ГЛАВА 1. МЕХАНИКА

## Основы кинематики

### Механическое движение. Система отсчета. Относительность движения. Материальная точка. Траектория. Путь и перемещение.

***Кинематикой*** называют раздел механики, в котором движение тел рассматривается без выяснения причин этого движения.

***Механическим движением*** тела называют изменение его положения в пространстве относительно других тел с течением времени.

Механическое движение **относительно**. Движение одного и того же тела относительно разных тел оказывается различным. Для описания движения тела нужно указать, по отношению к какому телу рассматривается движение. Это тело называют **телом отсчета**.

Система координат, связанная с телом отсчета, и часы для отсчета времени образуют ***систему отсчета***, позволяющую определять положение движущегося тела в любой момент времени.

**Тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь, называется *материальной точкой*.**

Перемещаясь с течением времени из одной точки в другую, тело (материальная точка) описывает некоторую линию, которую называют ***траекторией движения тела***.

Положение материальной точки в пространстве в любой момент времени (***закон движения***) можно определять либо с помощью зависимости координат от времени $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ (координатный способ), либо при помощи зависимости от времени радиус-вектора $\vec{r} = \vec{r}(t)$ (векторный способ), проведенного из начала координат до данной точки (рис. 1.1).

***Перемещением*** тела $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r_0}$ называют направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела с его последующим положением. **Перемещение есть векторная величина.**

***Пройденный путь*** $l$ равен длине траектории, пройденной телом за некоторое время $t$. **Путь – скалярная величина.**

### Равномерное движение

Простейшим видом механического движения является движение тела вдоль прямой линии с **постоянной по модулю и направлению скоростью**. Такое движение называется ***равномерным***. При равномерном движении тело за любые равные промежутки времени проходит равные пути.

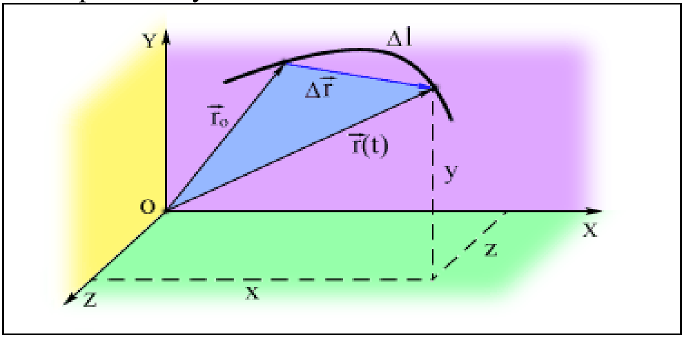



*Рис. 1.1.* Определение положения точки с помощью координат $x = x(t)$, $y = y(t)$ и $z = z(t)$ и радиус–вектора $\vec{r}\left(t\right)$. $\vec{r}_0$ – радиус–вектор положения точки в начальный момент времени

Для кинематического описания равномерного прямолинейного движения координатную ось $OX$ удобно расположить по линии движения. Если в некоторый момент времени $t_1$ тело находилось в точке с координатой $x_1$, а в более поздний момент $t_2$ – в точке с координатой $x_2$, то проекция перемещения $\Delta s = \Delta r$ на ось $OX$ за время $\Delta t = t_2 - t_1$ равна

$$\Delta s = x_2 - x_1.$$

Эта величина может быть и положительной и отрицательной в зависимости от направления, в котором двигалось тело. При равномерном движении вдоль прямой модуль перемещения совпадает с пройденным путем. Скоростью равномерного прямолинейного движения называют отношение

$$\upsilon = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \text{const}\,.$$

Зависимость координаты $x$ от времени $t$ (**закон движения**) выражается при равномерном прямолинейном движении ***линейным математическим уравнением***:

$$x(t) = x_0 + \upsilon t.$$

В этом уравнении $\upsilon = \text{const}$ – скорость движения тела, $x_0$ – координата точки, в которой тело находилось в момент времени $t = 0$. На графике закон движения $x(t)$ изображается прямой линией. Примеры таких графиков представлены на рис. 1.2

Для закона движения, изображенного на графике I (рис. 1.2), при $t = 0$ тело находилось в точке с координатой $x_0 = –3$. Между моментами времени $t_1 = 4$ с и $t_2 = 6$ с тело переместилось от точки $x_1 = 3$ м до точки $x_2 = 6$ м. Таким образом, за $\Delta t = t_2 - t_1 = 2$ с тело переместилось на $\Delta s = x_2 - x_1 = 3$ м. Следовательно, скорость тела составляет $\upsilon = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = 1{,}5$ м/с.

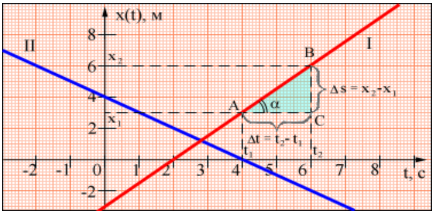



*Рис. 1.2.* Графики равномерного прямолинейного движения

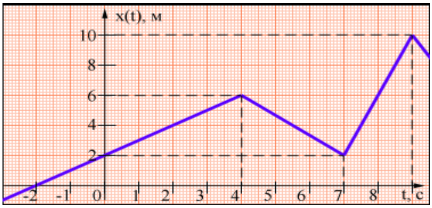



*Рис. 1.3.* Кусочно-линейный закон движения

Аналогичным образом для движения, изображенного на рис. 1.2 прямой II, найдем $x_0 = 4$ м, $\upsilon = –1$ м/с.

На рис. 1.3 закон движения $x(t)$ тела изображен с помощью отрезков прямых линий. Такое движение тела вдоль прямой **не является равномерным**. На разных участках этого графика тело движется с различными скоростями, которые также можно определить по наклону соответствующего отрезка к оси времени. В точках излома графика тело мгновенно изменяет свою скорость. На графике (рис. 1.3) это происходит в момент времени $t_1 = –3$ с, $t_2 = 4$ с, $t_3 = 7$ с и $t_4 = 9$ с. Нетрудно найти по графику движения, что на интервале $(t_2; t_1)$ тело двигалось со скоростью $\upsilon_{12} = 1$ м/с, на интервале $(t_3; t_2)$ – со скоростью $\upsilon_{23} = –4/3$ м/с и на интервале $(t_4; t_3)$ – со скоростью $\upsilon_{34} = 4$ м/с.

Следует отметить, что при кусочно-линейном законе прямолинейного движения тела пройденный путь $l$ не совпадает с перемещением $r$. Например, для закона движения, изображенного на рис. 1.3, перемещение тела на интервале времени от 0 с до 7 с равно нулю ($s = 0$). За это время тело прошло путь $l = 8$ м.

**Неравномерное движение**

Движение с изменяющейся скоростью называется неравномерным. Для характеристики такого движения вводится понятие ***средней скорости.***

Средней скоростью на некотором участке пути называется величина, равная отношению пройденного пути $l$ к промежутку времени $t$, за который этот путь пройден:

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{l}{t}.$$

Скорость, введенная согласно этой формуле, характеризует быстроту движения материальной точки в среднем за промежуток времени $t$. Она не может характеризовать направление движения точки. Поэтому для более детального описания движения точки вводят ***вектор средней скорости***

$$\vec{\upsilon}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Направление вектора $\vec{\upsilon}_{cp}$ совпадает с направлением вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ и тем самым несет определенную информацию о направлении движения точки. В физике наибольший интерес представляет не средняя, а ***мгновенная скорость***, которая определяется как предел, к которому стремится средняя скорость за бесконечно малый промежуток времени $\Delta t$:

$$\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\left(\Delta t \to 0\right).$$

В математике такой предел называют **производной** и обозначают $\dfrac{d\vec{r}}{dt}$ или $\dot{\vec{r}}\left(t\right)$.

Мгновенная скорость $\vec{\upsilon}$ тела в любой точке криволинейной траектории направлена по касательной к траектории в этой точке. Различие между средней и мгновенной скоростями показано на рисунке 1.4.

При движении тела по криволинейной траектории его скорость $\vec{\upsilon}$ изменяется по модулю и направлению. Изменение вектора скорости $\vec{\upsilon}$ за некоторый малый промежуток времени $\Delta t$ можно задать с помощью вектора $\Delta\vec{\upsilon}$ (рис. 1.5).

Вектор изменения скорости $\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1$ за малое время $\Delta t$ можно разложить на две составляющие: $\Delta\vec{\upsilon}_\tau$, направленную вдоль вектора $\vec{\upsilon}$ (касательная составляющая), и $\Delta\vec{\upsilon}_n$, направленную перпендикулярно вектору $\vec{\upsilon}$ (нормальная составляющая).

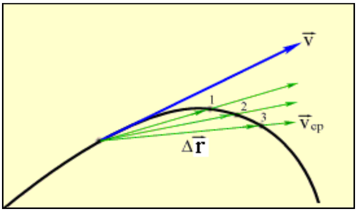



*Рис. 1.4*. Средняя и мгновенная скорости. $\Delta\vec{r}_1$, $\Delta\vec{r}_2$, $\Delta\vec{r}_3$ – перемещения за время $\Delta t_1 < \Delta t_2 < \Delta t_3$ соответственно. При $t \to 0$ $\vec{\upsilon}_{ср} \to \vec{\upsilon}$

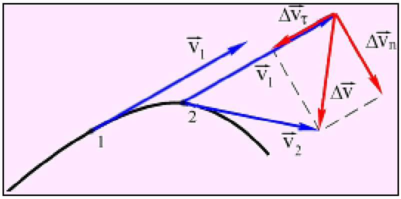



*Рис. 1.5*. Изменение вектора скорости по величине и направлению. $\Delta\vec{\upsilon} = \Delta\vec{\upsilon}_\tau + \Delta\vec{\upsilon}_n$ – изменение вектора скорости за время $\Delta t$

## Классический закон сложения скоростей

Движение тел можно описывать в различных системах отсчета. С точки зрения кинематики все системы отсчета равноправны. Однако кинематические характеристики движения, такие как траектория, перемещение, скорость, в разных системах оказываются различными. Величины, зависящие от выбора системы отсчета, в которой производится их измерение, называют ***относительными***.

Пусть имеются две системы отсчета. Система *XOY* условно считается неподвижной, а система *X'O'Y'* движется поступательно по отношению к системе *XOY* со скоростью $\vec{\upsilon}_0$. Система *XOY* может быть, например, связана с Землей, а система *X'O'Y'* – с движущейся по рельсам платформой (рис. 1.6).

В случае, когда одна из систем отсчета движется относительно другой **поступательно** (как на рис. 1.6) с постоянной скоростью $\vec{\upsilon}_0$:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}' . \qquad (*)$$

Здесь $\vec{\upsilon}$ – скорость тела в «неподвижной» системе отсчета *XOY*, $\vec{\upsilon}'$ – скорость тела в «движущейся» системе отсчета *X'O'Y'*. Скорости $\vec{\upsilon}$ и $\vec{\upsilon}'$ иногда условно называют абсолютной и относительной скоростями; скорость $\vec{\upsilon}_0$ называют переносной скоростью.

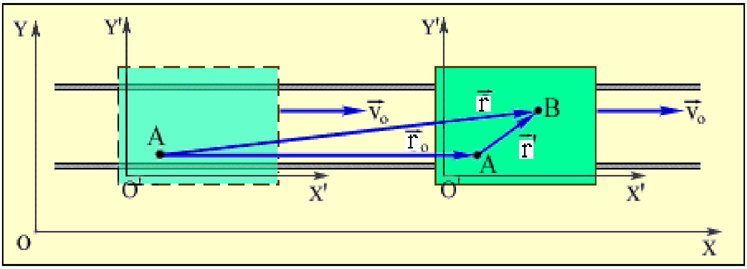



*Рис. 1.6.* Сложение перемещений относительно разных систем отсчета

Соотношение (*) выражает ***классический закон сложения скоростей***:

**Абсолютная скорость тела $\vec{\upsilon}$ равна векторной сумме его относительной скорости $\vec{\upsilon}'$ и переносной скорости $\vec{\upsilon}_0$ подвижной системы отсчета.**

### Равноускоренное движение. Ускорение

В общем случае вектор скорости точки изменяется по величине и направлению, т.е. $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}(t)$. Изменение скорости во времени характеризуется ускорением $\vec{a}$. Вектор среднего ускорения равен отношению изменения вектора скорости к тому промежутку времени, в течение которого это изменение произошло:

$$\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$$

***Мгновенным ускорением*** (или просто **ускорением**) $\vec{a}$ тела называют предел отношения малого изменения скорости $\Delta\vec{\upsilon}$ к малому промежутку времени $\Delta t$, в течение которого происходило изменение скорости (см. рис. 1.5):

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}_\tau}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{\upsilon}_n}{\Delta t}, \left(\Delta t \to 0\right)$$

Направление вектора ускорения $\vec{a}$ в случае криволинейного движения не совпадает с направлением вектора скорости $\vec{\upsilon}$.

Составляющие вектора ускорения $\vec{a}$ называют **тангенциальным** (или **касательным**) $\vec{a}_\tau$ и **нормальным** (или **центростремительным**) $\vec{a}_n$ ускорениями (рис. 1.7).

***Касательное ускорение*** указывает, насколько быстро изменяется скорость тела по модулю: $\vec{a}_\tau = \frac{\Delta\vec{\upsilon}_\tau}{\Delta t}, (\Delta t \to 0)$. Вектор $\vec{a}_\tau$ направлен по касательной к траектории.

***Нормальное ускорение*** указывает, насколько быстро скорость тела изменяется по направлению.

Криволинейное движение можно представить как движение по дугам окружностей (рис. 1.8).

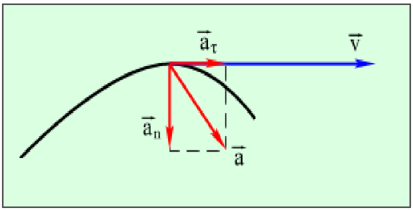



*Рис. 1.7.* Касательное и нормальное ускорения

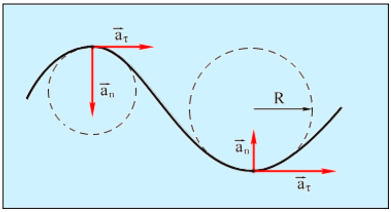



*Рис. 1.8.* Движение по дугам окружностей

Нормальное ускорение зависит от модуля скорости $\upsilon$ и от радиуса $R$ окружности, по дуге которой тело движется в данный момент: $a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$.

Вектор $a_n$ всегда направлен к центру окружности. Модуль полного ускорения равен $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ .

В общем случае ***равноускоренным движением*** называют такое движение, при котором вектор ускорения $\vec{a}$ остается неизменным по модулю и направлению. Примером такого движения является движение камня, брошенного под некоторым углом к горизонту (без учета сопротивления воздуха). В любой точке траектории ускорение камня равно **ускорению свободного падения** $\vec{g}$ . Для кинематического описания движения камня систему координат удобно выбрать так, чтобы одна из осей, например ось $OY$, была направлена параллельно вектору ускорения. Тогда криволинейное движение камня можно представить как сумму двух движений – **прямолинейного равноускоренного движения** вдоль оси *OY* и **равномерного прямолинейного движения** в перпендикулярном направлении, т. е. вдоль оси *OX* (рис. 1.9).

При равноускоренном прямолинейном движении скорость тела определяется формулой

$$\upsilon = \upsilon_0 + at.$$

В этой формуле $\upsilon_0$ – скорость тела при $t = 0$ (***начальная скорость***), $a = \mathrm{const}$ – ускорение. На графике скорости $\upsilon(t)$ эта зависимость изображается прямой линией (рис. 1.10).

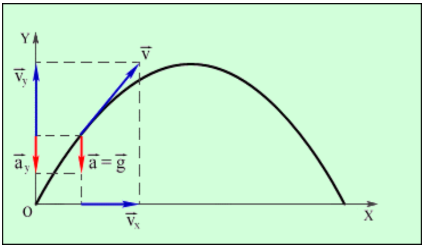



*Рис. 1.9.* Проекции векторов скорости $\vec{\upsilon}$ и ускорения $\vec{a}$ на координатные оси. $a_x = 0$, $a_y = -g$

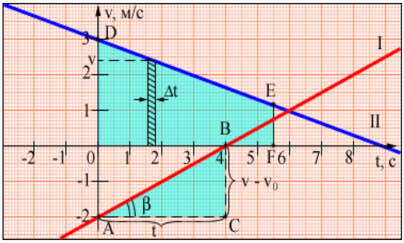



*Рис. 1.10.* Графики скорости равноускоренного движения

График скорости позволяет определить проекцию перемещения *s* тела за некоторое время *t*. Перемещение *s* за заданное время *t* при равноускоренном прямолинейном движении для графика II на рис. 1.10 равно площади трапеции *ODEF*. В общем виде формула для перемещения *s* тела при равномерно ускоренном движении на промежутке времени от 0 до *t* запишется в виде:

$$s = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Для нахождения координаты *y* тела в любой момент времени *t* нужно к начальной координате $y_0$ прибавить перемещение за время *t*:

$$y = y_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Это выражение называют *законом равноускоренного движения*.

## Движение по окружности с постоянной по модулю скоростью

***Движение тела по окружности*** является частным случаем криволинейного движения. Наряду с вектором перемещения $\Delta\vec{r}$ удобно рассматривать ***угловое перемещение*** $\Delta\varphi$ (или **угол поворота**), измеряемое в **радианах** (рис. 1.11). Длина дуги связана с углом поворота соотношением

$$\Delta l = R\Delta\varphi.$$

При малых углах поворота $\Delta l \approx \Delta s$.

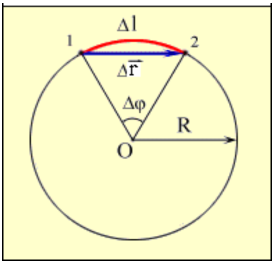



*Рис. 1.11.* Линейное $\Delta\vec{r}$ и угловое $\Delta\varphi$ перемещения при движении тела по окружности

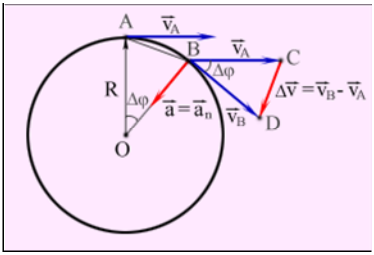



*Рис. 1.12.* Центростремительное ускорение тела $\vec{a}_{\text{n}}$ при равномерном движении по окружности

***Угловой скоростью*** $\omega$ тел в данной точке круговой траектории называют предел (при $\Delta t \to 0$) отношения малого углового перемещения $\Delta\varphi$ к малому промежутку времени $\Delta t$:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}; \left(\Delta t \to 0\right).$$

Угловая скорость измеряется в **рад/с**.

Равномерное вращение характеризуется *периодом* $T$, под которым понимают время, за которое тело делает один оборот, т.е. поворачивается на угол $2\pi$:

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi}{\omega}.$$

***Частотой вращения*** $\nu$ называется число оборотов в единицу времени:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Связь между модулем линейной скорости $\upsilon$ и угловой скоростью $\omega$:

$$\upsilon = \omega R.$$

При равномерном движении тела по окружности величины $\upsilon$ и $\omega$ остаются неизменными. В этом случае при движении изменяется только направление вектора $\vec{\upsilon}$.

Равномерное движение тела по окружности является движением с ускорением. Ускорение

$$\vec{a}_{\text{n}} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}; \left(\Delta t \to 0\right)$$

направлено по радиусу к центру окружности. Его называют **нормальным** или ***центростремительным ускорением***. Модуль центростремительного ускорения связан с линейной $\upsilon$ и угловой $\omega$ скоростями соотношениями:

$$a_{\text{n}} = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R .$$

В векторной форме центростремительное ускорение может быть записано в виде

$$\vec{a}_{\text{n}} = -\omega^2 \vec{R} ,$$

где $\vec{R}$ – радиус-вектор точки на окружности, начало которого находится в ее центре.

**Тестовые задания для самостоятельного решения**

1.1. Заданы три величины: путь, перемещение, скорость. Какие из них являются векторными?

1. Путь.
2. Перемещение.
3. Скорость.
4. Скорость и перемещение.
5. Путь и скорость .

1.2. Автомобиль дважды проехал вокруг Минска по кольцевой дороге, длина которой 54 км. Чему равны пройденный автомобилем путь $s$ и модуль его перемещения $\Delta r$?

1. $s$ = 54 км, $\Delta r$ = 0 км.
2. $s$ = 108 км, $\Delta r$ = 0 км.
3. $s$ = 108 км, $\Delta r$ = 108 км.
4. $s = \Delta r$ = 0 км.
5. $s = \Delta r$ = 54 км.

1.3. Решаются две задачи:

1) рассчитывается маневр стыковки двух космических кораблей;

2) рассчитывается период обращения космических кораблей вокруг Земли.

В каком случае космические корабли можно рассматривать как материальные точки?

1. Только в первом случае.
2. Только во втором случае.
3. В обоих случаях.
4. Ни в первом, ни во втором случаях.

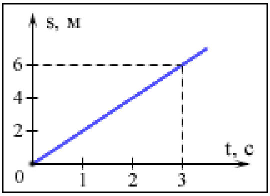
1.4. Какое из приведенных ниже выражений определяет мгновенную скорость тела при любом его движении?

1. $\frac{s}{t}$. 2. $\frac{\Delta s}{\Delta t}$. 3. $\frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$. 4. $\frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}(\Delta t \to 0)$.

1.5. Какое из приведенных ниже выражений определяет мгновенное ускорение тела при любом его движении?

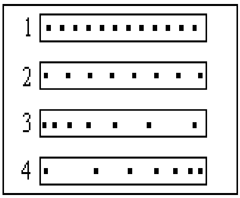
1. $\frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t}(\Delta t \to 0)$. 2. $\frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t}$. 3. $\frac{\Delta \upsilon}{\Delta t}$. 4. $\frac{\upsilon}{t}$.

1.6. По графику зависимости пройденного пути от времени определите скорость велосипедиста в момент времени $t = 2$ с.




1. 2 м/с. 2. 3 м/с. 3. 6 м/с. 4. 18 м/с. 5. 4 м/с.

1.7. На рисунке точками отмечены через равные интервалы положения четырех движущихся слева направо тел. На какой полосе зарегистрировано движение с возрастающей скоростью?




1. 1. 2. 2. 3. 3. 4. 4. 5. Ни на какой.

1.8. Камень брошен из окна второго этажа с высоты 4 м и падает на землю на расстоянии 3 м от стены дома. Чему равен модуль перемещения камня?

1. 3 м. 2. 4 м. 3. 5 м. 4. 6 м. 5. 7 м.

1.9. Вертолет равномерно поднимается вертикально вверх. Какова траектория движения точки на конце лопасти винта вертолета в системе отсчета, связанной с корпусом вертолета?

1. Точка. 2. Прямая. 3. Окружность. 4. Винтовая линия.

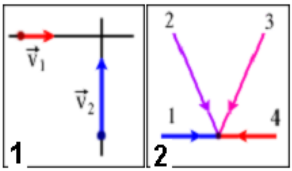
1.10. Пловец плывет по течению реки. Чему равна скорость пловца относительно берега реки, если его скорость относительно воды равна 1,5 м/с, а скорость течения реки 0,5 м/с?

1. 0,5 м/с. 2. 1 м/с. 3. 1,5 м/с. 4. 2 м/с. 5. 3 м/с.

1.11. Плот равномерно плывет по реке со скоростью 3 км/ч. Человек движется поперек плота со скоростью 4 км/ч. Чему равна скорость человека в системе отсчета, связанной с берегом?

1. 1 км/ч. 2. 7 км/ч. 3. 5 км/ч. 4. 10 км/ч. 5. 11 км/ч.

1.12. К перекрестку приближаются грузовая машина со скоростью $\upsilon_1 = 10$ м/с и легковая машина со скоростью $\upsilon_2 = 20$ м/с (рис. 1). Какое направление имеет вектор $\vec{\upsilon}_{21}$ скорости легковой машины в системе отсчета, связанной с грузовиком (рис. 2)?



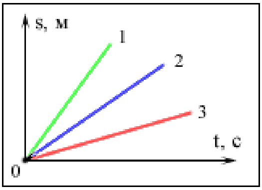

1.13. Две моторные лодки движутся вдоль реки друг навстречу другу. Скорости лодок относительно воды равны 3 м/с и 4 м/с соответственно. Скорость течения реки равна 2 м/с. Через какое время после их встречи расстояние между лодками станет равным 84 м?

1. 12 с. 2. 21 с. 3. 328 с. 4. 42 с. 5. 63 с.

1.14. Лодка переплывает реку шириной 600 м, причем рулевой все время держит курс перпендикулярно берегам. Скорость лодки относительно воды составляет 5 м/с, скорость течения реки – 3 м/с. Через какое время лодка достигнет противоположного берега?

1. 120 с. 2. 150 с. 3. 200 с. 4. 90 с. 5. 100 с.

1.15. На рисунке представлены три графика зависимости пройденного пути от времени. Какое из тел двигалось с большей скоростью?

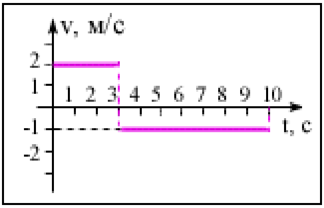



1. 1. 2. 2. 3. 3. 4. Скорости всех тел одинаковы.

1.16. Поезд длиной 200 м въезжает в тоннель длиной 300 м, двигаясь равномерно со скоростью 10 м/с. Через какое время поезд выйдет полностью из тоннеля?

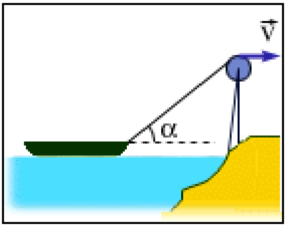
1. 10 с. 2. 20 с. 3. 30 с. 4. 40 с. 5. 50 с.

1.17. На графике изображена зависимость скорости $\upsilon$ тела, движущегося вдоль оси *OX*, от времени. Чему равен модуль перемещения тела к моменту времени $t = 10$ с?




1. 1 м. 2. 6 м. 3. 7 м. 4. 13 м.

1.18. Лодка подтягивается лебедкой к берегу. Скорость наматывания каната на лебедку постоянна и равна $\upsilon$. С какой скоростью движется лодка в момент, когда канат составляет угол $\alpha$ с горизонтальной поверхностью?

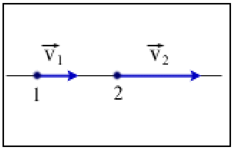



1. $\upsilon \sin \alpha$. 2. $\upsilon \cos \alpha$. 3. $\upsilon / \sin \alpha$. 4. $\upsilon / \cos \alpha$. 5. $\upsilon / \mathrm{tg}\, \alpha$.

1.19. Автомобиль половину пути проходит с постоянной скоростью $\upsilon_1$, а вторую половину пути со скоростью $\upsilon_2$, двигаясь в том же направлении. Чему равна средняя скорость автомобиля?

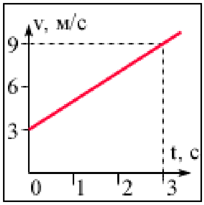
1. $\dfrac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2}$. 2. $\dfrac{\upsilon_1 \upsilon_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2}$. 3. $\dfrac{2\upsilon_1 \upsilon_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2}$. 4. $\dfrac{\upsilon_1 \upsilon_2}{2(\upsilon_1 + \upsilon_2)}$.

1.20. Скорость тела, движущегося прямолинейно и равноускоренно, изменилась при перемещении из точки 1 в точку 2 так, как показано на рисунке. Какое направление имеет вектор ускорения на этом участке?



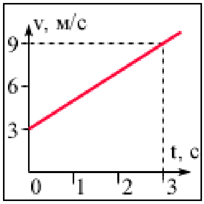

1. →. 2. ←. 3. $\vec{a} = 0$. 4. Направление может быть любым.

1.21. По графику зависимости скорости от времени, представленному на рисунке, определите ускорение прямолинейно движущегося тела в момент времени $t = 2$ с.




1. 2 м/с$^2$. 2. 3 м/с$^2$. 3. 6 м/с$^2$. 4. 9 м/с$^2$. 5. 27 м/с$^2$.

1.22. По графику зависимости скорости от времени, представленному на рисунке, определите перемещение тела за три секунды.




1. 9 м. 2. 18 м. 3. 27 м. 4. 36 м. 5. 45 м.

1.23. Покоящееся тело начинает движение с постоянным ускорением. В третью секунду оно проходит путь 5 м. Какой путь тело пройдет за три секунды?

1. 5 м. 2. 7 м. 3. 9 м. 4. 11 м. 5. 13 м.

1.24. Уравнение зависимости скорости прямолинейно движущегося тела от времени имеет вид $\upsilon = 2 + 3t$ (м/с). Каково соответствующее уравнение для перемещения тела?

1. $s = 2t + 3t^2$ (м).
2. $s = 1{,}5t^2$ (м).
3. $s = 2t + 1{,}5t^2$ (м).
4. $s = 3t + t^2$ (м).

1.25. Находящемуся на горизонтальной поверхности стола бруску сообщили скорость 5 м/с. Под действием сил трения брусок движется с ускорением, модуль которого равен 1 м/с$^2$. Чему равен путь, пройденный бруском за 6 с?

1. 6 м. 2. 12 м. 3. 12,5 м. 4. 25 м. 5. 30 м.

1.26. В трубке, из которой откачан воздух, на одной и той же высоте находятся дробинка, пробка и птичье перо. Тела одновременно отпускают с нулевой начальной скоростью. Какое из этих тел быстрее достигнет дна трубки?

1. Дробинка.
2. Пробка.
3. Птичье перо.
4. Все три тела достигнут дна трубки одновременно.

1.27. Чему равна скорость свободно падающего из состояния покоя тела через 4 секунды? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$.

1. 20 м/с. 2. 40 м/с. 3. 80 м/с. 4. 120 м/с. 5. 160 м/с.

1.28. Какой путь пройдет свободно падающее из состояния покоя тело за 3 секунды? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$.

1. 15 м. 2. 30 м. 3. 45 м. 4. 90 м. 5. 120 м.

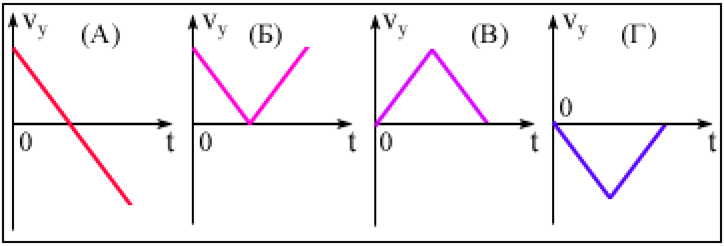
1.29. Какой путь пройдет свободно падающее из состояния покоя тело за 5 секунд? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$.

1. 45 м. 2. 50 м. 3. 125 м. 4. 175 м. 5. 250 м.

1.30. Тело брошено вертикально вверх со скоростью 30 м/с. Чему равна максимальная высота подъема? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$.

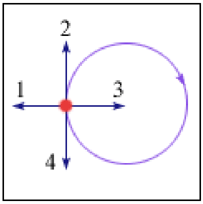
1. 22,5 м. 2. 45 м. 3. 90 м. 4. 135 м. 5. 180 м.

1.31. Тело брошено вертикально вверх с некоторой скоростью $\upsilon_0$. Какой из представленных графиков зависимости проекции скорости $\upsilon_y$ от времени $t$ соответствует этому движению ? Ось $OY$ направлена вертикально вверх.




1. (А). 2. (Б). 3. (В). 4. (Г).

1.32. Тело движется равномерно по окружности в направлении по часовой стрелке. Как направлен вектор ускорения при таком движении?




1. 1. 2. 2. 3. 3. 4. 4.

1.33. Автомобиль движется на повороте по круговой траектории радиусом 50 м с постоянной по модулю скоростью 10 м/с. Каково ускорение автомобиля?

1. 1 м/с$^2$. 2. 2 м/с$^2$. 3. 4 м/с$^2$. 4. 5 м/с$^2$. 5. 0 м/с$^2$.

1.34. Тело движется по окружности радиусом 10 м. Период его обращения равен 20 с. Чему равна скорость тела?

1. 2 м/с. 2. π м/с. 3. 2π м/с. 4. 3π м/с. 5. 4π м/с.

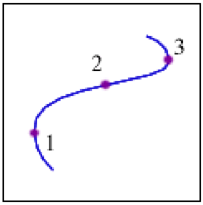
1.35. Тело движется по окружности радиусом 5 м и со скоростью 20π м/с. Чему равна частота обращения?

1. 2 с$^{-1}$. 2. 2π с$^{-1}$. 3. 2π$^2$ с$^{-1}$. 4. 0,5 с$^{-1}$. 5. 1 с$^{-1}$.

1.36. Две материальные точки движутся по окружностям одинаковых радиусов со скоростями $\upsilon_1 = \upsilon$ и $\upsilon_2 = 2\upsilon$. Сравните их центростремительные ускорения.

1. $a_1 = a_2$. 2. $a_1 = 2a_2$. 3. $a_1 = a_2 / 2$. 4. $a_2 = 4a_1$. 5. $a_1 = 3a_2$.

1.37. Автомобиль движется с постоянной по модулю скоростью по траектории, представленной на рисунке. В какой из указанных точек траектории центростремительное ускорение максимально?




1. 1.  2. 2.  3. 3.  4. Во всех точках одинаково.

## Задачи с решениями

**1.1. Велосипедист движется по круговому треку радиуса $R = 30$ м со скоростью $\upsilon = 15{,}7$ м/с. Определите:**

**путь $l_1$ и перемещение $s_1$ за время $t_1 = 6$ с;**

**путь $l_2$ и перемещение $s_2$ за время $t_2 = 2t_1 = 12$ с;**

**центростремительное $a_n$ ускорение велосипедиста.**

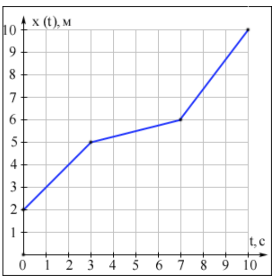
**Решение**

Длина трека $L = 2\pi R = 188{,}4$ м. За время $t_1 = 6$ с велосипедист, двигаясь со скоростью $\upsilon = 15{,}7$ м/с, пройдет путь $l_1 = \upsilon t_1 = 94{,}2\text{ м} = L / 2$. Путь, пройденный велосипедистом, равен половине длины трека. Следовательно, модуль перемещения $s_1$ велосипедиста за время $t_1 = 6$ с равен: $s_1 = 2R = 60$ м.

За время $t_2 = 2t_1 = 12$ с велосипедист пройдет путь $l_2$, равный длине трека $L$. Следовательно: $l_2 = 188{,}4$ м, $s_2 = 0$.

Центростремительное (нормальное) ускорение $a_n$ определяется соотношением $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$ Подставляя числовые значения $\upsilon = 15{,}7$ м/с и $R = 30$ м, найдем: $a_n = 8{,}22$ м/с$^2$.

**1.2. График прямолинейного движения игрушечного автомобиля изображен на рисунке. Определите по графику максимальную $\upsilon_{max}$, минимальную $\upsilon_{min}$ и среднюю $\upsilon_{ср}$ скорости движения автомобиля на интервале времени от $t_1 = 0$ с до $t_2 = 10$ с.**




**Решение**

На прямолинейном участке пути скорость тела определяется отношением $\upsilon = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$, где $\Delta x$ – путь, пройденный телом за время $\Delta t$. На графике $x(t)$ скорость тела равна тангенсу наклона соответствующего прямолинейного отрезка. Отсюда следует, что с минимальной скоростью автомобиль двигался на интервале времени от 3-й до 7-й секунды: $\upsilon_{min} = \frac{1}{4}$ м/с. С максимальной скоростью автомобиль двигался на интервале от 7-й до 10-й секунды $\upsilon_{max} = \frac{4}{3}$ м/с. Средняя скорость движения тела за время $t_2 - t_1$ определяется отношением $\upsilon_{ср} = \frac{l}{t_2 - t_1}$, где $l$ – путь, пройденный телом за это время. По графику находим: $l = 8$ м, $t_2 - t_1 = 10$ с. Следовательно, $\upsilon_{ср} = \frac{4}{5}$ м/с.

**1.3. Во время турнира два рыцаря скачут навстречу друг другу со скоростями $\upsilon_1 = 20$ км/ч и $\upsilon_2 = 16$ км/ч. Начальное расстояние между** ними **$L = 120$ м. Через какое время они встретятся?**

**Решение**

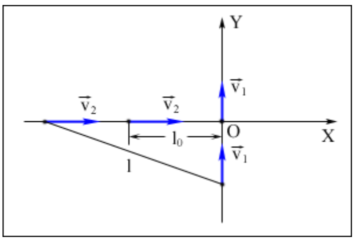
Относительная скорость $\upsilon_{отн}$ одного рыцаря по отношению к другому равна по модулю $\upsilon_{отн} = \upsilon_2 + \upsilon_1 = 36$ км/ч $= 10$ м/с. Рыцари встретятся через время $t = \frac{L}{\upsilon_{отн}} = 12$ с.

**1.4. Два автомобиля приближаются к перекрестку по взаимно перпендикулярным дорогам с постоянными скоростями $\upsilon_1$ и $\upsilon_2$. В момент времени, когда первый автомобиль достиг перекрестка, второй находился от него на расстоянии $l_0$. Определите минимальное расстояние между автомобилями в процессе их движения. Проведите расчет при $\upsilon_1 = 6$ м/с, $\upsilon_2 = 8$ м/с, $l_0 = 30$ м.**

**Решение**

***Первый способ.***

Положение каждого из автомобилей в любой момент времени можно задать двумя координатами. Выберем Землю в качестве тела отсчета. Направим координаты оси $OX$ и $OY$ вдоль дорог в направлении движения



автомобилей. За начало координат выберем перекресток, за начало отсчета времени – момент времени пересечения перекрестка первым автомобилем. Уравнения движения автомобилей записываются в виде:

$$x_1 = 0,\; y_1 = \upsilon_1 t; \quad x_2 = -l_0 + \upsilon_2 t,\; y_2 = 0.$$

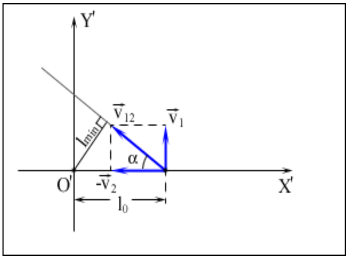
Расстояние $l$ между автомобилями в любой момент времени равно

$$l = \sqrt{y_1^2 + x_2^2} = \sqrt{\left(l_0 - \upsilon_2 t\right)^2 + \upsilon_1^2 t^2}\ .$$

Задача сводится к нахождению минимального значения $l_{\min}$ переменной величины $l$, связанной функциональной зависимостью с другой переменной величиной $t$. Эта задача решается методами дифференциального исчисления. Однако задачу можно решить гораздо проще, если выбрать другую систему отсчета.

***Второй способ.***

В качестве тела отсчета выберем второй автомобиль; направление координатных осей $O'X'$ и $O'Y'$ и начало отсчета времени примем такими же, как и в первом способе решения задачи. В системе отсчета, связанной со вторым автомобилем, первый автомобиль движется со скоростью $\vec{\upsilon}_{12}$ равной:




$$\vec{\upsilon}_{12} = \vec{\upsilon}_1 - \vec{\upsilon}_2;\; \upsilon_{12} = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}\ .$$

Эта скорость направлена под некоторым углом α к прямой, соединяющей автомобили в начальный момент времени $t = 0$.

Кратчайшее расстояние $l_{\min}$ между автомобилями равно длине отрезка перпендикуляра, опущенного из начала координат, в котором находится второй автомобиль (точка $O'$) на прямую, по которой движется первый автомобиль относительно второго.

$$l_{\min} = l_0 \sin\alpha\ , \text{ где } \sin\alpha = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_{12}} \text{ и } l_{\min} = \frac{l_0 \upsilon_1}{\sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}}\ .$$

Подстановка числовых значений дает: $l_{\min} = 18$ м.

**1.5. Материальная точка совершает движение на плоскости *XOY*. Координаты точки в зависимости от времени изменяются по закону: $x = 4t$ (м); $y = 2 + 3t$ (м). Какова скорость $\upsilon$ движения точки? Какой путь $l$ пройдет точка за время $t = 2$ с?**

**Решение**

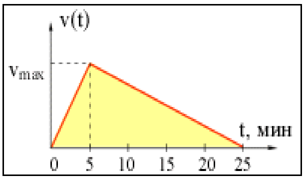
Точка движется равномерно и прямолинейно вдоль некоторой прямой на плоскости *XOY*. Проекции скорости точки на координатные оси равны: $\upsilon_x = 4$ м/с; $\upsilon_y = 3$ м/с.

Следовательно, модуль скорости есть $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = 5$ м/с.

За время $t = 2$ с точка пройдет путь $l = 10$ м.

**1.6. Расстояние между двумя железнодорожными станциями, равное $s = 22{,}5$ км, поезд прошел за время $t = 25$ мин. Первые $t_1 = 5$ мин поезд шел равноускоренно, остальные $t_2 = 20$ мин – равнозамедленно до полной остановки. Определите ускорения поезда на пути разгона и торможения. Чему равна максимальная скорость поезда?**

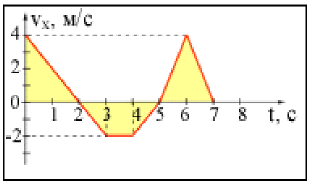
**Решение**




Построим качественный график зависимости скорости поезда $\upsilon(t)$ от времени. Площадь под графиком $\upsilon(t)$ численно равна пройденному пути $s$: $s = \dfrac{\upsilon_{max} \cdot t}{2} = \dfrac{a_1 t_1 t}{2}$. Здесь $a_1$ – ускорение поезда на участке разгона. $a_1 = \dfrac{2s}{t_1 t}$; $a_1 = 0{,}1$ м/с$^2$.

Из графика видно, что ускорение $a_2$ на участке торможения по модулю в 4 раза меньше ускорения $a_1$ на участке разгона. Следовательно, $a_2 = -\dfrac{a_1}{4} = -0{,}025$ м/с$^2$.

Максимальная скорость $\upsilon_{max}$ поезда равна $\upsilon_{max} = a_1 t_1 = 30$ м/с.




**1.7. Тело движется прямолинейно вдоль оси *OX*. На рисунке представлен график зависимости проекции скорости $\upsilon x$ от времени $t$. В какой момент времени модуль перемещения тела имеет максимальное значение? Чему оно равно?**

**Решение**

Перемещение тела может быть максимально только в моменты времени остановки тела, когда проекция скорости изменяет свой знак: $t_1 = 2$ с, $t_2 = 5$ с, $t_3 = 7$ с.

В момент времени $t_1 = 2$ с $s_1 = 4$ м.

В момент времени $t_2 = 5$ с $s_2 = 0$ м.

В момент времени $t_3 = 7$ с $s_3 = 4$ м.

Таким образом, модуль перемещения максимален в моменты времени $t = t_1 = 2$ с и $t = t_3 = 7$ с и равен $s = s_1 = s_3 = 4$ м.

**1.8. Тело свободно падает с высоты $H = 100$ м без начальной скорости. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите, какой путь $s$ проходит тело за последнюю секунду своего падения. За какое время $\tau$ тело проходит последний метр своего пути?**

**Решение**

Время падения тела с высоты $H = 100$ м равно $t = \sqrt{\dfrac{2H}{g}} = 4{,}52$ с.

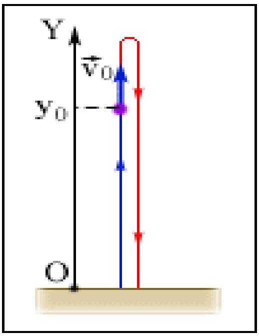
За время $t_1 = t - 1$ с $= 3{,}52$ с тело пройдет путь $H_1 = \dfrac{gt_1^2}{2} = 60{,}7$ м.

Таким образом, за последнюю секунду своего падения тело пройдет путь $s = H - H_1 = 39{,}3$ м.

В конце пути тело будет иметь скорость $\upsilon = gt = 44{,}3$ м/с.

Следовательно, последний участок $\Delta s = 1$ м своего пути тело пройдет за время $\tau$, равное $\tau \approx \dfrac{\Delta s}{\upsilon} = 0{,}0226$ с.

**1.9. Аэростат поднимается с поверхности Земли вертикально вверх с ускорением $a = 2$ м/с$^2$. Через время $t_0 = 5$ с после начала подъема аэростата из него выпал камень. Через какое время $\tau$ этот камень долетит до земли? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$.**




**Решение**

Направим ось $OY$ вертикально вверх, а начало отсчета координат выберем на поверхности Земли. Камень выпал из кабины аэростата на высоте $y_0 = \dfrac{at_0^2}{2}$ и имел в этот момент проекцию скорости $\upsilon_y = \upsilon_0 = at_0$. Дальнейшее движение камня описывается законом свободного падения: $y = y_0 + \upsilon_0 t - \frac{gt_0^2}{2}$. При $t = \tau$ камень оказывается на земле, т. е. $y = 0$. Подстановка числовых значений дает: $y_0 = 25$ м, $\upsilon_0 = 10$ м/с.

Время τ падения камня является корнем квадратного уравнения $\tau^2 - 2\tau - 5 = 0$. Следовательно, τ = 3,45 *с*. Второй корень квадратного уравнения отрицателен. Он не имеет физического смысла.

**1.10. Сравните модули центростремительного ускорения тела на экваторе при суточном вращении Земли вокруг своей оси и центростремительного ускорения тела при его годовом движении вместе с Землей вокруг Солнца. Радиус Земли примите равным $R_З$ = 6,4·106 м, радиус земной орбиты $R_о = 1{,}5\cdot10^{11}$ м.**

**Решение**

Модуль центростремительного ускорения при движении тела по окружности выражается соотношением

$$a_{цс} = a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} R.$$

Здесь υ – скорость движения тела, ω – угловая скорость, *T* – период обращения, *R* – радиус траектории. В данной задаче удобно использовать формулу, выражающую центростремительное ускорение через период *T* и радиус *R*. Для тела на экваторе при суточном вращении Земли

$$a_{n1} = \frac{4\pi^2}{T_1^2} R_З.$$

где $T_1$ = 1 сутки = 86400 с. Подставляя числовые значения, получим $a_{n1} = 0{,}034$ м/с$^2$.

При орбитальном движении Земли вокруг Солнца

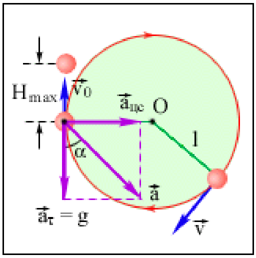
$$a_{n2} = \frac{4\pi^2}{T_2^2} R_0.$$

где $T_2$ = 1 год = $3{,}2\cdot10^7$ с. Числовой расчет дает $a_{n2} = 5{,}8\cdot10^{-3}$ м/с$^2$.

Таким образом, $\frac{a_{n1}}{a_{n2}} = 5{,}9.$

**1.11. Мальчик вращает в вертикальной плоскости груз на нити длиной $l = 1{,}2$ м. После обрыва нити груз летит вертикально вверх. На какую максимальную высоту он поднимется, если в момент обрыва нити полное ускорение груза было направлено под углом α = 45° к вертикали?**

**Решение**




В момент обрыва нити скорость груза была направлена вертикально вверх. При этом касательное ускорение груза равнялось по модулю ускорению свободного падения $g$. При α = 45° касательное $\vec{a}_\tau$ и центростремительное $\vec{a}_{цс}$ ускорения одинаковы по модулю. Поэтому скорость $\upsilon_0$ груза в момент обрыва нити может быть определена по формуле центростремительного ускорения $\frac{\upsilon_0^2}{l} = g$ или $\upsilon_0^2 = gl$. Максимальная высота $H_{max}$ подъема груза, брошенного вверх со скоростью $\upsilon_0$, равна $H_{max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g} = \frac{l}{2} = 0{,}6$ м.

## Основы динамики

### Законы Ньютона. Инерциальная система отсчета

При движении тела по траектории его скорость $\vec{\upsilon}$ может изменяться по модулю и направлению. Это означает, что тело двигается с некоторым ускорением $\vec{a}$. В **кинематике** не ставится вопрос о физической причине, вызвавшей ускорение движения тела. Как показывает опыт, любое изменение скорости тела возникает под влиянием других тел. ***Динамика*** рассматривает действие одних тел на другие как причину, определяющую характер движения тел.

Взаимодействием тел принято называть взаимное влияние тел на движение каждого из них.

**Раздел механики, изучающий законы взаимодействия тел, называется динамикой.**

Законы динамики были открыты великим ученым И. Ньютоном (1687 г.). Три закона динамики, сформулированные Ньютоном, лежат в основе так называемой **классической** механики. Законы Ньютона следует рассматривать как обобщение опытных фактов. Выводы классической механики справедливы только при движении тел с малыми скоростями, значительно меньшими скорости света $c$.

Самой простой механической системой является **изолированное тело**, на которое не действуют никакие тела. Так как движение и покой относительны, в различных **системах отсчета** движение изолированного тела будет разным. В одной системе отсчета тело может находиться в покое или двигаться с постоянной скоростью, в другой системе это же тело может двигаться с ускорением.

***Первый закон Ньютона*** (или **закон инерции**) из всего многообразия систем отсчета выделяет класс так называемых ***инерциальных систем***.

Существуют такие системы отсчета, относительно которых изолированные поступательно движущиеся тела сохраняют свою скорость неизменной по модулю и направлению.

Для количественного описания движения тела под воздействием других тел необходимо ввести две новые физические величины – инертную **массу тела** и **силу**.

***Масса*** – это свойство тела, характеризующее его инертность.

В Международной системе единиц (СИ) масса тела измеряется в **килограммах (кг)**.

Масса тела – **скалярная величина**. Опыт показывает, что если два тела с массами $m_1$ и $m_2$ соединить в одно, то масса $m$ составного тела оказывается равной сумме масс $m_1$ и $m_2$ этих тел:

$$m = m_1 + m_2.$$

Это свойство масс называют **аддитивностью**.

***Сила*** – это количественная мера взаимодействия тел. Сила является причиной изменения скорости тела. В механике Ньютона силы могут иметь различную физическую причину: сила трения, сила тяжести, упругая сила и т. д. Сила является **векторной величиной**. Векторная сумма всех сил, действующих на тело, называется **равнодействующей силой**.

***Второй закон Ньютона*** – основной закон динамики. Этот закон выполняется только в **инерциальных системах отсчета**.

**Сила, действующая на тело, равна произведению массы тела на сообщаемое этой силой ускорение:**

$$\vec{F} = m\vec{a}\,.$$

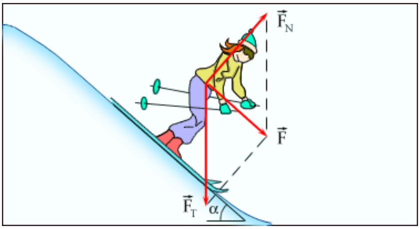



*Рис. 1.13.* Сила $\vec{F}$ – равнодействующая силы тяжести $\vec{F}_T$ и силы нормального давления $\vec{F}_N$, действующие на лыжника на гладкой горе. Сила $\vec{F}$ вызывает ускорение лыжника

В Международной системе единиц (СИ) за единицу силы принимается сила, которая сообщает телу массой 1 кг ускорение 1 м/с$^2$. Эта единица называется **ньютоном (Н)**.

Если на тело одновременно действуют несколько сил (например, $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$), то под силой $\vec{F}$ в формуле, выражающей второй закон Ньютона, нужно понимать ***равнодействующую всех сил***:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 .$$

***Третий закон Ньютона***.

**Тела действуют друг на друга с силами, равными по модулю и противоположными по направлению.**

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 .$$

Силы, возникающие при взаимодействии тел, всегда имеют одинаковую природу. Они приложены к **разным телам** и поэтому не могут уравновешивать друг друга. Складывать по правилам векторного сложения можно только силы, приложенные к одному телу.

Силы, действующие между частями одного и того же тела, называются ***внутренними***. Если тело движется как целое, то его ускорение определяется только внешней силой. Внутренние силы исключаются из второго закона Ньютона, так как их векторная сумма равна нулю.

**Силы в природе**

При **деформации** тела возникает сила, которая стремится восстановить прежние размеры и форму тела. Эта сила возникает вследствие **электромагнитного** взаимодействия между атомами и молекулами вещества. Ее называют силой ***упругости***.

Простейшим видом деформации является ***деформация растяжения или сжатия*** (рис. 1.14).

При **малых** деформациях ($|x| << l$) сила упругости пропорциональна деформации тела и направлена в сторону, противоположную направлению перемещения частиц тела при деформации:

$$F_x = F_{упр} = -kx.$$

Это соотношение выражает экспериментально установленный ***закон Гука***. Коэффициент $k$ называется **жесткостью тела**. В системе СИ жесткость измеряется в **ньютонах на метр** (Н/м). Коэффициент жесткости зависит от формы и размеров тела, а также от материала.

***Трение*** – один из видов взаимодействия тел. Силы трения, как и упругие силы, имеют **электромагнитную** природу.

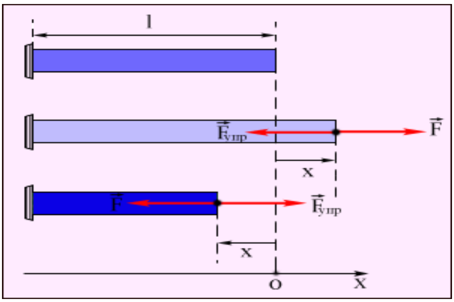



*Рис. 1.14.* Деформация растяжения ($x > 0$) и сжатия ($x < 0$). Внешняя сила $\vec{F} = -\vec{F}_{упр}$

***Силами сухого трения*** называют силы, возникающие при соприкосновении двух твердых тел при отсутствии между ними жидкой или газообразной прослойки. Они всегда направлены **по касательной** к соприкасающимся поверхностям.

Сухое трение, возникающее при относительном покое тел, называют ***трением покоя***. Сила **трения покоя** всегда равна по величине внешней силе и направлена в противоположную сторону (рис. 1.15). Сила трения покоя не может превышать некоторого максимального значения $(F_{тр})_{max}$. Если внешняя сила больше

$(F_{тр})_{max}$, возникает относительное проскальзывание. Силу трения в этом случае называют ***силой трения скольжения***. Она всегда направлена в сторону, противоположную направлению движения.

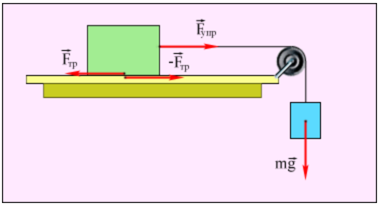



*Рис. 1.15.* Сила трения покоя (υ = 0).
$\vec{F}_{тр} = -\vec{F}_{упр}$

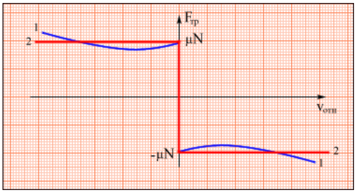



*Рис. 1.16.* Реальная (1) и идеализированная (2) характеристики сухого трения

Во многих случаях приближенно силу трения скольжения можно считать независящей от величины относительной скорости тел и равной максимальной силе трения покоя. Эта модель силы сухого трения применяется при решении многих простых физических задач (рис. 1.16).

Опыт показывает, что сила трения скольжения пропорциональна силе нормального давления тела на опору, а следовательно, и силе реакции опоры $\vec{N}$. **Силой реакции опоры** называют упругую силу $\vec{N}$, действующую на тело со стороны опоры (или подвеса). При соприкосновении тел сила реакции опоры направлена **перпендикулярно** поверхности соприкосновения. Согласно третьему закону Ньютона сила **нормального давления** равна по модулю силе реакции опоры. Если тело лежит на горизонтальном неподвижном столе, сила реакции опоры направлена вертикально вверх и уравновешивает силу тяжести: $\vec{N} = -m\vec{g}$. Сила $\vec{P}$, с которой тело действует на стол, называется весом тела.

$$F_{тр} = \left(F_{тр}\right)_{max} = \mu N.$$

Коэффициент пропорциональности μ называют ***коэффициентом трения скольжения***.

Многие механические явления и процессы определяются действием сил **тяготения**.

**Закон всемирного тяготения**

***Закон всемирного тяготения*** был открыт И. Ньютоном в 1682 году. Еще в 1665 году 23-летний Ньютон высказал предположение, что силы, удерживающие Луну на ее орбите, той же природы, что и силы, заставляющие яблоко падать на землю. По его гипотезе между всеми телами Вселенной действуют силы притяжения (гравитационные силы), направленные по линии, соединяющей **центры масс** (рис. 1.17). Понятие центра масс тела будет строго определено далее. У тела в виде однородного шара центр масс совпадает с центром шара.

**Все тела притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной их массам и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:**

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Коэффициент пропорциональности $G$ одинаков для всех тел в природе. Его называют ***гравитационной постоянной*** $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м$^2$/кг$^2$ (СИ).

Одним из проявлений силы всемирного тяготения является ***сила тяжести***. Так принято называть силу притяжения тел к Земле вблизи ее поверхности. Если $M$ – масса Земли, $R_З$ – ее радиус, $m$ – масса данного тела, то сила тяжести равна

$$F = G\frac{mM}{R_З^2} = mg\,,$$

где $g$ – ***ускорение свободного падения*** у поверхности Земли:

$$g = G\frac{M}{R_З^2}\,.$$

Среднее значение ускорения свободного падения для различных точек поверхности Земли равно 9,81 м/с$^2$.

Силу тяжести $m\vec{g}$, с которой тела притягиваются к земле, нужно отличать от **веса тела**.

***Весом тела*** **называют силу, с которой тело вследствие его притяжения к земле действует на опору или подвес.**

При этом предполагается, что тело **неподвижно относительно опоры или подвеса**.

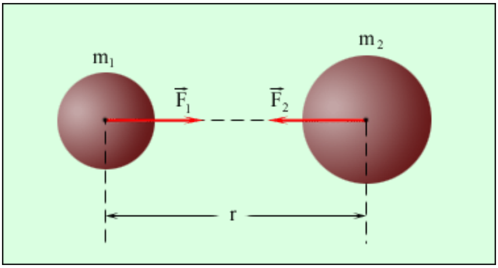
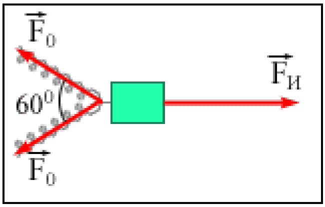



*Рис. 1.17.* Гравитационные силы притяжения между телами. $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$

### Тестовые задания для самостоятельного решения

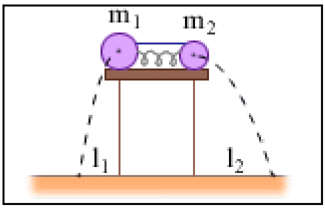
1.38. Какая из названных величин векторная: масса, сила?

1. Только масса.
2. Только сила.
3. И масса, и сила.
4. Ни масса, ни сила.
5. Ответ неоднозначен.




1.39. Для измерения неизвестной силы взяли две эталонные пружины ($F_0$ = 1 Н) и собрали установку, изображенную на рисунке. Тело находится в покое при угле между эталонными пружинами, равном 60°. Чему равен модуль измеряемой силы?

1. 1 Н. 2. 1,5 Н. 3. ≈ 1,7 Н. 4. 2 Н. 5. 4 Н.




1.40. На экспериментальной установке, изображенной на рисунке, установлены два шара массами $m_1$ и $m_2$ ($m_2$ = 0,1 кг), скрепленные сжатой легкой пружиной. Чему равна масса $m_1$, если после пережигания нити $l_1$ = 0,5 м, $l_2$ = 1 м?

1. 0,025 кг. 2. 0,05 кг. 3. 0,2 кг. 4. 0,4 кг. 5. 0,5 кг.

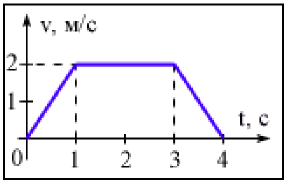
1.41. Равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна нулю. Что вы можете сказать о состоянии движения тела? Дайте наиболее полный ответ.

1. Тело находится в состоянии покоя.
2. Тело движется равномерно прямолинейно или находится в состоянии покоя.
3. Тело движется равномерно прямолинейно.
4. Тело движется равноускоренно.
5. Тело движется равнозамедленно.

1.42. Векторная сумма всех сил, действующих на движущийся мяч относительно инерциальной системы отсчета, равна нулю. Какова траектория движения мяча?

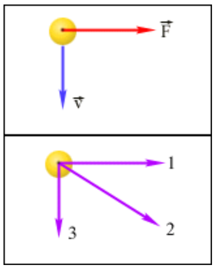
1. Точка.
2. Прямая.
3. Парабола.
4. Гипербола.
5. Траектория может быть любой.

1.43. На рисунке показан график зависимости скорости тела от времени. На каком промежутке времени действие всех сил было скомпенсировано?




1. 0–1 с.
2. 1–3 с.
3. 3–4 с.
4. На всех промежутках.
5. Ни на одном промежутке.

1.44. На рисунке указаны направления векторов скорости $\vec{\upsilon}$ и $\vec{F}$ – равнодействующей всех сил, приложенных к мячу. Какое из указанных на соседнем рисунке направлений имеет вектор ускорения $\vec{a}$?



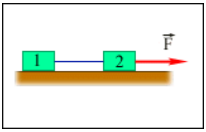

1. 1. 2. 2. 3. 3. 4. $a = 0$.

1.45. Как будет двигаться тело массой 3 кг под действием постоянной силы 6 Н?

1. Равномерно, со скоростью 2 м/с.
2. Равномерно, со скоростью 0,5 м/с.
3. Равноускоренно, с ускорением 2 м/с$^2$.
4. Равноускоренно, с ускорением 0,5 м/с$^2$.
5. Равнозамедленно, с ускорением 0,5 м/с$^2$.

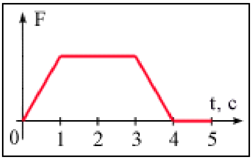
1.46. На наклонной плоскости с углом α к горизонту неподвижно лежит брусок. Как направлена сила, действующая на брусок со стороны плоскости?

1. Горизонтально.
2. Вверх вдоль наклонной плоскости.
3. Вниз вдоль наклонной плоскости.
4. Вертикально вверх.
5. Сила равна нулю.



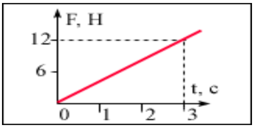

1.47. Система двух брусков, связанных невесомой и нерастяжимой нитью, движется под действием горизонтальной силы $\vec{F}$. Масса каждого бруска равна $m$. Трением пренебрегаем. Величина силы, действующей на брусок 1 со стороны нити, равна:

1. $F$. 2. $F/2$. 3. $F/4$. 4. 0. 5. $F/3$.




1.48. На рисунке представлен график зависимости равнодействующей всех сил, действующей на тело, движущееся прямолинейно, от времени. На каком интервале времени скорость возрастала?

1. Только на интервале 0–1 с.
2. Только на интервале 0–3 с.
3. На интервале 0–4 с.
4. На интервале 0–5 с.
5. Только на интервале 4–5 с.



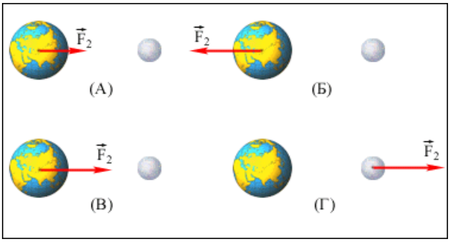

1.49. На рисунке представлен график зависимости модуля силы $F$, действующей на тело, от времени. Чему равно изменение скорости тела массой 2 кг за 3 с?

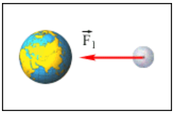
1. 6 м/с. 2. 9 м/с. 3. 12 м/с. 4. 18 м/с. 5. 36 м/с.

1.50. Лошадь тянет телегу. Сравните модули силы $\vec{F}_1$ действия лошади на телегу и $\vec{F}_2$ действия телеги на лошадь при равномерном движении телеги.

1. $F_1 = F_2$. 2. $F_1 > F_2$. 3. $F_1 < F_2$. 4. $F_1 >> F_2$. 5. $F_1 << F_2$.

1.51. На рисунках показана сила $\vec{F}_1$ действия на Луну со стороны Земли. На каком из рисунков (А, Б, В, Г) правильно указана сила противодействия $\vec{F}_2$?




1. А. 2. Б. 3. В. 4. Г. 5. Ни на каком.

1.52. Человек тянет за один крючок динамометр с силой 60 Н, другой крючок динамометра прикреплен к стене. Каковы показания динамометра?

1. 0. 2. 30 Н. 3. 60 Н. 4. 90 Н. 5. 120 Н.

1.53. Два ученика растягивают динамометр в противоположные стороны с силами 50 Н каждый. Каково показание динамометра в этом случае?

1. 0. 2. 25 Н. 3. 50 Н. 4. 100 Н.

1.54. Человек массой 50 кг, сидя в лодке массой 200 кг на озере, подтягивает к себе с помощью веревки вторую лодку массой 200 кг. Какое расстояние пройдет первая лодка за 10 с? Сила натяжения веревки 100 Н. Сопротивлением воды пренебречь.

1. 10 м. 2. 20 м. 3. 25 м. 4. 40 м. 5. 50 м.

1.55. Два тела массой $10^3$ кг и $2\cdot10^3$ кг находятся друг от друга на расстоянии $R$ и притягиваются с силой $F$. Чему равна сила притяжения тел массой $2\cdot10^3$ кг и $4\cdot10^3$ кг, находящихся на том же расстоянии $R$?

1. $F$. 2. $2F$. 3. $3F$. 4. $4F$. 5. $8F$.

1.56. Два тела массой $m_1 = m$ и $m_2 = 2m$ падают в безвоздушном пространстве. Сравните ускорения $a_1$ и $a_2$ этих тел.

1. $a_1 = 2a_2$. 2. $a_1 = a_2$. 3. $a_2 = 2a_1$. 4. $a_1 = 4a_2$. 5. $a_2 = 4a_1$.

1.57. На космонавта, находящегося на поверхности Земли, действует сила 720 Н. Какая сила тяготения будет действовать на того же космонавта в космическом корабле, находящемся на расстоянии двух земных радиусов от поверхности Земли?

1. 360 Н. 2. 240 Н. 3. 180 Н. 4. 80 Н. 5. 0.

1.58. В космическом пространстве вблизи поверхности Земли телу сообщается первая космическая скорость в горизонтальном направлении. По какой траектории будет двигаться тело?

1. По гиперболе.
2. По окружности.
3. По эллипсу.
4. По параболе.
5. По прямой.

1.59. Радиус Луны 1740 км, а сила тяжести на Луне в 6 раз меньше, чем на Земле. Первая космическая скорость для Луны приблизительно равна:

1. 1,7 км/с. 2. 3,4 км/с. 3. 7,8 км/с. 4. 9,8 км/с. 5. 15,6 км/с.

1.60. Радиус некоторой планеты в 4 раза больше радиуса Земли, а массы их одинаковы. Отношение первой космической скорости на этой планете к первой космической скорости на Земле равно:

1. 1/4. 2. 1/2. 3. 1. 4. 2. 5. 4.

1.61. На полу лифта, движущегося вертикально вверх с постоянной скоростью $\upsilon$, лежит груз массой $m$. Чему равен модуль веса этого груза?

1. 0. 2. $mg$. 3. $m(g + \upsilon / t)$. 4. $m(g - \upsilon / t)$.

1.62. На полу лифта, начинающего движение вертикально вверх с ускорением $a$, лежит груз массой $m$. Чему равен модуль веса этого груза?

1. 0. 2. $mg$. 3. $m(g + a)$. 4. $m(g - a)$.

1.63. Сравните модули веса тела на полюсе $P_1$, на средней широте $P_2$ и на экваторе $P_3$.

1. $P_1 = P_2 = P_3$.
2. $P_1 > P_2 > P_3$.
3. $P_1 < P_2 < P_3$.
4. $P_3 < P_1 < P_2$.
5. $P_1 < P_3 < P_2$.

1.64. Космический корабль после выключения ракетных двигателей движется вверх, достигает верхней точки траектории и затем движется вниз. На каком участке траектории в корабле наблюдается состояние невесомости? Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

1. Во время всего полета с неработающими двигателями.
2. Только во время движения вверх.
3. Только во время движения вниз.
4. Только в момент достижения верхней точки траектории.

1.65. Самолет, двигаясь с постоянной скоростью 540 км/ч, совершает фигуру высшего пилотажа – «мертвую петлю» – радиусом 750 м. Чему равна перегрузка летчика в верхней точке петли? ($g$ = 10 м/с$^2$).

1. 2. 2. 3. 3. 4. 4. 5. 5. Перегрузки нет.

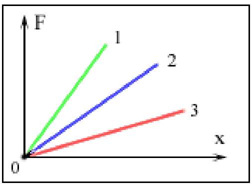
1.66. Какая из приведенных ниже формул выражает закон Гука?

1. $F = ma$. 2. $F = \mu N$. 3. $F_x = -kx$. 4. $F = G\dfrac{mM}{R^2}$. 5. $F = k\dfrac{q_1 q_2}{R^2}$.

1.67. При столкновении двух вагонов буферная пружина жесткостью $10^5$ Н/м сжалась на 10 см. Чему равна максимальная сила упругости, с которой пружина действовала на вагоны?

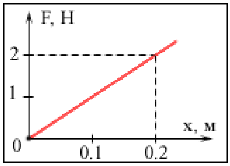
1. $10^4$ Н. 2. $2\cdot10^4$ Н. 3. $10^5$ Н. 4. $10^6$ Н. 5. $2\cdot10^6$ Н.

1.68. На рисунке представлены графики зависимости модулей сил упругости от деформации для трех пружин. Жесткость какой из них больше?




1. 1. 2. 2. 3. 3. 4. Жесткость всех пружин одинакова.

1.69. На рисунке приведен график зависимости модуля силы упругости от удлинения пружины. Чему равна жесткость пружины?




1. 0,2 Н/м. 2. 0,4 Н/м. 3. 2 Н/м. 4. 5 Н/м. 5. 10 Н/м.

1.70. Пружину, жесткость которой 100 Н/м, разрезали на две равные части. Чему равна жесткость каждой пружины?

1. 50 Н/м. 2. 100 Н/м. 3. 200 Н/м. 4. 400 Н/м. 5. 500 Н/м.

1.71. Кабина лифта массой $10^3$ кг начинает подъем с ускорением 1 м/с$^2$. Чему равно в начале подъема удлинение каната, на котором подвешен лифт, если жесткость каната $10^6$ Н/м? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$.

1. $0{,}9\cdot10^{-2}$ м. 2. $10^{-2}$ м. 3. $1{,}1\cdot10^{-2}$ м. 4. $1{,}1\cdot10^{-3}$ м. 5. $1{,}1\cdot10^{-4}$ м.

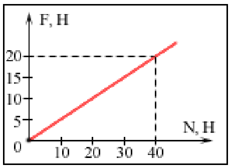
1.72. Как изменится сила трения скольжения при движении бруска по горизонтальной плоскости, если силу нормального давления увеличить в 2 раза?

1. Не изменится.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Уменьшится в 2 раза.
4. Увеличится в 4 раза.

1.73. Брусок массой 0,2 кг равномерно тянут с помощью динамометра по горизонтальной поверхности стола. Показания динамометра – 0,5 Н. Чему равен коэффициент трения скольжения?

1. 0,2. 2. 0,25. 3. 0,4. 4. 0,5. 5. 0,7.

1.74. На рисунке представлен график зависимости модуля силы трения $F$ от модуля силы нормального давления $N$. Определите коэффициент трения скольжения.




1. 0,1. 2. 0,2. 3. 0,25. 4. 0,5. 5. 1.

1.75. Брусок массой $m$ движется вверх по наклонной плоскости под углом α, коэффициент трения скольжения μ. Чему равен модуль силы трения?

1. $mg$.  2. $\mu mg$.  3. $\mu mg \sin\alpha$.  4. $\mu mg \cos\alpha$.  5. $\mu mg / \sin\alpha$.

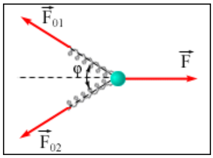
1.76. Брусок массой $m$ лежит на наклонной плоскости, угол наклона которой к горизонту равен α. Коэффициент трения скольжения μ. Чему равен модуль силы трения?

1. $mg \sin\alpha$.  2. $\mu mg$.  3. $\mu mg \cos\alpha$.  4. $mg$.  5. $\mu mg \sin\alpha$.

1.77. Определите тормозной путь автомобиля, начавшего торможение на горизонтальном участке шоссе с коэффициентом трения 0,5 при начальной скорости движения 15 м/с. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с$^2$.

1. 90 м.  2. 45 м.  3. 22,5 м.  4. 11,25 м.  5. 10 м.

### Задачи с решениями

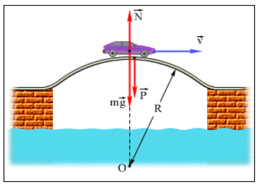



**1.12. При измерении неизвестной силы, действующей на тело, к нему прикрепили две эталонные пружины, оси которых расположены под углом $\varphi = 60°$. Каждая пружина является эталоном силы $F_0$ =1 Н. Под действием всех сил тело оказалось в равновесии. Определите модуль $F$ измеряемой силы.**

**Решение**

Если тело находится в состоянии равновесия, значит, равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна нулю. Равнодействующая $\vec{R}$ эталонных сил $\vec{F}_{01}$ и $\vec{F}_{02}$ по модулю равна $2F_0 \cos\frac{\varphi}{2}$.

Но при равновесии $\vec{R} + \vec{F} = 0$. Отсюда следует $\left|\vec{F}\right| = 2F_0 \cos\frac{\varphi}{2} \approx 1,73$ Н.




**1.13. Автомобиль массой $m = 103$ кг проходит по выпуклому мосту с радиусом кривизны $R = 40$ м со скоростью $\upsilon = 36$ км/ч. С какой силой автомобиль давит на мост в его наивысшей точке?**

**Решение**

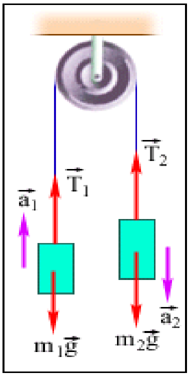
По вертикали на автомобиль действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции моста $\vec{N}$. Эти силы не одинаковы по модулю, т. к. автомобиль имеет центростремительное ускорение $\vec{a}_{\text{цс}}$, направленное в наивысшей точке моста вертикально вниз. По второму закону Ньютона $ma_{\text{цс}} = mg - N$. Центростремительное ускорение равно по модулю $\vec{a}_{\text{цс}} = \frac{\upsilon^2}{R}$. Таким образом, $N = m\left(g - \frac{\upsilon^2}{R}\right)$. Подставляя числовые значения, получим $N = 7{,}3 \cdot 10^4$ Н.

Следует отметить, что $\vec{N}$ – это сила, действующая на автомобиль со стороны моста. По третьему закону Ньютона с такой же по модулю силой, но направленной в противоположную сторону, действует автомобиль на мост $\vec{P} = -\vec{N}$.

**1.14. Через легкий блок перекинута нить, к концам которой прикреплены два груза с массами $m_1$ = 1,0 кг и $m_2$ = 1,2 кг. Определите ускорения грузов, пренебрегая трением в оси блока.**

**Решение**

На каждый из грузов действуют сила тяжести и упругая сила нити. Нить и блок предполагаются невесомыми, трение в блоке отсутствует. Поэтому натяжение нити одинаково с обеих сторон блока: $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$. Оба груза движутся с одинаковыми по модулю ускорениями, т. к. нить предполагается нерастяжимой: $\vec{a}_2 = -\vec{a}_1$. Направим координатную ось $OX$ вертикально вниз по направлению вектора $\vec{a}_2 = \vec{a}$. Применим к движению грузов второй закон Ньютона:




$$\begin{cases} -m_1 a = m_1 g - T \\ m_2 a = m_2 g - T \end{cases}.$$

Из этих соотношений следует:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g; \quad T = \frac{2m_1 m_2}{m_2 + m_1} g.$$

Подставляя числовые значения, получим $a = 0{,}09g = 0{,}88$ м/с$^2$, $T = 10{,}7$ Н.

**1.15. Альпинист массой $m$ = 80 кг спускается с отвесной скалы, скользя по вертикальной веревке с ускорением $a$ = 0,4 м/с$^2$, направленным вниз. Пренебрегая массой веревки, определите силу $T$ ее натяжения.**

**Решение**

Согласно третьему закону Ньютона альпинист действует на веревку с такой же по модулю силой, как и веревка действует на альпиниста. На альпиниста действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, и упругая сила $\vec{T}$ веревки, направленная вверх. По второму закону Ньютона $ma = mg - T$. Следовательно, сила натяжения веревки $T$ равна $T = m(g - a)$ = 752 Н.

Если бы альпинист спускался по веревке с постоянной скоростью или неподвижно висел на ней, то сила $T'$ натяжения была бы равна $T' = mg$ = 784 Н.

**1.16. Пригородная электричка состоит из одного моторного вагона (локомотива) массой $M$ = 6000 кг и двух одинаковых пассивных вагонов массой $m$ = 2000 кг каждый. Состав трогается со станции с ускорением $a$ = 0,60 м/с$^2$. Определите силу натяжения $T_1$ в сцепном устройстве между локомотивом и первым вагоном, силу натяжения $T_2$ в сцепном устройстве между первым и вторым вагонами и силу $T$ тяги локомотива.**

**Решение**

По третьему закону Ньютона локомотив действует на первый вагон с такой же по модулю силой $T_1$, с какой вагон действует на локомотив. Точно так же силы, действующие между первым и вторым вагонами, равны по модулю и направлены в противоположные стороны. Модуль этих сил характеризует силу натяжения $T_2$ в сцепном устройстве между вагонами. Первый вагон ускоряется под действием силы $T_1 - T_2$, второму вагону ускорение сообщает только сила $T_2$. Согласно второму закону Ньютона можно записать:

$$ma = T_1 - T_2,$$
$$ma = T_2.$$

Отсюда следует: $T_2 = ma$ = 1200 Н; $T_1 = 2T_2$ = 2400 Н.

Сила $T$ тяги локомотива также находится из второго закона Ньютона: $Ma = T - T_1$. Отсюда $T = Ma + T_1 = (M + 2m)a$ = 6000 Н.

**1.17. Каким должен быть радиус круговой орбиты искусственного спутника Земли, чтобы он все время находился над одной и той же точкой земной поверхности на экваторе?**

**Решение**

Для того, чтобы спутник, двигаясь по круговой орбите, находился все время над одной и той же точкой земной поверхности на экваторе, необходимо, чтобы период $T_с$ обращения спутника вокруг Земли был равен периоду $T_З$ обращения Земли вокруг своей оси.

Центростремительное ускорение спутника создается силой притяжения к Земле: $a_{цс} = F / m$. Используя закон всемирного тяготения $F = G\dfrac{mM_З}{R^2}$, где $R$ – радиус орбиты спутника, $M_З$ – масса Земли, и формулу для центростремительного ускорения $a_{цс} = \dfrac{\upsilon^2}{R} = \dfrac{4\pi^2 R^2}{RT_c^2} = \dfrac{4\pi^2}{T_c^2}R$, получим: $m\dfrac{4\pi^2}{T_c^2}R = G\dfrac{mM_З}{R^2}$.

Отсюда следует: $R = \sqrt[3]{\dfrac{GM_З T_c^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\dfrac{GM_З T_З^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\dfrac{gR_З T_З^2}{4\pi^2}}$.

Числовой расчет дает: $R = 4{,}2\cdot 10^7$ м. Радиус орбиты такого геостационарного спутника приблизительно в 6,6 раза превышает радиус Земли $R_З$.

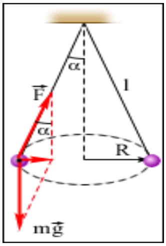
**1.18. Определите вес школьника массой $m$ = 50 кг в лифте, движущемся с ускорением $a$ = 0,8 м/с$^2$.**

**Решение**

На человека в ускоренно движущемся лифте действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$. Равнодействующая этих сил сообщает телу ускорение $\vec{a}$. По третьему закону Ньютона сила давления $\vec{P}$ человека на пол кабины, т. е. его вес, равна $-\vec{N}$. Результат решения задачи зависит от направления вектора ускорения $\vec{a}$. Если ускорение лифта направлено вверх, то сила реакции опоры $\vec{N}$ превосходит по модулю силу тяжести $m\vec{g}$. Второй закон Ньютона в этом случае записывается в виде $N - mg = ma$. Отсюда следует: $P = N = m(g + a) = 530$ Н.

В этих соотношениях $N$, $P$, $g$ и $a$ – модули соответствующих векторных величин. Если ускорение лифта направлено вверх, то вес человека увеличивается. В равномерно движущемся лифте вес школьника массой 50 кг равнялся бы 490 Н.

Если ускорение лифта направлено вниз, то сила тяжести $m\vec{g}$ превосходит по модулю силу реакции опоры $\vec{N}$. В этом случае $P = m(g - a) = 450$ Н.




**1.19. Тело массой $m = 1$ кг, подвешенное на нити длиной $l = 0{,}5$ м, описывает в горизонтальной плоскости окружность с постоянной угловой скоростью, совершая 1 оборот в секунду. Определите модуль силы упругости $F$ и угол α, который образует нить с вертикалью.**

**Решение**

Во время движения тела на него действуют две силы – сила тяжести $m\vec{g}$ и сила упругости $\vec{F}$. По второму закону Ньютона равнодействующая этих сил равна произведению массы тела на центростремительное ускорение: $m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}_{цс}$. Из рисунка следует, что $F \sin\alpha = ma_{цс}$, где $F$ и $a_{цс}$ – модули силы упругости нити и центростремительного ускорения $a_{цс} = \dfrac{\upsilon^2}{R} = \dfrac{\upsilon^2}{l\sin\alpha}$. Так как $\upsilon = \omega R = 2\pi\nu R = 2\pi\nu l \sin\alpha$, то $F = \dfrac{ma_{цс}}{\sin\alpha} = \dfrac{m\upsilon^2}{l\sin^2\alpha} = 4\pi^2 m\nu^2 l$. При движении тела в горизонтальной плоскости сумма проекций всех сил на вертикальное направление равна нулю: $F\cos\alpha - mg = 0$. Отсюда следует, что $\cos\alpha = \dfrac{mg}{F} = \dfrac{g}{4\pi^2\nu^2 l}$.

Подстановка числовых значений дает: $F = 80$ Н; $\cos\alpha = 0{,}5$; $\alpha = 60°$.

**1.20. Груз, подвешенный на пружине, растянул ее на $\Delta x_1 = 14$ см. Определите растяжение пружины в кабине лифта, движущейся с ускорением $a = 2{,}8$ м/с$^2$, направленным вертикально вниз.**

**Решение**

Когда груз неподвижно висит на пружине в инерциальной системе, связанной с Землей, сила упругости $\vec{F}$ уравновешивается силой тяжести $m\vec{g}$. В проекциях на ось $OX$, направленную вниз, можно записать: $mg - k\Delta x_1 = 0$, где $k$ – жесткость пружины, откуда

$k = \dfrac{mg}{\Delta x_1}$. В ускоренно движущемся лифте сила тяжести и сила упругости не уравновешивают друг друга; их равнодействующая сообщает телу ускорение $\vec{a}$, направленное вниз. В проекциях на ось $OX$ теперь можно записать: $mg - k\Delta x_2 = ma$. Следовательно, $\Delta x_2 = \dfrac{m(g-a)}{k} = \dfrac{g-a}{g}\Delta x_1$.

Числовой расчет дает следующий результат: $\Delta x_2 = 0{,}1$ м.

# Законы сохранения в механике

## Закон сохранения импульса

Из основного закона динамики (второго закона Ньютона) следует:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1}{\Delta t}; \quad \vec{F}\Delta t = m\vec{\upsilon}_2 - m\vec{\upsilon}_1 = \Delta(m\vec{\upsilon}).$$

Физическая величина, равная произведению массы тела на скорость его движения, называется ***импульсом тела*** (или **количеством движения**). Импульс тела – векторная величина. Единицей измерения импульса в СИ является **килограмм-метр в секунду (кг·м/с)**.

Физическая величина, равная произведению силы на время ее действия, называется ***импульсом силы***. Импульс силы также является векторной величиной.

Второй закон Ньютона может быть сформулирован следующим образом: **изменение импульса тела (количества движения) равно импульсу силы**.

Обозначив импульс тела буквой $\vec{p}$, второй закон Ньютона можно записать в виде

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}.$$

При взаимодействии тел импульс одного тела может частично или полностью передаваться другому телу. Если на систему тел не действуют внешние силы со стороны других тел, такая система называется **замкнутой**.

**В замкнутой системе векторная сумма импульсов всех тел, входящих в систему, остается постоянной при любых взаимодействиях тел этой системы между собой.**

Этот фундаментальный закон природы называется ***законом сохранения импульса***.

**Закон сохранения импульса** во многих случаях позволяет находить скорости взаимодействующих тел даже тогда, когда значения действующих сил неизвестны. Примером может служить ***реактивное движение***.

При стрельбе из орудия возникает **отдача** – снаряд движется вперед, а орудие – откатывается назад. Снаряд и орудие – два взаимодействующих тела. Скорость, которую приобретает орудие при отдаче, зависит только от скорости снаряда и отношения масс (рис. 1.18). Если скорости орудия и снаряда обозначить через $\vec{V}$ и $\vec{\upsilon}$, а их массы через М и $m$, то на основании закона сохранения импульса можно записать

$$M\vec{V} + m\vec{\upsilon} = 0; \quad \vec{V} = -\frac{m}{M}\vec{\upsilon}\,.$$

На принципе отдачи основано **реактивное движение**. В **ракете** при сгорании топлива газы, нагретые до высокой температуры, выбрасываются из сопла с большой скоростью $\vec{u}$ относительно ракеты.

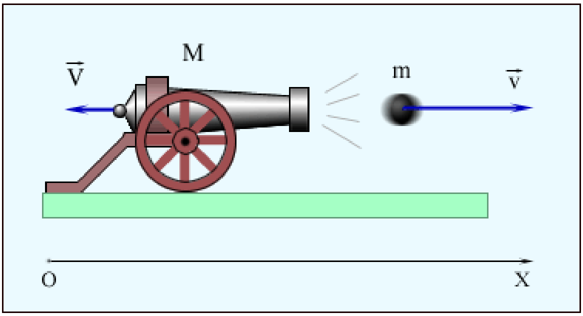



*Рис. 1.18.* Отдача при выстреле из орудия

Обозначим массу выброшенных газов через $m$, а массу ракеты после истечения газов через $M$. Тогда для замкнутой системы «ракета + газы» можно записать на основании закона сохранения импульса (по аналогии с задачей о выстреле из орудия):

$$\vec{V} = -\frac{m}{M}\vec{u},$$

где $V$ – скорость ракеты после истечения газов.

Здесь предполагалось, что начальная скорость ракеты равнялась нулю.

Полученная формула для скорости ракеты справедлива лишь при условии, что вся масса сгоревшего топлива выбрасывается из ракеты **одновременно**.

### Механическая работа. Мощность. Кинетическая и потенциальная энергии. Закон сохранения энергии в механике

Энергетические характеристики движения вводятся на основе понятия ***механической работы*** или **работы силы**.

**Работой *A*, совершаемой постоянной силой $\vec{F}$, называется физическая величина, равная произведению модулей силы и перемещения, умноженному на косинус угла α между векторами силы $\vec{F}$ и перемещения $\vec{s}$** (рис. 1.19):

$$A = Fs \cos \alpha.$$

Работа является скалярной величиной. Она может быть как положительна ($0° \le \alpha < 90°$), так и отрицательна ($90° < \alpha \le 180°$). При $\alpha = 90°$ работа, совершаемая силой, равна нулю. В системе СИ работа измеряется в **джоулях (Дж)**.

Джоуль равен работе, совершаемой силой в 1 Н на перемещении 1 м в направлении действия силы.

Если проекция $\vec{F_s}$ силы $\vec{F}$ на направление перемещения $\vec{s}$ не остается постоянной, работу следует вычислять для малых перемещений $\Delta s_i$ и суммировать результаты:

$$A = \sum \Delta A_i = \sum F_{si} \Delta s_i .$$

Эта сумма в пределе ($\Delta s_i \to 0$) переходит в интеграл.

Графически работа определяется по площади криволинейной фигуры под графиком $F_s(x)$ (рис. 1.20).

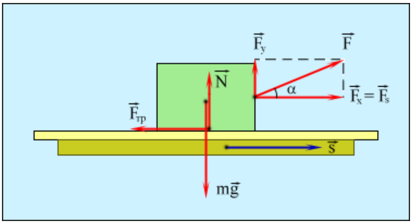



*Рис. 1.19.* Работа силы $\vec{F}$:
$A = Fs\cos\alpha = F_s s$

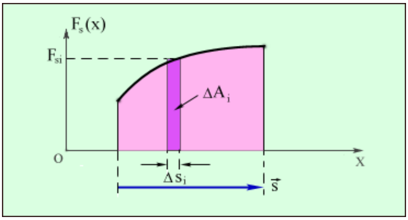



*Рис. 1.20.* Графическое определение работы. $\Delta A_i = F_{si}\Delta s_i$

Примером силы, модуль которой зависит от координаты, может служить упругая сила пружины, подчиняющаяся закону Гука. Для того, чтобы растянуть пружину, к ней нужно приложить внешнюю силу $\vec{F}$, модуль которой пропорционален удлинению пружины (рис. 1.21).

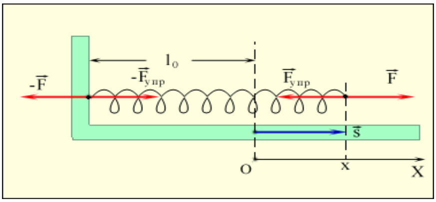



*Рис. 1.21.* Растянутая пружина. Направление внешней силы $\vec{F}$ совпадает с направлением перемещения $\vec{s}$. $F = F_s = kx$, k – жесткость пружины. $\overrightarrow{F_{упр}} = -\vec{F}$

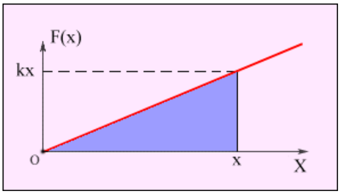



*Рис. 1.22.* Зависимость модуля внешней силы от координаты при растяжении пружины

Зависимость модуля внешней силы от координаты *x* изображается на графике прямой линией (рис. 1.22).

По площади треугольника на рис. 1.22 можно определить работу, совершенную внешней силой, приложенной к правому свободному концу пружины:

$$A = \frac{kx^2}{2}.$$

Этой же формулой выражается работа, совершенная внешней силой при сжатии пружины. В обоих случаях работа упругой силы $\vec{F}_{упр}$ равна по модулю работе внешней силы $\vec{F}$ и противоположна ей по знаку.

Если тело перемещается вблизи поверхности Земли, то на него действует постоянная по величине и направлению сила тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$. Работа этой силы зависит только от вертикального перемещения тела. На любом участке пути работу силы тяжести можно записать в проекциях вектора перемещения $\Delta\vec{s}$ на ось $OY$, направленную вертикально вверх:

$$\Delta A = F_т \Delta s \cos\alpha = -mg\Delta s_y,$$

где $F_т = F_{тy} = -mg$ – проекция силы тяжести, $\Delta s_y$ – проекция вектора перемещения. При подъеме тела вверх сила тяжести совершает отрицательную работу, так как $\Delta s_y > 0$. Если тело переместилось из точки, расположенной на высоте $h_1$, в точку, расположенную на высоте $h_2$ от начала координатной оси $OY$ (рис. 1.23), то сила тяжести совершила работу

$$A = -mg(h_2 - h_1) = -(mgh_2 - mgh_1). \qquad (*)$$

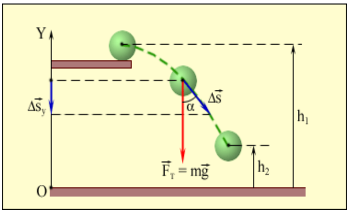



*Рис. 1.23.* Работа силы тяжести

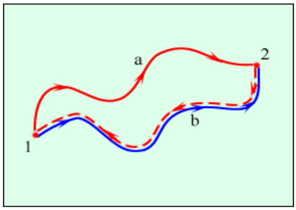



*Рис. 1.24.* Работа консервативной силы $A_{1a2} = A_{1b2}$. Работа на замкнутой траектории $A = A_{1a2} + A_{2b1} = A_{1a2} - A_{1b2} = 0$

Силы, **работа которых не зависит от траектории движения тела и определяется только начальным и конечным положениями,** называются ***консервативными***.

**Работа консервативных сил на замкнутой траектории равна нулю**. Это утверждение поясняет рис. 1.24.

Свойством консервативности обладают сила тяжести и сила упругости. Для этих сил можно ввести понятие потенциальной энергии.

В реальных условиях практически всегда на движущиеся тела наряду с силами тяготения, силами упругости и другими консервативными силами действуют силы трения или силы сопротивления среды.

Сила трения не является консервативной. Работа силы трения зависит от длины пути.

Если к телу приложено несколько сил, то общая работа всех сил равна алгебраической сумме работ, совершаемых отдельными силами и равна работе **равнодействующей приложенных сил**.

Работа силы, совершаемая в единицу времени, называется ***мощностью***. Мощность $N$ это физическая величина, равная отношению работы $A$ к промежутку времени $t$, в течение которого совершена эта работа:

$$N = \frac{A}{t}.$$

В Международной системе (СИ) единица мощности называется **ватт (Вт)**. Ватт равен мощности силы, совершающей работу в 1 Дж за время 1 с.

$$1\text{Вт} = \frac{1\text{Дж}}{1\text{с}}.$$

Если тело некоторой массы $m$ двигалось под действием приложенных сил, и его скорость изменилась от $\vec{\upsilon_1}$ до $\vec{\upsilon_2}$, то силы совершили определенную работу $A$.

**Работа всех приложенных сил равна работе равнодействующей силы** (рис. 1.25).

Между изменением скорости тела и работой, совершенной приложенными к телу силами, существует связь. При равноускоренном движении перемещение $s$ выражается формулой:

$$s = \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2a}.$$

Отсюда следует, что

$$A = Fs = ma\frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2a} = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}.$$

Это выражение показывает, что работа, совершенная силой (или равнодействующей всех сил), связана с изменением квадрата скорости (а не самой скорости).

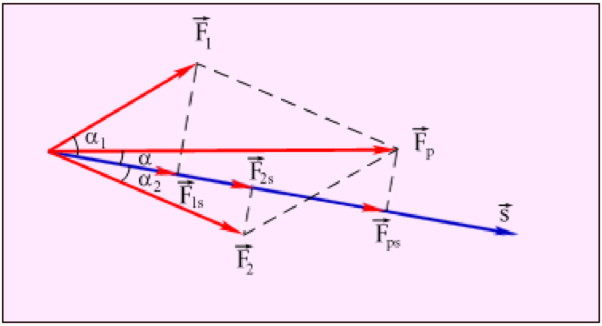



*Рис. 1.25.* Работа равнодействующей силы. $\vec{F_p} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ .

A = $F_1 s \cos \alpha_1 + F_2 s \cos \alpha_2 = F_{1s} s + F_{2s} s = F_{ps} s = F_p s \cos \alpha$

Физическая величина, равная половине произведения массы тела на квадрат его скорости, называется ***кинетической энергией*** тела:

$$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Работа приложенной к телу равнодействующей силы равна изменению его кинетической энергии.

$$A = E_{k2} - E_{k1}.$$

Это утверждение называют ***теоремой о кинетической энергии***. Теорема о кинетической энергии справедлива и в общем случае, когда тело движется под действием изменяющейся силы, направление которой не совпадает с направлением перемещения.

Кинетическая энергия – это энергия движения. Кинетическая энергия тела массой $m$, движущегося со скоростью $\vec{\upsilon}$, равна работе, которую должна совершить сила, приложенная к покоящемуся телу, чтобы сообщить ему эту скорость:

$$A = \frac{m\upsilon^2}{2} = E_k.$$

Если тело движется со скоростью $\vec{\upsilon}$, то для его полной остановки необходимо совершить работу

$$A = -\frac{m\upsilon^2}{2} = -E_k .$$

Наряду с кинетической энергией или энергией движения в физике важную роль играет понятие ***потенциальной энергии*** или **энергии взаимодействия тел**.

Потенциальная энергия определяется взаимным положением тел (например, положением тела относительно поверхности Земли). Понятие потенциальной энергии можно ввести только для сил, **работа которых не зависит от траектории движения тела и определяется только начальным и конечным положениями**. Такие силы называются ***консервативными***.

Из (*) видно, что работа силы тяжести равна изменению некоторой физической величины $mgh$, взятому с противоположным знаком. Эту физическую величину называют ***потенциальной энергией*** тела в поле силы тяжести $E_p = mgh$.

Она равна работе, которую совершает сила тяжести при опускании тела на нулевой уровень.

**Работа силы тяжести равна изменению потенциальной энергии тела, взятому с противоположным знаком.**

$$A = -(E_{p2} - E_{p1}).$$

Потенциальная энергия $E_p$ зависит от выбора нулевого уровня, т. е. от выбора начала координат оси $OY$. Физический смысл имеет не сама потенциальная энергия, а ее изменение $\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$ при перемещении тела из одного положения в другое. **Это изменение не зависит от выбора нулевого уровня.**

Понятие потенциальной энергии можно ввести и для упругой силы. Эта сила также обладает свойством консервативности. Растягивая (или сжимая) пружину, мы можем делать это различными способами.

Упругая сила совершает работу, которая зависит только от удлинения пружины $x$ в конечном состоянии, если первоначально пружина была не деформирована. Эта работа равна работе внешней силы $A$, взятой с противоположным знаком:

$$A_{\text{упр}} = -A = -\frac{kx^2}{2},$$

где $k$ – жесткость пружины. Растянутая (или сжатая) пружина способна привести в движение прикрепленное к ней тело, т. е. сообщить этому телу кинетическую энергию. Следовательно, такая пружина обладает запасом энергии. Потенциальной энергией пружины (или любого упруго деформированного тела) называют величину

$$E_{\text{р}} = \frac{kx^2}{2}.$$

***Потенциальная энергия упруго деформированного тела*** **равна работе силы упругости при переходе из данного состояния в состояние с нулевой деформацией.**

Если в начальном состоянии пружина уже была деформирована, а ее удлинение было равно $x_1$, тогда при переходе в новое состояние с удлинением $x_2$ сила упругости совершит работу, равную изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком:

$$A_{\text{упр}} = -\left(E_{\text{р}2} - E_{\text{р}1}\right) = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right).$$

Если тела, составляющие **замкнутую механическую систему**, взаимодействуют между собой только силами тяготения и упругости, то работа этих сил равна изменению потенциальной энергии тел, взятому с противоположным знаком:

$$A = -(E_{\text{р}2} - E_{\text{р}1}).$$

По теореме о кинетической энергии эта работа равна изменению кинетической энергии тел:

$$A = E_{\text{k}2} - E_{\text{k}1}.$$

Следовательно:

$$E_{\text{k}2} - E_{\text{k}1} = -(E_{\text{р}2} - E_{\text{р}1}) \text{ или } E_{\text{k}1} + E_{\text{р}1} = E_{\text{k}2} + E_{\text{р}2}.$$

**Сумма кинетической и потенциальной энергии тел, составляющих замкнутую систему и взаимодействующих между собой силами тяготения и силами упругости, остается неизменной.**

Это утверждение выражает ***закон сохранения энергии в механических процессах***. Он является следствием законов Ньютона. Сумму $E = E_{\text{k}} + E_{\text{р}}$ называют ***полной механической энергией***. Закон сохранения механической энергии выполняется только тогда, когда тела в замкнутой системе взаимодействуют между собой консервативными силами, то есть силами, для которых можно ввести понятие потенциальной энергии.

Если между телами, составляющими замкнутую систему, действуют силы трения, то **механическая энергия не сохраняется**. Часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию тел (нагревание).

**При любых физических взаимодействиях энергия не возникает и не исчезает. Она лишь превращается из одной формы в другую.**

Этот экспериментально установленный факт выражает фундаментальный закон природы – ***закон сохранения и превращения энергии***.

**Тестовые задания для самостоятельного решения**

1.78. Какое выражение определяет импульс тела?

1. $m\vec{a}$.   2. $m\vec{\upsilon}$.   3. $\vec{F}t$.   4. $\dfrac{m\upsilon^2}{2}$.   5. $\vec{\upsilon}t$.

1.79. В каких единицах измеряется импульс силы в Международной системе единиц?

1. 1 Н.   2. 1 кг.   3. 1 Н·с.   4. 1 Дж.   5. 1 Дж/с.

1.80. Чему равно изменение импульса тела, если на него подействовала сила 15 Н в течение 5 секунд?

1. 3 кг·м/с.   2. 5 кг·м/с.   3. 15 кг·м/с.   4. 20 кг·м/с.   5. 75 кг·м/с.

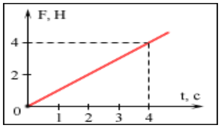
1.81. Тело массой $m$ движется со скоростью $\vec{\upsilon}$. После взаимодействия со стенкой тело стало двигаться в противоположном направлении с той же по модулю скоростью. Чему равен модуль изменения импульса тела?

1. 0.   2. $m\upsilon$.   3. $2m\upsilon$.   4. $3m\upsilon$.   5. $4m\upsilon$.

1.82. Два автомобиля с одинаковыми массами $m$ движутся со скоростями $\upsilon$ и $3\upsilon$ относительно земли в противоположных направлениях. Чему равен модуль импульса второго автомобиля в системе отсчета, связанной с первым автомобилем?

1. $m\upsilon$.   2. $2m\upsilon$.   3. $3m\upsilon$.   4. $4m\upsilon$.   5. $8m\upsilon$.

1.83. На рисунке представлен график зависимости модуля силы $F$, действующей на тело, от времени. Чему равно изменение импульса тела за 4 с?




1. 1 кг·м/с. 2. 4 кг·м/с. 3. 8 кг·м/с. 4. 12 кг·м/с. 5. 16 кг·м/с.

1.84. Какое выражение соответствует закону сохранения импульса для случая взаимодействия двух тел?

1. $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$ .
2. $\vec{F}\Delta t = m\vec{\upsilon}_2 - m\vec{\upsilon}_1$
3. $m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{\upsilon}'_1 + m_2\vec{\upsilon}'_2$
4. $\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} = \frac{m_1\upsilon_1'^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2'^2}{2}$ .

1.85. Железнодорожный вагон массой $m$, движущийся со скоростью $\upsilon$, сталкивается с неподвижным вагоном массой $2m$ и сцепляется с ним. Каким суммарным импульсом обладают два вагона после столкновения?

1. 0. 2. $m\upsilon$. 3. $2m\upsilon$. 4. $3m\upsilon$. 5. $4m\upsilon$.

1.86. Тележка массой 2 кг, движущаяся со скоростью 3 м/с, сталкивается с неподвижной тележкой массой 4 кг и сцепляется с ней. Чему равна скорость обеих тележек после взаимодействия?

1. 0,5 м/с. 2. 1 м/с. 3. 1,5 м/с. 4. 2 м/с. 5. 3 м/с.

1.87. При выстреле из пистолета вылетает пуля массой $m$ со скоростью $\vec{\upsilon}$. Какой импульс приобретает после выстрела пистолет, если его масса в 100 раз больше массы пули?

1. $m\vec{\upsilon}$ . 2. $0,01m\vec{\upsilon}$ . 3. $-m\vec{\upsilon}$ . 4. $-0,01m\vec{\upsilon}$ . 5. $0,1m\vec{\upsilon}$ .

1.88. При выстреле из пистолета вылетает пуля массой $m$ со скоростью $\upsilon$. Какую по модулю скорость приобретает после выстрела пистолет, если его масса в 100 раз больше массы пули?

1. 0. 2. $\upsilon / 100$. 3. $\upsilon$. 4. $100\upsilon$. 5. $10\upsilon$.

1.89. В вагон, движущийся по горизонтальным рельсам со скоростью 6 м/с, сверху вертикально насыпали песок, масса которого равна половине массы вагона. Какой стала скорость вагона с песком?

1. 0,5 м/с. 2. 1 м/с. 3. 1,5 м/с. 4. 2 м/с. 5. 4 м/с.

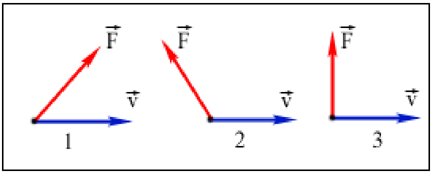
1.90. На одном конце неподвижной длинной тележки массой $m_1$ стоит мальчик массой $m_2$. С какой по модулю скоростью будет двигаться тележка, если мальчик побежит со скоростью $\upsilon$ относительно тележки?

1. $\dfrac{m_1\upsilon}{m_1+m_2}$. 2. $\dfrac{m_2\upsilon}{m_1+m_2}$. 3. $\dfrac{m_1\upsilon}{m_2}$. 4. $\dfrac{m_2\upsilon}{m_1}$. 5. $\dfrac{m_2}{m_1\upsilon}$.

1.91. По какой формуле следует рассчитывать работу силы $\vec{F}$, если угол между направлениями силы и перемещения $\vec{s}$ равен α?

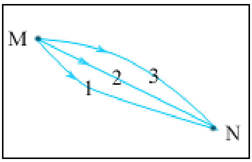
1. $(F / s)\cos\alpha$ .
2. $Fs\sin\alpha$..
3. $Fs\cos\alpha$ .
4. $(F / s)\sin\alpha$ .
5. $F / (s\sin\alpha)$.

1.92. На рисунке представлены три варианта взаимного расположения векторов силы $\vec{F}$, действующей на тело, и скорости $\vec{\upsilon}$ тела. В каком случае работа силы $\vec{F}$ отрицательна?




1. 1. 2. 2. 3. 3. 4. 2 и 3. 5. Ни в одном из случаев 1–3.

1.93. Лыжник может опуститься с горы от точки $M$ до точки $N$ по одной из траекторий, представленных на рис. При движении по какой траектории работа силы тяжести будет иметь максимальное по модулю значение?




1. 1. 2. 2. 3. 3. 4. 2 и 3. 5. По всем траекториям одинакова.

1.94. Тело массой 1 кг поднимают силой 30 Н на высоту 5 м. Чему равна работа этой силы?

1. 0 Дж 2. 50 Дж 3. 100 Дж 4. 150 Дж 5. 75 Дж

1.95. Подъемный кран поднимает равномерно груз 5000 кг на высоту 10 м за 25 с. Чему равна полезная мощность?

1. 0,2 кВт 2. 2 кВт 3. 20 кВт 4. 100 кВт 5. 200 кВт

1.96. Пружину с жесткостью $k = 10^3$ Н/м растянули так, что ее длина увеличилась на 0,01 м. Какая была совершена работа?

1. 1 Дж 2. 0,1 Дж 3. 0,05 Дж 4. 0,5 Дж 5. 1 Дж

1.97. Какое выражение определяет потенциальную энергию тела, поднятого над землей на высоту $h << R$ ($R$ – радиус Земли)?

1. $m\upsilon^2 / 2$ 2. $\upsilon$ 3. $mgh$ 4. $m\upsilon$ 5. $kx^2 / 2$

1.98. Каково наименование единицы кинетической энергии, выраженное через основные единицы Международной системы?

1. 1 кг·м 2. 1 кг·м/с 3. 1 кг·м$^2$/с 4. 1 кг·м$^2$/с$^2$ 5. 1 кг·м/с$^2$.

1.99. Чему равна кинетическая энергия тела массой 3 кг, движущегося со скоростью 4 м/с?

1. 6 Дж 2. 12 Дж 3. 24 Дж 4. 36 Дж 5. 48 Дж

1.100. Как изменится потенциальная энергия упруго деформированного тела при увеличении его деформации в три раза?

1. Не изменится.
2. Увеличится в 3 раза.
3. Увеличится в 9 раз.
4. Увеличится в 18 раз.
5. Увеличится в 27 раз.

1.101. Два автомобиля с одинаковыми массами $m$ движутся со скоростями $\upsilon$ и $3\upsilon$ относительно земли в одном направлении. Чему равна кинетическая энергия второго автомобиля в системе отсчета, связанной с первым автомобилем?

1. $m\upsilon^2$ 2. $2m\upsilon^2$ 3. $3m\upsilon^2$ 4. $4m\upsilon^2$ 5. 0

1.102. Как изменяется потенциальная энергия системы «шар–жидкость» при 1. всплывании пробкового шара в воде; 2. погружении стального шара в воду?

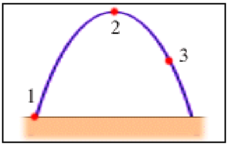
1. Увеличится в обоих случаях.
2. Уменьшится в обоих случаях.

3. Увеличится в первом случае, уменьшится во втором.
4. Уменьшится в первом случае, увеличится во втором.
5. Не изменяется.

1.103. Какое из приведенных ниже выражений может соответствовать закону сохранения механической энергии?

1. $A_{тр} = mgh_2 - mgh_1$.
2. $A_{тр} = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}$.
3. $\vec{F}\Delta t = m\vec{\upsilon}_2 - m\vec{\upsilon}_1$.
4. $mgh = m\upsilon^2 / 2$.
5. Никакое.

1.104. На рисунке представлена траектория движения тела, брошенного под углом к горизонту. В какой точке траектории сумма кинетической и потенциальной энергии тела имела максимальное значение?




1. 1. 2. 2. 3. 3. 4. Во всех точках одинаковое.

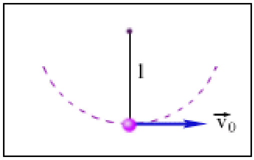
1.105. Снаряд из пружинного пистолета, расположенного на высоте $h$ над поверхностью земли, вылетает с одинаковыми по модулю скоростями: первый раз горизонтально, второй раз вертикально вверх, третий раз вертикально вниз. В каком случае скорость снаряда при падении на землю будет больше? Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

1. В первом.
2. Во втором.
3. В третьем.
4. Во всех случаях конечная скорость по модулю будет одинакова.

1.106. Тело свободно падает с высоты $h$. Какую скорость оно будет иметь в момент времени, когда его кинетическая энергия равна потенциальной?

1. $\sqrt{\frac{gh}{2}}$. 2. $\sqrt{gh}$. 3. $\sqrt{2gh}$. 4. $\sqrt{3gh}$. 5. $\sqrt{4gh}$.

1.107. Шар висит на легкой нерастяжимой нити длиной $l$. Какую минимальную по модулю горизонтальную скорость $\vec{\upsilon}_0$ надо сообщить шару для совершения полного оборота вокруг горизонтальной оси?




1. $\sqrt{gl}$ .  2. $\sqrt{2gl}$ .  3. $\sqrt{3gl}$ .  4. $2\sqrt{gl}$ .  5. $\sqrt{5gl}$ .

1.108. Всегда ли выполняются в инерциальных системах отсчета законы сохранения импульса и механической энергии при соударениях в замкнутых системах тел?

1. Всегда.
2. Никогда.
3. Закон сохранения импульса выполняется всегда, закон сохранения механической энергии может не выполняться.
4. Закон сохранения энергии выполняется всегда, закон сохранения импульса может не выполняться.

1.109. Шар массой $m$, движущийся со скоростью $\upsilon$, сталкивается с неподвижным шаром той же массы. Чему равна кинетическая энергия первого шара после центрального абсолютно неупругого столкновения?

1. $m\upsilon^2 / 8$.  2. $m\upsilon^2 / 4$.  3. $m\upsilon^2 / 3$.  4. $m\upsilon^2 / 2$.  5. 0.

1.110. Шар массой $m$, движущийся со скоростью $\upsilon$, сталкивается с неподвижным шаром той же массы. Чему равна кинетическая энергия второго шара после центрального упругого столкновения?

1. $m\upsilon^2 / 8$.  2. $m\upsilon^2 / 4$.  3. $m\upsilon^2 / 3$.  4. $m\upsilon^2 / 2$.  5. 0.

1.111. Пуля массой $m$, летящая со скоростью $\upsilon$ относительно земли, попадает в платформу с песком массой $M >> m$, движущуюся со скоростью $u$ в том же направлении, и застревает в песке. Какова потеря механической энергии при таком столкновении пули и платформы?

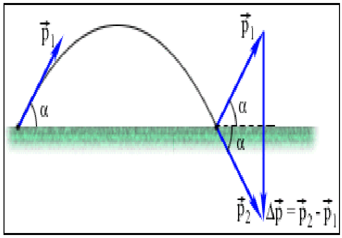
1. $m\upsilon^2 / 2$.  2. $mu^2 / 2$.  3. $m(\upsilon - u)^2 / 2$.  4. $m(\upsilon^2 - u^2) / 2$.

1.112. Шар массой $m$, движущийся со скоростью $\upsilon$, сталкивается с неподвижным шаром той же массы. Чему равен угол между скоростями шаров после нецентрального упругого столкновения?

1. Угол может быть любым. 2. 30°. 3. 45°. 4. 60°. 5. 90°.

### Задачи с решениями

**1.21. Тело массой $m = 2$ кг бросили под углом $\alpha = 30°$ к горизонту со скоростью $\upsilon_0 = 10$ м/с. Найдите изменение импульса тела за время полета. Сопротивление воздуха не учитывать.**




**Решение**

***Первый способ.***

Изменение импульса тела равно $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$. Вектор $\Delta\vec{p}$ направлен вертикально вниз. При полете тела на него действует только сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, поэтому горизонтальная составляющая импульса тела не изменяется. Модуль $\Delta p$ равен: $\Delta p = p_2 \sin\alpha + p_1 \sin\alpha = 2m\upsilon_0 \sin\alpha = 20$ кг·м/с.

***Второй способ.***

Из второго закона Ньютона следует, что $\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$, где $\vec{F} = m\vec{g}$, $\Delta t$ – время полета тела $\Delta t = \dfrac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g}$. Модуль изменения импульса равен $\Delta p = mg\dfrac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g} = 2m\upsilon_0 \sin\alpha = 20$ кг·м/с.

**1.22. Во время аварии автомобиль, двигавшийся со скоростью $\upsilon = 36$ км/ч, врезался в лоб в стену здания. Предполагая, что время удара $\Delta t = 0{,}1$ с, определите среднюю силу $F_{ср}$, с которой ремни безопасности удерживали пассажира, масса которого $m = 70$ кг.**

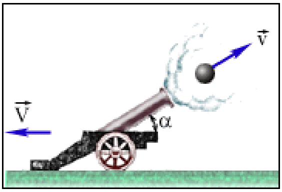
**Решение**

За время удара скорость пассажира изменилась от $\upsilon = 36$ км/ч $= 10$ м/с до нуля. Следовательно, его импульс изменился на величину $\Delta p = m(\upsilon_2 - \upsilon_1) = -m\upsilon$. Средняя сила, действовавшая на пассажира, находится из второго закона Ньютона: $\Delta p = F_{ср} \cdot \Delta t$. Отсюда $F_{ср} = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = -\dfrac{m\upsilon}{\Delta t} = -7 \cdot 10^3$ Н.

Знак «минус» указывает на то, что сила была направлена в сторону, противоположную скорости автомобиля. Результат показывает, что во время лобового столкновения со стенкой автомобиля, двигавшегося с умеренной скоростью, на пассажира действует огромная сила, приблизительно в 10 раз превышающая по модулю его собственный вес.

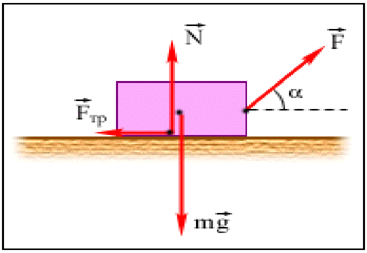
**1.23. Орудие, не имеющее противооткатного устройства, стреляет снарядом под углом α = 60° к горизонту. Масса снаряда *m* = 10 кг, его начальная скорость υ = 500 м/с. Определите скорость *V* орудия после выстрела, если его масса *M* = 1000 кг.**

**Решение**




В момент выстрела сумма внешних сил, действующих на орудие, не равна нулю; поэтому импульс системы тел «орудие + снаряд» не сохраняется. До выстрела он был равен нулю, а после него – векторной сумме $m\vec{\upsilon} + M\vec{V}$. Однако в горизонтальном направлении внешние силы не действуют, поэтому в проекциях на горизонтальную ось закон сохранения импульса выполняется $m\upsilon \cos \alpha - MV = 0$. Отсюда $V = \dfrac{m\upsilon\cos\alpha}{M} = 2{,}5$ м/с.

**1.24. К лежащему на горизонтальной поверхности бруску массой *m* = 10 кг приложили силу $\vec{F}$, направленную под углом α = 60° к горизонту, и равномерно переместили брусок на расстояние *s* = 4 м. Определите модуль этой силы и совершенную работу, если коэффициент трения между бруском и поверхностью равен μ = 0,5.**




**Решение**

Силы, действующие на брусок, указаны на рис. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси:

$$F\cos\alpha - F_{тр} = 0;$$

$$F\sin\alpha + N - mg = 0.$$

Принимая во внимание, что $F_{тр} = \mu N$, получим: $F = \dfrac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = 38{,}7$ Н. Работа силы по определению есть $A = Fs\cos\alpha = 77{,}4$ Дж.

**1.25. Скатываясь под уклон с углом наклона $\alpha = 6°$, автомобиль массой $m = 1000$ кг разгоняется при выключенной передаче до максимальной скорости $\upsilon = 72$ км/ч, после чего движение становится равномерным. Какую полезную мощность развивает двигатель автомобиля при подъеме с такой же скоростью по той же дороге вверх?**

**Решение**

При равномерном спуске сила сопротивления равна по модулю проекции силы тяжести на наклонную плоскость: $F_{сопр} = mg\sin\alpha$. При равномерном подъеме с той же скоростью сила сопротивления остается неизменной по модулю, но изменяет направление на противоположное. Поэтому сила тяги двигателя при равномерном подъеме равна $F_т = 2mg\sin\alpha$. Полезная мощность двигателя равна работе силы $F_т$ за 1 с: $A = 2mg\upsilon\sin\alpha = 40$ кВт.

Следует иметь в виду, что для малых углов, меньших 10–15°, при вычислении $\sin\alpha$ можно использовать приближенную формулу $\sin\alpha \approx \alpha$ (в радианной мере). В данной задаче $\sin\alpha \approx \alpha = \dfrac{2\pi}{360^\circ}6^\circ \approx 0{,}1$.

**1.26. Груз массой $m = 5$ кг поднимают на высоту $h = 3$ м, прикладывая постоянную силу $F = 100$ Н. Чему равна работа этой силы? Найдите изменения потенциальной и кинетической энергии груза в конце подъема. Начальная скорость груза равна нулю.**

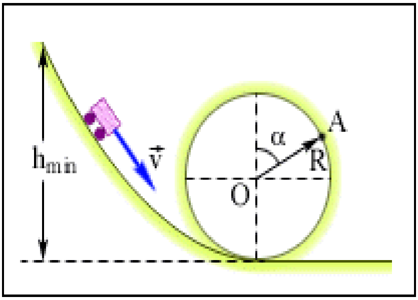
**Решение**

Так как перемещение груза происходило по направлению действия силы, работа $A$ равна произведению модуля силы $F$ на перемещение $h$: $A = F \cdot h = 300$ Дж. Изменение потенциальной энергии $\Delta E_p$ равно: $\Delta E_p = mgh = 147$ Дж. Поскольку начальная скорость груза была равна нулю, изменение кинетической энергии $\Delta E_k$ равно кинетической энергии $E_k$ в конце подъема. Для определения $E_k$ нужно найти скорость груза в конце подъема. Груз двигался равноускоренно с ускорением $a = \dfrac{F - mg}{m}$. Из кинематической формулы находим время $t$ подъема на высоту $h$: $t = \sqrt{\dfrac{2h}{a}}$. Скорость $\upsilon$ в конце подъема равна: $\upsilon = at = \sqrt{2ah}$.

Следовательно, $\Delta E_\text{k} = E_\text{k} = \dfrac{m\upsilon^2}{2} = mah = h\left(F - mg\right) = 153$ Дж. Работа внешней силы равна изменению суммы потенциальной и кинетической энергий $A = \Delta E_\text{p} + \Delta E_\text{k}$.

**1.27. Небольшая тележка массой $m = 1$ кг описывает в вертикальной плоскости «мертвую петлю», скатываясь с наименьшей необходимой для этого высоты. Определите, с какой силой $F$ тележка давит на рельсы в точке $A$ петли, радиус которой составляет угол $\alpha = 60°$ с вертикалью. Трение не учитывать.**

**Решение**




При скатывании тележки с минимальной высоты ее давление на рельсы в верхней точке петли равно нулю. Следовательно, в этой точке центростремительное ускорение сообщает тележке только сила тяжести: $\dfrac{m\upsilon_0^2}{R} = mg$. Здесь $R$ – радиус петли, $\upsilon_0$ – скорость тележки в верхней точке петли. Запишем закон сохранения механической энергии: $mgh_\text{min} = \dfrac{m\upsilon_0^2}{2} + 2mgR$. Из этих соотношений следует: $h_\text{min} = \dfrac{5}{2}R$.

В точке $A$ на тележку действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и упругая сила реакции рельс $\vec{N}$, направленная к центру петли $O$. Центростремительное ускорение тележки определяется проекцией этих сил на направление радиуса:

$$mg\cos\alpha + N = \frac{m\upsilon^2}{R}.$$

Скорость $\upsilon$ тележки в точке $A$ можно найти из закона сохранения механической энергии:

$$mgh_{\min} = mg\frac{5}{2}R = \frac{m\upsilon^2}{R} + mgR\left(1+\cos\alpha\right).$$

Исключая из двух последних уравнений скорость $\upsilon$, найдем: $N = 3mg(1 - \cos\alpha)$.

Сила $\vec{N}$ действует на тележку в направлении центра петли. С такой же по модулю силой $\vec{F}$, но направленной в противоположную сторону, давит тележка на рельсы. Подставляя числовые значения, получим $F = 14{,}7$ Н.

**1.28. В детском пистолете шарик кладут на пружинку, укрепленную внутри ствола. Пружинку сжимают на длину $x$ = 5 см, а затем выстреливают шарик вертикально вверх. Шарик взлетает на высоту $h$ = 0,5 м. Пренебрегая трением и сопротивлением воздуха, определите, какое максимальное ускорение испытывал шарик.**

**Решение**

В начальном состоянии энергия, запасенная в системе, равна потенциальной энергии сжатой пружинки. При выстреле шарик поднимается на высоту $h + x$ относительно первоначального положения в стволе. В процессе движения на шарик действуют только консервативные силы: сила тяжести и упругая сила пружинки. Поэтому можно воспользоваться законом сохранения механической энергии:

$$mg\left(h + x\right) = \frac{kx^2}{2},$$

где $k$ – жесткость пружинки. Максимальное ускорение шарик испытывает в момент начала разгона шарика в стволе пистолета

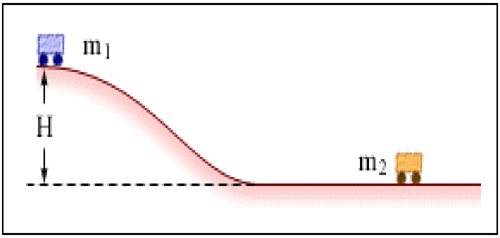
$$a_{\max} = \frac{kx - mg}{m}.$$

Исключая из этих уравнений величину $k$, найдем:

$$a_{\max} = \left(2\frac{h}{x} + 1\right) = 21g.$$

Такое большое ускорение человек бы не смог выдержать.

**1.29. На сортировочной железнодорожной станции вагон массой $m_1 = 80$ т скатывается без начальной скорости с горки высотой $H = 1$ м и сталкивается с другим вагоном массой $m_2 = 120$ т, стоящим на горизонтальном участке пути. Пренебрегая трением, определите скорость $u$ вагонов после срабатывания автосцепки. Чему равно количество теплоты $Q$, выделившееся при столкновении вагонов?**




**Решение**

После срабатывания автосцепки вагоны движутся с одной скоростью как единое целое. Такое столкновение называется абсолютно неупругим. Скорость $\upsilon$ первого вагона до столкновения равна $\upsilon = \sqrt{2gH}$. Скорость $u$ вагонов после срабатывания автосцепки найдется из закона сохранения количества движения:

$$m_1\upsilon = (m_1 + m_2)u, \quad u = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\upsilon.$$

Количество теплоты $Q$, выделившееся при столкновении, равно разности кинетических энергий вагонов до и после столкновения:

$$Q = \frac{m_1\upsilon^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} = m_1 gH\frac{m_2}{m_1 + m_2} = 480 \text{ кДж}.$$

Выделившееся при сцепке вагонов количество теплоты составляет 60 % от первоначальной потенциальной энергии $m_1 gH$ первого вагона.

# Статика

## Условия равновесия тел

***Статикой*** называется раздел механики, изучающий ***условия равновесия тел***.

Из второго закона Ньютона следует, что если геометрическая сумма всех внешних сил, приложенных к телу, равна нулю, то тело находится в состоянии покоя или совершает равномерное прямолинейное движение. В этом случае принято говорить, что силы, приложенные к телу, **уравновешивают** друг друга. При вычислении **равнодействующей** все силы, действующие на тело, можно прикладывать к **центру масс**.

Положение $x_C$, $y_C$ центра масс для простого случая системы из двух частиц с массами $m_1$ и $m_2$, расположенными в плоскости $XY$ в точках с координатами $x_1$, $y_1$ и $x_2$, $y_2$ (рис. 1.26), определяется выражениями:

$$x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}; \quad y_C = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}.$$

В векторной форме это соотношение принимает вид:

$$\vec{r}_C = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}.$$

Аналогично, для системы из многих частиц радиус-вектор $\vec{r}_C$ центра масс определяется выражением

$$\vec{r}_C = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}.$$

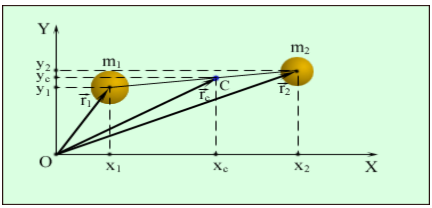



*Рис. 1.26.* Центр масс С системы из двух частиц

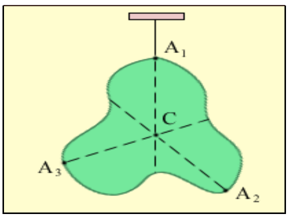



*Рис. 1.27.* Определение положения центра масс С тела сложной формы. A1, A2, A3 точки подвеса

**Центром тяжести** тела называют точку приложения равнодействующей сил тяжести, действующих на каждую часть тела. **Равнодействующая сил тяжести в однородном поле тяготения приложена к центру масс тела.** Т.е. в **однородном** поле тяготения центр масс совпадает с **центром тяжести**. Поэтому положение центра масс тела сложной формы можно практически определить путем последовательного подвешивания его за несколько точек и отмечая по отвесу вертикальные линии (рис. 1.27).

**Чтобы не вращающееся тело находилось в равновесии, необходимо, чтобы равнодействующая всех сил, приложенных к телу, была равна нулю**.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots = 0 .$$

Если тело может **вращаться** относительно некоторой оси, то для его равновесия **недостаточно равенства нулю равнодействующей всех сил**.

Вращающее действие силы зависит не только от ее величины, но и от расстояния между линией действия силы и осью вращения.

Длина перпендикуляра, проведенного от оси вращения до линии действия силы, называется **плечом силы**.

Произведение модуля силы $\vec{F}$ на плечо $d$ называется ***моментом силы*** $M$. Положительными считаются моменты тех сил, которые стремятся повернуть тело против часовой стрелки (рис. 1.28).

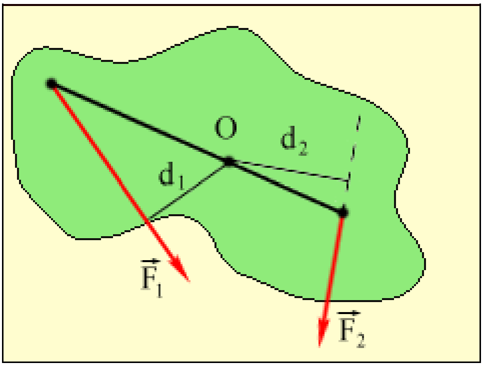



*Рис. 1.28*. Силы, действующие на рычаг, и их моменты.
$M_1 = F_1 \cdot d_1 > 0$; $M_2 = -F_2 \cdot d_2 < 0$. При равновесии $M_1 + M_2 = 0$

***Правило моментов*: тело, имеющее неподвижную ось вращения, находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов всех приложенных к телу сил относительно этой оси равна нулю**:

$$M_1 + M_2 + ... = 0.$$

В Международной системе единиц (СИ) моменты сил измеряются в **ньютон-метрах (Н·м)**.

В общем случае, когда тело может двигаться поступательно и вращаться, для равновесия необходимо выполнение обоих условий: равенство нулю равнодействующей силы и равенство нулю суммы всех моментов.

## Гидростатика

Основным отличием жидкостей от твердых (упругих) тел является способность легко изменять свою форму. Части жидкости могут свободно сдвигаться, скользя друг относительно друга. Поэтому жидкость принимает форму сосуда, в который она налита. В жидкость, как и в газообразную среду, можно погружать твердые тела. В отличие от газов жидкости практически не сжимаемы.

На тело, погруженное в жидкость или газ, действуют силы, распределенные по поверхности тела. Для описания таких распределенных сил вводится новая физическая величина – ***давление***.

Давление определяется как отношение модуля силы $\vec{F}$, действующей перпендикулярно поверхности, к площади $S$ этой поверхности:

$$p = \frac{F}{S}.$$

В системе СИ давление измеряется в **паскалях (Па)**:

$$1\ \text{Па} = 1\ \text{Н/м}^2.$$

Часто используются внесистемные единицы: **нормальная атмосфера (атм)** и **миллиметр ртутного столба (мм Hg)**:

$$1\ \text{атм} = 101325\ \text{Па} = 760\ \text{мм Hg}.$$

Французский ученый Б. Паскаль в середине XVII века эмпирически установил закон, названный ***законом Паскаля***:

**Давление в жидкости или газе передается во всех направлениях одинаково и не зависит от ориентации площадки, на которую оно действует** (рис. 1.29).

Давление жидкости на дно или боковые стенки сосуда зависит от высоты столба жидкости. Сила давления на дно цилиндрического сосуда высоты $h$ и площади основания $S$ равна весу столба жидкости $mg$, где $m = \rho ghS$ – масса жидкости в сосуде, ρ – плотность жидкости. Следовательно $p = \dfrac{\rho hSg}{S} = \rho gh$ .

Такое же давление на глубине $h$ в соответствии с законом Паскаля жидкость оказывает и на боковые стенки сосуда. Давление столба жидкости $\rho gh$ называют ***гидростатическим давлением***.

Если жидкость находится в цилиндре под поршнем (рис. 1.30), то, действуя на поршень некоторой внешней силой $\vec{F}$ , можно создавать в жидкости дополнительное давление $p_0 = F / S$, где $S$ – площадь поршня. Таким образом, полное давление в жидкости на глубине $h$ можно записать в виде:

$$p = p_0 + \rho gh.$$

Если на рис. 1.30 поршень убрать, то давление на поверхность жидкости будет равно атмосферному давлению: $p_0 = p_{\text{атм}}$.

Из выражения для полного давления в жидкости $p = p_0 + \rho gh$ вытекает, что в **сообщающихся сосудах** любой формы, заполненных однородной жидкостью, давления в любой точке на одном и том же уровне одинаковы (рис. 1.31).

Если оба вертикально расположенных цилиндра сообщающихся сосудов закрыть поршнями, то с помощью внешних сил, приложенных к поршням, в жидкости можно создать большое давление р, во много раз превышающее гидростатическое давление $\rho gh$ в любой точке системы. Тогда можно считать, что во всей системе устанавливается одинаковое давление р.

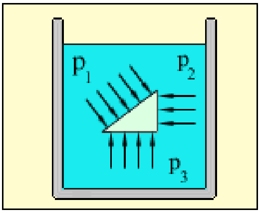



*Рис. 1.29.* Закон Паскаля: $p_1 = p_2 = p_3 = p$

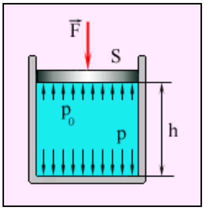



*Рис. 1.30.* Зависимость давления от высоты столба жидкости

Если поршни имеют разные площади $S_1$ и $S_2$, то на них со стороны жидкости действуют разные силы $F_1 = pS_1$ и $F_2 = pS_2$. Такие же по модулю, но противоположно направленные внешние силы должны быть приложены к поршням для удержания системы в равновесии.

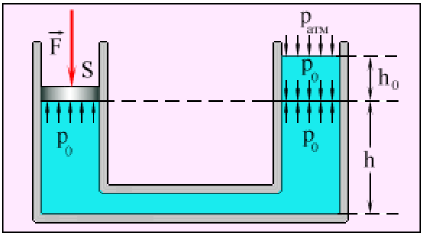



*Рис. 1.31.* Пример сообщающихся сосудов. В правом сосуде поверхность жидкости свободна. На уровне h давление в обоих сосудах одинаково и равно $p_0 = F / S = \rho g h_0 + p_{атм}$. Давление на дно сосудов $p = p_0 + \rho g h$

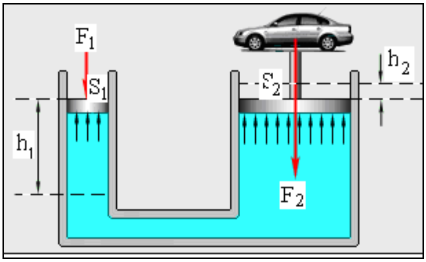



*Рис. 1.32.* Гидравлическая машина $p = \dfrac{F_1}{S_1} = \dfrac{F_2}{S_2}$

Таким образом,

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \text{ или } F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}.$$

Если $S_2 >> S_1$, то $F_2 >> F_1$. Устройства такого рода называют ***гидравлическими машинами*** (рис. 1.32).

Из-за разности давлений в жидкости на разных уровнях возникает ***выталкивающая*** или **архимедова** сила $\vec{F}_A$

Рисунок 1.33 поясняет появление архимедовой силы. В жидкость погружено тело в виде прямоугольного параллелепипеда высотой $h$ и площадью основания $S$. Разность давлений на нижнюю и верхнюю грани есть:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho g h.$$

Поэтому выталкивающая сила $\vec{F}_A$ будет направлена вверх, и ее модуль равен

$$F_A = F_2 - F_1 = S\Delta p = \rho g S h = \rho g V,$$

где $V$ – объем вытесненной телом жидкости, а $\rho V$ – ее масса.

**Архимедова сила, действующая на погруженное в жидкость (или газ) тело, равна весу жидкости (или газа), вытесненной телом.** Это утверждение, называемое ***законом Архимеда***, справедливо для тел любой формы.

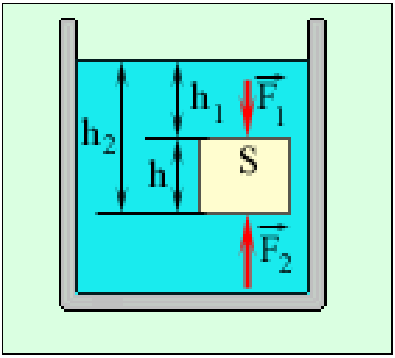
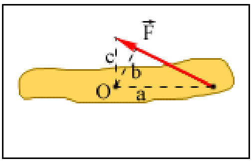



*Рис. 1.33.* Архимедова сила. $F_A = F_2 - F_1 = S(p_2 - p_1) = \rho g S h$, $F_1 = p_1 S$, $F_2 = p_2 S$

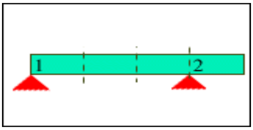
## Тестовые задания для самостоятельного решения

1.113. На тело, имеющее ось вращения, действует сила $\vec{F}$, направленная так, как показано на рисунке. Модуль момента этой силы относительно оси вращения равен:



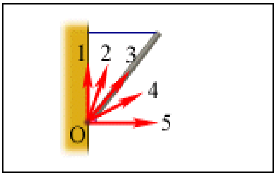

1. $Fa$. 2. $Fb$. 3. $Fc$. 4. $F/b$. 5. $F/a$.

1.114. Однородный твердый стержень массой 60 кг лежит на двух опорах 1 и 2. Модули сил реакции опор 1 и 2 равны:

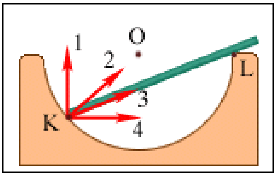



1. 300 Н, 300 Н.
2. 200 Н, 400 Н.
3. 400 Н, 200 Н.
4. 150 Н, 450 Н.
5. 100 Н, 500 Н.

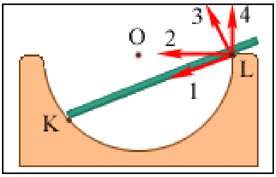
1.115. На рис. изображен стержень, нижний конец которого находится в шарнире *O*, а верхний конец удерживается нитью. Какой из векторов показывает направление силы, действующей на стержень со стороны шарнира?



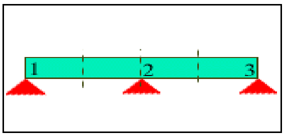

1.116. Твердый стержень опирается одним концом в точке *K* о гладкую вогнутую сферическую поверхность с центром в точке *O*, а в точке *L* – на ее гладкий край. Какой вектор указывает направление силы реакции опоры в точке *K*?




1.117. Твердый стержень опирается одним концом в точке *K* о гладкую вогнутую сферическую поверхность с центром в точке *O*, а в точке *L* – на ее гладкий край. Какой вектор указывает направление силы реакции опоры в точке *L*?

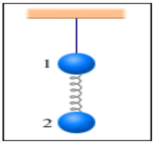



1.118. Однородный твердый стержень массой 60 кг лежит на трех опорах 1, 2 и 3. Модули сил реакции опор 1, 2 и 3 равны:




1. 200 Н, 200 Н, 200 Н.
2. 300 Н, 0 Н, 300 Н.
3. 150 Н, 300 Н, 150 Н.
4. 0, 600 Н, 0.
5. Задача статически неопределенна.

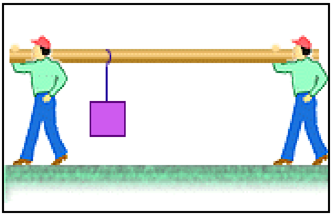
1.119. Два одинаковых шара 1 и 2, соединенные пружиной, подвешены на нити и находятся в равновесии. Нить пережигают. Ускорения шаров сразу же после пережигания нити равны:




1. $g$, $g$. 2. 0, $2g$. 3. $2g$, 0. 4. $2g$, $g$. 5. $g$, $2g$.

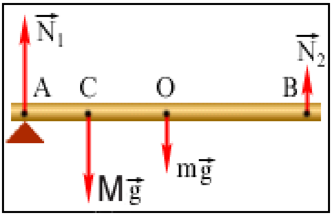
### Задачи с решениями

**1.30. Два человека одинакового роста держат за концы в горизонтальном положении трубу длиной $l = 2$ м и массой $m = 10$ кг. На расстоянии $d = 0{,}5$ м от первого человека к трубе подвешен груз массой $M = 100$ кг. Определите силы, с которыми труба давит на плечи первого и второго человека.**



**Решение**

На трубу действуют четыре силы $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$, $m\vec{g}$ и $M\vec{g}$, направленные по вертикали. Условие равновесия трубы сводится к равенству нулю равнодействующей силы $N_1 + N_2 - mg - Mg$ и равенству нулю моментов всех действующих на трубу сил относительно любой неподвижной оси. Выберем для записи уравнения моментов сил ось, проходящую через точку $A$. Тогда уравнение моментов записывается в виде: $Mg|AC| + mg|AO| - N_2|AB| = 0$. Из этих уравнений найдем:




$$N_2 = \frac{Mgd + mgl/2}{l} = g\left(M\frac{d}{l} + \frac{m}{2}\right),$$

$$N_1 = (m + M)g - N_2.$$

Числовой расчет дает: $N_2 = 300$ Н, $N_1 = 800$ Н.

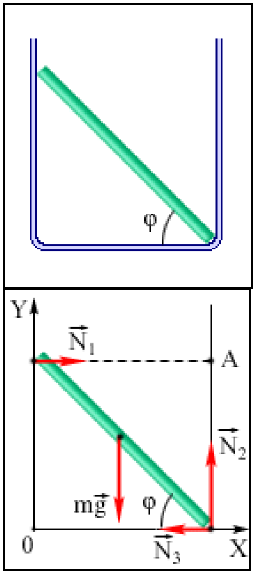
Для проверки полученного ответа можно записать уравнение моментов сил относительно другой оси, проходящей, например, через точку $B$. Тогда: $N_1|AB| - |Mg|CB - |mg|OB| = 0$.

$$N_1 = \frac{mg(l-d) + mgl/2}{l} = g\left[M\left(1 - \frac{d}{l}\right) + \frac{m}{2}\right] = 800 \text{ Н}.$$

В соответствии с третьим законом Ньютона труба давит на плечи с силами $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, равными по модулю, но направленными противоположно силам $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$.

Следовательно, $F_1 = 800$ Н, $F_2 = 300$ Н.

**1.31. В гладком цилиндрическом стакане находится тонкий стержень массой *m* = 0,1 кг. Определите силы реакции опор, если угол между стержнем и дном стакана равен φ = 45°.**




**Решение**

На стержень со стороны стакана действуют три неизвестные силы $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ и $\vec{N}_3$. Для определения этих сил нужно записать условие равновесия стержня. Равенство нулю равнодействующей силы в проекциях на оси *X* и *Y* записывается в виде:

$$N_1 - N_3 = 0,$$
$$N_2 - mg = 0.$$

Для записи условия равенства нулю суммарного момента сил удобно выбрать ось, проходящую через точку *A*, так как относительно этой оси моменты сил $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$ равны нулю. Это облегчает решение задачи.

$$N_3 l \sin\varphi - mg\frac{l}{2}\cos\varphi = 0,$$

где $l$ – длина стержня.

Из этих уравнений получим:

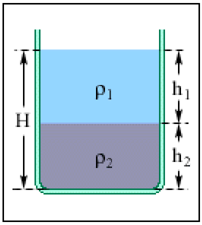
$$N_1 = N_3 = \frac{l}{2} mg \operatorname{ctg}\varphi = 0{,}5 \text{ Н}, \quad N_2 = mg = 1 \text{ Н}.$$

**1.32. В цилиндрический сосуд налиты равные по массе несмешивающиеся жидкости с разными плотностями $\rho_1 = 1000$ кг/м$^3$ и $\rho_2 = 1200$ кг/м$^3$. Общая высота столба жидкости в сосуде *H* = 2,2 м. Определите гидростатическое давление жидкости на дно сосуда.**

**Решение**

Из условия равенства масс жидкостей $m_1 = m_2$ следует:

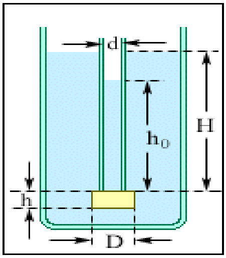
$Sh_1\rho_1 = Sh_2\rho_2$ или $h_1\rho_2 = h_2\rho_2$, где $S$ – площадь дна сосуда, $h_1$ и $h_2$ – высоты столбов жидкостей. Принимая во внимание, что $h_1 + h_2 = H$, найдем: $h_2 = \dfrac{H}{1+\rho_2/\rho_1}$.




Давление $p$ на дно сосуда равно

$p = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) = 2g\rho_2 h_2$. Подставляя в эту формулу выражение для $h_2$, получим: $p = \dfrac{2g\rho_1\rho_2 H}{\rho_1+\rho_2} = 2{,}4\cdot 10^4$ Па..

**1.33. В бак с водой на глубину $H = 1$ м опущена длинная трубка диаметром $d = 10$ см, к которой снизу плотно прилегает цилиндрический диск толщиной $h = 10$ см и диаметром $D = 20$ см. Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м$^3$, плотность материала диска $\rho = 2000$ кг/м$^3$. Определите, какой столб $h_0$ воды нужно налить в трубку, чтобы диск оторвался от трубки.**




**Решение**

Диск оторвется от трубки, когда сила $\vec{F}_1$ давления воды снизу на основание диска уравновесится силой тяжести $m\vec{g}$, силой $\vec{F}_2$ давления воды на выступающую за пределы трубки площадь верхней поверхности диска и силой $\vec{F}_3$ гидростатического давления столба воды в трубке:

$$\frac{1}{4}\pi D^2\rho_в g\left(H+h\right) = \frac{1}{4}\pi D^2\rho g h + \frac{1}{4}\pi\left(D^2-d^2\right)\rho_в g H + \frac{1}{4}\pi d^2\rho_в g h_0.$$

Следует отметить, что атмосферное давление передается одинаково на верхнюю и нижнюю поверхности диска. Из этого соотношения следует: $h_0 = H - \left(\dfrac{D}{d}\right)^2 h\dfrac{\rho-\rho_в}{\rho_в} = 0{,}8$ м.

# ГЛАВА 2. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

## Основные положения молекулярно-кинетической теории

***Молекулярно-кинетической теорией*** называют учение о строении и свойствах вещества на основе представления о существовании атомов и молекул как наименьших частиц химического вещества.

В основе молекулярно-кинетической теории лежат три основных положения:

Все вещества – жидкие, твердые и газообразные – образованы из мельчайших частиц – молекул, которые сами состоят из атомов (элементарных молекул). Молекулы химического вещества могут быть простыми и сложными и состоять из одного или нескольких атомов. Молекулы и атомы представляют собой электрически нейтральные частицы. При определенных условиях молекулы и атомы могут приобретать дополнительный электрический заряд и превращаться в положительные или отрицательные ионы.

Атомы и молекулы находятся в непрерывном хаотическом движении.

Частицы взаимодействуют друг с другом силами, имеющими электрическую природу. Гравитационное взаимодействие между частицами пренебрежимо мало.

В молекулярно-кинетической теории ***количество вещества*** принято считать пропорциональным числу частиц. Единица количества вещества называется **молем** (моль).

**Моль – это количество вещества, содержащее столько же частиц (молекул), сколько содержится атомов в 0,012 кг углерода $^{12}$C.** Молекула углерода состоит из одного атома.

Таким образом, в одном моле любого вещества содержится одно и то же число частиц (молекул). Это число называется ***постоянной Авогадро*** $N_A$: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Количество вещества $\nu$ определяется как отношение числа $N$ частиц (молекул) вещества к постоянной Авогадро $N_A$:

$$\nu = \frac{N}{N_A}.$$

Массу одного моля вещества принято называть ***молярной массой*** $M$. Молярная масса равна произведению массы $m_0$ одной молекулы данного вещества на постоянную Авогадро: $M = N_A \cdot m_0$.

Молярная масса выражается в **килограммах на моль** (кг/моль). Для веществ, молекулы которых состоят из одного атома, часто используется термин **атомная масса**.

За единицу массы атомов и молекул принимается 1/12 массы атома изотопа углерода $^{12}C$ (с массовым числом 12). Она называется ***атомной единицей массы*** (а. е. м.): 1 а. е. м. = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг.

Отношение массы атома или молекулы данного вещества к 1/12 массы атома углерода $^{12}C$ называется ***относительной массой***.

### Идеальный газ. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа

Простейшей моделью молекулярно-кинетической теории является модель ***идеального газа***. В кинетической модели идеального газа молекулы рассматриваются как идеально упругие шарики, взаимодействующие между собой и со стенками только во время упругих столкновений. Суммарный объем всех молекул предполагается малым по сравнению с объемом сосуда, в котором находится газ.

Используя модель идеального газа, можно вычислить ***давление газа на стенку сосуда:***.

$$p = \overline{p} = \frac{1}{3} n m_0 \overline{\upsilon^2} = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \overline{\upsilon^2}}{2} = \frac{2}{3} n \overline{E_k}.$$

Это уравнение устанавливает связь между давлением $p$ идеального газа, массой молекулы $m_0$, концентрацией молекул $n$, средним значением квадрата скорости $\overline{\upsilon^2}$ и средней кинетической энергией $\overline{E_k}$ поступательного движения молекул. Его называют ***основным уравнением*** молекулярно-кинетической теории газов.

Таким образом, **давление газа равно двум третям средней кинетической энергии поступательного движения молекул, содержащихся в единице объема**.

Возникают вопросы: каким образом можно на опыте изменять среднюю кинетическую энергию движения молекул в сосуде неизменного объема? Какую физическую величину нужно изменить, чтобы изменилась средняя кинетическая энергия $\overline{E_k}$ ? Такой величиной в физике является ***температура***.

Понятие температуры тесно связано с понятием **теплового равновесия**. Тела, находящиеся в контакте друг с другом, могут обмениваться энергией. Энергия, передаваемая одним телом другому при тепловом контакте, называется **количеством теплоты**.

***Тепловое равновесие*** – это такое состояние системы тел, находящихся в тепловом контакте, при котором не происходит теплопередачи от одного тела к другому, и все макроскопические параметры тел остаются неизменными. Температура – это физический параметр, одинаковый для всех тел, находящихся в тепловом равновесии.

В системе СИ принято температуру измерять по шкале Кельвина. В этой шкале единица измерения температуры такая же, как и в шкале Цельсия, но нулевая точка сдвинута: $T_К = T_С + 273{,}15$. Эта единица называется **кельвином** и обозначается буквой *K*.

Опыт показывает, что при неизменном объеме *V* давление газа изменяется прямо пропорционально отношению количества вещества ν в данном сосуде к объему *V* сосуда и температуре *T*. Поскольку

$$\frac{\nu}{V} = \frac{N}{N_А V} = \frac{n}{N_А},$$

где $N$ – число молекул в сосуде, $N_А$ – постоянная Авогадро, $n = N / V$ – концентрация молекул (т. е. число молекул в единице объема сосуда). Тогда можно записать:

$$p = nkT,$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – некоторая универсальная для всех газов постоянная величина. Ее называют ***постоянной Больцмана***.

Сравнивая соотношения $p = nkT$ с основным уравнением молекулярно-кинетической теории газов, можно получить:

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2}kT .$$

***Средняя кинетическая энергия*** **хаотического движения молекул газа прямо пропорциональна абсолютной температуре.**

Таким образом, **температура есть мера средней кинетической энергии поступательного движения молекул**.

**Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона-Менделеева)**

Соотношение $p = nkT$ может быть записано в другой форме, устанавливающей связь между макроскопическими параметрами газа – объемом $V$, давлением $p$, температурой $T$ и количеством вещества ν. Для этого нужно использовать равенства

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\nu N_A}{V} = \frac{m}{M}\frac{N_A}{V}.$$

Здесь $N$ – число молекул в сосуде, $N_A$ – постоянная Авогадро, $m$ – масса газа в сосуде, $M$ – молярная масса газа. В итоге получим:

$$PV = \nu N_A kT = \frac{m}{M} N_A kT.$$

Произведение постоянной Авогадро $N_A$ на постоянную Больцмана $k$ называется ***универсальной газовой постоянной*** и обозначается буквой $R$. Ее численное значение в СИ есть: $R$ = 8,31 Дж/моль·К. Соотношение

$$PV = \nu RT = \frac{m}{M} RT \qquad (*)$$

называется ***уравнением состояния идеального газа***.

Для одного моля любого газа это соотношение принимает вид: $pV=RT$.

Если температура газа равна $T_н$ = 273,15 К (0 °С), а давление $p_н$ = 1 атм = $1{,}013\cdot10^5$ Па, то говорят, что газ находится ***при нормальных условиях***. Как следует из уравнения состояния идеального газа, один моль любого газа при нормальных условиях занимает один и тот же объем $V_0$, равный $V_0$ = 0,0224 м$^3$/моль = 22,4 дм$^3$/моль.

Это утверждение называется ***законом Авогадро***.

Для смеси не взаимодействующих газов уравнение состояния принимает вид $pV = (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ...)RT$, где $\nu_1$, $\nu_2$, $\nu_3$ и т. д. – количество вещества каждого из газов в смеси.

Газ может участвовать в различных тепловых процессах, при которых могут изменяться все параметры, описывающие его состояние ($p$, $V$ и $T$).

Интерес представляют процессы, в которых один из параметров ($p$, $V$ или $T$) остается неизменным. Такие процессы называются **изопроцессами**.

***Изотермический процесс (T = const)***

***Изотермическим процессом*** называют квазистатический процесс, протекающий при постоянной температуре $T$. Из уравнения (*) состояния идеального газа следует, что при постоянной температуре $T$ и неизменном количестве вещества $\nu$ в сосуде произведение давления $p$ газа на его объем $V$ должно оставаться постоянным: $pV = \text{const}$.

На плоскости ($p$, $V$) изотермические процессы изображаются при различных значениях температуры $T$ семейством гипербол $p \sim 1 / V$, которые называются **изотермами** (рис. 2.1). Уравнение изотермического процесса называют **законом Бойля–Мариотта**.

***Изохорный процесс (V = const)***

***Изохорный процесс*** – это процесс квазистатического нагревания или охлаждения газа при постоянном объеме $V$ и при условии, что количество вещества $\nu$ в сосуде остается неизменным.

Как следует из уравнения (*) состояния идеального газа, при этих условиях давление газа $p$ изменяется прямо пропорционально его абсолютной температуре: $p \sim T$ или $\frac{p}{T} = \text{const}$.

На плоскости ($p$, $T$) изохорные процессы для заданного количества вещества $\nu$ при различных значениях объема $V$ изображаются семейством прямых линий, которые называются **изохорами** (рис. 2.2). Уравнение изохорного процесса называется **законом Шарля**.

Уравнение изохорного процесса может быть записано в виде:

$$p = \frac{p_0}{T_0} T = p_0 \alpha T ,$$

где $p_0$ – давление газа при $T = T_0 = 273{,}15$ К (т. е. при температуре 0 °С). Коэффициент $\alpha$, равный (1/273,15) К$^{-1}$, называют **температурным коэффициентом давления**.

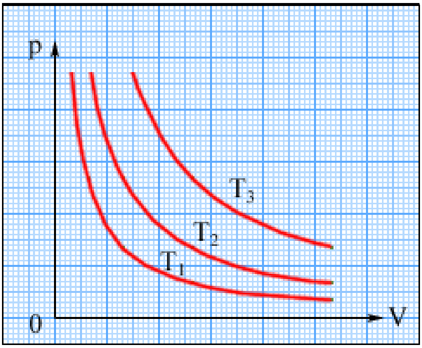



*Рис. 2.1.*- Семейство изотерм на плоскости (p, V). $T_3 > T_2 > T_1$

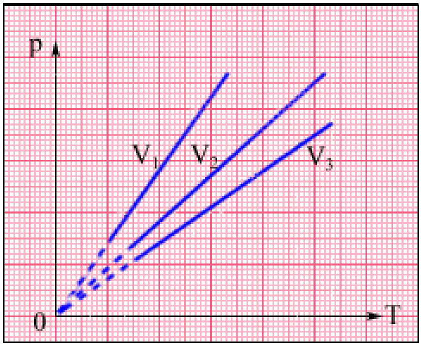



*Рис. 2.2.* Семейство изохор на плоскости (p, T). $V_3 > V_2 > V_1$

***Изобарный процесс (p = const)***

***Изобарным процессом*** называют квазистатический процесс, протекающий при неизменном давлении *p*.

Уравнение изобарного процесса для некоторого неизменного количества вещества ν имеет вид: $\dfrac{V}{T} = \text{const}$; $V = V_0 \alpha T$, где $V_0$ – объем газа при температуре 0 °C. Коэффициент α равен (1/273,15) $К^{-1}$. Его называют **температурным коэффициентом объемного расширения газов**.

На плоскости (*V*, *T*) изобарные процессы при разных значениях давления *p* изображаются семейством прямых линий (рис. 2.3), которые называются **изобарами**.

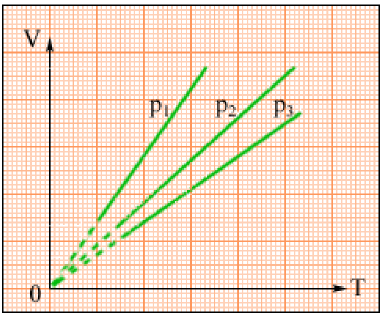



*Рис. 2.3.* Семейство изобар на плоскости (V, T). $p_3 > p_2 > p_1$

Уравнение изобарного процесса называют **законом Гей-Люссака**.

Когда в сосуде находится смесь химически не взаимодействующих газов, молекулы которых имеют разные массы, давление смеси газов на стенки сосуда будет складываться из **парциальных давлений** каждого газа:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots = (n_1 + n_2 + n_3 + \ldots)kT.$$

В этом соотношении $n_1$, $n_2$, $n_3$, … – концентрации молекул различных газов в смеси. Это соотношение выражает на языке молекулярно-кинетической теории экспериментально установленный в начале XIX столетия ***закон Дальтона***: **давление в смеси химически не взаимодействующих газов равно сумме их парциальных давлений**.

## Термодинамическая система. Внутренняя энергия. Количество теплоты. Работа в термодинамике

***Термодинамика*** – это наука о тепловых явлениях. Термодинамика рассматривает **изолированные** системы тел, находящиеся в состоянии ***термодинамического равновесия***. Это означает, что в таких системах **прекратились все наблюдаемые макроскопические процессы**. Важным свойством термодинамически равновесной системы является **выравнивание температуры всех ее частей**.

Если термодинамическая система была подвержена внешнему воздействию, то в конечном итоге она перейдет в другое равновесное состояние. Такой переход называется ***термодинамическим процессом***. Если процесс протекает достаточно медленно (в пределе бесконечно медленно), то система в каждый момент времени оказывается близкой к равновесному состоянию. Процессы, состоящие из последовательности равновесных состояний, называются ***квазистатическими***.

Одним из важнейших понятий термодинамики является ***внутренняя энергия*** тела. Молекулярно-кинетическая теория приводит к следующему выражению для внутренней энергии одного моля идеального одноатомного газа (гелий, неон и др.), молекулы которого совершают только поступательное движение:

$$U = \frac{3}{2} N_A kT = \frac{3}{2} RT .$$

Таким образом, **внутренняя энергия *U* тела однозначно определяется макроскопическими параметрами, характеризующими состояние тела**. Она не зависит от того, каким путем было реализовано данное состояние. Принято говорить, что внутренняя энергия является функцией состояния.

Внутренняя энергия тела может изменяться вследствие ***теплообмена***. При тепловом контакте тел внутренняя энергия одного из них может увеличиваться, а внутренняя энергия другого – уменьшаться. В этом случае говорят о тепловом потоке от одного тела к другому. ***Количеством теплоты*** $Q$, полученной телом, называют изменение внутренней энергии тела в результате теплообмена.

Передача энергии от одного тела другому в форме тепла может происходить только при наличии разности температур между ними.

**Тепловой поток всегда направлен от горячего тела к холодному**.

Количество теплоты $Q$ является энергетической величиной. В СИ количество теплоты измеряется в единицах механической работы – **джоулях** (Дж).

Если в результате теплообмена телу передается некоторое количество теплоты, то внутренняя энергия тела и его температура изменяются. Количество теплоты $Q$, необходимое для нагревания 1 кг вещества на 1 К, называют ***удельной теплоемкостью вещества*** $c$. $c = Q / (m\Delta T)$.

Во многих случаях удобно использовать ***молярную теплоемкость*** $C$: $C = M \cdot c$, где $M$ – молярная масса вещества.

Внутренняя энергия тела может изменяться не только в результате теплообмена, но и в том случае, если действующие на него внешние силы совершают работу (положительную или отрицательную). Например, если газ подвергается сжатию в цилиндре под поршнем, то внешние силы совершают над газом некоторую положительную работу $A'$. В то же время силы давления, действующие со стороны газа на поршень, совершают работу $A = -A'$. Если объем газа изменился на малую величину $\Delta V$, то газ совершает работу $pS\Delta x = p\Delta V$, где $p$ – давление газа, $S$ – площадь поршня, $\Delta x$ – его перемещение (рис. 2.4). При расширении работа, совершаемая газом, положительна, при сжатии – отрицательна. В общем случае при переходе из некоторого начального состояния (1) в конечное состояние (2) ***работа газа*** выражается формулой:

$$A = \sum_{i} p_i \Delta V_i \ .$$

Работа численно равна площади под графиком процесса на диаграмме ($p$, $V$). Величина работы зависит от того, каким путем совершался переход из начального состояния в конечное. На рис. 2.5 изображены три различных процесса, переводящих газ из состояния (1) в состояние (2). Во всех трех случаях газ совершает различную работу.

Процессы теплообмена и совершения работы сопровождаются изменением $\Delta U$ внутренней энергии системы.

### Закон сохранения энергии в тепловых процессах (первый закон термодинамики)

***Первый закон термодинамики*** является обобщением закона сохранения и превращения энергии для термодинамической системы. Он формулируется следующим образом:

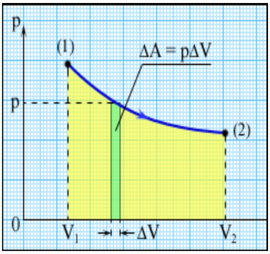



*Рис. 2.4.* Работа газа при расширении

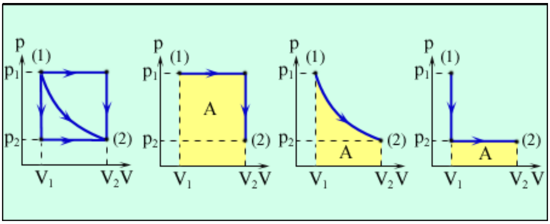



*Рис. 2.5.* Три различных пути перехода из состояния (1) в состояние (2). Во всех трех случаях газ совершает разную работу, равную площади под графиком процесса

**Изменение $\Delta U$ внутренней энергии неизолированной термодинамической системы равно разности между количеством теплоты $Q$, переданной системе, и работой $A$, совершенной системой над внешними телами.**

$$\Delta U = Q - A.$$

Соотношение, выражающее первый закон термодинамики, часто записывают в другой форме:

$$Q = \Delta U + A.$$

**Количество теплоты, полученное системой, идет на изменение ее внутренней энергии и совершение работы над внешними телами.**

Применим первый закон термодинамики к изопроцессам в газах.

В **изохорном процессе** ($V = \text{const}$) газ работы не совершает, $A = 0$. Следовательно,

$$Q = \Delta U = U(T_2) - U(T_1).$$

Здесь $U(T_1)$ и $U(T_2)$ – внутренние энергии газа в начальном и конечном состояниях.

В **изобарном процессе** ($p = \text{const}$) работа, совершаемая газом, выражается соотношением:

$$A = p(V_2 - V_1) = p\Delta V.$$

Первый закон термодинамики для изобарного процесса дает:

$$Q = U(T_2) - U(T_1) + p(V_2 - V_1) = \Delta U + p\Delta V.$$

В **изотермическом процессе** температура газа не изменяется, следовательно, не изменяется и внутренняя энергия газа, $\Delta U = 0$.

Первый закон термодинамики для изотермического процесса выражается соотношением

$$Q = A.$$

Количество теплоты $Q$, полученной газом в процессе изотермического расширения, превращается в работу над внешними телами.

Наряду с изохорным, изобарным и изотермическим процессами в термодинамике часто рассматриваются процессы, протекающие в отсутствие теплообмена с окружающими телами. Сосуды с теплонепроницаемыми стенками называются **адиабатическими оболочками**, а процессы расширения или сжатия газа в таких сосудах называются **адиабатическими**.

В **адиабатическом процессе** $Q = 0$; поэтому первый закон термодинамики принимает вид

$$A = -\Delta U,$$

т. е. газ совершает работу за счет убыли его внутренней энергии.

Уравнение адиабатического процесса для идеального газа в координатах ($p$, $V$) имеет вид

$$pV^{\gamma} = \text{const}.$$

Это соотношение называют ***уравнением Пуассона***. Здесь $\gamma = C_p / C_V$ – показатель адиабаты, $C_p$ и $C_V$ – теплоемкости газа в процессах с постоянным давлением и с постоянным объемом. Для одноатомного газа $\gamma = \frac{5}{3} = 1.67$, для двухатомного $\gamma = \frac{7}{5} = 1.4$, для многоатомного $\gamma = \frac{8}{6} = 1.33$.

Работа газа в адиабатическом процессе просто выражается через температуры $T_1$ и $T_2$ начального и конечного состояний:

$$A = C_V(T_2 - T_1).$$

## Тепловые двигатели

***Тепловым двигателем*** называется устройство, способное превращать полученное количество теплоты в механическую работу. Механическая работа в тепловых двигателях производится в процессе расширения некоторого вещества, которое называется **рабочим телом**. В качестве рабочего тела обычно используются газообразные вещества (пары бензина, воздух, водяной пар). Рабочее тело получает (или отдает) тепловую энергию в процессе теплообмена с телами, имеющими большой запас внутренней энергии. Эти тела называются ***тепловыми резервуарами***.

Как следует из первого закона термодинамики, полученное газом количество теплоты $Q$ полностью превращается в работу $A$ при изотермическом процессе, при котором внутренняя энергия остается неизменной ($\Delta U = 0$): $A = Q$.

Но такой **однократный акт** преобразования теплоты в работу не представляет интереса для техники. Реально существующие тепловые двигатели (паровые машины, двигатели внутреннего сгорания и т. д.) работают **циклически**. Процесс теплопередачи и преобразования полученного количества теплоты в работу периодически повторяется. Для этого рабочее тело должно совершать **круговой процесс** или ***термодинамический цикл***, при котором периодически восстанавливается исходное состояние. Круговые процессы изображаются на диаграмме ($p$, $V$) газообразного рабочего тела с помощью замкнутых кривых (рис. 2.6). При расширении газ совершает положительную работу $A_1$, равную площади под кривой *abc*, при сжатии газ совершает отрицательную работу $A_2$, равную по модулю площади под кривой *cda*. Полная работа за цикл $A = A_1 + A_2$ на диаграмме $(p, V)$ равна площади цикла. Работа $A$ положительна, если цикл обходится по часовой стрелке, и $A$ отрицательна, если цикл обходится в противоположном направлении.

Общее свойство всех круговых процессов состоит в том, что их невозможно провести, приводя рабочее тело в тепловой контакт только с одним тепловым резервуаром. Их нужно, по крайней мере, два. Тепловой резервуар с более высокой температурой называют **нагревателем**, а с более низкой – **холодильником**. Совершая круговой процесс, рабочее тело получает от нагревателя некоторое количество теплоты $Q_1 > 0$ и отдает холодильнику количество теплоты $Q_2 < 0$. Полное количество теплоты $Q$, полученное рабочим телом за цикл, равно $Q = Q_1 + Q_2 = Q_1 - |Q_2|$.

При обходе цикла рабочее тело возвращается в первоначальное состояние, следовательно, изменение его внутренней энергии равно нулю ($\Delta U = 0$). Согласно первому закону термодинамики, $\Delta U = Q - A = 0$.

Отсюда следует: $A = Q = Q_1 - |Q_2|$.

Работа $A$, совершаемая рабочим телом за цикл, равна полученному за цикл количеству теплоты $Q$. Отношение работы $A$ к количеству теплоты $Q_1$, полученному рабочим телом за цикл от нагревателя, называется ***коэффициентом полезного действия*** η тепловой машины:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}.$$

Энергетическая схема тепловой машины изображена на рисунке 2.7.

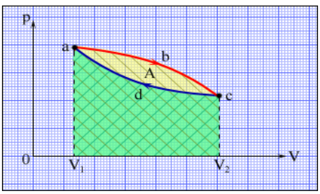



*Рис. 2.6.*- Круговой процесс на диаграмме (p, V). abc – кривая расширения, cda – кривая сжатия. Работа A в круговом процессе равна площади фигуры abcd

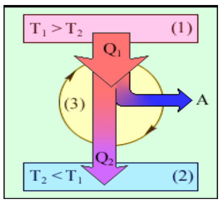



*Рис. 2.7.* Энергетическая схема тепловой машины: 1 – нагреватель; 2 – холодильник; 3 – рабочее тело, совершающее круговой процесс. $Q_1 > 0$, $A > 0$, $Q_2 < 0$; $T_1 > T_2$

В 1824 году французский инженер С. Карно рассмотрел круговой процесс, состоящий из двух изотерм и двух адиабат. Этот круговой процесс сыграл важную роль в развитии учения о тепловых процессах. Он называется ***циклом Карно*** (рис. 2.8).

Цикл Карно совершает газ, находящийся в цилиндре под поршнем. На изотермическом участке (1–2) газ приводится в тепловой контакт с горячим тепловым резервуаром (нагревателем), имеющим температуру $T_1$. Газ изотермически расширяется, совершая работу $A_{12}$, при этом к газу подводится некоторое количество теплоты $Q_1 = A_{12}$. Далее на адиабатическом участке (2–3) газ помещается в адиабатическую оболочку и продолжает расширяться в отсутствие теплообмена. На этом участке газ совершает работу $A_{23} > 0$. Температура газа при адиабатическом расширении падает до значения $T_2$. На следующем изотермическом участке (3–4) газ приводится в тепловой контакт с холодным тепловым резервуаром (холодильником) при температуре $T_2 < T_1$. Происходит процесс изотермического сжатия. Газ совершает работу $A_{34} < 0$ и отдает тепло $Q_2 < 0$, равное произведенной работе $A_{34}$. Внутренняя энергия газа не изменяется. Наконец, на последнем участке адиабатического сжатия газ вновь помещается в адиабатическую оболочку. При сжатии температура газа повышается до значения $T_1$, газ совершает работу $A_{41} < 0$. Полная работа $A$, совершаемая газом за цикл, равна сумме работ на отдельных участках: $A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41}$. На диаграмме ($p$, $V$) эта работа равна площади цикла.

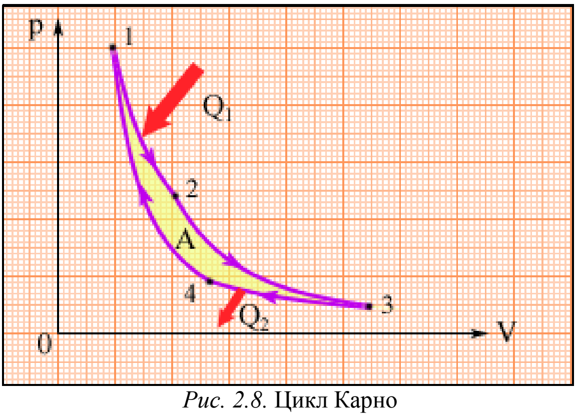



*Рис. 2.8.* Цикл Карно

По определению, коэффициент полезного действия η цикла Карно есть

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{A_{12} + A_{34}}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}.$$

С. Карно выразил ***коэффициент полезного действия цикла*** через температуры нагревателя $T_1$ и холодильника $T_2$:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

### Кристаллические и аморфные тела. Плавление и отвердевание

По своим физическим свойствам и молекулярной структуре твердые тела разделяются на два класса – ***аморфные*** и ***кристаллические*** тела.

Характерной особенностью аморфных тел является их **изотропность**, т. е. независимость всех физических свойств (механических, оптических и т. д.) от направления. Молекулы и атомы в изотропных твердых телах располагаются хаотично, образуя лишь небольшие локальные группы, содержащие несколько частиц (ближний порядок). По своей структуре аморфные тела очень близки к жидкостям. Примерами аморфных тел могут служить стекло, различные затвердевшие смолы (янтарь), пластики и т. д. Если аморфное тело нагревать, то оно постепенно размягчается, и переход в жидкое состояние занимает значительный интервал температур.

В кристаллических телах частицы располагаются в строгом порядке, образуя пространственные, периодически повторяющиеся структуры во всем объеме тела. Для наглядного представления таких структур используются пространственные ***кристаллические решетки***, в узлах которых располагаются центры атомов или молекул данного вещества. Чаще всего кристаллическая решетка строится из ионов (положительно и отрицательно заряженных) атомов, которые входят в состав молекулы данного вещества.

Любое вещество при определенных условиях может находиться в различных агрегатных состояниях – твердом, жидком и газообразном. Переход из одного состояния в другое называется ***фазовым переходом***.

Переход вещества из твердого состояния в жидкое называется плавлением. Обратный процесс называется отвердеванием. Температура, при которой вещество плавится (отвердевает), называется температурой плавления (отвердевания) вещества. Температура плавления и отвердевания для данного вещества при одинаковых условиях одинакова. При плавлении (отвердевании) температура вещества не меняется.

Для превращения твердого тела массой $m$ в жидкость той же температуры необходимо затратить количество теплоты

$$Q = \lambda m ,$$

где $\lambda$ – удельная теплота плавления.

При отвердевании выделяется количество теплоты

$$Q = -\lambda m .$$

### Испарение и конденсация. Насыщенные и ненасыщенные пары. Кипение

**Испарение** и **конденсация** являются примерами фазовых переходов.

Все **реальные газы** (кислород, азот, водород и т. д.) при определенных условиях способны превращаться в жидкость. Однако превращение газа в жидкость может происходить только при температурах ниже определенной, так называемой ***критической температуры*** $T_{кр}$.

***Испарением*** называется фазовый переход из жидкого состояния в газообразное. С точки зрения молекулярно-кинетической теории, испарение – это процесс, при котором с поверхности жидкости вылетают наиболее быстрые молекулы, кинетическая энергия которых превышает энергию их связи с остальными молекулами жидкости. Это приводит к уменьшению средней кинетической энергии оставшихся молекул, т. е. к охлаждению жидкости (если нет подвода энергии от окружающих тел).

В закрытом сосуде жидкость и ее пар могут находиться в состоянии **динамического равновесия**, когда число молекул, вылетающих из жидкости, равно числу молекул, возвращающихся в жидкость из пара, т. е. когда скорости процессов испарения и конденсации одинаковы. Такую систему называют ***двухфазной***. Пар, находящийся в равновесии со своей жидкостью, называют **насыщенным**.

**Давление *насыщенного пара* $p_0$ данного вещества зависит только от его температуры и не зависит от объема**. Поэтому изотермы реальных газов на плоскости ($p$, $V$) содержат горизонтальные участки, соответствующие двухфазной системе (рис. 2.9).

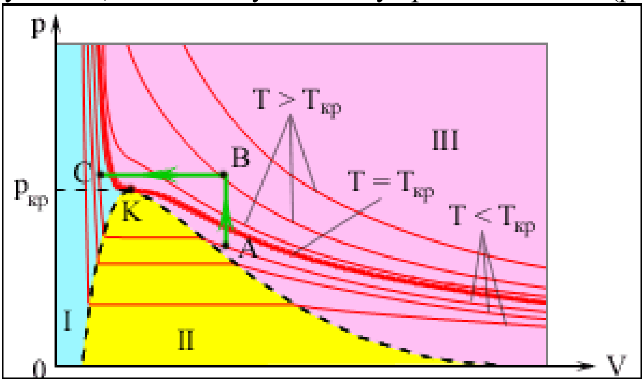



*Рис. 2.9.* Изотермы реального газа. Область I – жидкость, область II – двухфазная система «жидкость + насыщенный пар», область III – газообразное вещество. K – критическая точка

Испарение может происходить не только с поверхности, но и в объеме жидкости. В жидкости всегда имеются мельчайшие пузырьки газа. Если давление насыщенного пара жидкости равно внешнему давлению (т. е. давлению газа в пузырьках) или превышает его, жидкость будет испаряться внутрь пузырьков. Пузырьки, наполненные паром, расширяются и всплывают на поверхность. Этот процесс называется ***кипением***. Таким образом, **кипение жидкости начинается при такой температуре, при которой давление ее насыщенных паров становится равным внешнему давлению**.

Для превращения жидкости массой $m$ в пар при температуре кипения необходимо затратить количество теплоты

$$Q = Lm ,$$

где $L$ – удельная теплота парообразования.

При конденсации пара выделяется такое же количество энергии

$$Q = -Lm\,.$$

## Влажность воздуха

В атмосферном воздухе всегда присутствуют пары воды при некотором парциальном давлении $p$, которое, как правило, меньше давления насыщенного пара $p_0$. Отношение $p / p_0$, выраженное в процентах, называется ***относительной влажностью*** воздуха.

$$\varphi = \frac{p}{p_0} \cdot 100\,\%.$$

*Абсолютная влажность* воздуха – количество водяного пара в 1 м$^3$ воздуха, выраженное в граммах.

*Точка росы* – температура, при которой водяной пар, находящийся в воздухе, становится насыщенным.

## Тестовые задания для самостоятельного решения

2.1. Какие явления доказывают, что молекулы находятся в непрерывном хаотическом движении?

1. Испарение жидкости.
2. Диффузия.
3. Изменение объема при нагревании.
4. Броуновское движение.

2.2. Какие явления доказывают, что между молекулами существуют силы притяжения?

1. Газ оказывает давление на стенки сосуда.
2. Диффузия.
3. Существование жидкостей и твердых тел.
4. Броуновское движение.

2.3. Как зависит скорость диффузии от температуры для данного агрегатного состояния вещества?

1. Не зависит.
2. Увеличивается с повышением температуры.
3. Уменьшается с повышением температуры.
4. Увеличивается с понижением температуры.

2.4. Как движутся молекулы газов в воздухе?

1. Молекулы в основном колеблются.

2. Молекулы в основном вращаются.
3. Молекулы в основном движутся поступательно.
4. Молекулы вращаются, а их центр масс движется равномерно от столкновения до столкновения.

2.5. В каком случае число молекул больше: в одном моле водорода или в одном моле воды?
1. Одинаковое. 2. В одном моле водорода. 3. В одном моле воды.

2.6. Молекула азота летит со скоростью $\vec{\upsilon}$ перпендикулярно к стенке сосуда. Чему равен модуль вектора изменения импульса молекулы?
1. 0. 2. $m\upsilon$. 3. $2m\upsilon$. 4. $3m\upsilon$. 5. $4m\upsilon$.

2.7. Как изменится давление идеального газа на стенки сосуда, если в данном объеме скорость каждой молекулы удвоилась, а концентрация молекул не изменилась?
1. Не изменится.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Увеличится в 4 раза.
4. Увеличится в 8 раз.

2.8. Как изменится средняя кинетическая энергия идеального газа при увеличении абсолютной температуры в 2 раза?
1. Не изменится.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Увеличится в 4 раза.
4. Увеличится в 8 раз.

2.9. Какие из приведенных ниже формул являются основным уравнением молекулярно-кинетической теории?
1. $p = \frac{1}{3} nm\overline{\upsilon^2}$ . 2. $p = \frac{2}{3} n\overline{E_k}$ .
1. Только первое.
2. Только второе.
3. Оба уравнения.
4. Ни одно из них.

2.10. Воздух в комнате состоит из смеси газов: водорода, кислорода, азота, водяных паров, углекислого газа и др. Какие из физических параметров этих газов обязательно одинаковы при тепловом равновесии?

1. Температура.
2. Давление.
3. Концентрация.
4. Средний квадрат скорости теплового движения молекул.
5. Давление и концентрация.

2.11. В первом сосуде находится водород, а во втором – кислород. Сравните давления $p_1$ и $p_2$ в этих сосудах, если концентрации молекул и температуры в обоих сосудах одинаковы.

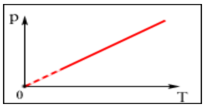
1. $p_1 = p_2$    2. $p_1 = 16\,p_2$    3. $p_2 = 16\,p_1$    4. $p_2 = 8\,p_1$

2.12. Какая из приведенных формул является уравнением состояния идеального газа?

1. $PV = (m / M)RT$ ; 2. $p = (\rho / M)RT$

1. Обе формулы.
2. Только первая.
3. Только вторая.
4. Ни одна из них.

2.13. Какому процессу соответствует график на рисунке?




1. Изохорному.
2. Изобарному.
3. Изотермическому.
4. Адиабатному.

2.14. Как изменится давление идеального газа при увеличении абсолютной температуры и объема в 2 раза?

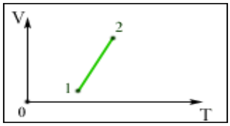
1. Не изменится.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Увеличится в 4 раза.
4. Уменьшится в 4 раза.
5. Увеличится в 8 раз.

2.15. В баллоне при неизменной массе газа температура увеличилась от 100 °C до 500 °C. Как изменилось давление газа?

1. Не изменилось.
2. Увеличилось в 5 раз.

3. Увеличилось в 2,07 раза.
4. Увеличилось в 2,5 раза.

2.16. На диаграмме $V$–$T$ представлен график зависимости объема идеального газа постоянной массы от абсолютной температуры. Как изменяется давление газа?




1. Уменьшается. 2. Увеличивается. 3. Не изменяется.

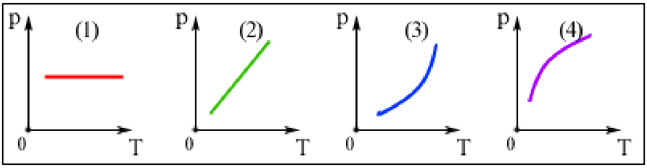
2.17. Как изменится температура идеального газа, если увеличить его объем в 2 раза при осуществлении процесса, описываемого формулой $pV^2 = \text{const}$?
1. Не изменится.
2. Уменьшится в 2 раза.
3. Увеличится в 2 раза.
4. Увеличится в 4 раза.

2.18. Как изменяется температура жидкости при ее испарении?
1. Понижается.
2. Повышается.
3. Не изменяется.
4. Сначала повышается, потом понижается.

2.19. Как изменится точка кипения жидкости при повышении давления?
1. Повысится.
2. Понизится.
3. Не изменится.
4. При достижении определенного давления точка кипения не изменяется.

2.20. Как изменяется давление насыщенного пара при уменьшении его объема?
1. Уменьшается.
2. Увеличивается.
3. Не изменяется.

2.21. На каком из графиков правильно изображена зависимость давления насыщенного пара от абсолютной температуры?




2.22. Как можно перевести ненасыщенный пар в насыщенный?

1. Уменьшить объем и температуру.
2. Увеличить объем и температуру.
3. Уменьшить объем и увеличить температуру.
4. Увеличить объем и уменьшить температуру.

2.23. Относительная влажность воздуха 50 %. Сравните показания влажного ($T_1$) и сухого ($T_2$) термометров психрометра.

1. $T_1 = T_2$ 2. $T_1 > T_2$ 3. $T_1 < T_2$ 4. $T_1 = 2T_2$

2.24. Определите абсолютную и относительную влажность воздуха при температуре 16 °С, если точка росы равна 10 °С. Давления насыщающих паров воды при указанных температурах равны соответственно 1,81 кПа и 1,22 кПа.

1. 1,22 кПа, 67 % .
2. 1,81 кПа, 67 % .
3. 1,22 кПа, 33 % .
4. 1,81 кПа, 33 % .

2.25. Давление водяных паров в атмосфере при 15° С составляло 1,5 кПа. Выпадет ли роса, если ночью температура воздуха понизилась до 10° С? Давление насыщенных паров при 10° С равно 1,22 кПа.

1. Выпадет. 2. Не выпадет.

2.26. В классе при температуре 25° С создается высокая влажность воздуха. Как изменится влажность воздуха в комнате, если открыть форточку, а за окном холодно и идет дождь?

1. Повысится. 2. Понизится.

2.27. В герметичном сосуде находится насыщенный пар. Как изменится давление этого пара, если температуру повысить в 2 раза?

1. Не изменится.

2. Увеличится в 2 раза.
3. Увеличится более чем в 2 раза.
4. Уменьшится.

2.28. Какое свойство отличает кристалл от аморфного тела?

1. Прочность.
2. Твердость.
3. Прозрачность.
4. Анизотропность.
5. Свойства не отличаются.

2.29. Какое из перечисленных ниже тел имеет определенную точку плавления?

1. Стекло.
2. Пластмасса.
3. Рубин.
4. Смола.
5. Ни одно.

2.30. Какое из приведенных ниже суждений справедливо?

1. Аморфное тело может со временем превратиться в кристаллическое.
2. Кристаллическое тело может превратиться в аморфное.
3. Аморфное тело никогда не может превратиться в кристаллическое.
4. Между аморфными и кристаллическими телами нет принципиальной разницы.

2.31. Какие частицы находятся в узлах кристаллической решетки льда?

1. Нейтральные атомы. 2. Молекулы. 3. Ионы. 4. Электроны.

2.32. Одинаковые кубики из стекла и монокристалла кварца опущены в горячую воду. Сохранят ли кубики свою форму?

1. Сохранит форму только стеклянный кубик.
2. Сохранит форму только кубик из кварца.
3. Оба кубика сохранят форму.
4. Оба кубика не сохранят форму.

2.33. Какие силы межмолекулярного взаимодействия являются преобладающими при деформации сжатия?

1. Силы отталкивания.
2. Силы притяжения.
3. Силы отталкивания равны силам притяжения.

2.34. К закрепленной одним концом проволоке сечением 0,2 см$^2$ подвешен груз массой 1 кг. Рассчитайте механическое напряжение в проволоке.

1. $0{,}2\cdot10^5$ Па 2. $0{,}5\cdot10^5$ Па 3. $10^5$ Па 4. $2\cdot10^5$ Па 5. $5\cdot10^5$ Па

2.35. Имеются два стержня с длинами $l_1 = l$ и $l_2 = 2l$ одинакового сечения и изготовленные из одинакового материала. Сравните удлинения $\Delta l_1$ и $\Delta l_2$ стержней, если приложенные к ним напряжения одинаковы.

1. $\Delta l_1 = \Delta l_2$ 2. $\Delta l_1 = 2\Delta l_2$ 3. $\Delta l_2 = 2\Delta l_1$ 4. $\Delta l_2 = 4\Delta l_1$

2.36. Имеются два стержня одинаковой длины и сечения, изготовленные из одинакового материала. Сравните удлинения $\Delta l_1$ и $\Delta l_2$ стержней, если приложенные к ним силы таковы: $F_1 = F$, $F_2 = 2F$.

1. $\Delta l_1 = \Delta l_2$ 2. $\Delta l_1 = 2\Delta l_2$ 3. $\Delta l_2 = 2\Delta l_1$ 4. $\Delta l_2 = 4\Delta l_1$

2.37. Резиновый жгут разрезали на 2 равные части и сложили их вместе. Как изменится эквивалентная жесткость получившейся системы?

1. Увеличится в 2 раза.
2. Увеличится в 4 раза.
3. Уменьшится в 2 раза.
4. Уменьшится в 4 раза.
5. Не изменится.

## Задачи с решениями

**2.1. Электрическая лампочка наполнена азотом при давлении $p = 0{,}8\cdot105$ Па. Объем колбы лампочки $V = 500$ см$^3$. Какой объем воды войдет в лампочку, если у нее отломить кончик под водой на глубине $h = 1$ м? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.**

**Решение**

При постоянной температуре азота в колбе лампочки $pV = p_1V_1$, где $V_1$ – объем азота после частичного заполнения колбы водой, $p_1$ – установившееся давление в колбе $p_1 = p_0 + \rho gh$.

Гидростатическое давление $\rho g h$ водяного столба на глубине $h = 1$ м равно $10^4$ Па, т. е. составляет $0{,}1\,p_0$. Таким образом, $V_1 = \dfrac{pV}{p_1} = 360\ \text{см}^3$.

В колбу лампочки войдет $V - V_1 = 140$ см$^3$ воды.

**2.2. Объем воздушного шара равен $V = 224$ м$^3$, масса оболочки $M_ш = 145$ кг. Шар наполнен горячим воздухом. В нижней части оболочки имеется отверстие, через которое воздух в шаре сообщается с атмосферой. Температура воздуха вне оболочки $t_0 = 0$ °С, атмосферное давление $p_0 = 1{,}013 \cdot 105$ Па. При какой минимальной температуре воздуха внутри оболочки шар начинает подниматься? Молярную массу воздуха принять равной $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.**

**Решение**

Пусть $T_0$ и $T$ – абсолютные температуры воздуха вне и внутри оболочки. Тогда массы воздуха $m_0$ и $m$ при температурах $T_0$ и $T$ в объеме оболочки при нормальном атмосферном давлении $p_0$ равны

$$m_0 = \frac{Mp_0V}{RT_0}, \quad m = \frac{Mp_0V}{RT}.$$

Эти соотношения можно записать в другой форме, если принять во внимание, что величина $RT_0 / p_0$ равна объему одного моля газа при нормальных условиях (закон Авогадро): $V_{\text{М}} = \dfrac{RT_0}{p_0} = 0{,}0224\ \text{м}^3$.

Таким образом, имеем $m_0 = \dfrac{MV}{V_{\text{М}}}, \quad m = \dfrac{MV}{V_{\text{М}}} \cdot \dfrac{T_0}{T}$.

Условие, при выполнении которого шар начнет подниматься, запишется в виде:

$$M_{\text{ш}} g \le g\left(m_0 - m\right) = \frac{gMV}{V_{\text{М}}}\left(1 - \frac{T_0}{T}\right).$$

Из этого соотношения можно найти минимальное значение $T_{\min}$ температуры воздуха внутри оболочки

$$1 - \frac{T_0}{T_{\min}} = \frac{M_{\text{ш}} V_{\text{М}}}{MV} = \frac{1}{2}, \quad T_{\min} = 2T_0 = 546\ \text{К} = 273\ \text{°С}.$$

**2.3. В цилиндре под поршнем находится некоторая масса воздуха. На его нагревание при постоянном давлении затрачено**

**количество теплоты $Q = 5$ кДж. Определите работу, произведенную при этом газом. Удельная теплоемкость воздуха в процессе при постоянном давлении $c_p = 1{,}0 \cdot 103$ Дж/кг·К; молярную массу воздуха принять равной $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.**

**Решение**

Работа газа в процессе расширения при постоянном давлении $p$ равна $A = p(V_2 - V_1)$, где $V_1$ и $V_2$ – начальный и конечный объемы газа соответственно. Из уравнения газового состояния имеем: $p\left(V_2 - V_1\right) = \frac{m}{M} R\left(T_2 - T_1\right)$.

Количество теплоты $Q$, полученное воздухом, есть $Q = mc_p(T_2 - T_1)$.

Из этих соотношений найдем $A = \frac{QR}{Mc_p} = 1{,}43 \cdot 10^3$ Дж.

**2.4. Одноатомный газ, находящийся при постоянном давлении $p = 106$ Па в цилиндре под поршнем сечением $S = 60$ см$^2$, нагревается так, что поршень перемещается на расстояние $l = 5$ см. Найдите количество теплоты $Q$, сообщенное газу в этом процессе.**

**Решение**

Согласно первому закону термодинамики $Q = \Delta U + A$, где $\Delta U$ – изменение внутренней энергии, $A$ – совершенная газом работа. Для одноатомного газа $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$, где $\nu$ – количество молей газа в сосуде. $A = p\Delta V = \nu R \Delta T$.

Следовательно, $Q = \frac{5}{2} \nu R \Delta T = \frac{5}{2} p \Delta V = \frac{5}{2} pSl = 750$ Дж.

**2.5. Горизонтально расположенный цилиндрический теплоизолированный сосуд объема $V_0 = 100$ л, заполненный гелием, разделен на две части теплонепроницаемым поршнем, который может перемещаться без трения. Газу, находящемуся в левой части сосуда, сообщают количество тепла $Q = 100$ Дж. Найти изменение давления в сосуде к тому моменту, когда поршень перестанет двигаться.**

**Решение**

После подведения тепла $Q$ газ в левой части сосуда расширяется, совершая работу $A$. Эта работа целиком идет на увеличение внутренней энергии газа в правой части сосуда. Таким образом, из первого закона термодинамики следует:

$$Q = \Delta U_1 + A = \Delta U_1 + \Delta U_2 = \frac{3}{2} R\left(\nu_1 \Delta T_1 + \nu_2 \Delta T_2\right), \qquad (*)$$

где $\nu_1$ и $\nu_2$ – количества молей гелия, $\Delta T_1$ и $\Delta T_2$ – изменения температур газа в левой и правой частях сосуда соответственно.

Условие равновесия поршня до нагревания: $p_1 = p_2 = p$.

Уравнения состояния газа в левой и правой частях сосуда: $pV_1 = \nu_1 RT_1$, $pV_2 = \nu_2 RT_2$, где $V_1 + V_2 = V_0$. После нагревания, когда поршень уже не будет двигаться, давления в левой и правой частях уравниваются. Обозначим изменение давления в сосуде $\Delta p$, а изменение объема левой части сосуда $\Delta V$. Тогда

$$(p + \Delta p)(V_1 + \Delta V) = \nu_1 R(T_1 + \Delta T_1),$$
$$(p + \Delta p)(V_2 - \Delta V) = \nu_2 R(T_2 + \Delta T_2).$$

Из этих соотношений следует: $\Delta p(V_1 + V_2) = R(\nu_1 \Delta T_1 + \nu_2 \Delta T_2)$.

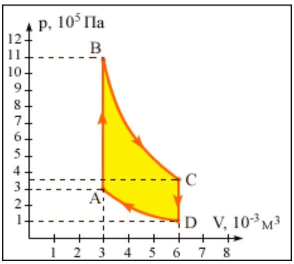
Учитывая выражение (*), вытекающее из первого закона термодинамики, получим окончательно

$$\Delta p V_0 = \frac{2}{3} Q, \quad \Delta p = \frac{2}{3}\frac{Q}{V_0} = 667 \text{ Па.}$$

**2.6. Идеальный одноатомный газ в количестве $\nu = 0{,}2$ моль совершает замкнутый цикл, изображенный на рис. Участки *BC* и *DA* – адиабаты, участки *AB* и *CD* – изохоры. Определите коэффициент полезного действия тепловой машины, работающей по этому циклу.**

**Решение**

Так как участки *BC* и *DA* являются адиабатическими, то теплообмен осуществляется только на изохорных участках *AB* и *CD*. На участке *AB* газ получает от нагревателя некоторое количество теплоты $Q_1$, а на участке *CD* – отдает холодильнику количество теплоты $Q_2$.




В изохорных процессах работа равна нулю, поэтому из первого закона термодинамики следует: $Q_1 = \Delta U_1$, $Q_2 = \Delta U_2$. Изменение внутренней энергии $\Delta U$ одноатомного идеального газа в изохорном процессе равно

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T = \frac{3}{2}\nu R \Delta T = \frac{3}{2} V \Delta p.$$

Следовательно, $Q_1 = \frac{3}{2} V_\text{A} \Delta p_\text{AB}$, $\quad Q_2 = \frac{3}{2} V_\text{C} \Delta p_\text{CD}$.

Работа $A$, совершенная рабочим веществом за цикл, равна $A = Q_1 + Q_2 = \frac{3}{2}\left(V_\text{A}\Delta p_\text{AB} + V_\text{C}\Delta p_\text{CD}\right)$.

Следует обратить внимание на то, что $Q_1$ и $Q_2$ имеют разные знаки: $Q_1 > 0$, $Q_2 < 0$. КПД цикла равен:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \frac{V_\text{A}\Delta p_\text{AB} + V_\text{C}\Delta p_\text{CD}}{V_\text{A}\Delta p_\text{AB}}.$$

Из графика цикла находим числовые значения величин, входящих в выражение для КПД: $V_\text{A} = 3\cdot 10^{-3}$ м$^3$; $V_\text{C} = 6\cdot 10^{-3}$ м$^3$; $\Delta p_\text{AB} = 8\cdot 10^5$ Па; $\Delta p_\text{CD} = -2{,}5\cdot 10^5$ Па.

Подставляя числовые данные, найдем $\eta = 0{,}375$.

**2.7. В кастрюле-скороварке объемом $V = 3$ дм$^3$ находится вода массой $m = 0{,}5$ кг при температуре $t = 100$ °С. Определите, какая доля воды находится в парообразном состоянии.**

**Решение**

Над водой находится насыщенный пар при температуре $t = 100$ °С. Давление насыщенного пара воды при такой температуре равно нормальному атмосферному давлению $p = p_\text{н} = 10^5$ Па. К пару можно применить уравнение газового состояния $pV_\text{п} = \frac{m_\text{п}}{M} RT$, где $M = 18\cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярная масса водяного пара, $m_\text{п}$ – масса пара, $V_\text{п} = V - \frac{m}{\rho_\text{в}} = 2{,}5$ дм$^3$ – объем пара. При вычислении объема пара $V_\text{п}$ сделано предположение, что масса пара мала по сравнению с массой воды. Искомое отношение $m_\text{п} / m$ равно $\frac{m_\text{п}}{m} = \frac{pV_\text{п}M}{RTm} = 0{,}003$.

**2.8. Сколько молекул ртути содержится в 1 м$^3$ воздуха в помещении, зараженном ртутью, при температуре $t = 30$ °С, если давление насыщенных паров ртути при этой температуре равно $p_\text{н} = 0{,}74$ Па?**

**Решение**

Число $N$ молекул ртути в объеме $V = 1$ м$^3$ равно $N = N_{\text{А}} \dfrac{m}{M}$, где $N_{\text{А}} = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ – число Авогадро, $m$ – масса ртути, $M$ – молярная масса. Из уравнения газового состояния находим $\dfrac{m}{M} = \dfrac{p_{\text{н}} V}{RT}$.

Следовательно, $N = \dfrac{p_{\text{н}} V}{RT} N_{\text{А}} = \dfrac{p_{\text{н}} V}{kT} = 1{,}78 \cdot 10^{20}$ молекул.

# ГЛАВА 3. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Основными объектами изучения в электродинамике являются электрические и магнитные поля, создаваемые электрическими зарядами и токами.

## Электростатика

### Электрический заряд и его свойства. Закон Кулона

***Электрический заряд* – это физическая величина, характеризующая свойство частиц или тел вступать в электромагнитные силовые взаимодействия.**

Совокупность всех известных экспериментальных фактов позволяет сделать следующие выводы.

Существует два рода электрических зарядов, условно названных положительными и отрицательными.

Заряды могут передаваться (например, при непосредственном контакте) от одного тела к другому. В отличие от массы тела электрический заряд не является неотъемлемой характеристикой данного тела. Одно и то же тело в разных условиях может иметь разный заряд.

Одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются. В этом также проявляется принципиальное отличие электромагнитных сил от гравитационных. Гравитационные силы всегда являются силами притяжения.

Одним из фундаментальных законов природы является экспериментально установленный ***закон сохранения электрического заряда***.

**В изолированной системе алгебраическая сумма зарядов всех тел остается постоянной:**

$$q_1 + q_2 + q_3 + ... + q_n = \text{const}.$$

Закон сохранения электрического заряда утверждает, что в замкнутой системе тел не могут наблюдаться процессы рождения или исчезновения зарядов только одного знака.

На основании многочисленных опытов Кулон установил следующий закон:

**Силы взаимодействия неподвижных зарядов прямо пропорциональны произведению модулей зарядов и обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними:**

$$F = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2}.$$

Силы взаимодействия подчиняются третьему закону Ньютона: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Они являются силами отталкивания при одинаковых знаках зарядов и силами притяжения при разных знаках. Взаимодействие неподвижных электрических зарядов называют ***электростатическим*** или ***кулоновским*** взаимодействием. Раздел электродинамики, изучающий кулоновское взаимодействие, называют ***электростатикой***.

Закон Кулона справедлив для точечных заряженных тел. Практически закон Кулона хорошо выполняется, если размеры заряженных тел много меньше расстояния между ними.

Коэффициент пропорциональности $k$ в законе Кулона зависит от выбора системы единиц. В Международной системе СИ за единицу заряда принят **кулон** (Кл).

***Кулон*** – это заряд, проходящий за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А. Единица силы тока (ампер) в СИ является наряду с единицами длины, времени и массы **основной единицей измерения**.

Коэффициент $k$ в системе СИ обычно записывают в виде: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, где $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н}\cdot\text{м}^2}$ – ***электрическая постоянная***.

Опыт показывает, что силы кулоновского взаимодействия подчиняются принципу суперпозиции.

**Если заряженное тело взаимодействует одновременно с несколькими заряженными телами, то результирующая сила, действующая на данное тело, равна векторной сумме сил, действующих на это тело со стороны всех других заряженных тел.**

На рисунке 3.1 поясняется принцип суперпозиции на примере электростатического взаимодействия трех заряженных тел.

### Электрическое поле

По современным представлениям, электрические заряды не действуют друг на друга непосредственно. Каждое заряженное тело создает в окружающем пространстве ***электрическое поле***. Это поле оказывает силовое действие на другие заряженные тела. Главное свойство электрического поля – действие на электрические заряды с некоторой силой. Таким образом, взаимодействие заряженных тел осуществляется не непосредственным их воздействием друг на друга, а через электрические поля, окружающие заряженные тела.

Электрическое поле, окружающее заряженное тело, можно исследовать с помощью так называемого ***пробного заряда*** – небольшого по величине точечного заряда, который не вносит заметного перераспределения исследуемых зарядов.

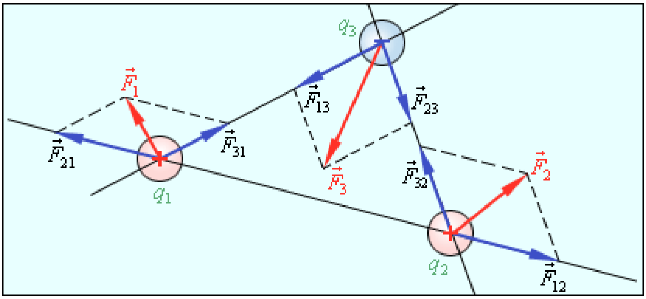



*Рис. 3.1.* Принцип суперпозиции электростатических сил
$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}$; $\vec{F}_2 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32}$; $\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$

Для количественного определения электрического поля вводится **силовая** характеристика $\vec{E}$ - ***напряженность электрического поля***.

**Напряженностью электрического поля называют физическую величину, равную отношению силы, с которой поле действует на положительный пробный заряд, помещенный в данную точку пространства, к величине этого заряда:**

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Напряженность электрического поля – векторная физическая величина. Направление вектора $\vec{E}$ совпадает в каждой точке пространства с направлением силы, действующей на положительный пробный заряд.

**Напряженность электрического поля, создаваемого системой зарядов в данной точке пространства, равна векторной сумме напряженностей электрических полей, создаваемых в той же точке зарядами в отдельности:**

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots.$$

Это свойство электрического поля означает, что поле подчиняется принципу суперпозиции.

В соответствии с законом Кулона, напряженность электростатического поля, создаваемого точечным зарядом $Q$ на расстоянии $r$ от него, равна по модулю

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}.$$

Это поле называется ***кулоновским***. В кулоновском поле направление вектора $\vec{E}$ зависит от знака заряда $Q$: если $Q > 0$, то вектор $\vec{E}$ направлен по радиусу от заряда, если $Q < 0$, то вектор $\vec{E}$ направлен к заряду.

Для наглядного представления электрического поля используют ***силовые линии***. Эти линии проводятся так, чтобы направление вектора $\vec{E}$ в каждой точке совпадало с направлением касательной к силовой линии (рис. 3.2). При изображении электрического поля с помощью силовых линий, их густота должна быть пропорциональна модулю вектора напряженности поля. Так как электростатическое поле, создаваемое любой системой зарядов, может быть представлено в виде суперпозиции кулоновских полей точечных зарядов, изображенные на рис. 3.3 поля можно рассматривать как элементарные структурные единицы («кирпичики») любого электростатического поля.

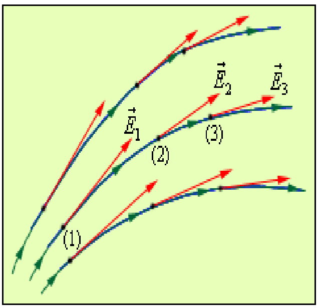



*Рис. 3.2.* Силовые линии электрического поля

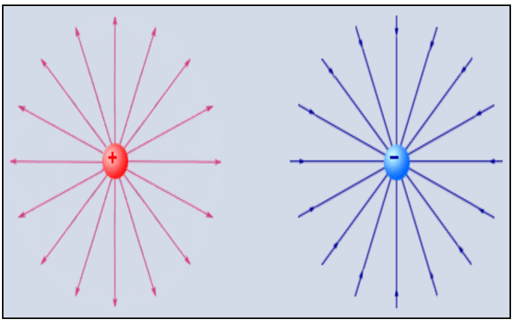



*Рис. 3.3.* Силовые линии кулоновских полей

**Работа электростатического поля при перемещении заряда. Потенциал. Разность потенциалов. Напряжение**

При перемещении пробного заряда $q$ в электрическом поле электрические силы совершают работу. Эта работа при малом перемещении $\Delta\vec{l}$ равна (рис. 3.4):

$$\Delta A = F\Delta l\cos\alpha = Eq\Delta l\cos\alpha = E_l q\Delta l.$$

Электростатическое поле обладает важным свойством:

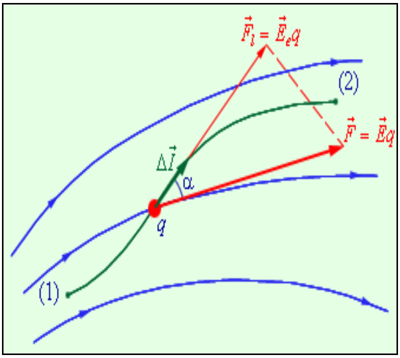



*Рис. 3.4.* Работа электрических сил при малом перемещении $\Delta\vec{l}$ заряда q

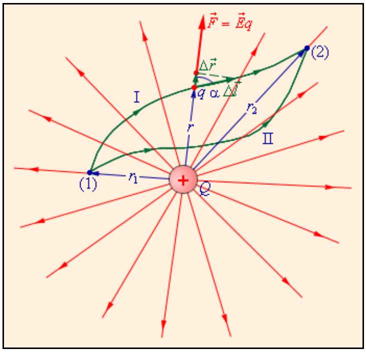



*Рис. 3.5.* Работа кулоновских сил при перемещении заряда q зависит только от расстояний $r_1$ и $r_2$ начальной и конечной точек траектории

**Работа сил электростатического поля при перемещении заряда из одной точки поля в другую не зависит от формы траектории, а определяется только положением начальной и конечной точек и величиной заряда.**

Аналогичным свойством обладает и гравитационное поле, и в этом нет ничего удивительного, так как гравитационные и кулоновские силы описываются одинаковыми соотношениями.

Следствием независимости работы от формы траектории является следующее утверждение:

**Работа сил электростатического поля при перемещении заряда по любой замкнутой траектории равна нулю.**

Силовые поля, обладающие этим свойством, называют ***потенциальными*** или ***консервативными***.

На рисунке 3.5 изображены силовые линии кулоновского поля точечного заряда $Q$ и две различные траектории перемещения пробного заряда $q$ из начальной точки (1) в конечную точку (2). На одной из траекторий выделено малое перемещение $\Delta\vec{l}$. Работа $\Delta A$ кулоновских сил на этом перемещении равна

$$\Delta A = F\Delta l\cos\alpha = Eq\Delta r = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\Delta r}{r^2}.$$

Таким образом, работа на малом перемещении зависит только от расстояния $r$ между зарядами и его изменения $\Delta r$. Работа поля на интервале от $r = r_1$ до $r = r_2$

$$A = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Свойство потенциальности электростатического поля позволяет ввести понятие ***потенциальной энергии*** заряда в электрическом поле. Для этого в пространстве выбирается некоторая точка (0), и потенциальная энергия заряда $q$, помещенного в эту точку, принимается равной нулю.

**Потенциальная энергия заряда *q*, помещенного в любую точку (1) пространства, относительно фиксированной точки (0) равна работе $A_{10}$, которую совершит электрическое поле при перемещении заряда *q* из точки (1) в точку (0):**

$$W_{p1} = A_{10}.$$

**Работа, совершаемая электрическим полем при перемещении точечного заряда *q* из точки (1) в точку (2), равна разности значений потенциальной энергии в этих точках и не зависит от пути перемещения заряда и от выбора точки (0).**

$$A_{12} = A_{10} + A_{02} = A_{10} - A_{20} = W_{p1} - W_{p2}.$$

Потенциальная энергия заряда $q$, помещенного в электрическое поле, пропорциональна величине этого заряда.

**Физическую величину, равную отношению потенциальной энергии электрического заряда в электростатическом поле к величине этого заряда, называют *потенциалом* φ электрического поля:**

$$\varphi = \frac{W_p}{q}.$$

Потенциал φ является энергетической характеристикой электростатического поля.

Работа $A_{12}$ по перемещению электрического заряда $q$ из начальной точки (1) в конечную точку (2) равна произведению заряда на ***разность потенциалов*** ($\varphi_1 - \varphi_2$) (или *электрическое напряжение*) начальной и конечной точек:

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = q\varphi_1 - q\varphi_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

В Международной системе единиц (СИ) единицей потенциала является ***вольт*** (В). 1 В = 1 Дж / 1 Кл.

Во многих задачах электростатики при вычислении потенциалов за опорную точку (0) удобно принять бесконечно удаленную точку. В этом случае понятие потенциала может быть определено следующим образом:

**Потенциал поля в данной точке пространства равен работе, которую совершают электрические силы при удалении единичного положительного заряда из данной точки в бесконечность.**

$$\varphi_\infty = \frac{A_\infty}{q}.$$

Потенциал $\varphi_\infty$ поля точечного заряда $Q$ на расстоянии $r$ от него относительно бесконечно удаленной точки вычисляется следующим образом:

$$\varphi = \varphi_\infty = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}.$$

Эта же формула выражает потенциал поля однородно заряженного шара (или сферы) при $r \geq R$, где $R$ – радиус шара.

Для наглядного представления электрического поля наряду с силовыми линиями используют **эквипотенциальные поверхности**.

**Поверхность, во всех точках которой потенциал электрического поля имеет одинаковые значения, называется *эквипотенциальной поверхностью* или *поверхностью равного потенциала*.**

Силовые линии электрического поля всегда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Эквипотенциальные поверхности кулоновского поля точечного заряда – концентрические сферы. На рисунке 3.6 представлены картины силовых линий и эквипотенциальных поверхностей некоторых простых электростатических полей.

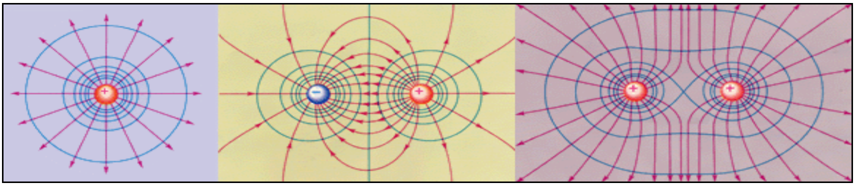


*Рис. 3.6*. Эквипотенциальные поверхности (синие линии) и силовые линии (красные линии) простых электрических полей: a – точечный заряд; b – электрический диполь; c – два равных положительных заряда

В случае однородного поля эквипотенциальные поверхности представляют собой систему параллельных плоскостей.

Если пробный заряд $q$ совершил **малое перемещение** $\Delta\vec{l}$ **вдоль силовой линии** из точки (1) в точку (2), то можно записать: $\Delta A_{12} = qE\Delta l = q(\varphi_1 - \varphi_2) = -q\Delta\varphi$, где $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – изменение потенциала. Отсюда следует

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}, (\Delta l \to 0) \text{ или } E = -\frac{d\varphi}{dl}.$$

Это соотношение в скалярной форме выражает связь между напряженностью поля и потенциалом. Здесь $l$ – координата вдоль силовой линии.

Из принципа суперпозиции напряженностей полей, создаваемых электрическими зарядами, следует принцип суперпозиции для потенциалов: $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \ldots$

## Проводники и диэлектрики в электростатическом поле. Электроемкость. Энергия заряженного конденсатора

Вещество, внесенное в электрическое поле, может существенно изменить его. Это связано с тем, что вещество состоит из заряженных частиц. В отсутствие внешнего поля частицы распределяются внутри вещества так, что создаваемое ими электрическое поле в среднем по объемам, включающим большое число атомов или молекул, равно нулю. При наличии внешнего поля происходит перераспределение заряженных частиц, и в веществе возникает собственное электрическое поле. Полное электрическое поле $\vec{E}$ складывается в соответствии с принципом суперпозиции из внешнего поля $\vec{E}_0$ и внутреннего поля $\vec{E}'$, создаваемого заряженными частицами вещества.

Вещество многообразно по своим электрическим свойствам. Наиболее широкие классы вещества составляют ***проводники*** и ***диэлектрики***.

Основная особенность проводников – наличие **свободных** зарядов (электронов), которые участвуют в тепловом движении и могут перемещаться по всему объему проводника. Типичные проводники – металлы.

В отсутствие внешнего поля в любом элементе объема проводника отрицательный свободный заряд компенсируется положительным зарядом ионной решетки. В проводнике, внесенном в электрическое поле, происходит перераспределение свободных зарядов, в результате чего на поверхности проводника возникают нескомпенсированные положительные и отрицательные заряды (рис. 3.7). Этот процесс называют ***электростатической индукцией***, а появившиеся на поверхности проводника заряды – ***индукционными зарядами***.

Индукционные заряды создают свое собственное поле $\vec{E}'$, которое компенсирует внешнее поле $\vec{E}_0$ во всем объеме проводника: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$ (внутри проводника).

**Полное электростатическое поле внутри проводника равно нулю, а потенциалы во всех точках одинаковы и равны потенциалу на поверхности проводника.**

Все внутренние области проводника, внесенного в электрическое поле, остаются электронейтральными. Если удалить некоторый объем, выделенный внутри проводника, и образовать пустую полость, то электрическое поле внутри полости будет равно нулю. На этом основана ***электростатическая защита*** – чувствительные к электрическому полю приборы для исключения влияния поля помещают в металлические ящики (рис. 3.8).

Так как поверхность проводника является эквипотенциальной, силовые линии у поверхности должны быть перпендикулярны к ней.

В отличие от проводников, в диэлектриках (изоляторах) нет свободных электрических зарядов. Они состоят из нейтральных атомов или молекул. Заряженные частицы в нейтральном атоме связаны друг с другом и не могут перемещаться под действием электрического поля по всему объему диэлектрика.

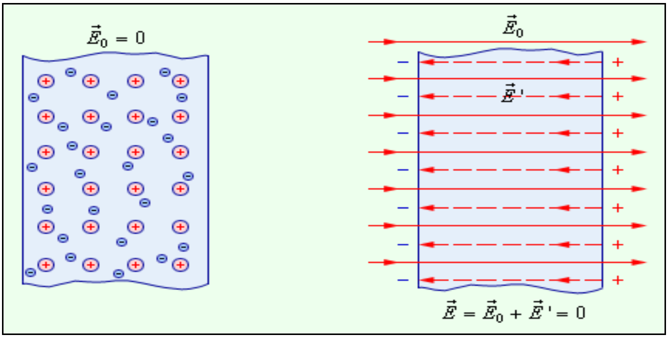



*Рис. 3.7.* Электростатическая индукция

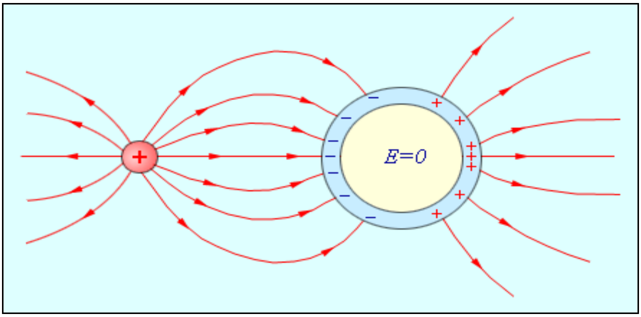



*Рис. 3.8.* Электростатическая защита.
Поле в металлической полости равно нулю

При внесении диэлектрика во внешнее электрическое поле $\vec{E}_0$ в нем возникает некоторое перераспределение зарядов, входящих в состав атомов или молекул. В результате такого перераспределения на поверхности диэлектрического образца появляются избыточные нескомпенсированные **связанные** заряды. Все заряженные частицы, образующие макроскопические связанные заряды, по-прежнему входят в состав своих атомов.

Связанные заряды создают электрическое поле $\vec{E}'$, которое внутри диэлектрика направлено противоположно вектору напряженности $\vec{E}_0$ внешнего поля. Этот процесс называется ***поляризацией диэлектрика***. В результате полное электрическое поле $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$ внутри диэлектрика оказывается по модулю меньше внешнего поля $\vec{E}_0$

**Физическая величина, равная отношению модуля напряженности $\vec{E}_0$ внешнего электрического поля в вакууме к модулю напряженности $\vec{E}$ полного поля в однородном диэлектрике, называется *диэлектрической проницаемостью* вещества**.

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}.$$

**Если в однородном диэлектрике с диэлектрической проницаемостью ε находится точечный заряд *Q*, то напряженность поля $\vec{E}$, создаваемого этим зарядом в некоторой точке, и потенциал φ в ε раз меньше, чем в вакууме:**

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon r^3}\vec{r}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon r}.$$

Если двум изолированным друг от друга проводникам сообщить заряды $q_1$ и $q_2$, то между ними возникает некоторая разность потенциалов Δφ, зависящая от величин зарядов и геометрии проводников. Разность потенциалов Δφ между двумя точками в электрическом поле часто называют ***напряжением*** и обозначают буквой *U*. Наибольший практический интерес представляет случай, когда заряды проводников одинаковы по модулю и противоположны по знаку: $q_1 = -q_2 = q$. В этом случае можно ввести понятие ***электрической емкости***.

**Электроемкостью системы из двух проводников называется физическая величина, определяемая как отношение заряда *q* одного из проводников к разности потенциалов Δφ между ними:**

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U}.$$

В системе СИ единица электроемкости называется ***фарад*** (Ф): $1\text{Ф} = \frac{1\text{Кл}}{1\text{В}}$.

Величина электроемкости зависит от формы и размеров проводников и от свойств диэлектрика, разделяющего проводники. Существуют такие конфигурации проводников, при которых электрическое поле оказывается сосредоточенным (локализованным) лишь в некоторой области пространства. Такие системы называются ***конденсаторами***, а проводники, составляющие конденсатор, называются ***обкладками***.

Простейший конденсатор – система из двух плоских проводящих пластин, расположенных параллельно друг другу на малом по сравнению с размерами пластин расстоянии и разделенных слоем диэлектрика. Такой конденсатор называется ***плоским***. Электрическое поле плоского конденсатора в основном локализовано между пластинами (рис. 3.9).

Каждая из заряженных пластин плоского конденсатора создает вблизи поверхности электрическое поле, модуль напряженности которого выражается соотношением $E_1 = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

Согласно принципу суперпозиции, напряженность $\vec{E}$ поля, создаваемого обеими пластинами, равна сумме напряженностей $\overrightarrow{E^+}$ и $\overrightarrow{E^-}$ полей каждой из пластин: $\vec{E} = \overrightarrow{E^+} + \overrightarrow{E^-}$.

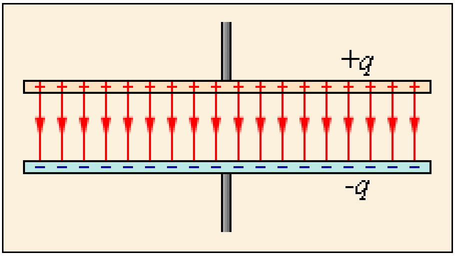



*Рис. 3.9.* Идеализированное представление поля плоского конденсатора

Внутри конденсатора вектора $\overrightarrow{E^+}$ и $\overrightarrow{E^-}$ параллельны; поэтому модуль напряженности суммарного поля равен $E = 2E_1 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

Вне пластин вектора $\overrightarrow{E^+}$ и $\overrightarrow{E^-}$ направлены в разные стороны, и поэтому $E = 0$. Поверхностная плотность σ заряда пластин равна $q / S$, где $q$ – заряд, а $S$ – площадь каждой пластины. Разность потенциалов $\Delta\varphi$ между пластинами в однородном электрическом поле равна $Ed$, где $d$ – расстояние между пластинами. Из этих соотношений можно получить формулу для электроемкости плоского конденсатора:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\sigma S}{Ed} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}.$$

Если пространство между обкладками заполнено диэлектриком, электроемкость конденсатора увеличивается в ε раз:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Конденсаторы могут соединяться между собой, образуя батареи конденсаторов. При ***параллельном соединении*** конденсаторов (рис. 3.10) напряжения на конденсаторах одинаковы: $U_1 = U_2 = U$, а заряды равны $q_1 = C_1U$ и $q_2 = C_2U$. Такую систему можно рассматривать как единый конденсатор электроемкости $C$, заряженный зарядом $q = q_1 + q_2$ при напряжении между обкладками равном $U$. Отсюда следует $C = \frac{q_1 + q_2}{U}$ или $C = C_1 + C_2$.

**Таким образом, при параллельном соединении электроемкости складываются.**

При последовательном соединении (рис. 3.11) одинаковыми оказываются заряды обоих конденсаторов: $q_1 = q_2 = q$, а напряжения на них равны $U_1 = \frac{q}{C_1}$ и $U_2 = \frac{q}{C_2}$. Такую систему можно рассматривать как единый конденсатор, заряженный зарядом $q$ при напряжении между обкладками $U = U_1 + U_2$. Следовательно, $C = \frac{q}{U_1 + U_2}$ или $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$.

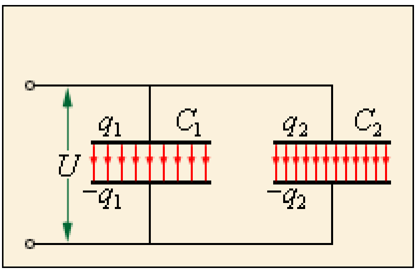



*Рис. 3.10.* Параллельное соединение конденсаторов. $C = C_1 + C_2$

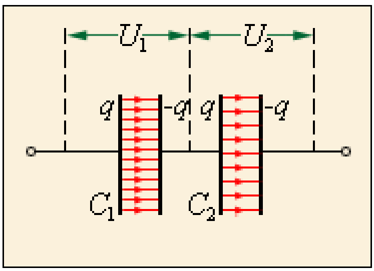



*Рис. 3.11.* Последовательное соединение конденсаторов $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

**При последовательном соединении конденсаторов складываются обратные величины емкостей.**

Формулы для параллельного и последовательного соединения остаются справедливыми при любом числе конденсаторов, соединенных в батарею.

Опыт показывает, что заряженный конденсатор содержит запас энергии.

**Энергия заряженного конденсатора равна работе внешних сил, которую необходимо затратить, чтобы зарядить конденсатор.**

Формулу, выражающую энергию заряженного конденсатора, можно записать в разных эквивалентных формах, если воспользоваться соотношением $Q = CU$.

$$W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2}.$$

Электрическую энергию $W_e$ следует рассматривать как потенциальную энергию, запасенную в заряженном конденсаторе.

Напряженность однородного поля в плоском конденсаторе равна $E = U/d$, а его емкость $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$. Поэтому $W_e = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S E^2 d^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}V$, где $V = Sd$ – объем пространства между обкладками, занятый электрическим полем. Из этого соотношения следует, что физическая величина

$$w_e = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}$$

является электрической (потенциальной) энергией единицы объема пространства, в котором создано электрическое поле. Ее называют ***объемной плотностью электрической энергии***.

### Тестовые задания для самостоятельного решения

3.1. Капля, имеющая положительный заряд ($+e$), при освещении потеряла один электрон. Каким стал заряд капли?

1. 0; 2. ($-2e$) ; 3. ($+2e$); 4. ($-e$).

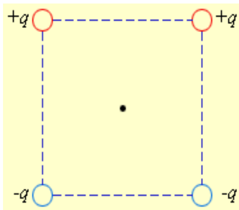
3.2. Как изменится сила кулоновского взаимодействия двух точечных зарядов, если расстояние между ними увеличить в 2 раза?

1. Увеличится в 2 раза.
2. Уменьшится в 2 раза.
3. Увеличится в 4 раза.
4. Уменьшится в 4 раза.
5. Не изменится.

3.3. Сила взаимодействия между двумя точечными заряженными телами равна $F$. Чему станет равна сила взаимодействия между телами, если каждый заряд на телах увеличить в 3 раза?

1. Увеличится в 3 раза.
2. Уменьшится в 3 раза.
3. Увеличится в 9 раз.
4. Уменьшится в 9 раз.
5. Не изменится.

3.4. Как направлена кулоновская сила $\vec{F}$, действующая на положительный точечный заряд, помещенный в центр квадрата, в углах которого находятся заряды: $(+q)$, $(+q)$, $(-q)$, $(-q)$?




1. ↓ 2. ↑ 3. ← 4. → 5. ↗

3.5. Как изменится модуль силы взаимодействия двух одинаковых металлических шаров, имеющих заряды $(+q_1)$ и $(+q_2)$, если шары привести в соприкосновение и раздвинуть на прежнее расстояние?

1. Не изменится. 2. Увеличится. 3. Уменьшится.

3.6. Напряженность электрического поля измеряют с помощью пробного заряда $q_п$. Как изменится модуль напряженности, если величину пробного заряда увеличить в 2 раза?

1. Увеличится в 2 раза.
2. Уменьшится в 2 раза.
3. Увеличится в 4 раза.
4. Не изменится.

3.7. Как изменится напряженность электрического поля, созданного точечным зарядом, при увеличении расстояния от него в 2 раза?

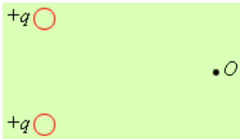
1. Уменьшится в 2 раза.
2. Уменьшится в 4 раза.
3. Уменьшится в 8 раз.
4. Уменьшится в 16 раз.
5. Не изменится.

3.8. Какая из приведенных ниже формул является определением напряженности электрического поля?

1. $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$; 2. $\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}$.

1. Обе формулы.
2. Только первая.
3. Только вторая.
4. Ни одна из них.

3.9. Какое направление в точке $O$ имеет вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$, созданного двумя одноименными зарядами?

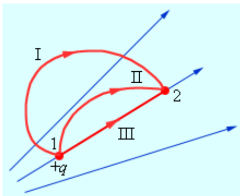



1. ↓ 2. ↑ 3. ← 4. → 5. ↗

3.10. Как зависит напряженность электрического поля бесконечной равномерно заряженной плоскости от расстояния $r$ до плоскости?

1. $E \sim \dfrac{1}{r^4}$ 2. $E \sim \dfrac{1}{r^3}$ 3. $E \sim \dfrac{1}{r^2}$ 4. $E \sim \dfrac{1}{r}$ 5. Напряженность $E$ не зависит от $r$

3.11. В постоянном электрическом поле перемещается положительный заряд из точки 1 в точку 2 по разным траекториям. В каком случае работа сил электрического поля больше?




1. I; 2. II; 3. III; 4. Работа по всем траекториям одинакова.

3.12. Какая из приведенных ниже формул является определением разности потенциалов?

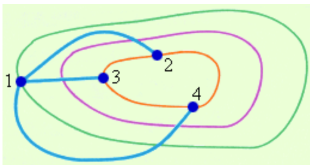
1. $\varphi_1 - \varphi_2 = \dfrac{A}{q}$;  2. $\varphi_1 - \varphi_2 = Er$.

1. Обе формулы.
2. Только первая.
3. Только вторая.
4. Ни одна из них.

3.13. Напряженность электрического поля между двумя точками в однородном электрическом поле равна 100 В/м, а расстояние между ними 5 см. Чему равна разность потенциалов между этими точками?

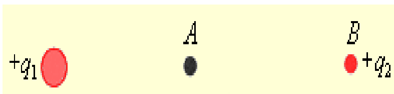
1. 5 В;  2. 20 В;  3. 500 В;  4. 2000 В;  5. 0 В

3.14. На рисунке представлена картина эквипотенциальных поверхностей некоторого электрического поля. В каком случае абсолютная величина работы по перемещению электрического заряда из точки 1 в точки 2, 3, 4 будет больше?



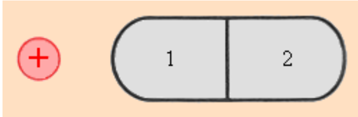

1. По траектории 1–2.
2. По траектории 1–3.
3. По траектории 1–4.
4. По всем траекториям одинакова.

3.15. Электрическое поле создано неподвижным положительно заряженным шаром ($+q_1$). Как изменятся напряженность и потенциал поля в точке $A$, если в точке $B$ будет находится другой положительный заряд ($+q_2$) и $|q_2| < |q_1|$?



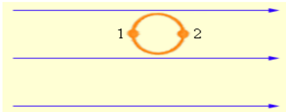

1. Напряженность в точке $A$ увеличится, потенциал уменьшится.
2. Напряженность в точке $A$ уменьшится, потенциал увеличится.
3. Напряженность и потенциал в точке $A$ уменьшатся.
4. Напряженность и потенциал в точке $A$ увеличатся.
5. Напряженность и потенциал в точке $A$ не изменятся.

3.16. Незаряженное металлическое тело внесено в электрическое поле положительного заряда, а затем разделено на части 1 и 2. Какими электрическими зарядами будут обладать части тела 1 и 2 после разделения?



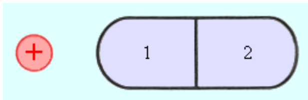

1. 1 – положительным, 2 – отрицательным.
2. 1 – отрицательным, 2 – положительным.
3. 1 и 2 останутся нейтральными.
4. 1 и 2 – положительными.
5. 1 и 2 – отрицательными.

3.17. Проводящий шар находится в однородном электрическом поле. Сравните потенциалы точек 1 и 2 шара.




1. $\varphi_1 > \varphi_2$ 2. $\varphi_1 < \varphi_2$ 3. $\varphi_1 = \varphi_2$ 4. $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$

3.18. Незаряженное тело из диэлектрика внесено в электрическое поле положительного заряда, а затем разделено на части 1 и 2. Какими электрическими зарядами обладают части тела 1 и 2 после их разделения?

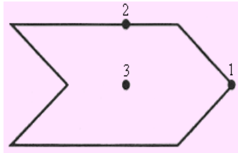



1. Обе части останутся нейтральными.
2. 1 – положительным, 2 – отрицательным.
3. 1 – отрицательным, 2 – положительным.
4. 1 и 2 – положительными.

3.19. Плоский конденсатор подключен к источнику постоянного тока. Как изменится заряд на обкладках конденсатора, если пространство между ними заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$?

1. Не изменится.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Уменьшится в 2 раза.
4. Уменьшится в 4 раза.

3.20. Металлическому полому телу, сечение которого представлено на рисунке, сообщен положительный заряд. Каково соотношение между потенциалами точек 1, 2 и 3?




1. $\varphi_1 > \varphi_2 > \varphi_3$.
2. $\varphi_1 = \varphi_2 > \varphi_3$.
3. $\varphi_3 > \varphi_2 > \varphi_1$.
4. $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3$.
5. $\varphi_1 < \varphi_2 > \varphi_3$.

3.21. Заряд на обкладках конденсатора увеличили в 2 раза. Как изменится электроемкость конденсатора?

1. Не изменится.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Уменьшится в 2 раза.
4. Увеличится в 4 раза.

3.22. Электрический заряд на одной пластине конденсатора (+20 Кл), на другой (–20 Кл). Напряжение между пластинами равно $5 \cdot 10^4$ В. Чему равна электрическая емкость конденсатора?

1. 0;  2. 400 мкФ;  3. 800 мкФ;  4. 1200 мкФ;  5. $2{,}5 \cdot 10^3$ Ф.

3.23. Как изменится емкость плоского конденсатора, если расстояние между его пластинами увеличить в 2 раза?

1. Не изменится.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Уменьшится в 2 раза.
4. Уменьшится в 4 раза.

3.24. Как изменится напряжение на обкладках заряженного плоского конденсатора, если расстояние между его обкладками увеличить в 2 раза?

1. Увеличится в 2 раза.
2. Уменьшится в 2 раза.
3. Увеличится в 4 раза.
4. Уменьшится в 4 раза.
5. Не изменится.

3.25. Плоский конденсатор подключен к источнику постоянного тока. Как изменится заряд на обкладках конденсатора, если площадь пластин уменьшить в 2 раза?

1. Уменьшится в 2 раза.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Не изменится.
4. Уменьшится в 4 раза.

3.26. С помощью какой из приведенных ниже формул можно рассчитать энергию электрического поля конденсатора?

1. $\dfrac{q^2}{2C}$;  2. $\dfrac{CU^2}{2}$;  3. $\dfrac{qU}{2}$.

1. Только 1; 2. Только 2; 3. Только 3; 4. 1, 2 и 3; 5. 1 и 3.

3.27. С помощью какого из приведенных ниже выражений можно рассчитать плотность энергии электрического поля конденсатора?

1. $\dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$;  2. $\dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon U^2}{2d^2}$;  3. $\dfrac{q^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon S^2}$.

1. Только 1. 2. Только 2. 3. Только 3. 4. 1, 2 и 3. 5. 1 и 2.

3.28. Конденсатор зарядили и отключили от источника тока. Как изменится энергия электрического поля внутри конденсатора, если увеличить в 2 раза расстояние между обкладками конденсатора?

1. Не изменится.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Уменьшится в 2 раза.
4. Уменьшится в 4 раза.

3.29. Конденсатор подключен к источнику постоянного тока. Как изменится энергия электрического поля внутри конденсатора, если увеличить в 2 раза расстояние между обкладками конденсатора?

1. Не изменится.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Уменьшится в 2 раза.
4. Уменьшится в 4 раза.

3.30. Энергия электрического поля, созданного внутри плоского конденсатора, отключенного от источника тока, равна $W$. Чему станет равной энергия поля, если из него вынуть диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 3$?

1. $W / 3$; 2. $3W$; 3. $W$; 4. $9W$.

### Задачи с решениями

**3.1. α-частица представляет собой ядро атома гелия. Она имеет массу $m = 6{,}64 \cdot 10^{-27}$ кг и заряд $q = +2e = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл. Найдите отношение модулей силы электрического отталкивания двух α-частиц и силы гравитационного притяжения.**

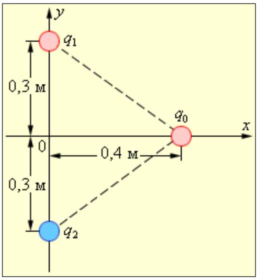
**Решение**

Сила электрического притяжения находится из закона Кулона: $F_{\text{е}} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q^2}{r^2}$, где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл$^2$/(Н·м$^2$) – электрическая постоянная, $r$ – расстояние между α-частицами.

Сила гравитационного притяжения находится из закона всемирного тяготения: $F_{\text{гр}} = G\dfrac{m^2}{r^2}$. Здесь $G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ Н·м/кг$^2$.

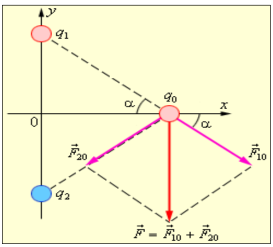
Отношение $F_{\text{е}} / F_{\text{гр}}$ равно $\dfrac{F_{\text{е}}}{F_{\text{гр}}} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 G}\dfrac{q^2}{m^2} = 3{,}1 \cdot 10^{35}$.

**3.2. На рисунке изображено взаимное расположение трех точечных зарядов $q_1 = +2{,}0 \cdot 10^{-6}$ Кл, $q_2 = -2{,}0 \cdot 10^{-6}$ Кл и $q_0 = +4{,}0 \cdot 10^{-6}$ Кл и указаны расстояния между зарядами. Определите модуль и направление результирующей силы, действующей на заряд $q_0$ со стороны зарядов $q_1$ и $q_2$.**




**Решение**

Расстояния между зарядами $q_0$ и $q_1$, $q_0$ и $q_2$ одинаковы и равны $r = 0{,}5$ м. На заряд $q_0$ со стороны заряда $q_1$ действует кулоновская сила отталкивания $\vec{F}_{10}$, а со стороны заряда $q_2$ – сила притяжения $\vec{F}_{20}$. Эти силы



одинаковы по модулю и направлены вдоль прямых линий, на которых располагаются взаимодействующие заряды (см. рис.):

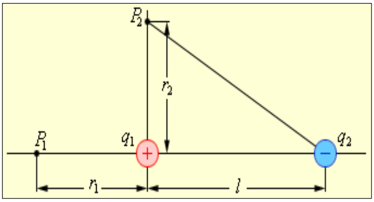
$$F_{10} = F_{20} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0|q|}{r^2} = 0,29 \text{ Н}.$$

Здесь $|q| = q_1 = |q_2|$. Результирующая сила $\vec{F}$, действующая на заряд $q_0$, равна векторной сумме сил $\vec{F}_{10}$ и $\vec{F}_{20}$. При сложении составляющие этих сил по оси $x$ взаимно компенсируются, а составляющие по оси $y$, имеющие одинаковые знаки, суммируются.

Модуль результирующей силы $\vec{F}$ будет равен $F = 2F_{10} \sin \alpha = 2\cdot 0,6\cdot F_{10} = 0,35$ Н.

Таким образом, результирующая сила $\vec{F}$, действующая на заряд $q_0$, направлена антипараллельно оси $y$ и равна по модулю 0,35 Н.

**3.3. Электрический диполь состоит из двух точечных зарядов $q_1 = +12\cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = -12\cdot 10^{-9}$ Кл, расположенных на расстоянии $l = 10$ см друг от друга. Определите потенциал в точке $P_1$, расположенной на оси диполя на расстоянии $r_1 = 6$ см от положительного заряда, и в точке $P_2$, расположенной на таком же расстоянии $r_2 = r_1$ от положительного заряда на линии, перпендикулярной оси диполя и проходящей через $q_1$.**




**Решение**

Потенциал является **скалярной** величиной. Согласно принципу суперпозиции, потенциал, создаваемый в некоторой точке системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых в этой точке отдельными зарядами. Потенциал кулоновского поля точечного заряда $q$ на расстоянии $r$ определяется формулой $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$.

Положительный заряд $q_1$ создает в точках $P_1$ и $P_2$ одинаковые потенциалы $\varphi_1^+$ и $\varphi_2^+$, равные $\varphi_1^+ = \varphi_2^+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1} = 1800$ В.

Отрицательный заряд $q_2$ находится на разных расстояниях от точек $P_1$ и $P_2$. Поэтому создаваемые этим зарядом потенциалы $\varphi_1^-$ и $\varphi_2^-$ будут разными.

$$\varphi_1^- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{(l+r_1)} = -831\ \text{В}, \quad \varphi_2^- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{\sqrt{l^2+r_2^2}} = -925\ \text{В}.$$

Следовательно, $\varphi_1 = \varphi_1^+ + \varphi_1^- = 969\ \text{В}, \quad \varphi_2 = \varphi_2^+ + \varphi_2^- = 875\ \text{В}.$

**3.4. Найдите разность потенциалов между двумя безграничными заряженными проводящими параллельными пластинами, заряженных зарядами с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 6\cdot10^{-9}$ Кл/м$^2$ и $\sigma_2 = 2\cdot10^{-9}$ Кл/м$^2$ и расположенных на расстоянии $d$ = 40 см друг от друга.**

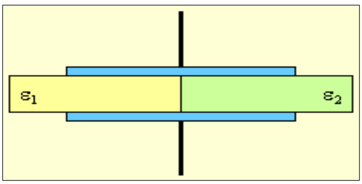
**Решение**

По принципу суперпозиции, электрическое поле в пространстве между пластинами равно векторной сумме полей обеих пластин. Поскольку обе пластины заряжены положительным зарядом, электрические поля, создаваемые пластинами в пространстве между ними, направлены в противоположные стороны.

Примем за положительное направление от первой пластины ко второй. Тогда $E = E_1 - E_2 = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1 - \sigma_2) = 226$ Н/Кл.

По определению, разность потенциалов $\Delta\varphi_{12}$ равна работе электрического поля по перемещению единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2: $\Delta\varphi_{12} = E \cdot d = 90{,}4$ Н·м/Кл = 90,4 В.

**3.5. Плоский конденсатор емкостью $C_0$ заполняется диэлектриком, как показано на рисунке. Одна половина конденсатора заполняется парафином с проницаемостью $\varepsilon_1 = 2{,}2$, а вторая плексигласом с проницаемостью $\varepsilon_2 = 3{,}4$. Во сколько раз изменится емкость конденсатора?**




**Решение**

Конденсатор, заполненный диэлектриком, можно рассматривать как два параллельно соединенных конденсатора $C_1$ и $C_2$, емкости которых равны $C_1 = \frac{\varepsilon_1 C_0}{2}, \quad C_2 = \frac{\varepsilon_2 C_0}{2}.$

Суммарная емкость $C$ при параллельном включении равна сумме емкостей $C = C_1 + C_2 = \frac{C_0}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$. Отсюда следует: $\frac{C}{C_0} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} = 2,8.$

Емкость конденсатора увеличится в 2,8 раза.

**3.6. Плоский конденсатор емкостью $C = 15 \cdot 10^{-12}$ Ф заряжен до напряжения $U = 120$ В и отключен от источника тока. Затем в конденсатор была введена стеклянная пластина с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 6$. Найдите энергию электрического поля конденсатора до и после введения пластинки.**

**Решение**

Энергия, запасенная в конденсаторе емкостью $C$, заряженного до напряжения $U$, определяется соотношением $W_{e1} = \frac{CU^2}{2}$.

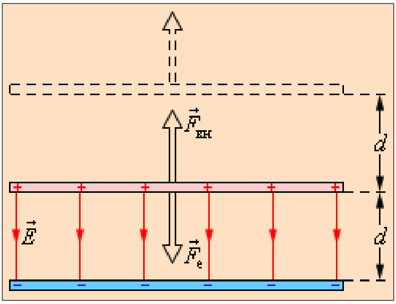
При введении стеклянной пластинки конденсатор отсоединен от источника тока, следовательно, заряд конденсатора остается неизменным, а его емкость увеличивается до значения $\varepsilon C$. Поэтому энергия конденсатора, заполненного диэлектриком, может быть определена по формуле $W_{e2} = \frac{q^2}{2\varepsilon C} = \frac{CU^2}{2\varepsilon}$. Здесь $q = CU$ – заряд конденсатора. Таким образом, электрическая энергия конденсатора при введении диэлектрика уменьшилась. Разность $[(W_e)_1 - (W_e)_2] = 90$ нДж равна механической работе, совершенной электрическими силами, действующими на диэлектрическую пластинку при ее введении в конденсатор. Эта работа положительна. Отсюда можно сделать вывод, что электрические силы, действующие на пластину, стремятся втянуть ее внутрь конденсатора.

**3.7. Плоский воздушный конденсатор состоит из двух близко расположенных пластин. Емкость конденсатора $C = 2,5 \cdot 10^{-12}$ Ф. Заряд конденсатора $q = 5,0 \cdot 10^{-9}$ Кл. Какую нужно совершить работу, чтобы вдвое увеличить расстояние между пластинами конденсатора?**

**Решение**

Задача может быть решена двумя способами.

**1. Силовой метод.** Пластины плоского конденсатора притягиваются друг к другу, так как они заряжены зарядами противоположных знаков. Сила, действующая на каждую пластину, равна произведению заряда $q$ этой пластины на напряженность поля $E_1$, создаваемого второй пластиной. Это поле в два раза меньше напряженности поля $E$ в конденсаторе, которое создается обеими пластинами.




Пусть одна из пластин (например, отрицательно заряженная пластина) неподвижна, а вторая, положительно заряженная, отодвигается от первой на расстояние $d$. Внешняя сила $F_{вн}$, равная по модулю силе электростатического взаимодействия $F_е$ между пластинами, совершает положительную работу $A_{вн} = F_{вн} \cdot d$ (см. рис.). $A_{вн} = qE_1 d = qd \dfrac{q}{2\varepsilon_0 S} = \dfrac{q^2}{2}\dfrac{1}{C} = 5 \cdot 10^{-6}$ Дж. Работа, совершенная внешней силой при раздвижении пластин конденсатора, равна первоначальной энергии $(W_е)_1$, запасенной в конденсаторе.

**2. Энергетический метод.** При увеличении расстояния между пластинами конденсатора его емкость уменьшается в два раза, а заряд остается неизменным. Поэтому энергия, запасенная в конденсаторе, увеличится в два раза и станет равной $W_{е2} = 2\dfrac{q^2}{2C} = \dfrac{q^2}{C}$. По закону сохранения энергии увеличение энергии конденсатора равно работе внешней силы: $A_{вн} = W_{е2} - W_{е1} = \dfrac{q^2}{2C} = 5 \cdot 10^{-6}$ Дж.

## Постоянный электрический ток

### Электрический ток. Сила тока. Закон Ома для участка цепи. Сопротивление. Последовательное и параллельное соединение проводников

В проводниках при определенных условиях может возникнуть непрерывное упорядоченное движение свободных носителей электрического заряда. Такое движение называется ***электрическим током***. За направление электрического тока принято направление движения положительных свободных зарядов. Для существования электрического тока в проводнике необходимо создать в нем электрическое поле.

Количественной мерой электрического тока служит ***сила тока*** $I$ – **скалярная физическая величина, равная отношению заряда $\Delta q$, переносимого через поперечное сечение проводника (рис. 3.12) за интервал времени $\Delta t$, к этому интервалу времени:** $I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$.

Если сила тока и его направление не изменяются со временем, то такой ток называется ***постоянным***.

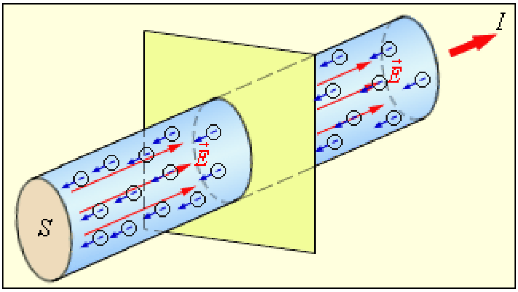



*Рис. 3.12.* Упорядоченное движение электронов в металлическом проводнике и ток I. S – площадь поперечного сечения проводника, $\vec{E}$ – электрическое поле

В Международной системе единиц СИ сила тока измеряется в амперах (А). Единица измерения тока 1 А устанавливается по магнитному взаимодействию двух параллельных проводников с током.

Постоянный электрический ток может быть создан только в ***замкнутой цепи***, в которой свободные носители заряда циркулируют по замкнутым траекториям. Электрическое поле в разных точках такой цепи неизменно во времени. Следовательно, электрическое поле в цепи постоянного тока имеет характер замороженного электростатического поля. Но при перемещении электрического заряда в электростатическом поле по замкнутой траектории работа электрических сил равна нулю. Поэтому для существования постоянного тока необходимо наличие в электрической цепи устройства, способного создавать и поддерживать разности потенциалов на участках цепи за счет работы сил **неэлектростатического происхождения**. Такие устройства называются ***источниками постоянного тока***. Силы неэлектростатического происхождения, действующие на свободные носители заряда со стороны источников тока, называются ***сторонними силами***.

Немецкий физик Г. Ом в 1826 году экспериментально установил, что сила тока $I$, текущего по однородному металлическому проводнику (т. е. проводнику, в котором не действуют сторонние силы), пропорциональна напряжению $U$ на концах проводника:

$$I = \frac{1}{R}U \text{ или } U = IR,$$

где $R = \text{const}$.

Величину $R$ принято называть ***электрическим сопротивлением***. Проводник, обладающий электрическим сопротивлением, называется ***резистором***. Это соотношение выражает ***закон Ома для однородного участка цепи:*** **сила тока в проводнике прямо пропорциональна приложенному напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению проводника.**

В СИ единицей электрического сопротивления проводников служит ***ом*** (Ом). Сопротивлением в 1 Ом обладает такой участок цепи, в котором при напряжении 1 В возникает ток силой 1 А.

Проводники в электрических цепях могут соединяться последовательно и параллельно.

**При последовательном соединении** проводников (рис. 3.13) сила тока во всех проводниках одинакова: $I_1 = I_2 = I$.

По закону Ома напряжения $U_1$ и $U_2$ на проводниках равны $U_1 = IR_1$, $U_2 = IR_2$. Общее напряжение $U$ на обоих проводниках равно сумме напряжений $U_1$ и $U_2$: $U = U_1 + U_2 = I(R_1 + R_2) = IR$, где $R$ – электрическое сопротивление всей цепи. Отсюда следует: $R = R_1 + R_2$.

**При последовательном соединении полное сопротивление цепи равно сумме сопротивлений отдельных проводников.**

Этот результат справедлив для любого числа последовательно соединенных проводников.

**При параллельном соединении** (рис. 3.14) напряжения $U_1$ и $U_2$ на обоих проводниках одинаковы: $U_1 = U_2 = U$. Сумма токов $I_1 + I_2$, протекающих по обоим проводникам, равна току в неразветвленной цепи: $I = I_1 + I_2$. Этот результат следует из того, что в точках разветвления токов (узлы $A$ и $B$) в цепи постоянного тока не могут накапливаться заряды. Например, к узлу $A$ за время $\Delta t$ подтекает заряд $I\Delta t$, а утекает от узла за то же время заряд $I_1\Delta t + I_2\Delta t$. Следовательно, $I = I_1 + I_2$.

Записывая на основании закона Ома $I_1 = \dfrac{U}{R}$, $I_2 = \dfrac{U}{R_2}$, $I = \dfrac{U}{R}$, где $R$ – электрическое сопротивление всей цепи, получим $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$.

**При параллельном соединении проводников величина, обратная общему сопротивлению цепи, равна сумме величин, обратных сопротивлениям параллельно включенных проводников.**

Этот результат справедлив для любого числа параллельно включенных проводников.

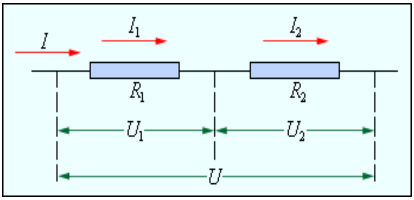



*Рис. 3.13.* Последовательное соединение проводников

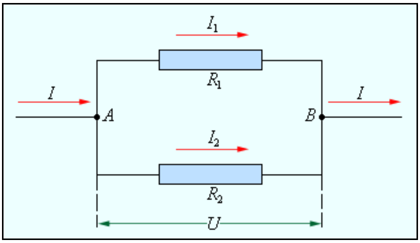



*Рис. 3.14.* Параллельное соединение проводников

**Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца. Электродвижущая сила. Источники тока. Закон Ома для полной цепи**

При протекании тока по однородному участку цепи электрическое поле совершает работу. За время $\Delta t$ по цепи протекает заряд $\Delta q = I\Delta t$. Электрическое поле на выделенном участке совершает работу $\Delta A = (\varphi_1 - \varphi_2)\Delta q = \Delta\varphi_{12} I\Delta t = UI\Delta t$, где $U = \Delta\varphi_{12}$ – напряжение. Эту работу называют ***работой электрического тока***.

Если обе части формулы $RI = U$, выражающей закон Ома для однородного участка цепи с сопротивлением $R$, умножить на $I\Delta t$, то получится соотношение $RI^2\Delta t = UI\Delta t = \Delta A$. Это соотношение выражает закон сохранения энергии для однородного участка цепи.

**Работа $\Delta A$ электрического тока $I$, протекающего по неподвижному проводнику с сопротивлением $R$, преобразуется в тепло $\Delta Q$, выделяющееся на проводнике.**

$$\Delta Q = \Delta A = RI^2\Delta t\ .$$

Закон преобразования работы тока в тепло был экспериментально установлен независимо друг от друга Дж. Джоулем и Э. Ленцем и носит название ***закона Джоуля–Ленца***.

Мощность электрического тока равна отношению работы тока $\Delta A$ к интервалу времени $\Delta t$, за которое эта работа была совершена:

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Работа электрического тока в СИ выражается в ***джоулях*** (Дж), мощность – в ***ваттах*** (Вт).

При перемещении электрических зарядов по цепи постоянного тока сторонние силы, действующие внутри источников тока, совершают работу.

**Физическая величина, равная отношению работы $A_{\text{ст}}$ сторонних сил при перемещении заряда $q$ от отрицательного полюса источника тока к положительному к величине этого заряда, называется *электродвижущей силой источника* (ЭДС):**

$$\text{ЭДС} = \mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q}.$$

Электродвижущая сила, как и разность потенциалов, измеряется в вольтах (В).

При перемещении единичного положительного заряда по замкнутой цепи постоянного тока работа сторонних сил равна сумме ЭДС, действующих в этой цепи, а работа электростатического поля равна нулю.

Цепь постоянного тока можно разбить на определенные участки. Те участки, на которых не действуют сторонние силы (т. е. участки, не содержащие источников тока), называются ***однородными***. Участки, включающие источники тока, называются ***неоднородными***.

При перемещении единичного положительного заряда по некоторому участку цепи работу совершают как электростатические (кулоновские), так и сторонние силы. Работа электростатических сил равна разности потенциалов $\Delta\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ между начальной (1) и конечной (2) точками неоднородного участка. Работа сторонних сил равна по определению электродвижущей силе $\mathcal{E}_{12}$, действующей на данном участке. Поэтому полная работа равна $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}$.

Величину $U_{12}$ принято называть ***напряжением*** на участке цепи 1–2. В случае однородного участка напряжение равно разности потенциалов: $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$.

Для участка цепи, содержащего ЭДС, закон Ома записывается в следующей форме: $IR = U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E} = \Delta\varphi_{12} + \mathcal{E}$.

Это соотношение принято называть ***обобщенным законом Ома***.

На рисунке 3.15 изображена замкнутая цепь постоянного тока. Участок цепи (*cd*) является однородным.

По закону Ома, $IR = \Delta\varphi_{cd}$.

Участок (*ab*) содержит источник тока с ЭДС, равной $\mathcal{E}$. По закону Ома для неоднородного участка, $Ir = \Delta\varphi_{ab} + \mathcal{E}$.

Сложив оба равенства, получим: $I(R + r) = \Delta\varphi_{cd} + \Delta\varphi_{ab} + \mathcal{E}$. Но $\Delta\varphi_{cd} = \Delta\varphi_{ba} = -\Delta\varphi_{ab}$. Поэтому

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Эта формула выражет ***закон Ома для полной цепи***: **сила тока в полной цепи равна электродвижущей силе источника, деленной на сумму сопротивлений однородного и неоднородного участков цепи.**

Сопротивление $r$ неоднородного участка на рисунке 3.15 можно рассматривать как ***внутреннее сопротивление источника тока***. В этом случае участок (*ab*) на рисунке 3.15 является внутренним участком источника. Если точки *a* и *b* замкнуть проводником, сопротивление которого мало по сравнению с внутренним сопротивлением источника ($R << r$), тогда в цепи потечет ***ток короткого замыкания*** $I_{кз} = \frac{\mathcal{E}}{r}$.

Сила тока короткого замыкания – максимальная сила тока, которую можно получить от данного источника с электродвижущей силой $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением $r$.

Если внешняя цепь разомкнута, то $\Delta\varphi_{ba} = -\Delta\varphi_{ab} = \mathcal{E}$, т. е. разность потенциалов на полюсах разомкнутой батареи равна ее ЭДС.

Если внешнее нагрузочное сопротивление $R$ включено и через батарею протекает ток $I$, разность потенциалов на ее полюсах становится равной $\Delta\varphi_{ba} = \mathcal{E} - Ir$.

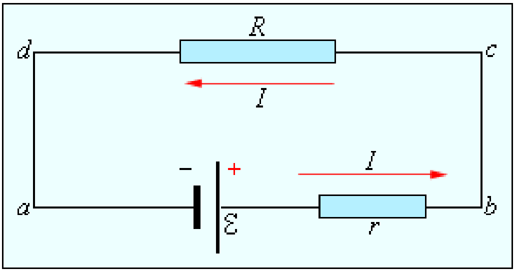



*Рис. 3.15.* Цепь постоянного тока

**При протекании электрического тока по замкнутой цепи работа сторонних сил $\Delta A_{ст}$ преобразуется в тепло, выделяющееся во внешней цепи ($\Delta Q$) и внутри источника ($\Delta Q_{ист}$).** $\Delta Q + \Delta Q_{ист} = \Delta A_{ст} = \mathcal{E} I \Delta t.$

## Электрический ток в различных средах

*Электрический ток в металлах* – это упорядоченное движение электронов под действием электрического поля. Опыты показывают, что при протекании тока по металлическому проводнику не происходит переноса вещества, следовательно, ионы металла не принимают участия в переносе электрического заряда.

Хорошая электропроводность металлов объясняется высокой концентрацией свободных электронов, равной по порядку величины числу атомов в единице объема.

Как ионы, образующие решетку, так и электроны участвуют в тепловом движении. Ионы совершают тепловые колебания вблизи положений равновесия – узлов кристаллической решетки. Свободные электроны движутся хаотично и при своем движении сталкиваются с ионами решетки. В результате таких столкновений устанавливается термодинамическое равновесие между электронным газом и решеткой. Согласно теории Друде–Лоренца, электроны обладают такой же средней энергией теплового движения, как и молекулы одноатомного идеального газа. Это позволяет оценить среднюю скорость $\bar{\upsilon}_т$ теплового движения электронов по формулам молекулярно-кинетической теории. При комнатной температуре она оказывается примерно равной $10^5$ м/с.

**Средняя скорость $\bar{\upsilon}_д$ упорядоченного движения электронов в металлических проводниках на много порядков меньше средней скорости $\bar{\upsilon}_т$ их теплового движения.**

По значению удельного электрического сопротивления ***полупроводники*** занимают промежуточное место между хорошими проводниками и диэлектриками. К числу полупроводников относятся многие химические элементы (германий, кремний, селен, теллур, мышьяк и др.), огромное количество сплавов и химических соединений. Почти все неорганические вещества окружающего нас мира – полупроводники. Самым распространенным в природе полупроводником является кремний, составляющий около 30 % земной коры.

Качественное отличие полупроводников от металлов проявляется прежде всего в зависимости удельного сопротивления от температуры. С понижением температуры сопротивление металлов падает. У полупроводников, напротив, с понижением температуры сопротивление возрастает и вблизи абсолютного нуля они практически становятся изоляторами.

***Электролитами*** принято называть проводящие среды, в которых протекание электрического тока сопровождается переносом вещества. Носителями свободных зарядов в электролитах являются положительно и отрицательно заряженные ионы. К электролитам относятся многие соединения металлов с металлоидами в расплавленном состоянии, а также некоторые твердые вещества. Однако основными представителями электролитов, широко используемыми в технике, являются **водные растворы неорганических кислот, солей и оснований**.

Прохождение электрического тока через электролит сопровождается выделением веществ на электродах. Это явление получило название ***электролиза***.

Закон электролиза был экспериментально установлен английским физиком М. Фарадеем в 1833 году. ***Закон Фарадея*** определяет **количества первичных продуктов**, выделяющихся на электродах при электролизе:

**Масса $m$ вещества, выделившегося на электроде, прямо пропорциональна заряду $Q$, прошедшему через электролит:**

$$m = kQ = kIt.$$

Величину $k$ называют ***электрохимическим эквивалентом***.

Масса выделившегося на электроде вещества равна массе всех ионов, пришедших к электроду: $m = m_0 N = m_0 \dfrac{Q}{q_0} = \dfrac{m_0}{q_0} It.$ Здесь $m_0$ и $q_0$ – масса и заряд одного иона, $N = \dfrac{Q}{q_0}$ – число ионов, пришедших к электроду при прохождении через электролит заряда $Q$. Таким образом, электрохимический эквивалент $k$ равен отношению массы $m_0$ иона данного вещества к его заряду $q_0$.

Так как заряд иона равен произведению валентности вещества $n$ на элементарный заряд $e$ ($q_0 = ne$), то выражение для электрохимического эквивалента $k$ можно записать в виде $k = \dfrac{m_0}{q_0} = \dfrac{m_0 N_\text{A}}{neN_\text{A}} = \dfrac{1}{F}\dfrac{M}{n}.$

Здесь $N_\text{A}$ – постоянная Авогадро, $M = m_0 N_\text{A}$ – молярная масса вещества, $F = eN_\text{A} = 96485$ Кл / моль. – ***постоянная Фарадея***.

Постоянная Фарадея численно равна заряду, который необходимо пропустить через электролит для выделения на электроде одного моля одновалентного вещества.

Закон Фарадея для электролиза приобретает вид:

$$m = \frac{1}{F}\frac{M}{n} It.$$

Явление электролиза широко применяется в современном промышленном производстве.

### Тестовые задания для самостоятельного решения

3.31. Как движутся свободные электроны в проводнике при наличии в нем электрического поля?

1. Участвуют в тепловом, хаотическом движении и дрейфуют к точкам с большим потенциалом.
2. Участвуют в тепловом, хаотическом движении и дрейфуют к точкам с меньшим потенциалом.

3. Участвуют только в упорядоченном движении под действием электрического поля.

4. Участвуют только в тепловом, хаотическом движении.

3.32. Оцените скорость движения электронов по проводам осветительной проводки в вашей комнате.

1. $10^{-3}$ м/с; 2. 1 м/с; 3. 100 м/с; 4. $10^{3}$ м/с; 5. $3{\cdot}10^{8}$ м/с.

3.33. Электрический ток течет по двум последовательно соединенным проводникам разного сечения $S_1$ и $S_2$ ($S_1 > S_2$). Сравните силы токов в этих проводниках и плотности токов.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1. $I_1 = I_2$, $\sigma_1 = \sigma_2$ | 2. $I_1 = I_2$, $\sigma_1 > \sigma_2$ | 3. $I_1 = I_2$, $\sigma_1 < \sigma_2$ | 4. $I_1 < I_2$, $\sigma_1 < \sigma_2$ | 5. $I_1 > I_2$, $\sigma_1 < \sigma_2$ |

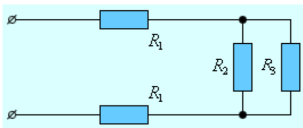
3.34. Как изменится сопротивление проводника, если его разрезать на две равные части и соединить эти части параллельно?

1. Не изменится.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Уменьшится в 2 раза.
4. Уменьшится в 4 раза.

3.35. Как изменится сила тока, протекающего через проводник, если увеличить в 2 раза напряжение на его концах, а длину проводника уменьшить в 2 раза?

1. Не изменится.
2. Увеличится в 4 раза.
3. Уменьшится в 2 раза.
4. Уменьшится в 4 раза.

3.36. Определите общее сопротивление электрической цепи. $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 6$ Ом.

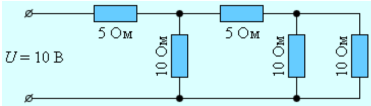



1. 4 Ом 2. 6 Ом 3. 11 Ом 4. 13 Ом 5. 20 Ом

3.37. Два резистора с сопротивлениями $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 10$ Ом соединены последовательно. Чему равно отношение падений напряжений $U_1 / U_2$ на этих резисторах?

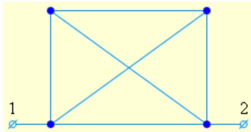
1. 1 2. 1 / 2 3. 1,5 4. 2

3.38. Чему равна сила тока, протекающего через общую часть электрической цепи?



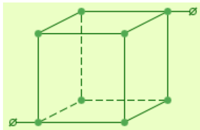

1. 0,25 А; 2. 0,33 А; 3. 0,5 А; 4. 1 А; 5. 2 А.

3.39. Рассчитайте общее сопротивление между точками 1 – 2. Сопротивление каждого элемента цепи равно 1 Ом.



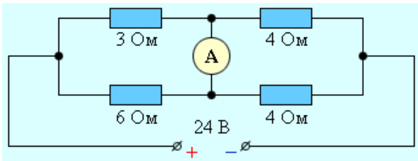

1. 0,4 Ом; 2. 0,5 Ом; 3. 5 Ом; 4. 7 Ом; 5. 13 Ом.

3.40. Рассчитайте общее сопротивление цепи, представленной на рисунке. Сопротивление каждого отрезка равно 1 Ом.



1. 5 / 6 Ом; 2. 1 Ом; 3. 6 / 5 Ом; 4. 12 Ом; 5. 13 Ом.

3.41. Рассчитайте силу тока через идеальный амперметр в схеме. Укажите направление тока через него.

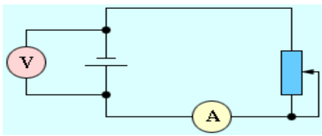



1. 1 А; ↓ 2. 1 А; ↑ 3. 2 А; ↓ 4. 2 А; ↑ 5. 0,5 А. ↑

3.42. Рассчитайте силу тока в цепи источника тока с ЭДС, равной 4,5 В, и внутренним сопротивлением 1 Ом при подключении во внешней цепи резистора с сопротивлением 3,5 Ом.

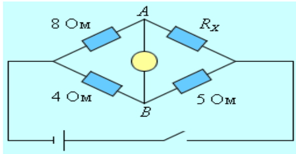
1. 0,5 А; 2. 1 А; 3. 1,5 А; 4. 2 А; 5. 3А.

3.43. В цепи, изображенной на рисунке, ползунок реостата перемещают вверх. Как изменились показания амперметра и вольтметра?



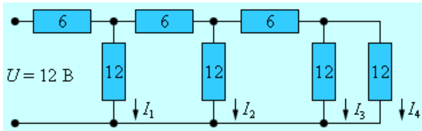

1. Показания обоих приборов увеличились.
2. Показания обоих приборов уменьшились.
3. Показания амперметра увеличились, вольтметра уменьшились.
4. Показания амперметра уменьшились, вольтметра увеличились.
5. Показания обоих приборов не изменились.

3.44. Сбалансированный измерительный мост представлен на рисунке ($U_{AB} = 0$). Чему равно сопротивление резистора $R_X$?




1. 4 Ом; 2. 6 Ом; 3. 8 Ом; 4. 10 Ом; 5. 17 Ом.

3.45. На рисунке представлена схема электрической цепи. Чему равны силы токов $I_1, I_2, I_3, I_4$?




1. 1 А, 1/2 А, 1/4 А, 1/4 А.
2. 1 А, 1/2 А, 1/4 А, 1/8 А.
3. 1/2 А, 1/4 А, 1/8 А, 1/8 А.
4. 1/2 А, 1/4 А, 1/8 А, 1/16 А.

3.46. Два резистора, имеющие сопротивления $R_1 = 3$ Ом и $R_2 = 6$ Ом, включены последовательно в цепь постоянного тока. Сравните работы электрического тока на этих резисторах за одинаковое время.

1. $A_1 = A_2$ 2. $A_1 = 2A_2$ 3. $A_2 = 2A_1$ 4. $A_1 = 4A_2$

3.47. Два резистора, имеющие сопротивления $R_1 = 3$ Ом и $R_2 = 6$ Ом, включены параллельно в цепь постоянного тока. Сравните мощности электрического тока на этих резисторах.

1. $P_1 = P_2$ 2. $P_1 = 2P_2$ 3. $P_2 = 2P_1$ 4. $P_2 = 4P_1$

3.48. Чему равно в номинальном режиме сопротивление лампы накаливания, на которой написано: $U = 220$ В, $P = 100$ Вт?

1. 0,45 Ом; 2. 2,2 Ом; 3. 484 Ом; 4. 1100 Ом; 5. $2{,}2 \cdot 10^4$ Ом.

3.49. Имеются две лампы, рассчитанные на напряжение 220 Вт каждая. Мощности этих ламп равны $P_1 = 50$ Вт, $P_2 = 100$ Вт. Сравните электрические сопротивления этих ламп в рабочем режиме.

1. $R_1 = 2R_2$ 2. $R_1 = 4R_2$ 3. $R_2 = 2R_1$ 4. $R_2 = 4R_1$

3.50. Две лампы, рассчитанные на 220 В и имеющие номинальные мощности $P_1 = 40$ Вт, $P_2 = 200$ Вт, включены в сеть $U = 220$ В последовательно. Какая из ламп будет гореть ярче?

1. Первая.
2. Вторая.
3. Одинаково.
4. Лампы гореть не будут.

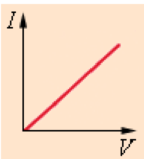
3.51. Какими носителями электрического заряда создается ток в металлах?

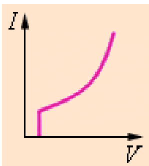
1. Ионами.
2. Электронами и «дырками».
3. Электронами и ионами.
4. Только электронами.
5. Только «дырками».

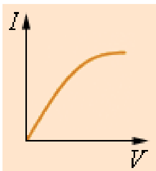
3.52. Какие действия электрического тока сопровождают прохождение тока через металлы?

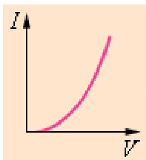
1. Только магнитные.
2. Только тепловые.
3. Только химические.
4. Тепловые и магнитные.

3.53. Какой из графиков соответствует вольт-амперной характеристике нити лампы накаливания?

1. 

; 2. 

; 3. 

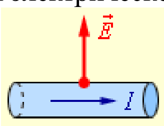
; 4. 

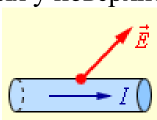
;

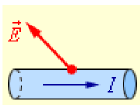
3.54. Какая формула соответствует выражению для силы тока в проводнике?

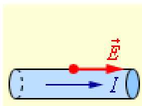
1. $e\upsilon$ 2. $ne$ 3. $ne\upsilon$ 4. $ne\upsilon S$

3.55. На каком рисунке правильно изображен вектор напряженности электрического поля у поверхности проводника с током?

1. 

2. 

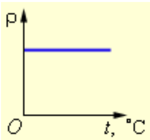
3. 

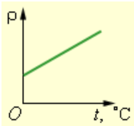
4. 

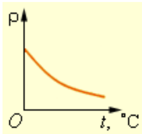
3.56. Какими носителями электрического заряда создается ток в полупроводниках?

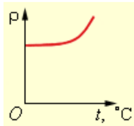
1. Ионами.
2. Электронами и «дырками».
3. Электронами и ионами.
4. Только электронами.
5. Только «дырками».

3.57. Какой из графиков соответствует зависимости удельного сопротивления полупроводников от температуры?

1. 


2. 


3. 


4. 


3.58. Каким типом проводимости обладают полупроводниковые материалы без примесей?

1. В основном электронной.
2. В основном дырочной.
3. В равной степени электронной и дырочной.
4. Ионной.

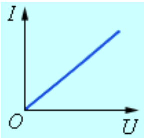
3.59. Каким типом проводимости обладают полупроводниковые материалы с донорными примесями?

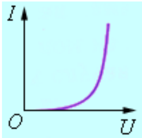
1. В основном электронной.
2. В основном дырочной.
3. В равной степени электронной и дырочной.
4. Ионной.

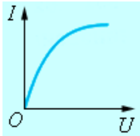
3.60. В четырехвалентный кремний добавили в первом случае трехвалентный индий, а во втором случае пятивалентный фосфор. Каким типом проводимости в основном будет обладать полупроводник в каждом случае?

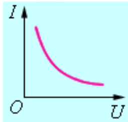
1. В I – дырочной, во II – электронной.
2. В I – электронной, во II – дырочной.
3. В обоих случаях электронной.
4. В обоих случаях дырочной.

3.61. Какой из графиков, представленных на рисунке, соответствует вольт-амперной характеристике полупроводникового диода, включенного в прямом направлении?

1. 


2. 


3. 


4. 


3.62. Какое минимальное значение количества электричества может быть перенесено электрическим полем через раствор или расплав электролита?

1. $1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл.
2. $3{,}2\cdot10^{-19}$ Кл.
3. $4{,}8\cdot10^{-19}$ Кл.
4. Любое сколь угодно малое.

3.63. Какими носителями электрического заряда создается электрический ток в растворах или расплавах электролитов?

1. Только электронами.
2. Электронами и «дырками».
3. Только ионами.
4. Электронами и ионами.

3.64. Как изменится масса вещества, выделившегося на катоде, при прохождении электрического тока через раствор электролита при увеличении силы тока в 2 раза?

1. Не изменится.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Увеличится в 4 раза.
4. Увеличится в 8 раз.

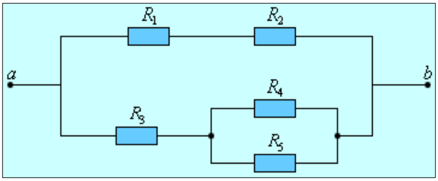
3.65. В процессе электролиза положительные ионы перенесли на катод за 5 секунд положительный заряд 5 Кл, отрицательные ионы перенесли на анод такой же по модулю отрицательный заряд. Чему равна сила тока в цепи?

1. 0,5 А; 2. 1 А; 3. 2 А; 4. 5 А.

3.66. Через растворы $CuSO_4$ и $CuCl$ пропустили одинаковое количество электричества. Сравните массы меди, выделившейся на катоде в обоих случаях.

1. $m_1 = m_2$ 2. $m_1 = 2m_2$ 3. $m_1 = 3m_2$ 4. $m_2 = 2m_1$

## Задачи с решениями




**3.8. Определите эквивалентное сопротивление между точками *a* и *b* цепи, изображенной на рисунке. Численный расчет проведите при следующих значениях сопротивлений: $R_1 = R_4 = 4$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 5$ Ом, $R_5 = 12$ Ом.**

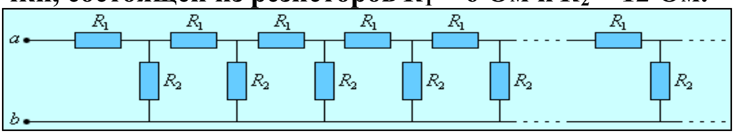
**Решение**

Вычисление сопротивления сложной цепи, состоящей из многих параллельно и последовательно соединенных резисторов, в общем виде приводит, как правило, к громоздким выражениям. Задачи подобного рода рекомендуется решать путем последовательного (пошагового) численного расчета сопротивлений отдельных звеньев цепи. В данной задаче целесообразно сначала рассчитать эквивалентное сопротивление $R_{45}$ параллельно включенных резисторов $R_4$ и $R_5$: $R_{45} = \dfrac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = 3$ Ом.

Теперь можно найти сопротивления параллельно включенных звеньев, состоящих из резисторов $R_1$ и $R_3$ и резисторов $R_3$ и $R_{45}$: $R_{12} = R_1 + R_2 = 24$ Ом, $R_{345} = R_3 + R_{45} = 8$ Ом.

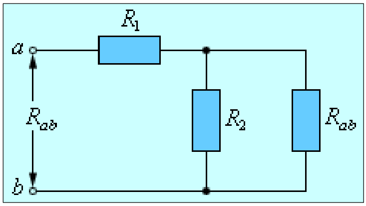
Искомое сопротивление $R_{ab}$ всей цепи находится по формуле параллельного сопротивления резисторов $R_{12}$ и $R_{345}$: $R_{ab} = \dfrac{R_{12} R_{345}}{R_{12} + R_{345}} = 6$ Ом.

**3.9. Определите эквивалентное сопротивление $R_{ab}$ бесконечной цепочки, состоящей из резисторов $R_1 = 6$ Ом и $R_2 = 12$ Ом.**



**Решение**

Если на входе цепочки удалить одно звено, состоящее из резисторов $R_1$ и $R_2$, то сопротивление всей оставшейся бесконечной цепочки не изменится и будет равно $R_{ab}$. Поэтому можно составить следующую эквивалентную схему цепочки:




На основании этой схемы с помощью формул для параллельного и последовательного соединения резисторов можно составить уравнение для определения $R_{ab}$:

$$R_{ab} = R_1 + \frac{R_2 R_{ab}}{R_2 + R_{ab}} \text{ или } R_{ab}^2 - R_1 R_{ab} - R_1 R_2 = 0.$$

Подстановка числовых значений $R_1$ и $R_2$ дает $(R_{ab})_1 = 12$ Ом, $(R_{ab})_2 = -6$ Ом. Отрицательное значение $R_{ab}$ не имеет физического смысла, поэтому окончательно $R_{ab} = 12$ Ом.

**3.10. Аккумулятор с внутренним сопротивлением $r = 0{,}08$ Ом при токе $I_1 = 4{,}0$ А отдает нагрузке мощность $P_1 = 8{,}0$ Вт. Какую мощность отдает аккумулятор во внешнюю цепь при токе $I_2 = 6{,}0$ А?**

**Решение**

При токе $I_1$ мощность $P_1$, отдаваемая аккумулятором во внешнюю цепь, равна $P_1 = \mathcal{E} I_1 - I_1^2 r$, где $\mathcal{E}$– ЭДС аккумулятора; произведение $\mathcal{E} I_1$ есть полная мощность, развиваемая аккумулятором; $I_1^2 r$ – мощность, рассеиваемая на внутреннем сопротивлении.

Аналогично во втором случае мощность $P_2$, отдаваемая аккумулятором во внешнюю цепь при токе $I_2$, равна $P_2 = \mathcal{E} I_2 - I_2^2 r$.

Исключая из этих соотношений ЭДС аккумулятора $\mathcal{E}$, получим:

$$P_2 = \left(P_1 + I_1^2 r\right)\frac{I_2}{I_1} - I_2^2 r = 11 \text{ Вт.}$$

**3.11. Определите массу алюминия, который выделится на катоде за время $t = 10$ с при электролизе $Al_2(SO_4)_3$, если сила тока через электролит $I = 2$ А. Элементарный заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, постоянная Авогадро $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$. Атомная масса алюминия $A = 27 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.**

**Решение**

На основании закона Фарадея имеем $m = \frac{1}{F}\frac{A}{n}It$, где $F = eN_A$ – постоянная Фарадея, $n$ – валентность алюминия. Как видно из формулы соединения $Al_2(SO_4)_3$, валентность алюминия $n = 3$. Подстановка числовых значений дает $m = 6{,}7$ г.

**3.12. При проведении опыта по определению электрохимического эквивалента меди были получены следующие данные: время прохождения тока $t = 10$ мин, сила тока $I = 1{,}0$ А. Масса катода до опыта $m_1 = 82{,}4$ г, масса катода после опыта $m_2 = 82{,}58$ г. Какое значение электрохимического эквивалента меди было получено в этом опыте?**

**Решение**

Электрохимический эквивалент $k$ вещества равен отношению массы вещества, выделившегося на электроде, к прошедшему через электролит заряду: $k = \frac{m}{Q} = \frac{m_2 - m_1}{It}$. Подстановка данных из условия задачи дает результат $k = 3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл = 0,3 мг/Кл.

## Магнитное поле. Электромагнитная индукция

### Магнитное взаимодействие токов. Магнитное поле. Индукция магнитного поля. Проводник с током в магнитном поле

Первыми экспериментами, показавшими, что между электрическими и магнитными явлениями имеется глубокая связь, были опыты датского физика Х. Эрстеда (1820 г.). Эти опыты показали, что на магнитную стрелку, расположенную вблизи проводника с током, действуют силы, которые стремятся повернуть стрелку. В том же году французский физик А. Ампер наблюдал силовое взаимодействие двух проводников с токами и установил закон взаимодействия токов.

По современным представлениям, проводники с током оказывают силовое действие друг на друга не непосредственно, а через окружающие их магнитные поля.

Источниками магнитного поля являются **движущиеся** электрические заряды (токи). Магнитное поле возникает в пространстве, окружающем проводники с током, подобно тому, как в пространстве, окружающем неподвижные электрические заряды, возникает электрическое поле. Магнитное поле постоянных магнитов также создается электрическими микротоками, циркулирующими внутри молекул вещества (гипотеза Ампера).

Магнитное поле токов принципиально отличается от электрического поля. Магнитное поле, в отличие от электрического, оказывает силовое действие **только** на движущиеся заряды (токи).

Для описания магнитного поля необходимо ввести силовую характеристику поля, аналогичную вектору напряженности $\vec{E}$ электрического поля. Такой характеристикой является ***вектор магнитной индукции*** $\vec{B}$. Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ определяет силы, действующие на токи или движущиеся заряды в магнитном поле.

За положительное **направление вектора** $\vec{B}$ принимается направление от южного полюса S к северному полюсу N магнитной стрелки, свободно устанавливающейся в магнитном поле. Таким образом, исследуя магнитное поле, создаваемое током или постоянным магнитом, с помощью маленькой магнитной стрелки, можно в каждой точке пространства определить направление вектора $\vec{B}$. Такое исследование позволяет представить пространственную структуру магнитного поля. Аналогично силовым линиям в электростатике можно построить ***линии магнитной индукции***, в каждой точке которых вектор $\vec{B}$ направлен по касательной.

Для того, чтобы количественно описать магнитное поле, нужно указать способ определения не только направления вектора $\vec{B}$, но и его модуля. Проще всего это сделать, внося в исследуемое магнитное поле проводник с током и измеряя силу, действующую на отдельный прямолинейный участок этого проводника. Как показали опыты Ампера, сила, действующая на участок проводника, пропорциональна силе тока $I$, длине $\Delta l$ этого участка и синусу угла $\alpha$ между направлениями тока и вектора магнитной индукции:

$$F \sim I\Delta l \sin \alpha.$$

Эта сила называется ***силой Ампера***. Она достигает максимального по модулю значения $F_{\max}$, когда проводник с током ориентирован перпендикулярно линиям магнитной индукции. Модуль вектора $\vec{B}$ определяется следующим образом:

**Модуль вектора магнитной индукции равен отношению максимального значения силы Ампера, действующей на прямой проводник с током, к силе тока *I* в проводнике и его длине Δ*l*:**

$$B = \frac{F_{\max}}{I\Delta l}.$$

В общем случае сила Ампера выражается соотношением: $F = IB\Delta l \sin \alpha$.

Это соотношение принято называть ***законом Ампера***.

В системе единиц СИ за единицу магнитной индукции принята индукция такого магнитного поля, в котором на каждый метр длины проводника при силе тока 1 А действует максимальная сила Ампера 1 Н. Эта единица называется ***тесла*** (Тл).

$$1\text{Тл}=1\frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}.$$

Сила Ампера направлена перпендикулярно вектору магнитной индукции $\vec{B}$ и направлению тока, текущего по проводнику. Для определения направления силы Ампера обычно используют ***правило левой руки***: если расположить левую руку так, чтобы линии индукции $\vec{B}$ входили в ладонь, а вытянутые пальцы были направлены вдоль тока, то отведенный большой палец укажет направление силы, действующей на проводник (рис. 3.16).

Если угол α между направлениями вектора $\vec{B}$ и тока в проводнике отличен от 90°, то для определения направления силы Ампера $\vec{F}$ более удобно пользоваться ***правилом буравчика***: воображаемый буравчик располагается перпендикулярно плоскости, содержащей вектор $\vec{B}$ и проводник с током, затем его рукоятка поворачивается от направления тока к направлению вектора $\vec{B}$. Поступательное перемещение буравчика будет показывать направление силы Ампера $\vec{F}$ (рис. 3.16). Правило буравчика часто называют **правилом правого винта**.

Одним из важных примеров магнитного взаимодействия токов является взаимодействие параллельных токов. Если по двум параллельным проводникам электрические токи текут в одну и ту же сторону, то наблюдается взаимное притяжение проводников. В случае, когда токи текут в противоположных направлениях, проводники отталкиваются.

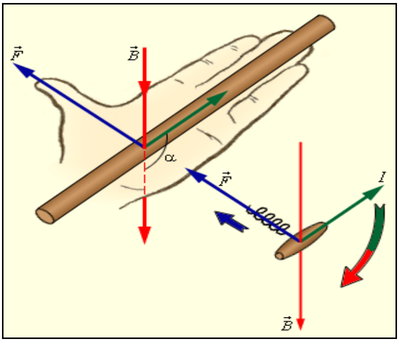


*Рис. 3.16.* Правило левой руки и правило буравчика

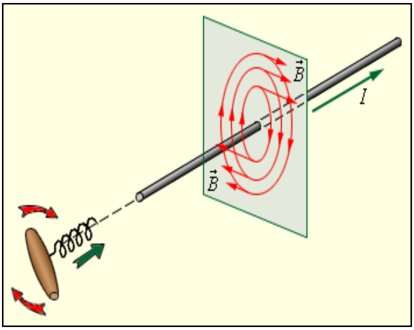


*Рис. 3.17.* Магнитное поле прямолинейного проводника с током

**Взаимодействие токов вызывается их магнитными полями: магнитное поле одного тока действует силой Ампера на другой ток, и наоборот.**

Опыты показали, что модуль силы, действующей на отрезок длиной $\Delta l$ каждого из проводников, прямо пропорционален силам тока $I_1$ и $I_2$ в проводниках, длине отрезка $\Delta l$ и обратно пропорционален расстоянию $R$ между ними: $F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2 \Delta l}{R}$ ,

где $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Н/А$^2 \approx 1{,}26\cdot10^{-6}$ Н/А$^2$ – постоянная величина, которую называют ***магнитной постоянной***.

Из закона магнитного взаимодействия параллельных токов следует, что модуль индукции $B$ магнитного поля прямолинейного проводника с током $I$ на расстоянии $R$ от него (рис. 3.17) выражается соотношением

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R}.$$

Магнитное взаимодействие параллельных проводников с током используется в Международной системе единиц (СИ) для определения единицы силы тока – ампера.

***Ампер*** **– сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу магнитного взаимодействия, равную $2\cdot10^{-7}$ *Н* на каждый метр длины.**

**Действие магнитного поля на движущиеся заряды. Сила Лоренца**

Сила Ампера, действующая на отрезок проводника длиной $\Delta l$ с силой тока $I$, находящийся в магнитном поле $B$, $F = IB\Delta l \sin\alpha$ может быть выражена через силы, действующие на отдельные носители заряда. Сила, действующая на одну заряженную частицу, равна

$$F_Л = q\upsilon B \sin\alpha.$$

Эту силу называют ***силой Лоренца***. Угол α в этом выражении равен углу между скоростью $\vec{\upsilon}$ и вектором магнитной индукции $\vec{B}$. Направление силы Лоренца, действующей на положительно заряженную частицу, так же, как и направление силы Ампера, может быть найдено по правилу левой руки или по правилу буравчика. Взаимное расположение векторов $\vec{\upsilon}$, $\vec{B}$ и $\vec{F}_Л$ для положительно заряженной частицы показано на рисунке 3.18.

Сила Лоренца направлена перпендикулярно векторам $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

**При движении заряженной частицы в магнитном поле сила Лоренца работы не совершает.** Поэтому модуль вектора скорости при движении частицы не изменяется.

Если заряженная частица движется в однородном магнитном поле под действием силы Лоренца, а ее скорость $\vec{\upsilon}$ лежит в плоскости, перпендикулярной вектору $\vec{B}$, то частица будет двигаться по окружности радиуса $R = \dfrac{m\upsilon}{qB}$. Сила Лоренца в этом случае играет роль центростремительной силы (рис. 3.19).

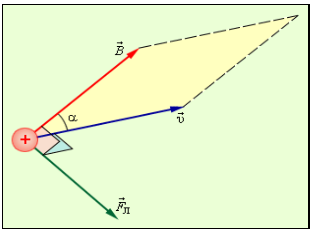



*Рис. 3.18.* Взаимное расположение векторов $\vec{\upsilon}$, $\vec{B}$ и $\vec{F}_Л$. Модуль силы Лоренца $\vec{F}_Л$ численно равен площади параллелограмма, построенного на векторах $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$, помноженной на заряд q

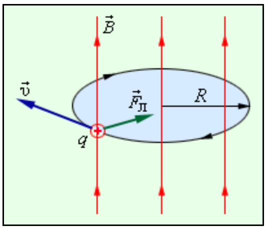



*Рис. 3.19.* Круговое движение заряженной частицы в однородном магнитном поле

Период обращения частицы в однородном магнитном поле равен $T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi m}{qB}$. Это выражение показывает, что для заряженных частиц заданной массы $m$ период обращения не зависит от скорости $\upsilon$ и радиуса траектории $R$.

Угловая скорость движения заряженной частицы по круговой траектории $\omega = \frac{\upsilon}{R} = \frac{qB}{m}$ называется ***циклотронной частотой***.

**Магнитный поток. Явление электромагнитной индукции. Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца**

Явление ***электромагнитной индукции*** было открыто выдающимся английским физиком М. Фарадеем в 1831 г. Оно заключается в возникновении электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении во времени ***магнитного потока***, пронизывающего контур.

Магнитным потоком Ф через площадь $S$ контура называют величину $\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha$, где $B$ – модуль вектора магнитной индукции, $\alpha$ – угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к плоскости контура (рис. 3.20).

Единица магнитного потока в системе СИ называется ***вебером*** (Вб). Магнитный поток, равный 1 Вб, создается магнитным полем с индукцией 1 Тл, пронизывающим по направлению нормали плоский контур площадью 1 м$^2$: 1 Вб = 1 Тл · 1 м$^2$.

Фарадей экспериментально установил, что при изменении магнитного потока в проводящем контуре возникает ЭДС индукции $\varepsilon_{\text{инд}}$, равная скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром, взятой со знаком минус:

$$\varepsilon_{\text{инд}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Опыт показывает, что индукционный ток, возбуждаемый в замкнутом контуре при изменении магнитного потока, всегда направлен так, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток. Это утверждение называется ***правилом Ленца*** (1833 г.).

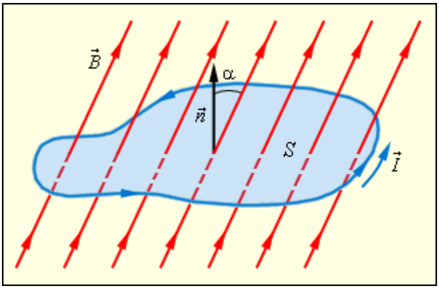



*Рис. 3.20.* Магнитный поток через замкнутый контур. Направление нормали $\vec{n}$ и выбранное положительное направление $\vec{l}$ обхода контура связаны правилом правого буравчика

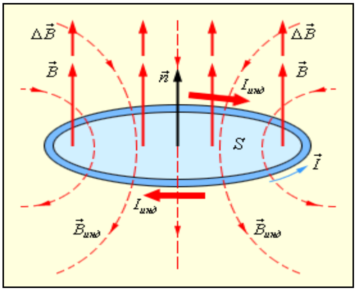



*Рис. 3.21.* Иллюстрация правила Ленца. В этом примере $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} > 0$ а $\mathcal{E}$ инд < 0. Индукционный ток Iинд течет навстречу выбранному положительному направлению $\vec{l}$ обхода контура

Рисунок 3.21 иллюстрирует правило Ленца на примере неподвижного проводящего контура, который находится в однородном магнитном поле, модуль индукции которого увеличивается во времени.

Правило Ленца отражает тот экспериментальный факт, что $\mathcal{E}_{инд}$ и $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ всегда имеют противоположные знаки (знак «минус» в формуле Фарадея). Правило Ленца имеет глубокий физический смысл – оно выражает закон сохранения энергии.

## Магнитные свойства вещества

Физическая величина, показывающая, во сколько раз индукция $\vec{B}$ магнитного поля в однородной среде отличается по модулю от индукции $\vec{B}_0$ магнитного поля в вакууме, называется ***магнитной проницаемостью***:

$$\mu = \frac{B}{B_0}.$$

Вещества крайне разнообразны по своим магнитным свойствам. У большинства веществ эти свойства выражены слабо. ***Слабомагнитные вещества*** делятся на две большие группы – ***парамагнетики*** и ***диамагнетики***. Они отличаются тем, что при внесении во внешнее магнитное поле парамагнитные образцы намагничиваются так, что их собственное магнитное поле оказывается направленным по внешнему полю, а диамагнитные образцы намагничиваются против внешнего поля. Поэтому у парамагнетиков $\mu > 1$, а у диамагнетиков $\mu < 1$. Отличие $\mu$ от единицы у пара- и диамагнетиков чрезвычайно мало.

Вещества, способные сильно намагничиваться в магнитном поле, называются ***ферромагнетиками***. Магнитная проницаемость ферромагнетиков по порядку величины лежит в пределах $10^2$–$10^5$. Например, у стали $\mu \approx 8000$, у сплава железа с никелем магнитная проницаемость достигает значений 250000.

К группе ферромагнетиков относятся четыре химических элемента: железо, никель, кобальт, гадолиний. Из них наибольшей магнитной проницаемостью обладает железо. Поэтому вся эта группа получила название ферромагнетиков.

Ферромагнетиками могут быть различные сплавы, содержащие ферромагнитные элементы. Широкое применение в технике получили керамические ферромагнитные материалы – ферриты.

## Явление самоиндукции. Индуктивность. Энергия магнитного поля

***Самоиндукция*** является важным частным случаем электромагнитной индукции, когда изменяющийся магнитный поток, вызывающий ЭДС индукции, создается током в самом контуре. Если ток в рассматриваемом контуре по каким-то причинам изменяется, то изменяется и магнитное поле этого тока, а, следовательно, и собственный магнитный поток, пронизывающий контур. В контуре возникает ЭДС самоиндукции, которая согласно правилу Ленца препятствует изменению тока в контуре.

Собственный магнитный поток Ф, пронизывающий контур или катушку с током, пропорционален силе тока $I$: $\Phi = LI$.

Коэффициент пропорциональности $L$ в этой формуле называется ***коэффициентом самоиндукции*** или ***индуктивностью*** катушки. Единица индуктивности в СИ называется ***генри*** (Гн). Индуктивность контура или катушки равна 1 Гн, если при силе постоянного тока 1 А собственный поток равен 1 Вб: 1 Гн = 1 Вб / 1 А.

Например, индуктивность соленоида равна $L = \mu_0 \mu n^2 Sl = \mu_0 \mu n^2 V$, где $n = N/l$ – число витков на единицу длины соленоида, $V = Sl$ – объем соленоида, в котором сосредоточено магнитное поле.

***ЭДС самоиндукции***, возникающая в катушке с постоянным значением индуктивности, согласно формуле Фарадея равна

$$\varepsilon_{\text{инд}} = \varepsilon_{\text{L}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

ЭДС самоиндукции прямо пропорциональна индуктивности катушки и скорости изменения силы тока в ней.

Магнитное поле обладает энергией. Энергия $W_{\text{м}}$ магнитного поля катушки с индуктивностью $L$, создаваемого током $I$, равна

$$W_{\text{м}} = \frac{\Phi I}{2} = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}.$$

Применим полученное выражение для энергии катушки к длинному соленоиду с магнитным сердечником. Используя приведенные выше формулы для коэффициента самоиндукции $L_{\mu}$ соленоида и для магнитного поля $B$, создаваемого током $I$, можно получить: $W_{\text{м}} = \frac{\mu_0 \mu n^2 I^2}{2} V = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} V$, где $V$ – объем соленоида. Это выражение показывает, что магнитная энергия локализована не в витках катушки, по которым протекает ток, а рассредоточена по всему объему, в котором создано магнитное поле. Физическая величина равная энергии магнитного поля в единице объема, называется ***объемной плотностью магнитной энергии***.

$$w_{\text{м}} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu},$$

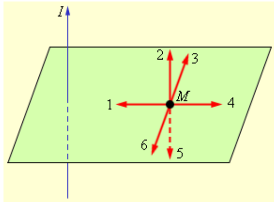
## Тестовые задания для самостоятельного решения

3.67. Что наблюдалось в опыте Эрстеда?

1. Взаимодействие двух параллельных проводников с током.
2. Взаимодействие двух магнитных стрелок.
3. Поворот магнитной стрелки вблизи проводника при пропускании через него тока.

4. Возникновение электрического тока в катушке при вдвигании в нее магнита.

3.68. На рисунке изображен проводник, по которому течет электрический ток. Какое направление имеет вектор $B$ индукции магнитного поля в точке $M$?




3.69. Рамку, площадь которой равна $S = 0,5$ м$^2$, пронизывают линии индукции магнитного поля с индукцией $B = 4$ Тл под углом $\alpha = 30°$ к плоскости рамки. Чему равен магнитный поток, пронизывающий рамку?

1. 1 Вб; 2. 1,73 Вб; 3. 2 Вб; 4. 2,3 Вб; 5. 4 Вб.

3.70. Рамку, площадь которой равна $S = 0,5$ м$^2$, поместили в магнитное поле перпендикулярно его силовым линиям. Когда по рамке пропустили ток $I = 4$ А, на нее стал действовать момент силы $M = 12$ Н·м. Чему равен модуль индукции магнитного поля?

1. 0,16 Тл; 2. 1,15 Тл; 3. 6 Тл; 4. 12 Тл; 5. 24 Тл.

3.71. Какая формула соответствует выражению для модуля силы Ампера?

1. $F = qE$; 2. $F = q\upsilon B \sin\alpha$; 3. $F = IB\Delta l \sin\alpha$; 4. $F = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$.

3.72. Прямолинейный проводник длиной $l = 0,1$ м, по которому течет ток $I = 3$ А, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 4$ Тл и расположен под углом 60° к вектору $B$. Чему равна сила, действующая на проводник со стороны магнитного поля?

1. 0,6 Н; 2. 1 Н; 3. 1,2 Н; 4. 1,4 Н; 5. 2,4 Н.

3.73. Какой формулой определяется модуль индукции магнитного поля, созданного в центре кругового тока с радиусом окружности $R$?

1. $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$;  2. $\dfrac{\mu_0 I}{2R}$;  3. $\mu_0 In$;  4. $\dfrac{\mu_0 In}{2}$.

3.74. Какой из формул определяется модуль индукции магнитного поля в середине катушки с током $I$, длиной $l$ и числом витков $N$?

1. $\dfrac{\mu_0 NI}{l}$;  2. $\dfrac{\mu_0 NI}{2l}$;  3. $\mu_0 NIl$;  4. $\dfrac{\mu_0 NI}{2l}$.

3.75. В магнитном поле с индукцией $B$ = 4 Тл движется электрон со скоростью $10^7$ м/с, направленной перпендикулярно линиям индукции магнитного поля. Чему равен модуль силы $F$, действующей на электрон со стороны магнитного поля?

1. $0{,}4\cdot10^{-12}$ Н.
2. $6{,}4\cdot10^{-12}$ Н.
3. $3{,}2\cdot10^{-12}$ Н.
4. $0{,}4\cdot10^{-26}$ Н.
5. $6{,}4\cdot10^{-26}$ Н.

3.76. Электрон с зарядом $e$ влетает в магнитное поле со скоростью $\upsilon$ перпендикулярно линиям индукции магнитного поля с индукцией $B$. Какое выражение соответствует радиусу орбиты электрона?

1. $\dfrac{m\upsilon e}{B}$;  2. $\dfrac{m\upsilon B}{e}$;  3. $\dfrac{eB}{m\upsilon}$;  4. $\dfrac{m\upsilon}{eB}$.

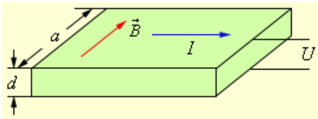
3.77. Как изменится период обращения заряженной частицы в циклотроне при увеличении ее скорости в 2 раза? (Рассмотрите нерелятивистский случай $\upsilon \ll c$).

1. Увеличится в 2 раза.
2. Увеличится в 4 раза.
3. Увеличится в 8 раз.
4. Увеличится в 16 раз.
5. Не изменится.

3.78. Какова траектория протона, влетевшего в магнитное поле под углом 30° к вектору $\vec{B}$ индукции магнитного поля?

1. Прямая.  2. Парабола.  3. Окружность.  4. Винтовая линия.

3.79. По проводнику, имеющему прямоугольное сечение с размерами $a$ и $d$, течет ток $I$. Проводник помещен в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ (см. рис.). Вектор $\vec{B}$ индукции направлен перпендикулярно направлению тока. Концентрация электронов в проводнике $n$. Чему равно напряжение $U$ между горизонтальными плоскостями проводника?




1. $\dfrac{BIa}{end}$;   2. $\dfrac{BI}{ena}$;   3. $\dfrac{BI}{enad}$;   4. $\dfrac{end}{BI}$;   5. $\dfrac{ena}{BI}$.

3.80. Какими магнитными свойствами может обладать вещество из атомов с нечетным числом электронов в оболочке в газообразном состоянии?

1. Диамагнитными. 2. Парамагнитными. 3. Ферромагнитными.

3.81. Какими магнитными свойствами может обладать вещество из атомов с четным числом электронов в оболочке в газообразном состоянии?

1. Диамагнитными. 2. Парамагнитными. 3. Ферромагнитными.

3.82. Модуль индукции магнитного поля в вакууме равен $B_0$. Модуль индукции $B$ магнитного поля в парамагнетике:

1. немного больше $B_0$;
2. немного меньше $B_0$;
3. много больше $B_0$;
4. много меньше $B_0$.

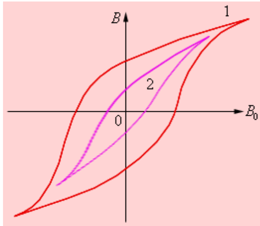
3.83. Модуль индукции магнитного поля в вакууме равен $B_0$. Модуль индукции магнитного поля в диамагнетике:

1. немного больше $B_0$;
2. немного меньше $B_0$;
3. много больше $B_0$;
4. много меньше $B_0$.

3.84. Модуль индукции магнитного поля в вакууме равен $B_0$. Модуль индукции $B$ магнитного поля в ферромагнетике:

1. немного больше $B_0$;
2. немного меньше $B_0$;
3. много больше $B_0$;
4. много меньше $B_0$.

3.85. На рисунке представлены кривые намагничивания $B(B_0)$ для двух образцов. Сравните остаточную намагниченности $B_{r1}$ и $B_{r2}$ и коэрцитивные силы $B_{01}$ и $B_{02}$.




1. $B_{r1} > B_{r2}$, $B_{01} < B_{02}$;
2. $B_{r1} > B_{r2}$, $B_{01} > B_{02}$;
3. $B_{r1} < B_{r2}$, $B_{01} > B_{02}$;
4. $B_{r1} < B_{r2}$, $B_{01} < B_{02}$.

3.86. Катушка замкнута на гальванометр. В каких из перечисленных случаев в ней возникает электрический ток?

1. В катушку вдвигается постоянный магнит.
2. Катушку надвигают на постоянный магнит.

1. Только 1.
2. Только 2.
3. В обоих случаях.
4. Ни в одном из перечисленных случаев.

3.87. Постоянный магнит вдвигают в алюминиевое кольцо один раз северным полюсом, другой раз южным полюсом. При этом алюминиевое кольцо:

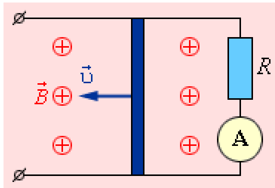
1. оба раза отталкивается от магнита;
2. оба раза притягивается к магниту;
3. первый раз притягивается, второй раз отталкивается;
4. первый раз отталкивается, второй раз притягивается;
5. магнит на алюминиевое кольцо не действует.

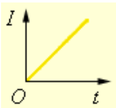
3.88. Постоянный прямой магнит падает сквозь медное кольцо. Модуль ускорения падения магнита:

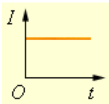
1. равен $g$;
2. больше $g$;

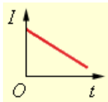
3. меньше $g$;
4. в начале пролета кольца больше $g$, в конце меньше $g$;
5. в начале пролета кольца меньше $g$, в конце больше $g$.

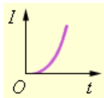
3.89. По параллельным металлическим проводникам, расположенным в однородном магнитном поле, с постоянной скоростью перемещается перемычка. Какой из графиков на рисунке соответствует зависимости индукционного тока от времени?

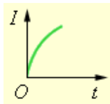



1. 

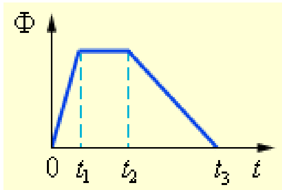
2. 

3. 

4. 

5. 


3.90. Магнитный поток, пронизывающий катушку, изменяется со временем так, как показано на графике. В какой промежуток времени модуль ЭДС индукции имеет максимальное значение?

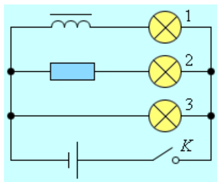



1. $0 - t_1$; 2. $t_1 - t_2$; 3. $t_2 - t_3$; 4. На всех участках одинаков.

3.91. За 3 секунды магнитный поток, пронизывающий проволочную рамку, равномерно увеличился с 6 Вб до 9 Вб. Чему равно при этом значение ЭДС индукции в рамке?

1. 1 В; 2. 2 В; 3. 3 В; 4. 4 В; 5. 0.

3.92. На рисунке представлена электрическая схема. В какой лампе после замыкания ключа сила тока позже достигнет своего максимального значения?




1. 1; 2. 2; 3. 3; 4. Во всех одновременно.

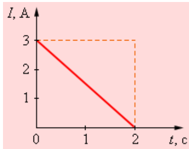
3.93. Чему равна ЭДС самоиндукции в катушке с индуктивностью $L = 2$ Гн при равномерном уменьшении силы тока от 3 А до 1 А за 2 секунды?

1. 1 В; 2. 2 В; 3. 4 В; 4. 8 В; 5. 0.

3.94. Как изменится энергия магнитного поля, созданного рамкой, по которой протекает электрический ток $I$, при увеличении силы тока в 2 раза?

1. Не изменится.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Увеличится в 4 раза.
4. Увеличится в 8 раз.

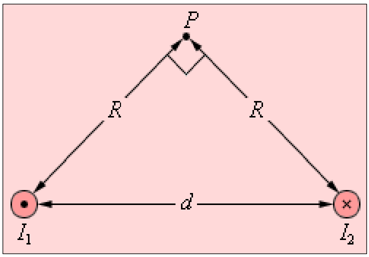
3.95. На рисунке представлен график изменения силы тока в катушке с индуктивностью $L = 6$ Гн. Модуль ЭДС самоиндукции равен




1. 36 В; 2. 9 В; 3. 4 В; 4. 2 В.

**Задачи с решениями**

**3.13. На рисунке изображены два тонких длинных параллельных проводника, по которым текут токи $I_1 = 15$ А и $I_2 = 32$ А в противоположных направлениях. Расстояние между проводниками $d = 5{,}3$ см. Определите модуль и направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ в точке *P*, расположенной в вершине прямого угла на равном расстоянии *R* от проводников.**




**Решение**

На рисунке изображены векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ индукции магнитного поля, создаваемого токами $I_1$ и $I_2$ соответственно. Оба вектора лежат в плоскости, перпендикулярной проводникам. Направления векторов $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ связано с направлением токов, текущих по прямолинейным проводникам, правилом правого винта (буравчика). Модули векторов $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ определяются по формуле для магнитного поля прямого тока:

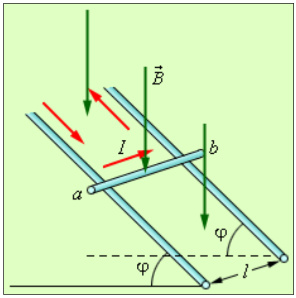
$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi d} I_1, \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi d} I_2.$$

Результирующее магнитное поле $\vec{B}$ по принципу суперпозиции магнитных полей является векторной суммой $\vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Модуль вектора $\vec{B}$ равен

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi d}\sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 1{,}89 \cdot 10^{-4}\ \text{Тл} \approx 190\ \text{мкТл}.$$

Угол $\varphi$ между векторами $\vec{B}$ и $\vec{B}_2$ определяется соотношением $\operatorname{tg}\varphi = B_1 / B_2 = I_1 / I_2 = 0{,}469$ или $\varphi = 25°$. Угол между вектором $\vec{B}$ и осью $x$ равен $\varphi + 45° = 70°$.

**3.14. По двум параллельным рельсам, находящимся на расстоянии $l = 49$ см друг от друга и расположенным под углом $\varphi = 14°$ к горизонту, может свободно без трения скользить стержень $ab$, имеющий массу $m = 50$ г. По стержню от источника постоянного тока пропускают ток силой $I = 5{,}0$ А. Какое вертикальное магнитное поле $B$ необходимо создать, чтобы стержень оказался в состоянии равновесия? В какую сторону – вверх или вниз – должен при этом быть направлен вектор $\vec{B}$?**




**Решение**

На стержень с током $I$ в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ будет действовать сила Ампера $\vec{F}$, равная по модулю $F = IBl \sin\alpha$, где $\alpha$ – угол между направлением тока и направлением вектора $\vec{B}$. В условии данной задачи угол $\alpha = \pi/2$ и $\sin\alpha = 1$. Направление силы Ампера можно определить по правилу левой руки. Если принять направление тока $I$ и направление вектора $\vec{B}$, указанные на рисунке в условии задачи, что сила $\vec{F}$ будет направлена в сторону наклонной плоскости. Она будет иметь составляющую, направленную вверх по наклонной плоскости, равную $F\cos\varphi$. Условие равновесия стержня решается в виде $IBl\cos\varphi = mg\sin\varphi$.

Отсюда следует $B = \dfrac{mg}{Il}\operatorname{tg}\varphi = 5 \cdot 10^{-2}$ Тл.

Если бы магнитное поле $\vec{B}$ было направлено вертикально вверх, то равновесие стержня оказалось бы невозможным.

**3.15. В камере лабораторной установки создано магнитное поле, вектор магнитной индукции $\vec{B}$ которого направлен вертикально вверх и равен по модулю $B = 1{,}2$ мТл. В камеру влетает протон с кинетической энергией $K = 5{,}3$ МэВ. Вектор скорости протона направлен горизонтально. Определите ускорение $a$, с которым будет двигаться протон в камере, а также радиус $R$ кривизны траектории. Масса протона $m_р = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг.**

**Решение**

Сила Лоренца, действующая на движущуюся в магнитном поле заряженную частицу, зависит от ее скорости, которая может быть выражена через кинетическую энергию частицы $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2K}{m}} = 3{,}2 \cdot 10^{7}$ м/с. Протон движется с огромной скоростью. Однако эта скорость все же значительно меньше скорости света $c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с. Поэтому движение протона можно рассматривать на основе законов классической механики.

Сила Лоренца $F_Л$ направлена перпендикулярно скорости частицы $F_Л = q\upsilon B \sin\alpha$, где $q$ – заряд протона, равный элементарному заряду $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл, $\alpha$ – угол между направлениями векторов $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$. В условиях данной задачи $\alpha = 90°$, $\sin\alpha = 1$. Сила Лоренца создает центростремительное ускорение $a$:

$$a = \frac{F_Л}{m} = \frac{e\upsilon B}{m} = \frac{eB}{m}\sqrt{\frac{2K}{m}} = 3{,}7 \cdot 10^{12} \text{ м/с}^2.$$

Под действием силы Лоренца протон будет двигаться в однородном магнитном поле по дуге окружности, радиус $R$ которой находится из условия

$$a = \frac{e\upsilon B}{m} = \frac{\upsilon^2}{R},\ R = \frac{m\upsilon}{eB} = \frac{\sqrt{2mK}}{eB} = 2{,}8 \cdot 10^{2} \text{ м}.$$

Таким образом, в условиях лабораторного опыта отклонение вектора скорости протона от первоначального направления будет весьма малым.

**3.16. Длинная катушка (соленоид) намотана в один слой на железном сердечнике. Плотность витков катушки $n = 12$ см$^{-1}$. При токе $I = 0{,}5$ А индукция магнитного поля в сердечнике оказалась**

**равной $B = 1{,}36$ Тл. Определите внешнее намагничивающее поле $B_0$ и магнитную проницаемость материала сердечника.**

**Решение**

Намагничивающее поле $B_0$ создается током, протекающим по виткам катушки: $B_0 = \mu_0 nI = 7{,}54\cdot10^{-4}$ Тл.

Обратите внимание, что намагничивающее поле составляет лишь малую часть результирующего магнитного поля $B$ в сердечнике. Это означает, что материал сердечника обладает большим значением магнитной проницаемости $\mu >> 1$. По определению, $\mu = \dfrac{B}{B_0} = 1800.$

**3.17. Длинную катушку, по виткам которой течет постоянный ток, заполнили некоторой жидкостью. Оказалось, что магнитная индукция внутри катушки уменьшилась на 0,004 %. Определите магнитную проницаемость жидкости. К какому классу магнитных материалов относится использованная в эксперименте жидкость: диа-, пара- или ферромагнетиков?**

**Решение**

Так как изменение магнитного поля при заполнении катушки жидкостью оказалось крайне незначительным, можно сделать вывод, что жидкость не является ферромагнитной. Далее, поскольку магнитное поле внутри катушки уменьшилось, жидкость намагнитилась так, что ее собственное поле $\vec{B}'$ оказалось направленным навстречу намагничивающему полю $\vec{B}_0$ катушки. Отсюда следует, что жидкость является диамагнитной, т. е. $\mu < 1$.

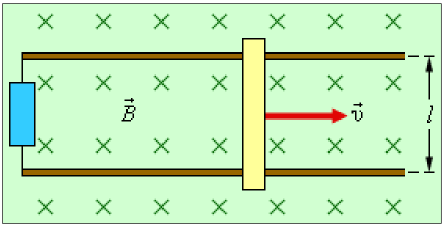
По определению, магнитная проницаемость вещества $\mu$ равна отношению модуля магнитной индукции $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$ к магнитной индукции $\vec{B}_0$ намагничивающего поля:

$$\mu = \frac{B_0 - B'}{B_0} = 1 - \frac{B'}{B_0} = 1 - \beta = 0{,}99996.$$

**Примечание:** В теории магнетизма магнитную проницаемость $\mu$ вещества принято записывать в виде $\mu = 1 + \chi_m$, Величину $\chi_m$ называют магнитной восприимчивостью. В данной задаче $\chi_m = -\beta = -0{,}00004$.

**3.18. Проводящий брусок может скользить без трения по горизонтальным рельсам в однородном магнитном поле с индукцией $B$ = 0,6 Тл. Линии индукции перпендикулярны плоскости рельс. Рельсы замкнуты резистором с сопротивлением $R$ = 25 Ом (см. рис.). Расстояние между рельсами $l$ = 15 см. Брусок движется по рельсам с постоянной скоростью $\upsilon$ = 8 м/с. Определите: 1) ЭДС индукции $\mathcal{E}$инд в цепи; 2) Индукционный ток $I_{инд}$.; 3) Внешнюю силу, которую необходимо приложить к бруску, чтобы он двигался с постоянной скоростью; 4) Тепловую мощность, рассеиваемую в резисторе. Рельсы и брусок можно считать идеальными проводниками.**

**Решение**




1) Выберем нормаль к плоскости контура, состоящего из резистора, отрезка рельсов и бруска, направив ее параллельно вектору $\vec{B}$. Тогда положительным направлением обхода контура будет направление по часовой стрелке. Скорость изменения магнитного потока, пронизывающего контур, равна $Bl\upsilon$. По закону Фарадея, в контуре будет возбуждаться ЭДС индукции, равная $\mathcal{E}_{инд} = -Bl\upsilon = -0{,}72$ В.

2) Индукционный ток $I_{инд}$ в контуре равен $I_{инд} = \dfrac{\mathcal{E}_{инд}}{R} = -\dfrac{Bl\upsilon}{R} = -28{,}8$ мА. Знак «минус» в этой формуле означает, что индукционный ток течет навстречу выбранному положительному направлению обхода контура, т. е. против часовой стрелки. На рисунке в условии задачи ток будет течь по движущемуся бруску снизу вверх.

3) На брусок со стороны магнитного поля будет действовать сила Ампера, равная $F_A = I_{инд} \cdot B \cdot l = -2{,}59$ мН. Сила Ампера направлена навстречу движущемуся бруску. Она тормозит его движение. Возникновение магнитной тормозящей силы может служить иллюстрацией правила Ленца: индукционный ток возник благодаря движению бруска. Направление индукционного тока таково, что магнитное поле, тормозя, препятствует причине, вызвавшей этот ток.

Для того, чтобы скорость бруска оставалось неизменной, к нему должна быть приложена внешняя сила $F_{вн} = -F_A = +2{,}59$ мН.

4) Мощность, рассеиваемая на резисторе $P = I^2_{инд} R = 20{,}7$ мВт. Очень важно отметить, что эта мощность в точности равна работе внешней силы, приложенной к бруску, производимой в единицу времени: $P = F_{вн} \cdot \upsilon = 20{,}7$ мВт. **Магнитное поле работы не совершает.**

**3.19. Длинная катушка, содержащая $N = 1000$ витков и намотанная на железный сердечник, имеет индуктивность $L = 0{,}04$ Гн. Площадь поперечного сечения катушки $S = 10{,}0$ см$^2$. При какой силе тока в катушке магнитная индукция $B$ в сердечнике будет равна $B = 1{,}0$ мТл?**

**Решение**

Обозначим искомую силу тока через $I$. По определению коэффициента самоиндукции $L$, магнитный поток, пронизывающий все $N$ витков катушки, равен $\Phi = LI$.

Магнитный поток $\Phi_1$, пронизывающий один из витков, можно записать в виде $\Phi_1 = \dfrac{\Phi}{N} = \dfrac{LI}{N} = BS$. Отсюда следует $I = \dfrac{NBS}{L} = 0{,}025$ А.

# ГЛАВА 4. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

## Механические колебания и волны

### Колебательное движение. Гармонические колебания. Амплитуда, период и частота колебаний. Уравнение гармонических колебаний

В технике и окружающем нас мире часто приходится сталкиваться с **периодическими** (или **почти периодическими**) процессами, которые повторяются через одинаковые промежутки времени. Такие процессы называют **колебательными**. Колебательные явления различной физической природы подчиняются общим закономерностям. Например, колебания тока в электрической цепи и колебания математического маятника могут описываться одинаковыми уравнениями. Общность колебательных закономерностей позволяет рассматривать колебательные процессы различной природы с единой точки зрения.

***Механическими колебаниями*** называют движения тел, повторяющиеся точно (или приблизительно) через одинаковые промежутки времени. Примерами простых колебательных систем могут служить груз на пружине или математический маятник (рис. 4.1).

Механические колебания, как и колебательные процессы любой другой физической природы, могут быть **свободными** и **вынужденными**. ***Свободные колебания*** совершаются под действием **внутренних сил** системы, после того, как система была выведена из состояния равновесия. Колебания груза на пружине или колебания маятника являются свободными колебаниями. Колебания, происходящие под действием **внешних,** периодически изменяющихся сил, называются ***вынужденными***.

Простейшим видом колебательного процесса являются простые ***гармонические колебания***, которые описываются уравнением

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Здесь $x$ – смещение тела от положения равновесия в момент времени $t$, $x_m$ – амплитуда колебаний, т. е. максимальное смещение от положения равновесия, $\omega$ – ***циклическая или круговая частота*** колебаний, $t$ – время. Величина, стоящая под знаком косинуса $\varphi = \omega t + \varphi_0$ называется **фазой** гармонического процесса. При

$t = 0$ $\varphi = \varphi_0$, поэтому $\varphi_0$ называют **начальной фазой**. Минимальный интервал времени, через который происходит повторение движения тела, называется ***периодом колебаний*** $T$. Физическая величина, обратная периоду колебаний, называется **частотой колебаний**: $f = \frac{1}{T}$. Частота колебаний $f$ показывает, сколько колебаний совершается за 1 с. Единица частоты – **герц** (Гц). Частота колебаний $f$ связана с циклической частотой ω и периодом колебаний $T$ соотношениями: $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$.

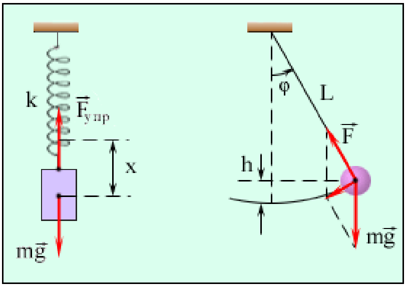



*Рис. 4.1.* Механические колебательные системы

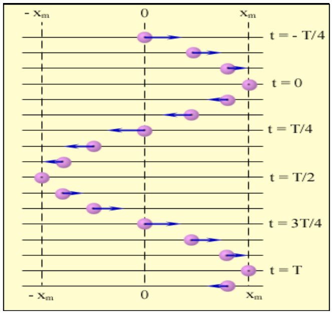



*Рис. 4.2.* Стробоскопическое изображение гармонических колебаний. Начальная фаза $\varphi_0 = 0$. Интервал времени между последовательными положениями тела $\tau = T / 12$

На рисунке 4.2 изображены положения тела через одинаковые промежутки времени при гармонических колебаниях.

Рисунок 4.3 иллюстрирует изменения, которые происходят на графике гармонического процесса, если изменяются либо амплитуда колебаний $x_m$, либо период $T$ (или частота $f$), либо начальная фаза $\varphi_0$.

При колебательном движении тела вдоль прямой линии (ось $OX$) вектор скорости направлен всегда вдоль этой прямой. Скорость $\upsilon = \upsilon_x$ движения тела определяется выражением $\upsilon = \frac{dx}{dt} = -\omega x_m \sin(\omega t + \varphi_0) = \omega x_m \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$.

Появление слагаемого $+\pi / 2$ в аргументе косинуса означает изменение начальной фазы. Максимальные по модулю значения скорости $\upsilon = \omega x_m$ достигаются в те моменты времени, когда тело проходит через положения равновесия ($x = 0$).

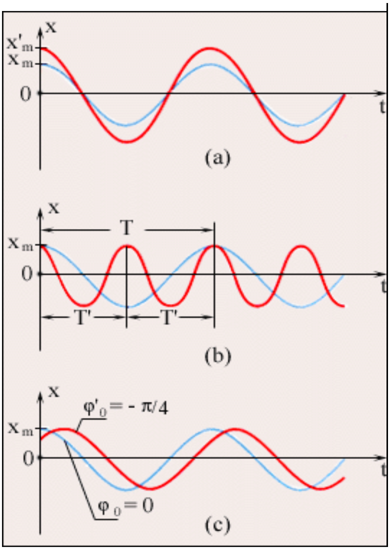



*Рис. 4.3.* Во всех трех случаях для синих кривых $\varphi_0 = 0$: a – красная кривая отличается от синей только большей амплитудой ($x'_m > x_m$); b – красная кривая отличается от синей только значением периода ($T' = T / 2$); c – красная кривая отличается от синей только значением начальной фазы ($\varphi'_0 = -\pi/2$ рад)

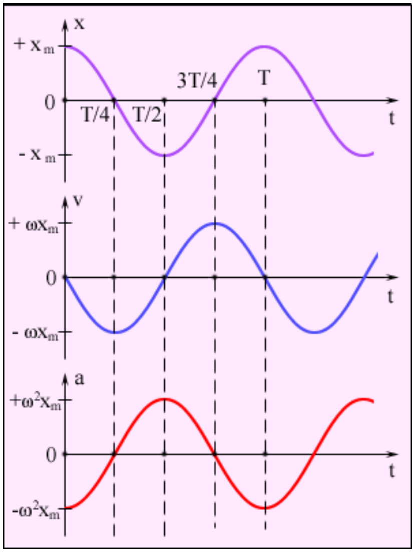



*Рис. 4.4.* Графики координаты x (t), скорости υ (t) и ускорения a (t) тела, совершающего гармонические колебания

Ускорение $a = a_x$ тела при гармонических колебаниях: $a = \dfrac{d\upsilon}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \varphi_0)$. Знак минус в этом выражении означает, что ускорение $a(t)$ всегда имеет знак, противоположный знаку смещения $x(t)$, и, следовательно, по второму закону Ньютона сила, заставляющая тело совершать гармонические колебания, направлена всегда в сторону положения равновесия ($x = 0$).

На рисунке 4.4 приведены графики координаты, скорости и ускорения тела, совершающего гармонические колебания.

## Пружинный маятник. Период колебаний пружинного маятника

***Свободные колебания*** совершаются под действием внутренних сил системы после того, как система была выведена из положения равновесия.

**Для того, чтобы свободные колебания совершались по гармоническому закону, необходимо, чтобы сила, стремящаяся возвратить тело в положение равновесия, была пропорциональна смещению тела из положения равновесия и направлена в сторону, противоположную смещению**: $F(t) = ma(t) = -m\omega^2 x(t)$.

В этом соотношении $\omega$ – круговая частота гармонических колебаний. Таким свойством обладает упругая сила в пределах применимости закона Гука: $F_{упр} = -kx$.

Силы любой другой физической природы, удовлетворяющие этому условию, называются ***квазиупругими***.

Таким образом, груз некоторой массы $m$, прикрепленный к пружине жесткости $k$, второй конец которой закреплен неподвижно (рис. 4.5), составляет систему, способную совершать в отсутствие трения свободные гармонические колебания. Груз на пружине называют ***линейным гармоническим осциллятором***.

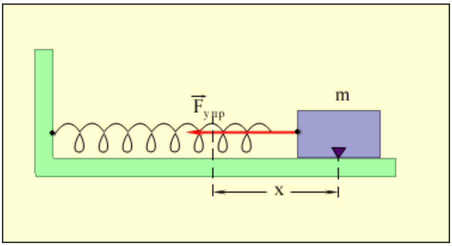



*Рис. 4.5.* Колебания груза на пружине. Трения нет

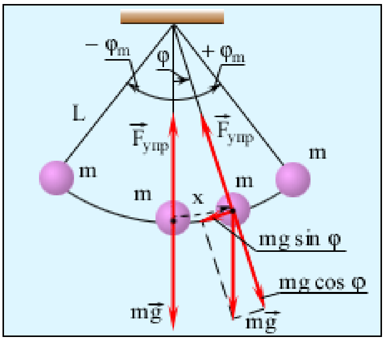



*Рис. 4.6.* Математический маятник. $\varphi$ – угловое отклонение маятника от положения равновесия, $x = l\varphi$ – смещение маятника по дуге

Период $T$ гармонических колебаний груза на пружине равен $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$

Круговая частота $\omega_0$ свободных колебаний груза на пружине находится из второго закона Ньютона: $ma = -kx = m\omega_0^2 x,$ откуда $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$

Частота $\omega_0$ называется ***собственной частотой*** колебательной системы.

### Математический маятник.

### Период колебаний математического маятника

***Математическим маятником*** называют тело небольших размеров, подвешенное на тонкой нерастяжимой нити, масса которой пренебрежимо мала по сравнению с массой тела. В положении равновесия, когда маятник висит по отвесу, сила тяжести $m\vec{g}$ уравновешивается силой натяжения нити $\overrightarrow{F_{\text{упр}}}$. При отклонении маятника из положения равновесия на некоторый угол $\varphi$ появляется касательная составляющая силы тяжести $F_\tau = -mg\sin\varphi$ (рис. 4.6). Знак «минус» в этой формуле означает, что касательная составляющая направлена в сторону, противоположную отклонению маятника.

Для малых колебаний математического маятника второй закон Ньютона записывается в виде $ma_\tau = -m\frac{g}{l}x.$ Таким образом, тангенциальное ускорение $a_\tau$ маятника пропорционально его смещению $x$, взятому с обратным знаком. Это как раз то условие, при котором система является гармоническим осциллятором. По общему правилу для всех систем, способных совершать свободные гармонические колебания, модуль коэффициента пропорциональности между ускорением и смещением из положения равновесия равен квадрату круговой частоты:

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Эта формула выражает ***собственную частоту малых колебаний математического маятника***.

Следовательно, $T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}.$

## Превращения энергии при колебательном движении

**При гармонических колебаниях происходит периодическое превращение кинетической энергии в потенциальную, и наоборот**.

Если в колебательной системе отсутствует трение, то полная механическая энергия при свободных колебаниях остается неизменной.

**Для груза на пружине**:

$$E = E_{\text{k}} + E_{\text{p}} = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{kx^2}{2}, \quad \left(E_{\text{p}}\right)_{\max} = \frac{kx_{\text{m}}^2}{2},$$

$$\left(E_{\text{k}}\right)_{\max} = \frac{m\upsilon_{\text{m}}^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 x_{\text{m}}^2}{2} = \left(E_{\text{p}}\right)_{\max}.$$

**Для малых колебаний математического маятника**:

$$E = E_{\text{k}} + E_{\text{p}} = \frac{m\upsilon^2}{2} + mgh = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{mgx^2}{2l},$$

$$\left(E_{\text{p}}\right)_{\max} = mgh_{\text{m}} = \frac{mgx_{\text{m}}^2}{2l}, \quad \left(E_{\text{k}}\right)_{\max} = \frac{m\upsilon_{\text{m}}^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 x_{\text{m}}^2}{2} = \left(E_{\text{p}}\right)_{\max}.$$

Здесь $h_{\text{m}}$ – максимальная высота подъема маятника в поле тяготения Земли, $x_{\text{m}}$ и $\upsilon_{\text{m}} = \omega_0 x_{\text{m}}$ – максимальные значения отклонения маятника от положения равновесия и его скорости.

## Распространение колебаний в упругих средах. Поперечные и продольные волны. Длина волны. Связь длины волны со скоростью ее распространения

Если в каком-нибудь месте твердой, жидкой или газообразной среды возбуждены колебания частиц, то вследствие взаимодействия атомов и молекул среды колебания начинают передаваться от одной точки к другой с конечной скоростью. Процесс распространения колебаний в среде называется ***волной***.

***Механические волны*** бывают разных видов. Если при распространении волны частицы среды испытывают смещение в направлении, перпендикулярном направлению распространения, такая волна называется ***поперечной***. Примером волны такого рода могут служить волны, бегущие по натянутому резиновому жгуту (рис. 4.7) или по струне.

Если смещение частиц среды происходит в направлении распространения волны, такая волна называется ***продольной***. Волны в упругом стержне (рис. 4.8) или звуковые волны в газе являются примерами таких волн.

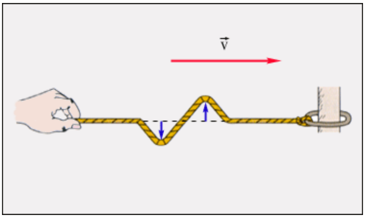


*Рис. 4.7.* Распространение поперечного волнового импульса по натянутому резиновому жгуту

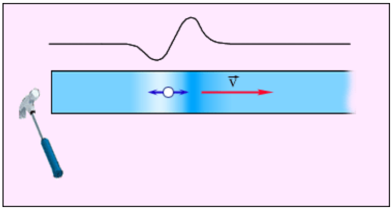


*Рис. 4.8.* Распространение продольного волнового импульса по упругому стержню

Как в поперечных, так и в продольных волнах не происходит переноса вещества в направлении распространения волны. В процессе распространения частицы среды лишь совершают колебания около положений равновесия. Однако волны переносят энергию колебаний от одной точки среды к другой.

**Продольные механические волны могут распространяться в любых средах – твердых, жидких и газообразных.**

**Поперечные волны не могут существовать в жидкой или газообразной средах**.

Значительный интерес для практики представляют простые ***гармонические или синусоидальные волны***. Они характеризуются **амплитудой** $A$ колебания частиц, **частотой** $f$ и **длиной волны** $\lambda$. Синусоидальные волны распространяются в однородных средах с некоторой постоянной скоростью $\upsilon$.

На рисунке 4.9 изображены «моментальные фотографии» поперечной волны в два момента времени: $t$ и $t + \Delta t$. За время $\Delta t$ волна переместилась вдоль оси $OX$ на расстояние $\upsilon\Delta t$. Волны, все точки которых перемещаются с одной и той же скоростью, принято называть ***бегущими*** (в отличие от **стоячих** волн).

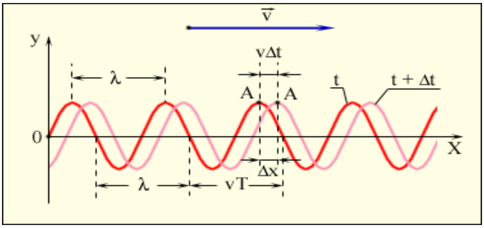



*Рис. 4.9.* «Моментальные фотографии» бегущей синусоидальной волны в момент времени t и t + Δt

***Длиной волны*** λ называют расстояние между двумя соседними точками на оси *OX*, колеблющимися в одинаковых фазах. Расстояние, равное длине волны λ, волна пробегает за период Т, следовательно, $\lambda = \upsilon T$, где υ – ***скорость распространения*** волны.

**Тестовые задания для самостоятельного решения**

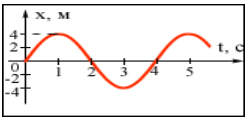
4.1. За 5 секунд материальная точка совершает 10 гармонических колебаний. Чему равна частота и период колебаний?

1. $T = 0{,}5$ с, $f = 2$ Гц
2. $T = 2$ с, $f = 0{,}5$ Гц
3. $T = 50$ с, $f = 0{,}02$ Гц
4. $T = 0{,}02$ с, $f = 50$ Гц

4.2. Какое из приведенных уравнений описывает гармонические колебания с частотой 0,5 Гц и амплитудой 0,6 м? Начальная фаза колебаний равна нулю.

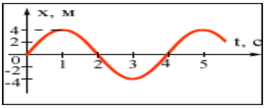
1. $x = 0{,}6 \cos \pi t$.
2. $x = 0{,}6 \cos 0{,}5t$.
3. $x = 1{,}2 \sin \pi t$.
4. $x = 0{,}6 \sin 0{,}5t$.
5. $x = 1{,}2 \cos 0{,}5t$

4.3. По графику, приведенному на рисунке, определите амплитуду $x_м$ и период $T$ гармонических колебаний.




1. $x_м = 8$ м, $T = 2$ с
2. $x_м = 4$ м, $T = 4$ с
3. $x_м = 8$ м, $T = 4$ с
4. $x_м = 4$ м, $T = 5$ с
5. $x_м = 4$ м, $T = 2$ с

4.4. Какое из уравнений описывает гармонические колебания, изображенные на графике?




1. $4\cos\frac{\pi}{2}t$; 2. $4\sin\frac{\pi}{2}t$; 3. $8\cos\frac{\pi}{2}t$; 4. $4\sin\frac{t}{2}$; 5. $4\cos\frac{\pi}{4}t$

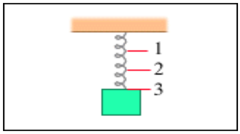
4.5. Какая часть периода требуется для того, чтобы тело при гармонических колебаниях прошло первую половину пути от крайнего положения к среднему?

1. T / 2; 2. T / 4; 3. T / 6; 4. T / 8; 5. T / 12

4.6. Какая часть периода требуется для того, чтобы тело при гармонических колебаниях прошло первую половину пути от среднего положения к крайнему?

1. T / 2; 2. T / 4; 3. T / 6; 4. T / 8; 5. T / 12

4.7. Груз, подвешенный на пружине, совершает свободные колебания между положениями 1 и 3. В какой точке равнодействующая сил, приложенных к грузу, минимальна?




1. В точках 1 и 3.
2. В точке 2.
3. В точках 1, 2, 3.
4. Ни в одной точке.

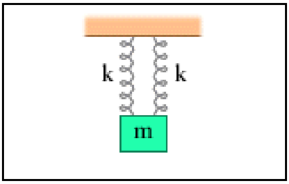
4.8. Как изменится период колебаний груза на пружине, если массу груза увеличить в 4 раза?

1. Увеличится в 4 раза.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Уменьшится в 2 раза.
4. Уменьшится в 4 раза.
5. Уменьшится в 16 раз.

4.9. Как изменится период колебаний груза на пружине, если жесткость пружины увеличить в 4 раза?

1. Увеличится в 4 раза.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Уменьшится в 2 раза.
4. Уменьшится в 4 раза.
5. Уменьшится в 16 раз.

4.10. Чему равен период колебаний груза массой $m$ на двух пружинах жесткости $k$, соединенных параллельно?




1. $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$;  2. $2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$;  3. $\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$;  4. $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$;  5. $4\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

4.11. Груз массой $m$ прикрепили к нижнему концу недеформированной пружины жесткостью $k$ и отпустили. Какой будет амплитуда колебаний, если на груз в верхней точке без толчка прикрепили груз такой же массы? Чему будет равна амплитуда, если груз без толчка прикрепили в нижней точке?

1. $\frac{2mg}{k}, 0$;  2. $\frac{2mg}{k}, \frac{2mg}{k}$;  3. $\frac{mg}{k}, \frac{mg}{k}$;  4. $\frac{mg}{k}, \frac{2mg}{k}$;  5. $\frac{mg}{k}, 0$

4.12. На гладкой горизонтальной поверхности находятся два шара массой $m$ и $3m$, связанные пружиной жесткости $k$. Определите период колебаний системы тел после деформации пружины.

1. $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$;  2. $2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$;  3. $2\pi\sqrt{\frac{4m}{3k}}$;  $2\pi\sqrt{\frac{3m}{4k}}$;  5. $2\pi\sqrt{\frac{4m}{k}}$

4.13. Каков период колебаний математического маятника длиной 40 м? $g = 10$ м/с$^2$.

1. 12,6 с.  2. 1/12 с.  3. 2 с.  4. 1 с.  5. 1/2 с

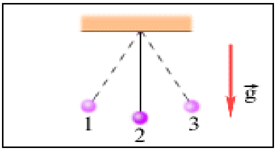
4.14. Как изменится период колебаний математического маятника, если его длина уменьшится в 9 раз?

1. Увеличится в 3 раза.
2. Увеличится в 9 раз.
3. Уменьшится в 3 раза.
4. Уменьшится в 9 раз.
5. Не изменится

4.15. Как будет изменяться период колебаний математического маятника, если его удалить от поверхности Земли на значительное расстояние?

1. Увеличится.
2. Уменьшится.
3. Не изменится
4. Сначала увеличится, затем уменьшится.
5. Сначала уменьшится, затем увеличится

4.16. Груз на нити совершает свободные колебания между положениями 1 и 3. В каком положении груза равнодействующая сила равна нулю?




1. В точке 2.
2. В точках 1 и 3.
3. В точках 1, 2, 3.
4. Ни в одной точке.
5. В точках 2 и 3

4.17. Сравните периоды $T_1$ и $T_2$ колебаний математических маятников одинаковой длины, находящихся на поверхности Земли и Луны.

1. $T_1 = T_2$ 2. $T_1 = 6T_2$ 3. $T_1 = 2{,}45T_2$ 4. $T_2 = 6T_1$ 5. $T_2 = 2{,}45T_1$

4.18. Груз подвешен на нити и отклонен от положения равновесия так, что его высота над землей увеличилась на 20 см. С какой скоростью тело будет проходить положение равновесия при свободных колебаниях? $g = 10$ м/с$^2$.

1. 1 м/с. 2. 2 м/с. 3. 4 м/с. 4. 10 м/с. 5. 20 м/с

4.19. При свободных колебаниях маятника максимальное значение его потенциальной энергии 10 Дж, максимальное значение кинетической энергии 10 Дж. В каких пределах изменяется полная механическая энергия груза и пружины?

1. Не изменяется и равна 20 Дж.
2. Не изменяется и равна 10 Дж.
3. Изменяется от 0 до 20 Дж.
4. Изменяется от 0 до 10 Дж.
5. Изменяется от 10 до 20 Дж

4.20. Груз массой 0,1 кг прикрепили к пружине школьного динамометра жесткостью 40 Н/м. В начальный момент времени пружина не деформирована. После того, как груз отпускают, возникают колебания. Чему равна максимальная скорость груза?

1. 0,25 м/с  2. 0,5 м/с  3. 1 м/с  4. 2 м/с  5. 4 м/с

4.21. Тело массой $m = 1$ кг совершает свободные колебания вдоль оси $OX$. Его координата изменяется по закону $x = 2\sin 3t$ (м). По какому закону изменяется потенциальная энергия колеблющегося тела?

1. $6\sin^2 3t$  2. $6\cos^2 3t$  3. $18\sin^2 3t$  4. $18\cos^2 3t$  5. $9\cos^2 3t$

4.22. Тело, подвешенное на пружине, совершает свободные гармонические колебания с частотой $\omega_0$. С какой частотой происходит изменение кинетической энергии тела?

1. $\omega_0 / 2$  2. $\omega_0$  3. $2\omega_0$  4. $3\omega_0$  5. $4\omega_0$

4.23. В вертикально расположенную стеклянную U-образную трубку налили ртуть так, что длина всего столбика равна 20 см. Чему равен период малых свободных колебаний ртути в трубке?

1. 0,1 с  2. 1,41 с  3. 0,63 с  4. 0,89 с  5. 1,26 с

4.24. Какое из перечисленных колебаний является вынужденным?

1. Колебание груза, подвешенного к пружине, после однократного его отклонения от положения равновесия.

2. Колебание диффузора громкоговорителя во время работы приемника.

1. Только 1  2. Только 2  3. 1 и 2  4. Ни 1, ни 2

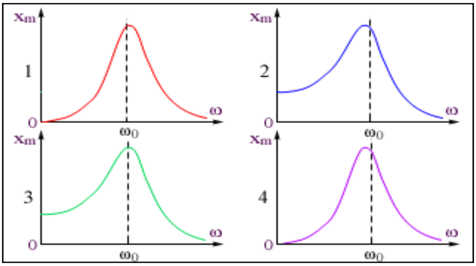
4.25. Чем определяется частота вынужденных колебаний после их установления?

1. Собственной частотой $\omega_0$ колебательной системы.

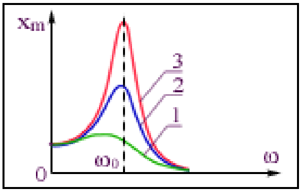
2. Частотой $\omega$ внешнего воздействия.

1. Только 1  2. Только 2  3. 1 и 2  4. Ни 1, ни 2

4.26. На рисунках 1, 2, 3, 4 представлены графики зависимости амплитуды $x_m$ вынужденных колебаний от частоты ω. Какой из них лучше соответствует реальной зависимости?

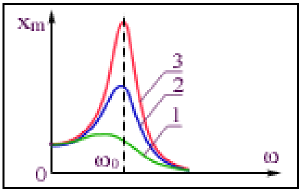



4.27. На рисунке показаны резонансные кривые для трех колебательных систем. Какая из колебательных систем обладает большей добротностью (малым затуханием)?




1. 1  2. 2  3. 3  4. Во всех системах добротность одинакова

4.28. На рисунке показаны резонансные кривые для трех колебательных систем. Определите, в какой колебательной системе установление вынужденных колебаний длится дольше?




1. 1  2. 2  3. 3  4. Во всех случаях одинаково

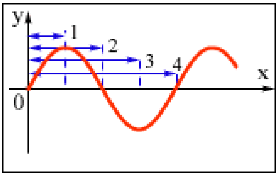
4.29. В каких направлениях совершаются колебания в продольной волне?

1. Во всех направлениях.
2. Только по направлению распространения волны.
3. Только перпендикулярно распространению волны.
4. По направлению распространения волны и перпендикулярно этому направлению.

4.30. В каких направлениях совершаются колебания в поперечной волне?

1. Во всех направлениях.
2. Только по направлению распространения волны.
3. Только перпендикулярно распространению волны.
4. По направлению распространения волны и перпендикулярно этому направлению.

4.31. Какой стрелкой на рисунке правильно отмечена длина волны?

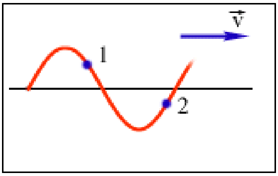



1. 1 2. 2 3. 3 4. 4 5. Никакой

4.32. Расстояние между смежными гребнями волн на озере равно 6 м, а период колебаний частиц равен 2 с. Чему равна скорость распространения этих волн?

1. 1/3 м/с 2. 1/2 м/с 3. 3 м/с 4. 6 м/с 5. 12 м/с

4.33. Бегущая поперечная волна движется вправо. В каком направлении движутся частицы 1 и 2?




1. Обе частицы движутся вертикально вверх.
2. Обе частицы движутся вертикально вниз.
3. Частица 1 движется вверх, частица 2 – вниз.
4. Частица 1 движется вниз, частица 2 – вверх

4.34. В каких средах могут распространяться упругие продольные волны?

1. Только в газообразных.
2. Только в жидких.
3. Только в твердых.
4. В газообразных и жидких.
5. В газообразных, жидких и твердых

4.35. Чем определяется громкость и высота тона звука?

1. Громкость – амплитудой, высота тона – частотой колебаний.
2. Громкость – частотой, высота тона – амплитудой колебаний.
3. Только амплитудой.
4. Только частотой.
5. Громкость – амплитудой и частотой, высота тона – амплитудой колебаний.

4.36. Динамик подключен к выходу звукового генератора электрических колебаний. Частота колебаний 680 Гц. Определите длину звуковой волны, зная, что скорость звука в воздухе 340 м/с.

1. 0,5 м  2. 1 м  3. 2 м  4. 340 м  5. 231200 м

4.37. Как изменится длина звуковой волны в воздухе, если частоту источника колебаний увеличить в 2 раза?

1. Не изменится.
2. Уменьшится в 2 раза.
3. Увеличится в 2 раза.
4. Увеличится в 4 раза.
5. Уменьшится в 4 раза

4.38. С помощью эхолота определяют глубину моря. Чему равна глубина моря, если ультразвуковой импульс эхолота отразился от дна моря и был зафиксирован через 0,5 с? Скорость звука в воде принять равной 1480 м/с.

1. 370 м  2. 740 м  3. 1480 м  4. 2220 м  5. 2960 м

4.39. Камертон, прикрепленный к резонансному ящику, ударили резиновым молоточком. К камертону поднесли по очереди два других камертона. Второй камертон в точности такой же, как и первый. Третий – настроен на меньшую частоту. Какой из них будет звучать громче?

1. Второй.
2. Третий.
3. Оба камертона будут звучать с одинаковой громкостью.
4. Ни один из них звучать не будет вообще

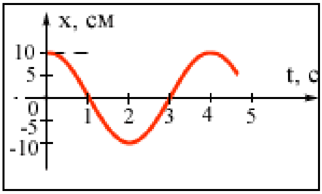
4.40. Как изменится скорость распространения звуковой волны в воздухе, если его температура увеличилась с 150 °С до 300 °С?

1. Не изменилась.
2. Увеличилась в 2 раза.
3. Увеличилась в $\sqrt{2}$ раз.
4. Увеличилась в 1,025 раза.
5. Увеличилась в 4 раза

## Задачи с решениями

**4.1. По графику, изображенному на рисунке, определите амплитуду $x_m$ и частоту ν колебаний. Запишите уравнение гармонического колебания. Чему равно ускорение колеблющегося тела в момент времени $t = 2$ с?**

**Решение**




Амплитуда колебаний тела $x_m = 10$ см. По графику находим период колебаний: $T = 4$ с. Следовательно, частота $\nu = \frac{1}{T} = 0,25$ Гц. Начальная фаза колебаний $\varphi_0 = 0$. Поэтому уравнение гармонических колебаний запишется в виде: $x = x_m \cos 2\pi\nu t = 10 \cos 0,5\pi t$ (см).

Ускорение $a(t)$ тела при гармонических колебаниях с циклической частотой $\omega = 2\pi\nu$ связано со смещением $x(t)$ тела из положения равновесия в тот же момент времени соотношением $a(t) = -\omega^2 x(t)$.

При $t = 2$ с смещение тела $x = -x_m = -10$ см. Ускорение тела в этот момент времени равно $a = (2\pi\nu)^2 x_m = 0,25$ м/с$^2$.

**4.2. Определите период колебаний груза на пружине, если известно, что при подвешивании груза пружина удлиняется на $l = 4$ см.**

**Решение**

Из условия равновесия груза на пружине следует: $mg = kl,\ k = \frac{mg}{l}$, где $m$ – масса груза, $k$ – жесткость пружины.

Период колебаний груза на пружине равен $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 0,4$ с.

**4.3. Для демонстрации вращения Земли в Исаакиевском соборе в Санкт-Петербурге подвешен маятник, период малых колебаний которого равен $T = 19,8$ с. Определите длину маятника.**

**Решение**

Маятник в Исаакиевском соборе (маятник Фуко) представляет собой массивное тело, размеры которого малы по сравнению с длиной подвеса. Его можно рассматривать как математический маятник, период колебаний которого определяется формулой $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, где $l$ – длина подвеса.

Отсюда $l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = 98$ м.

**4.4. В высотной ракете помещены часы с маятником, который можно считать математическим, и часы с пружинным маятником. Ракета движется вертикально вверх с ускорением $\boldsymbol{a} = 10\boldsymbol{g}$. На высоте $\boldsymbol{h} = 50$ км двигатель выключается, и ракета продолжает подниматься по инерции. Каковы будут показания тех и других часов в наивысшей точке подъема ракеты? Уменьшением силы земного притяжения с высотой пренебречь.**

**Решение**

Часы с математическим маятником («ходики») в ракете, движущейся ускоренно вверх, будут идти быстрее, чем в неподвижной. Отношение $T_0 / T$ периодов колебаний математического маятника в неподвижной и ускоренно движущейся ракете равно: $\frac{T_0}{T} = \sqrt{\frac{g+a}{g}} = \sqrt{11}.$

Истинное время $t_0$, за которое ракета поднялась на высоту $h$, находится по кинематической формуле: $t_0 = \sqrt{\frac{2h}{a}} \approx 32$ с.

«Ходики», помещенные в ракете, за то же время $t_0$ совершат в $\sqrt{11}$ раз больше колебаний, чем «неподвижные» часы. Поэтому время $t$, показанное ими к моменту выключения двигателя, будет равно: $t = t_0\sqrt{11} \approx 106$ с.

После выключения двигателя ракета начинает двигаться под действием силы тяжести с ускорением $\vec{g}$. В ракете наступит «состояние невесомости». Поэтому маятниковые часы остановятся и в дальнейшем в любой точке траектории они будут показывать время $t = 106$ с.

Что касается пружинных весов, то их ход не зависит от характера движения ракеты; поэтому в верхней точке траектории они покажут истинное время, равное $t_0 + t_1$, где $t_0 = 32$ с, а $t_1$ – время, прошедшее с момента выключения двигателя до достижения ракетой высшей точки траектории. Так как скорость ракеты в момент выключения двигателя была $\upsilon = \sqrt{2ah} = 3130$ м/с, то $t_1 = \frac{\upsilon}{g} = 320$ с.

Таким образом, пружинные часы в верхней точке траектории покажут время $t_0 + t_1 = 352$ с, в то время как остановившиеся маятниковые часы будут показывать время $t = 106$ с.

**4.5. Груз массой *m* = 0,1 кг прикрепляют к пружине жесткостью *k* = 40 Н/м. В начальный момент пружина не деформирована. Затем груз отпускают без толчка, и возникают колебания. Чему равны максимальная скорость груза и максимальное отклонение от начального положения?**

**Решение**

В положении равновесия свободно висящий на пружине груз растягивает ее на величину $l$, равную $l = \frac{mg}{k}$. Примем за нулевой уровень отсчета потенциальной энергии груза в поле тяготения Земли положение равновесия груза. Тогда в начальном положении, когда пружина не деформирована, потенциальная энергия груза в поле тяготения равна $E_{\text{p1}} = mgl = \frac{(mg)^2}{k}$. Максимальную скорость $\upsilon_{\text{m}}$ в процессе колебаний груз будет иметь при прохождении положения равновесия. В этом положении система обладает запасом потенциальной энергии упругой деформации пружины $E_{\text{p2}} = \frac{kl^2}{2} = \frac{(mg)^2}{2k}$ и кинетической энергией колеблющегося груза $E_{\text{k}} = \frac{m\upsilon_{\text{m}}^2}{2}$.

Записывая закон сохранения механической энергии $E_{\text{p1}} = E_{\text{p2}} + E_{\text{k}}$, найдем: $\upsilon_{\text{m}} = g\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}49$ м/с.

Груз колеблется с амплитудой $x_{\text{m}} = l$. Максимальное отклонение $\Delta x_{\max}$ груза от начального положения равно удвоенному значению амплитуды колебаний $\Delta x_{\max} = 2l = \frac{2mg}{k} = 0{,}049$ м.

## Электромагнитные колебания и волны

Колебательные и волновые процессы, изучаемые в различных разделах физики, проявляют удивительную общность закономерностей. Колебания груза на пружине и процессы в электрическом колебательном контуре, колебания столба воздуха в органной трубе и ход механических часов, распространение света и звуковых волн и т. д. – все эти явления протекают очень похожим образом. Однако они имеют различную физическую природу. Чтобы сформулировать, например, задачу о колебаниях груза на пружине, нужно знать законы Ньютона, задача о колебаниях в электрическом контуре требует знания законов электродинамики. Но математические уравнения, описывающие процессы в этих двух системах, оказываются одинаковыми. Аналогично обстоит дело и с волновыми процессами.

**Общность колебательных и волновых закономерностей проявляется в общности математических уравнений, описывающих процессы различной физической природы.**

Поэтому при изучении электромагнитных колебаний и волн мы будем обращаться за аналогиями к предыдущему разделу.

### Колебательный контур. Свободные электромагнитные колебания. Превращения энергии в колебательном контуре. Собственная частота колебаний в контуре

В электрических цепях, так же как и в механических системах, таких как груз на пружине или маятник, могут возникать **свободные колебания**. Простейшей электрической системой, способной совершать свободные колебания, является последовательный RLC-контур (рис. 4.10).

Когда ключ $K$ находится в положении 1, конденсатор заряжается до напряжения $\mathcal{E}$. После переключения ключа в положение 2 начинается процесс разрядки конденсатора через резистор $R$ и катушку индуктивности $L$. При определенных условиях этот процесс может иметь колебательный характер. Рассмотрим случай, когда в контуре нет потерь электромагнитной энергии ($R = 0$).

В 1853 г. В. Томсон теоретически показал, что собственные электрические колебания в контуре, состоящем из емкости $C$ и индуктивности $L$, являются гармоническими, то есть происходят по закону $q(t) = q_0\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. Параметры $L$ и $C$ колебательного контура определяют только собственную частоту свободных колебаний $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. . Период этих колебаний выражается формулой Томсона:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Амплитуда $q_0$ и начальная фаза $\varphi_0$ определяются **начальными условиями**, то есть тем способом, с помощью которого система была выведена из состояния равновесия. В частности, для процесса колебаний, который начнется в контуре (рис. 4.10) после переброса ключа $K$ в положение 2, $q_0 = C\mathcal{E}, \varphi_0 = 0$.

Рисунок 4.11 иллюстрирует аналогию процессов свободных электрических и механических колебаний. На рисунке приведены графики изменения заряда $q(t)$ конденсатора и смещения $x(t)$ груза от положения равновесия, а также графики тока $I(t)$ и скорости груза $\upsilon(t)$ за один период колебаний.

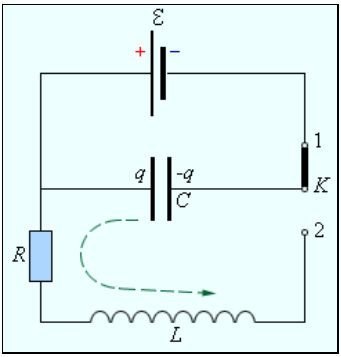



*Рис. 4.10.* Последовательный RLC-контур

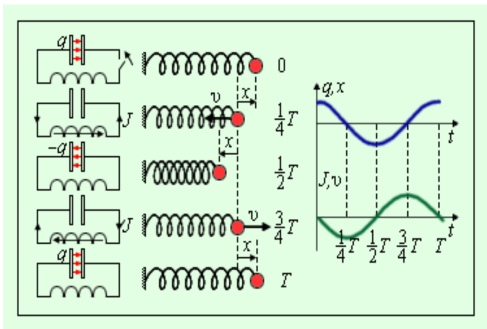



*Рис. 4.11.* Аналогия процессов свободных электрических и механических колебаний

Сравнение свободных колебаний груза на пружине и процессов в электрическом колебательном контуре позволяет сделать заключение об аналогии между электрическими и механическими величинами. Эти аналогии представлены в таблице.

*Таблица*

| Электрические величины | | Механические величины | |
|---|---|---|---|
| Заряд конденсатора | $q(t)$ | Координата | $x(t)$ |
| Ток в цепи | $I=\dfrac{dq}{dt}$ | Скорость | $\upsilon=\dfrac{dx}{dt}$ |
| Индуктивность | $L$ | Масса | $m$ |
| Величина, обратная электроемкости | $\dfrac{1}{C}$ | Жесткость | $k$ |
| Напряжение на конденсаторе | $U=\dfrac{q}{C}$ | Упругая сила | $kx$ |
| Энергия электрического поля конденсатора | $\dfrac{q^2}{2C}$ | Потенциальная энергия пружины | $\dfrac{kx^2}{2}$ |
| Магнитная энергия катушки | $\dfrac{LI^2}{2}$ | Кинетическая энергия | $\dfrac{m\upsilon^2}{2}$ |
| Магнитный поток | $LI$ | Импульс | $m\upsilon$ |

При свободных колебаниях происходит периодическое превращение электрической энергии $W_э$, запасенной в конденсаторе, в магнитную энергию $W_м$ катушки, и наоборот. Если в колебательном контуре нет потерь энергии, то полная электромагнитная энергия системы остается неизменной:

$$W=W_э+W_м=\frac{q^2}{2C}+\frac{LI^2}{2}=\text{const}.$$

## Переменный электрический ток. Действующие значения силы тока и напряжения

Процессы, возникающие в электрических цепях под действием внешнего периодического источника тока, называются ***вынужденными колебаниями***.

Вынужденные колебания, в отличие от собственных колебаний в электрических цепях, являются **незатухающими**. Периодический внешний источник обеспечивает приток энергии к системе и не дает колебаниям затухать, несмотря на наличие неизбежных потерь.

Особый интерес представляет случай, когда внешний источник, напряжение которого изменяется по гармоническому закону с частотой ω, включен в электрическую цепь, способную совершать собственные свободные колебания на некоторой частоте $\omega_0$.

Если частота $\omega_0$ свободных колебаний определяется параметрами электрической цепи, то **установившиеся вынужденные колебания всегда происходят на частоте ω внешнего источника**.

Электрические цепи, в которых происходят установившиеся вынужденные колебания под действием периодического источника тока, называются ***цепями переменного тока***.

Рассмотрим последовательный колебательный контур, то есть RLC-цепь, в которую включен источник тока, напряжение которого изменяется по периодическому закону (рис. 4.12): $e(t) = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$, где $\mathcal{E}_0$ – амплитуда, ω – круговая частота.

Рассмотрим по отдельности случаи подключения внешнего источника переменного тока к резистору с сопротивлением $R$, конденсатору емкости $C$ и катушки индуктивности $L$. Во всех трех случаях напряжения на резисторе, конденсаторе и катушке равны напряжению источника переменного тока.

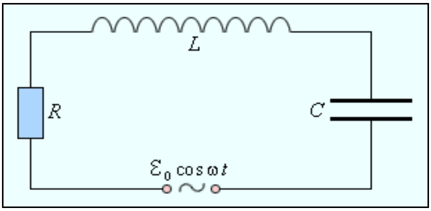



*Рис. 4.12.* Вынужденные колебания в контуре

## Резистор в цепи переменного тока

$$i_R R = u_R = U_R \cos \omega t;\ i_R = \frac{U_R}{R} \cos \omega t = I_R \cos \omega t.$$

Здесь через $I_R$ обозначена амплитуда тока, протекающего через резистор. Связь между амплитудами тока и напряжения на резисторе выражается соотношением $RI_R = U_R$.

Фазовый сдвиг между током и напряжением на резисторе равен нулю.

## Конденсатор в цепи переменного тока

$$u_C = \frac{q}{C} = U_C \cos \omega t;\ i_C = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt} = CU_C(-\omega \sin \omega t) =$$

$$= \omega C U_C \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_C \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Соотношение между амплитудами тока $I_C$ и напряжения $U_C$: $\frac{1}{\omega C} I_C = U_C$.

Ток опережает по фазе напряжение на угол $\frac{\pi}{2}$.

## Катушка в цепи переменного тока

$u_L = L\frac{di_L}{dt}$. Сравнивая это выражение с выражением для тока в цепи, содержащей конденсатор $i_C = C\frac{du_C}{dt}$, мы можем заменой $i \to u, C \to L$ прийти к выводу

$$u_L = L\frac{di_L}{dt} = U_L \cos\omega t = \omega L I_L \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \to$$

$$\to i_L = \frac{U_L}{\omega L}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_L \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Соотношение между амплитудами тока $I_L$ и напряжения $U_L$: $\omega L I_L = U_L$.

Ток отстает по фазе от напряжения на угол $\frac{\pi}{2}$.

Рассмотрим цепь переменного тока, когда $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ или $\omega^2 > \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$. В этом случае напряжение внешнего источника опережает по фазе ток, текущий в цепи, на некоторый угол φ.

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Соотношение амплитудных значений силы тока и ЭДС

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Величину $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ называют *полным сопротивлением* цепи переменного тока. Формулу, выражающую связь между амплитудными значениями тока и напряжения в цепи, можно записать в виде $ZI_0 = \mathcal{E}_0$.

Это соотношение называют ***законом Ома для цепи переменного тока.***

Из выражения для $I_0$ видно, что амплитуда тока принимает максимальное значение при условии $\omega L - \dfrac{1}{\omega C} = 0$ или

$$\omega^2 = \omega_{\text{рез}}^2 = \omega_0^2 = \frac{1}{LC}.$$

Явление возрастания амплитуды колебаний тока при совпадении частоты $\omega$ внешнего источника с собственной частотой $\omega_0$ электрической цепи называется ***электрическим резонансом***. При резонансе $\left(I_0\right)_{\text{рез}} = \dfrac{\mathcal{E}_0}{R}$.

Сдвиг фаз $\varphi$ между приложенным напряжением и током в цепи при резонансе обращается в нуль. Резонанс в последовательной RLC-цепи называется ***резонансом напряжений***.

При последовательном резонансе ($\omega = \omega_0$) амплитуды $U_{\text{C}}$ и $U_{\text{L}}$ напряжений на конденсаторе и катушке резко возрастают: $\left(U_{\text{L}}\right)_{\text{рез}} = \left(U_{\text{C}}\right)_{\text{рез}} = \omega_0 L\left(I_0\right)_{\text{рез}} = \dfrac{\mathcal{E}_0}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}.$

Ранее были выведены соотношения, связывающие амплитуды переменных токов и напряжений на резисторе, конденсаторе и катушке индуктивности:

$$RI_{\text{R}} = U_{\text{R}}; \quad \frac{1}{\omega C} I_{\text{C}} = U_{\text{C}}; \quad \omega L I_{\text{L}} = U_{\text{L}}. \qquad (*)$$

Эти соотношения во виду напоминают закон Ома для участка цепи постоянного тока, но только теперь в них входят не значения постоянных токов и напряжений на участке цепи, а **амплитудные значения переменных токов и напряжений**.

Соотношения (*) выражают ***закон Ома для участка цепи переменного тока***, содержащего один из элементов $R$, $L$ и $C$. Физические величины $R$, $\dfrac{1}{\omega C}$ и $\omega L$ называются ***активным сопротивлением резистора***, ***емкостным сопротивлением конденсатора*** **и *индуктивным сопротивлением катушки.***

При протекании переменного тока по участку цепи электромагнитное поле совершает работу, и в цепи выделяется джоулево тепло. Мгновенная мощность в цепи переменного тока равна произведению мгновенных значений тока и напряжения: $p = i \cdot u$. Практический интерес представляет среднее за период переменного тока значение мощности $P = P_{\text{ср}} = I_0 U_0 \overline{\cos \omega t \cos(\omega t + \varphi)}$.

Здесь $I_0$ и $U_0$ – амплитудные значения тока и напряжения на данном участке цепи, φ – фазовый сдвиг между током и напряжением. Черта означает знак усреднения. Если участок цепи содержит только резистор с сопротивлением $R$, то фазовый сдвиг $\varphi = 0$: $P_{\text{R}} = I_{\text{R}} U_{\text{R}} \overline{\cos^2 \omega t} = \dfrac{I_{\text{R}} U_{\text{R}}}{2} = \dfrac{I_{\text{R}}^2 R}{2}$.

Для того, чтобы это выражение по виду совпадало с формулой для мощности постоянного тока, вводятся понятия *действующих или эффективных значений* силы тока и напряжения: $I_{\text{д}} = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$, $U_{\text{д}} = \dfrac{U_0}{\sqrt{2}}$.

Средняя мощность переменного тока на участке цепи, содержащем резистор, равна $P_{\text{R}} = I_{\text{д}} U_{\text{д}}$.

Если участок цепи содержит только конденсатор емкости $C$, то фазовый сдвиг между током и напряжением $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$. Поэтому $P_C = I_{\text{C}} U_{\text{C}} \overline{\cos \omega t \cos\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)} = I_{\text{C}} U_{\text{C}} \overline{\cos \omega t (-\sin \omega t)} = 0.$ Аналогично можно показать, что $P_{\text{L}} = 0$.

Таким образом, мощность в цепи переменного тока выделяется только на активном сопротивлении. Средняя мощность переменного тока на конденсаторе и катушке индуктивности равна нулю.

## Трансформатор. Передача и использование электрической энергии

Среди приборов переменного тока, нашедших широкое применение в технике, значительное место занимают ***трансформаторы***. Принцип действия трансформаторов, применяемых для повышения или понижения напряжения переменного тока, основан на явлении электромагнитной индукции. Простейший трансформатор состоит из сердечника замкнутой формы из магнитомягкого материала, на который намотаны две обмотки: первичная и вторичная (рис. 4.13).

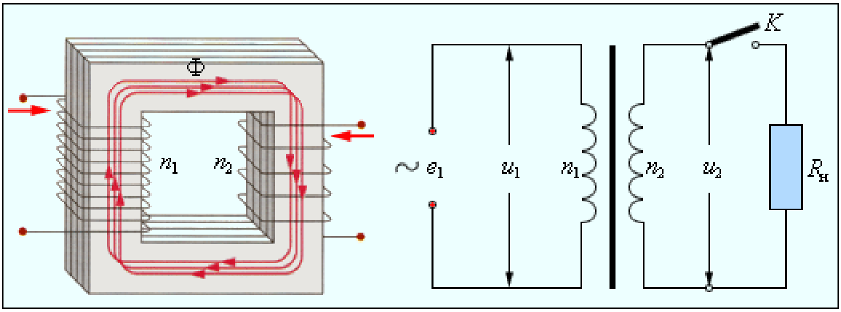



*Рис. 4.13.* Простейший трансформатор и его условное изображение в схемах. $n_1$ и $n_2$ – числа витков в обмотках

Первичная обмотка подсоединяется к источнику переменного тока с ЭДС $e_1(t)$, поэтому в ней возникает ток $i_1(t)$, создающий в сердечнике трансформатора переменный магнитный поток Ф, который практически без рассеяния циркулирует по замкнутому магнитному сердечнику и, следовательно, пронизывает все витки первичной и вторичной обмоток. В режиме **холостого хода**, то есть при разомкнутой цепи вторичной обмотки, ток в первичной обмотке весьма мал из-за большого индуктивного сопротивления обмотки. В этом режиме трансформатор потребляет небольшую мощность.

Ситуация резко изменяется, когда в цепь вторичной обмотки включается сопротивление нагрузки $R_н$, и в ней возникает переменный ток $i_2(t)$. Теперь полный магнитный поток Ф в сердечнике создается обоими токами. Но согласно правилу Ленца магнитный поток $Ф_2$, создаваемый индуцированным во вторичной обмотке током $i_2$, направлен навстречу потоку $Ф_1$, создаваемому током $i_1$ в первичной обмотке: $Ф = Ф_1 – Ф_2$. Отсюда следует, что токи $i_1$ и $i_2$ изменяются в противофазе, то есть имеют фазовый сдвиг, равный 180°.

Другой важный вывод состоит в том, что ток $i_1$ в первичной обмотке в режиме нагрузки значительно больше тока холостого хода. Это следует из того, что полный магнитный поток Ф в сердечнике должен быть в режиме нагрузки таким же, как и в режиме холостого хода, так как напряжение $u_1$ на первичной обмотке в обоих случаях одно и то же. Это напряжение равно ЭДС источника $e_1$ переменного тока. Так как магнитные потоки, пронизывающие обмотки, пропорциональны числу $n_1$ и $n_2$ витков в них, можно записать для первичной обмотки: $e_1 + e_1^{\text{инд}} = 0, \quad u_1 = e_1 = -e_1^{\text{инд}} = n_1 \dfrac{d\Phi}{dt}$, для вторичной обмотки: $u_2 = i_2 R_2 = e_2^{\text{инд}} = -n_2 \dfrac{d\Phi}{dt}$. Следовательно, $u_2 = -\dfrac{n_2}{n_1} u_1$.

Для действующих значений напряжений и силы токов на обмотках ненагруженного трансформатора можно записать: $\dfrac{U_{\text{д}1}}{U_{\text{д}2}} = \dfrac{I_{\text{д}2}}{I_{\text{д}1}} = \dfrac{n_1}{n_2} = K.$

Коэффициент $K = n_1 / n_2$ есть коэффициент трансформации. При $K < 1$ трансформатор называется **повышающим**, при $K > 1$ – **понижающим**.

Соответственно для нагруженного трансформатора

$$\frac{e_{\text{д}1}}{e_{\text{д}2}} = \frac{U_{\text{д}1}}{U_{\text{д}2} + I_{\text{д}2} R_{\text{обм}}} = K.$$

Коэффициент полезного действия трансформатора

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_{\text{д}2} U_{\text{д}2}}{I_{\text{д}1} U_{\text{д}1}}.$$

## Электромагнитные волны. Скорость распространения электромагнитных волн. Свойства электромагнитных волн

Существование электромагнитных волн было теоретически предсказано великим английским физиком Дж. Максвеллом в 1864 году. Максвелл проанализировал все известные к тому времени законы электродинамики и сделал попытку применить их к изменяющимся во времени электрическому и магнитному полям. Он обратил внимание на ассиметрию взаимосвязи между электрическими и магнитными явлениями. Максвелл ввел в физику понятие вихревого электрического поля и предложил новую трактовку закона электромагнитной индукции, открытой Фарадеем в 1831 г.

**Всякое изменение магнитного поля порождает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, силовые линии которого замкнуты.**

Максвелл высказал гипотезу о существовании и обратного процесса.

**Изменяющееся во времени электрическое поле порождает в окружающем пространстве магнитное поле.**

Из теории Максвелла вытекает ряд важных выводов:

1. Существуют электромагнитные волны, то есть распространяющееся в пространстве и во времени электромагнитное поле. Электромагнитные волны **поперечны** – векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ перпендикулярны друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны (рис. 4.14).

2. Электромагнитные волны распространяются в веществе с **конечной скоростью** $\upsilon = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$. Здесь $\varepsilon$ и $\mu$ – диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества, $\varepsilon_0$ и $\mu_0$ – электрическая и магнитная постоянные: $\varepsilon_0 = 8{,}85419\cdot10^{-12}$ Ф/м, $\mu_0 = 1{,}25664\cdot10^{-6}$ Гн/м. Скорость электромагнитных волн в вакууме ($\varepsilon = \mu = 1$): $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \approx 3\cdot10^8$ м/с. Скорость $c$ распространения электромагнитных волн в вакууме является одной из фундаментальных физических постоянных.

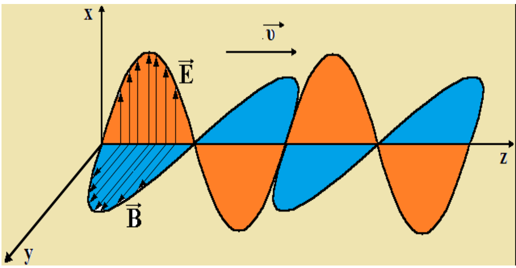



*Рис. 4.14.* Синусоидальная (гармоническая) электромагнитная волна. Векторы $\vec{E}$, $\vec{B}$ и $\vec{\upsilon}$ взаимно перпендикулярны

3. В электромагнитной волне происходят взаимные превращения электрического и магнитного полей. Эти процессы идут одновременно, и электрическое и магнитное поля выступают как равноправные «партнеры». Поэтому объемные плотности электрической

и магнитной энергии равны друг другу: $w_э = w_м$. $\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$. Отсюда следует, что в электромагнитной волне модули индукции магнитного поля $\vec{B}$ и напряженности электрического поля $\vec{E}$ в каждой точке пространства связаны соотношением $B = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}E$.

4. Электромагнитные волны переносят энергию. При распространении волн возникает поток электромагнитной энергии. ***Плотностью потока*** или ***интенсивностью*** $I$ называют электромагнитную энергию, переносимую волной за единицу времени через поверхность единичной площади: $I = \frac{1}{S}\frac{\Delta W_{эм}}{\Delta t} = \left(w_э + w_м\right)\upsilon$. Подставляя сюда выражения для $w_э$, $w_м$ и $\upsilon$, можно получить: $I = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}E^2 = \frac{EB}{\mu\mu_0}$.

Плотность потока энергии в СИ измеряется в **ваттах на квадратный метр** (Вт/м$^2$).

### Тестовые задания для самостоятельного решения

4.41. Изменение заряда конденсатора в колебательном контуре происходит по закону $q = 10^{-4}\cos 20\pi t$ (Кл). Чему равен период электромагнитных колебаний в контуре?

1. 0,1 с 2. 0,2 с 3. 0,5 с 4. 1 с 5. 10 с

4.42. Изменение заряда конденсатора в колебательном контуре происходит по закону $q = 10^{-4}\cos 10\pi t$ (Кл). Чему равна частота электромагнитных колебаний в контуре?

1. 10 Гц 2. $10\pi$ Гц 3. $\frac{5}{\pi}$ Гц 4. 5 Гц 5. 1 Гц

4.43. Каким выражением определяется период электромагнитных колебаний в контуре, состоящем из конденсатора емкостью $C$ и катушки индуктивностью $L$?

1. $\sqrt{LC}$ 2. $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ 3. $2\pi\sqrt{LC}$ 4. $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

4.44. Как изменится период электромагнитных колебаний в контуре $L$–$C$, если электроемкость конденсатора увеличить в 4 раза?

1. Увеличится в 2 раза.
2. Уменьшится в 2 раза.
3. Увеличится в 4 раза.
4. Уменьшится в 4 раза.

4.45. Уравнение $i = 5 \cos 10^5 t$ (А) выражает зависимость силы тока от времени в колебательном контуре. Каково соотношение между энергией электрического поля конденсатора $W_1$ и магнитного поля в катушке $W_2$ в момент времени, когда $i = 5$ А?

1. $W_1$ максимальна, $W_2 = 0$.
2. $W_1 = 0$, $W_2$ максимальна.
3. $W_1 = W_2$.
4. $W_1 > W_2$

4.46. Чему равна разность фаз между колебаниями заряда на обкладках конденсатора и силой тока в катушке?

1. 0 2. $\pi / 4$ 3. $\pi / 2$ 4. $\pi$ 5. $3\pi / 2$

4.47. Какие из колебаний, перечисленных ниже, относятся к вынужденным?

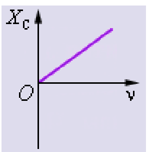
1. Свободные колебания в колебательном контуре.
2. Переменный ток в осветительной сети.
3. Генератор электромагнитных колебаний высокой частоты.
4. Затухающие колебания в колебательном контуре.

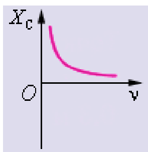
4.48. Чем определяется установившаяся частота вынужденных электромагнитных колебаний?

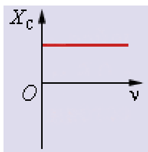
1. Параметрами $C$ и $L$ цепи.
2. Частотой изменения внешнего напряжения

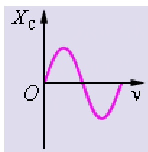
1. Только 1 2. Только 2 3. 1 и 2 4. Ни 1, ни 2

4.49. Какой из приведенных ниже графиков соответствует зависимости емкостного сопротивления в цепи переменного тока от частоты?

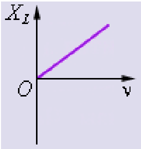
1. 

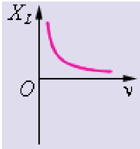

2. 

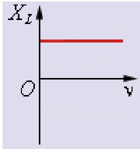

3. 

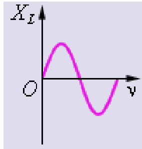

4. 

4.50. Какой из приведенных ниже графиков соответствует зависимости индуктивного сопротивления в цепи переменного тока от частоты?

1. 

2. 

3. 

4. 


4.51. В цепь переменного тока включены последовательно активная нагрузка сопротивлением 3 Ом, катушка с индуктивным сопротивлением 4 Ом и конденсатор с емкостным сопротивлением 8 Ом. Каково полное сопротивление электрической цепи переменного тока?

1. 15 Ом 2. 7 Ом 3. 25 Ом 4. 5 Ом 5. $\sqrt{15}$ Ом

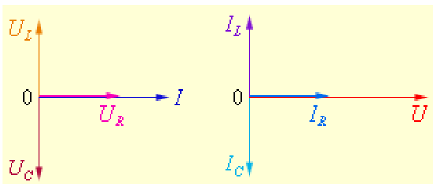
4.52. В цепь переменного тока включены последовательно резистор, катушка и конденсатор. Амплитуда колебаний напряжения на резисторе 4 В, на конденсаторе 9 В, на катушке 6 В. Какова амплитуда колебаний напряжения на трех элементах цепи?

1. 4 В 2. 5 В 3. 6 В 4. 9 В 5. 19 В

4.53. В электрической цепи переменного тока включены последовательно резистор с активным сопротивлением 6 Ом, идеальная катушка с индуктивным сопротивлением 20 Ом и идеальный конденсатор с емкостным сопротивлением 10 Ом. Какая мощность выделяется в электрической цепи при амплитудном значении силы тока 2 А?

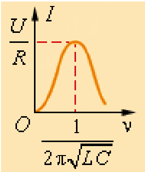
1. 12 Вт 2. 24 Вт 3. 20 Вт 4. 40 Вт 5. 80 Вт

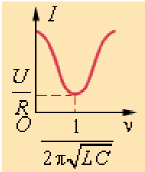
4.54. На рисунке представлены две векторные диаграммы. Какая из этих диаграмм соответствует цепи с последовательно соединенными элементами $L$, $R$, $C$?

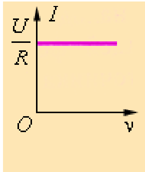


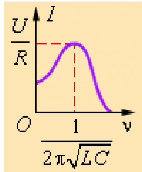

1. 1 2. 2 3. Обе диаграммы 4. Ни одна из диаграмм

4.55. В цепь переменного тока включили последовательно резистор с сопротивлением $R$, конденсатор емкостью $C$ и катушку индуктивности $L$. На каком из графиков представлена зависимость силы тока $I$ от частоты (при постоянной амплитуде напряжения $U$)?

1. 


2. 


3. 


4. 


4.56. Как изменятся тепловые потери в линии электропередачи при увеличении напряжения с 10 кВ до 100 кВ при условии передачи одинаковой мощности?

1. Увеличатся в 10 раз.
2. Увеличатся в 100 раз.
3. Не изменятся.
4. Уменьшатся в 10 раз.
5. Уменьшатся в 100 раз.

4.57. Какое явление лежит в основе принципа действия трансформатора?

1. Явление электростатической индукции.
2. Явление электромагнитной индукции.
3. Явление электролиза.
4. Явление термоэлектронной эмиссии.
5. Ответ неоднозначен.

4.58. Трансформатор «трансформирует»...

1. ...только напряжение;
2. ...только силу тока;
3. ...только сопротивление;
4. ..силу тока, напряжение и сопротивление.

4.59. Трансформатор может работать...

1. ...только на переменном токе;
2. ...только на постоянном токе;
3. ...как на переменном, так и на постоянном токе

4.60. Для определения числа витков на первичной обмотке трансформатора на его сердечник было намотано 30 витков провода, концы которого подключили к вольтметру. Чему равно число витков в первичной обмотке трансформатора, если при подаче на него напряжения 220 В, вольтметр, подключенный к катушке из 30 витков, показал напряжение 2 В?

1. 110 2. 440 3. 1320 4. 3300 5. 13200

4.61. При распространении в вакууме электромагнитной волны происходит перенос

1. энергии;
2. импульса

1. Только 1 2. Только 2 3. 1 и 2 4. Ни 1, ни 2

4.62. Радиопередатчик излучает электромагнитные волны с длиной $\lambda$. Как нужно изменить индуктивность колебательного контура радиопередатчика, чтобы он излучал электромагнитные волны с длиной $\lambda / 2$?

1. Увеличить в 2 раза.
2. Увеличить в 4 раза.
3. Уменьшить в 2 раза.
4. Уменьшить в 4 раза.
5. Уменьшить в 16 раз.

4.63. Радиопередатчик излучает электромагнитные волны с длиной $\lambda$. Как нужно изменить емкость колебательного контура радиопередатчика, чтобы он излучал электромагнитные волны с длиной $2\lambda$?

1. Увеличить в 2 раза.
2. Увеличить в 4 раза.
3. Уменьшить в 2 раза.
4. Уменьшить в 4 раза.
5. Уменьшить в 16 раз.

## Задачи с решениями

**4.6. Конденсатор емкостью $C = 2$ мкФ заряжен до напряжения $U = 20$ В и затем подсоединен к катушке с индуктивностью $L = 6$ мкГн. Пренебрегая сопротивлением контура, определите**

**1) максимальное значение силы тока в контуре;**

**2) через какое время $t$ сила тока достигает максимального значения в первый раз.**

**Решение**

Максимальное значение $I_{max}$ силы тока в контуре найдем из закона сохранения энергии: $\frac{CU^2}{2} = \frac{LI_{max}^2}{2}$. Отсюда $I_{max} = U\sqrt{\frac{C}{L}} = 11,5$ А.

Ток в контуре в первый раз достигнет максимума через 1/4 периода $T$ свободных колебаний $t = \frac{T}{4} = \frac{\pi\sqrt{LC}}{2} = 5,44$ мкс.

**4.7. В последовательном колебательном контуре индуктивность катушки $L = 60$ мГн, емкость конденсатора $C = 0,50$ мкФ, сопротивление резистора $R = 300$ Ом. Контур подключен к источнику переменного напряжения с амплитудой $\varepsilon_0 = 50$ В и круговой частотой $\omega = 10000$ с$^{-1}$. Определите: 1) индуктивное сопротивление $X_L$ катушки и емкостное сопротивление $X_C$ конденсатора; 2) импеданс $Z$ всей цепи; 3) амплитуду тока в цепи; 4) амплитуду напряжений на всех элементах колебательного контура.**

**Решение**

Сопротивлением участка цепи при переменном токе называют отношение амплитуды напряжения на данном участке к амплитуде тока. Индуктивное сопротивление катушки и емкостное сопротивление конденсатора выражается формулами:

$$X_L = \omega L = 600 \text{ Ом}, \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = 200 \text{ Ом}.$$

Величины $X_L$ и $X_C$, в отличие от активного сопротивления резистора, называют реактивными сопротивлениями (или реактансами), так как на катушке и конденсаторе не рассеивается энергия переменного тока. Напряжение на катушке индуктивности опережает ток по фазе на угол $\pi/2$, на конденсаторе напряжение отстает от тока на такой же фазовый угол.

Реактивное сопротивление $X$ катушки и конденсатора, включенных последовательно, равно $X = X_L - X_C = 400$ Ом. Полное сопротивление (импеданс) цепи $Z$, состоящей из последовательно соединенных катушки, конденсатора и резистора, выражается соотношением $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = 500$ Ом.

Амплитуда тока в цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}_0}{Z} = 0{,}10$ А.

Амплитуда напряжений на элементах цепи: $U_R = I \cdot R = 30$ В, $U_L = I \cdot X_L = 60$ В, $U_C = I \cdot X_C = 20$ В. Обратите внимание, что амплитуда напряжения источника $\mathcal{E}_0$ не равна сумме амплитуд напряжений на всех элементах цепи.

**4.8. В последовательном *RLC*-контуре *L* = 5,0 мГн, *C* = 0,2 мкФ, *R* = 2 Ом. Контур подключен к источнику переменного напряжения с амплитудой $\mathcal{E}_0$ = 1,5 В и частотой *f* = 5 кГц. Определите среднюю мощность, потребляемую контуром от источника.**

**Решение**

Найдем сначала амплитуду тока в цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}_0}{Z} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2}} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \dfrac{1}{2\pi fC}\right)^2}} = 0{,}5 \text{ А}.$$

Средняя мощность, потребляемая контуром от источника, равна средней мощности, рассеиваемой на резисторе: $P_{\text{ср}} = P_R = I_{\text{д}}^2 R = \dfrac{I^2 R}{2} = 0{,}25$ Вт.

Средняя мощность, рассеиваемая на катушке или конденсаторе, равна нулю, т. к. между напряжением и током на этих элементах имеется фазовый сдвиг, равный $\pi/2$.

# ГЛАВА 5. ОПТИКА

***Оптика*** – раздел физики, изучающий свойства и физическую природу света, а также его взаимодействие с веществом. Учение о свете принято делить на три части:

***геометрическая или лучевая оптика***, в основе которой лежит представление о световых лучах;

***волновая оптика***, изучающая явления, в которых проявляются волновые свойства света;

***квантовая оптика***, изучающая взаимодействие света с веществом, при котором проявляются корпускулярные свойства света.

В настоящей главе рассматриваются две первые части оптики.

## Свет. Прямолинейное распространение света. Законы отражения света. Законы преломления света. Дисперсия света

Первые представления о природе света возникли у древних греков и египтян. По мере изобретения и совершенствования различных оптических приборов (параболических зеркал, микроскопа, зрительной трубы) эти представления развивались и трансформировались. В конце XVII века возникли две теории света: *корпускулярная* (И. Ньютон) и *волновая* (Р. Гук и Х. Гюйгенс).

Согласно корпускулярной теории, свет представляет собой поток частиц (корпускул), испускаемых светящимися телами. Ньютон считал, что движение световых корпускул подчиняется законам механики. Так, отражение света понималось аналогично отражению упругого шарика от плоскости. Преломление света объяснялось изменением скорости корпускул при переходе из одной среды в другую.

Волновая теория, в отличие от корпускулярной, рассматривала свет как волновой процесс, подобный механическим волнам. В основу волновой теории был положен *принцип Гюйгенса*, согласно которому каждая точка, до которой доходит волна, становится центром вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение *волнового фронта* в следующий момент времени. С помощью принципа Гюйгенса были объяснены законы отражения и преломления.

В 60-е годы XIX века Максвеллом были установлены общие законы электромагнитного поля, которые привели его к заключению, что свет – это <u>электромагнитные волны</u>. Важным подтверждением такой точки зрения послужило совпадение скорости света в вакууме с электродинамической постоянной $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$.

Свет играет чрезвычайно важную роль в нашей жизни. Подавляющее количество информации об окружающем мире человек получает с помощью света. Однако в оптике как разделе физике под светом понимают не только *видимый свет*, но и примыкающие к нему широкие диапазоны спектра электромагнитного излучения – *инфракрасный* ИК и *ультрафиолетовый* УФ. По своим физическим свойствам свет принципиально неотличим от электромагнитного излучения других диапазонов – различные участки спектра отличаются друг от друга только **длиной волны** λ и **частотой** ν. Рисунок 5.1. дает представление о шкале электромагнитных волн.

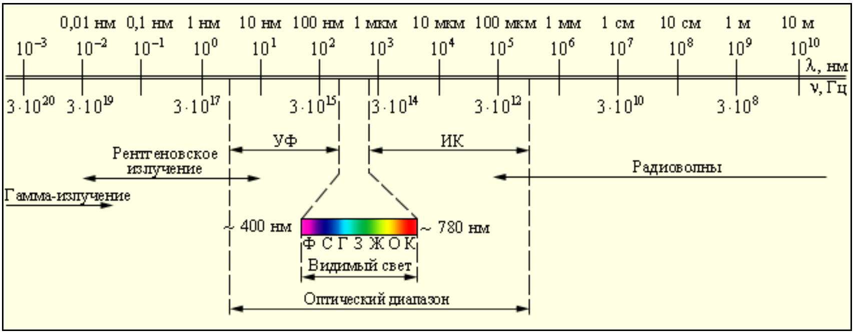



*Рис. 5.1.* Шкала электромагнитных волн.
Границы между различными диапазонами условны

Для измерения длин волн в оптическом диапазоне используются единицы длины 1 **нанометр** (нм) и 1 **микрометр** (мкм): 1 нм = $10^{-9}$ м = $10^{-7}$ см = $10^{-3}$ мкм.

Видимый свет занимает диапазон приблизительно от 400 нм до 780 нм или от 0,40 мкм до 0,78 мкм.

Электромагнитная теория света позволила объяснить многие оптические явления, такие как интерференция, дифракция, поляризация и т. д. Однако эта теория не завершила понимание природы света. Уже в начале XX века выяснилось, что эта теория недостаточна для истолкования явлений **атомного масштаба**, возникающих при взаимодействии света с веществом. Для объяснения таких явлений, как излучение черного тела, фотоэффект, эффект Комптона и др. потребовалось введение *квантовых представлений*. Наука вновь вернулась к идее корпускул – световых квантов. Тот факт, что свет в одних опытах обнаруживает волновые свойства, а в других – корпускулярные, означает, что свет имеет сложную двойственную природу, которую принято характеризовать термином корпускулярно-волновой дуализм.

Основные законы геометрической оптики были известны задолго до установления физической природы света.

***Закон прямолинейного распространения света***: в оптически однородной среде свет распространяется прямолинейно.

На границе раздела двух прозрачных сред свет может частично отразиться так, что часть световой энергии будет распространяться после отражения по новому направлению, а частично пройти через границу и распространяться во второй среде.

***Закон отражения света***: падающий и отраженный лучи, а также перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости (***плоскость падения***). Угол отражения $\gamma$ равен углу падения $\alpha$.

***Закон преломления света***: падающий и преломленный лучи, а также перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости. Отношение синуса угла падения $\alpha$ к синусу угла преломления $\beta$ есть величина, постоянная для двух данных сред:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n.$$

Постоянную величину $n$ называют ***относительным показателем преломления*** второй среды относительно первой. Показатель преломления среды относительно вакуума называют ***абсолютным показателем преломления***.

Относительный показатель преломления двух сред равен отношению их абсолютных показателей преломления: $n = n_2 / n_1$.

Законы отражения и преломления находят объяснение в волновой физике. Согласно волновым представлениям, преломление является следствием изменения скорости распространения волн при переходе из одной среды в другую. Физический смысл показателя преломления – это отношение скорости распространения волн в первой среде

$\upsilon_1$ к скорости их распространения во второй среде $\upsilon_2$: $n = \dfrac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$. Абсолютный показатель преломления равен отношению скорости света $c$ в вакууме к скорости света $\upsilon$ в среде: $n = \dfrac{c}{\upsilon}$.

Рисунок 5.2 иллюстрирует законы отражения и преломления света.

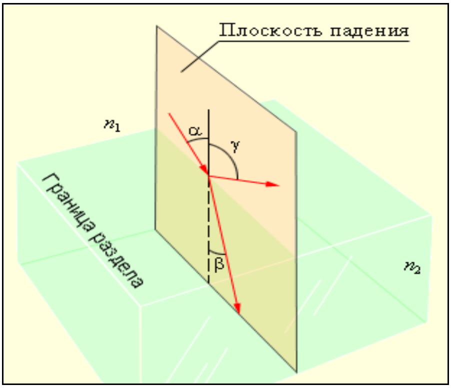



*Рис. 5.2.* Законы отражения и преломления: $\gamma = \alpha$;
$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$

Среду с меньшим абсолютным показателем преломления называют оптически менее плотной.

При переходе света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную $n_2 < n_1$ (например, из стекла в воздух) можно наблюдать явление ***полного отражения***, то есть исчезновение преломленного луча. Это явление наблюдается при углах падения, превышающих некоторый критический угол $\alpha_{пр}$, который называется ***предельным углом полного внутреннего отражения*** (см. рис. 5.3).

Для угла падения $\alpha = \alpha_{пр}$ $\sin\beta = 1$ значение $\sin\alpha_{пр} = n_2 / n_1 < 1$.

Если второй средой является воздух ($n_2 \approx 1$), то формулу удобно переписать в виде $\sin\alpha_{пр} = 1 / n$, где $n = n_1 > 1$ – абсолютный показатель преломления первой среды.

Простейшим оптическим устройством, способным создавать изображение предмета, является ***плоское зеркало***. Изображение предмета, даваемое плоским зеркалом, формируется за счет лучей, отраженных от зеркальной поверхности. Это изображение является мнимым, так как оно образуется пересечением не самих отраженных лучей, а их продолжений в «зазеркалье» (рис. 5.4).

Вследствие закона отражения света мнимое изображение предмета располагается симметрично относительно зеркальной поверхности. Размер изображения равен размеру самого предмета.

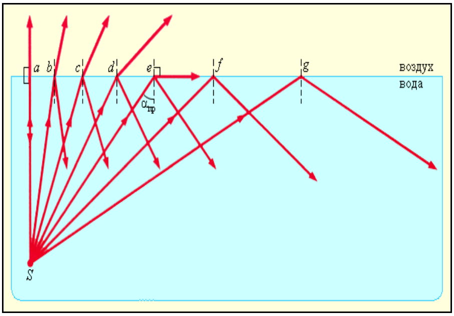



*Рис. 5.3.* Полное внутреннее отражение света на границе вода–воздух; S – точечный источник света

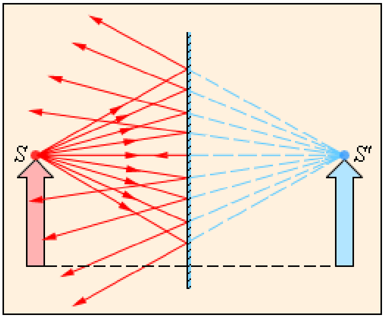



*Рис. 5.4.* Ход лучей при отражении от плоского зеркала. Точка S' является мнимым изображением точки S

В состав видимого света входят монохроматические волны с различными значениями длин волн. В излучении нагретых тел (нить лампы накаливания) длины волн непрерывно заполняют весь диапазон видимого света. Такое излучение называется *белым светом*. Свет, испускаемый, например, газоразрядными лампами и многими другими источниками, содержит в своем составе отдельные монохроматические составляющие с некоторыми выделенными значениями длин волн. Совокупность монохроматических компонент в излучении называется *спектром*. Белый свет имеет *непрерывный спектр*, излучение источников, в которых свет испускается атомами вещества, имеет *дискретный спектр*.

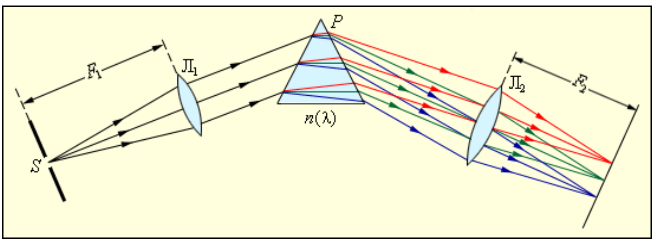



*Рис. 5.5.* Разложение излучения в спектр при помощи призмы

Приборы, с помощью которых исследуются спектры излучения источников, называются *спектральными приборами*.

Для разложения излучения в спектр в простейшем спектральном приборе используется призма (рис. 5.5). Действие призмы основано на явлении *дисперсии*, то есть зависимости показателя преломления $n$ вещества от длины волны света $\lambda$.

### Линза. Фокус линзы. Построение изображений в тонкой линзе. Формула тонкой линзы. Оптические приборы

***Линзой*** называется прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями. Если толщина самой линзы мала по сравнению с радиусами кривизны сферических поверхностей, то линзу называют ***тонкой***.

Линзы входят в состав практически всех оптических приборов. Линзы бывают ***собирающими*** и ***рассеивающими***. Собирающая линза в середине толще, чем у краев, рассеивающая линза, наоборот, в средней части тоньше (рис. 5.6).

Прямая, проходящая через центры кривизны $O_1$ и $O_2$ сферических поверхностей, называется ***главной оптической осью*** линзы. В случае тонких линз можно приближенно считать, что главная оптическая ось пересекается с линзой в одной точке, которую принято называть ***оптическим центром*** линзы $O$. Луч света проходит через оптический центр линзы, не отклоняясь от первоначального направления. Все прямые, проходящие через оптический центр, называются ***побочными оптическими осями***.

Если на линзу направить пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после прохождения через линзу лучи (или их продолжения) соберутся в одной точке $F$, которая называется ***главным фокусом*** линзы. У тонкой линзы имеются два главных фокуса, симметрично расположенных относительно линзы на главной оптической оси. У собирающих линз фокусы действительные, у рассеивающих – мнимые. Пучки лучей, параллельных одной из побочных оптических осей, также фокусируются после прохождения через линзу в точку $F'$, которая расположена при пересечении побочной оси с **фокальной плоскостью** Ф, то есть плоскостью перпендикулярной главной оптической оси и проходящей через главный фокус (рис. 5.7). Основное свойство линз – способность давать ***изображения предметов***. Изображения бывают ***прямыми*** и ***пере-***

***вернутыми***, ***действительными*** и ***мнимыми***, ***увеличенными*** и ***уменьшенными***.

Расстояние между оптическим центром линзы $O$ и главным фокусом $F$ называется фокусным расстоянием. Оно обозначается той же буквой $F$.

Положение изображения и его характер можно определить с помощью геометрических построений. Для этого используют свойства некоторых стандартных лучей, ход которых известен. Это лучи, проходящие через оптический центр или один из фокусов линзы, а также лучи, параллельные главной или одной из побочных оптических осей. Примеры таких построений представлены на рисунках 5.8 и 5.9.

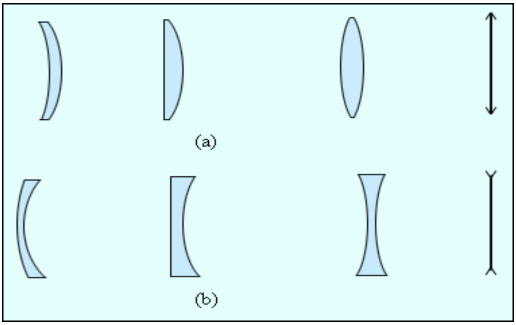



*Рис. 5.6.* Собирающие (a) и рассеивающие (b) линзы и их условные обозначения

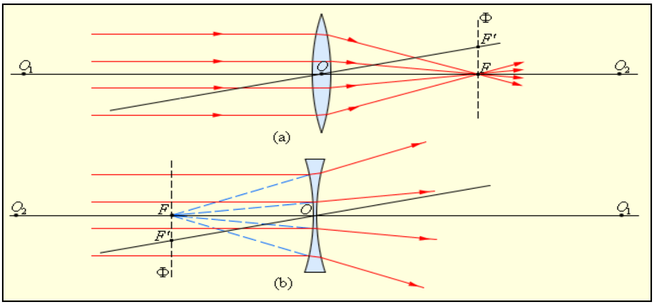



*Рис. 5.7.* Преломление параллельного пучка лучей в собирающей (a) и рассеивающей (b) линзах. Точки O1 и O2 – центры сферических поверхностей, O1O2 – главная оптическая ось, O – оптический центр, F – главный фокус, F' – побочный фокус, OF' – побочная оптическая ось, Ф – фокальная плоскость

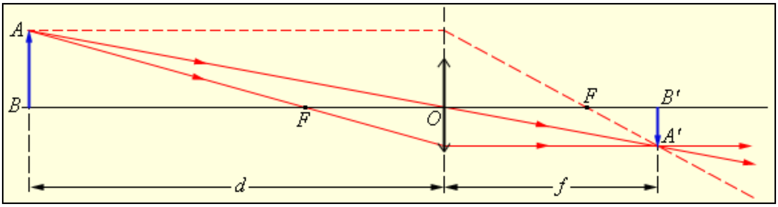



*Рис. 5.8*. Построение изображения в собирающей линзе

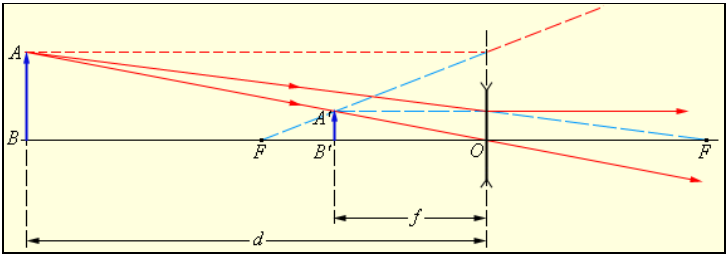



*Рис. 5.9*. Построение изображения в рассеивающей линзе

Изображения можно также рассчитать с помощью ***формулы тонкой линзы***. Если расстояние от предмета до линзы обозначить через $d$, а расстояние от линзы до изображения через $f$, то формулу тонкой линзы можно записать в виде:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D.$$

Величину $D$, обратную фокусному расстоянию, называют ***оптической силой*** линзы. Единица измерения оптической силы является 1 ***диоптрия*** (дптр). Диоптрия – оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м: 1 дптр = $м^{-1}$.

Фокусным расстояниям линз принято приписывать определенные знаки: для собирающей линзы $F > 0$, для рассеивающей $F < 0$.

Величины $d$ и $f$ также подчиняются определенному правилу знаков: $d > 0$ и $f > 0$ – для действительных предметов (то есть реальных источников света, а не продолжений лучей, сходящихся за линзой) и изображений; $d < 0$ и $f < 0$ – для мнимых источников и изображений.

Для случая, изображенного на рисунке 5.8, имеем: $F > 0$ (линза собирающая), $d = 3F > 0$ (действительный предмет). По формуле тонкой линзы получим: $f=\frac{3}{2}F>0$, следовательно, изображение действительное.

В случае, изображенном на рисунке 5.9, $F<0$ (линза рассеивающая), $d=2|F|>0$ (действительный предмет), $f=-\frac{2}{3}F<0$, то есть изображение мнимое.

В зависимости от положения предмета по отношению к линзе изменяются линейные размеры изображения. ***Линейным увеличением*** линзы Г называют отношение линейных размеров изображения $h'$ и предмета $h$. Величине $h'$ удобно приписывать знаки плюс или минус в зависимости от того, является изображение прямым или перевернутым. Величина $h$ всегда считается положительной. Поэтому для прямых изображений $\Gamma>0$, для перевернутых $\Gamma<0$. Из подобия треугольников на рисунках 5.8 и 5.9 легко получить формулу для линейного увеличения тонкой линзы:

$$\Gamma=\frac{h'}{h}=\frac{f}{d}.$$

В рассмотренном примере с собирающей линзой (рис. 5.9): $d=3F>0$, $f=\frac{3}{2}F>0$, следовательно, $\Gamma=-\frac{1}{2}<0-$ изображение перевернутое и уменьшенное в 2 раза.

В примере с рассеивающей линзой (рис. 5.10): $d=2|F|>0$, $f=-\frac{2}{3}F<0,$; следовательно, $\Gamma=\frac{1}{3}>0-$ изображение прямое и уменьшенное в 3 раза.

Оптическая сила $D$ линзы зависит как от радиусов кривизны $R_1$ и $R_2$ ее сферических поверхностей, так и от показателя преломления $n$ материала, из которого изготовлена линза. В курсах оптики доказывается следующая формула: $D=\frac{1}{F}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$. Радиус кривизны выпуклой поверхности считается положительным, вогнутой – отрицательным. Эта формула используется при изготовлении линз с заданной оптической силой.

***Глаз как оптический инструмент***. Основная особенность глаза как оптического инструмента состоит в способности рефлекторно изменять оптическую силу глазной оптики в зависимости от положения предмета. Такое приспособление глаза к изменению положения наблюдаемого предмета называется ***аккомодацией***.

**Область аккомодации** глаза можно определить положением двух точек:

***дальняя точка аккомодации*** определяется положением предмета, изображение которого получается на сетчатке при расслабленной глазной мышце. У **нормального глаза** дальняя точка аккомодации находится в бесконечности;

***ближняя точка аккомодации*** – расстояние от рассматриваемого предмета до глаза при максимальном напряжении глазной мышцы. Ближняя точка нормального глаза располагается на расстоянии 10–20 см от глаза. С возрастом это расстояние увеличивается.

Кроме этих двух точек, определяющих границы области аккомодации, у глаза существует ***расстояние наилучшего зрения***, т. е. расстояние от предмета до глаза, при котором удобнее всего (без чрезмерного напряжения) рассматривать детали предмета (например, читать мелкий текст). Это расстояние у нормального глаза условно полагают равным 25 см.

Отношение угла зрения $\varphi$ при наблюдении предмета через оптический прибор к углу зрения $\psi$ при наблюдении невооруженным глазом называется *угловым увеличением*: $\gamma = \dfrac{\varphi}{\psi}$. Угловое увеличение является важной характеристикой оптических приборов для визуальных наблюдений.

Простейшим прибором для визуальных наблюдений является *лупа*. Лупой называют собирающую линзу с малым фокусным расстоянием ($F \approx 10$ см). Лупу располагают близко к глазу, а рассматриваемый предмет – в ее фокальной плоскости. Предмет виден через лупу под углом $\varphi = \dfrac{h}{F}$, где $h$ – размер предмета. При рассматривании этого же предмета невооруженным глазом его следует расположить на расстоянии $d_0 = 25$ см наилучшего зрения нормального глаза. Предмет будет виден под углом $\psi$. Отсюда следует, что угловое увеличение лупы равно $\gamma = \dfrac{\varphi}{\psi} = \dfrac{d_0}{F}$.

## Когерентность. Интерференция света

***Интерференция*** – одно из ярких проявлений волновой природы света. Это интересное и красивое явление наблюдается при определенных условиях при наложении двух или нескольких световых пучков. Интенсивность света в области перекрытия пучков имеет характер чередующихся светлых и темных полос, причем в максимумах интенсивность больше, а в минимумах меньше суммы интенсивностей пучков. При использовании белого света ***интерференционные полосы*** оказываются окрашенными в различные цвета спектра.

***Монохроматическая волна***, распространяющаяся в направлении радиус-вектора $\vec{r}$, записывается в виде $E = a\cos(\omega t - kr)$, где $a$ – амплитуда волны, $k = 2\pi / \lambda$ – волновое число, $\lambda$ – длина волны, $\omega = 2\pi\nu$ – круговая частота. В оптических задачах под $E$ следует понимать модуль вектора напряженности электрического поля волны. При сложении двух волн в точке $P$ результирующее колебание также происходит на частоте $\omega$ и имеет некоторую амплитуду $A$ и фазу $\varphi$:

$$E = a_1 \cdot \cos(\omega t - kr_1) + a_2 \cdot \cos(\omega t - kr_2) = A \cdot \cos(\omega t - \varphi).$$

Физическую величину, равную квадрату амплитуды электрического поля волны, принято называть ***интенсивностью***: $I = A^2$.

Несложные тригонометрические преобразования приводят к следующему выражению для интенсивности результирующего колебания в точке $P$:

$$I = A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos k\Delta = I_1 + I_2 + I_1I_2\cos k\Delta, \qquad (*)$$

где $\Delta = r_2 - r_1$ – так называемая ***разность хода***.

Из этого выражения следует, что интерференционный максимум (светлая полоса) достигается в тех точках пространства, в которых $\Delta = m\lambda$ ($m = 0, \pm1, \pm2, ...$). При этом $I_{max} = (a_1 + a_2)^2 > I_1 + I_2$. Интерференционный минимум (темная полоса) достигается при $\Delta = m\lambda + \lambda / 2$. Минимальное значение интенсивности $I_{min} = (a_1 - a_2)^2 < I_1 + I_2$. На рисунке 5.10 показано распределение интенсивности света в интерференционной картине в зависимости от разности хода $\Delta$.

В частности, если $I_1 = I_2 = I_0$, т. е. интенсивности обеих интерферирующих волн одинаковы, выражение (*) приобретает вид:

$$I = 2I_0(1 + \cos k\Delta). \qquad (**)$$

В этом случае $I_{max} = 4I_0$, $I_{min} = 0$.

***Проблема когерентности волн.*** Теория позволила объяснить интерференционные явления, возникающие при сложении двух **монохроматических волн** одной и той же частоты. Однако повседневный опыт учит, что интерференцию света в действительности наблюдать не просто. Если в комнате горят две одинаковые лампочки, то в любой точке складываются интенсивности света и никакой интерференции не наблюдается. Возникает вопрос, в каких случаях нужно складывать напряженности (с учетом фазовых соотношений), и в каких случаях нужно складывать интенсивности волн, т. е. квадраты напряженностей полей? Теория интерференции монохроматических волн не может дать ответа на этот вопрос.

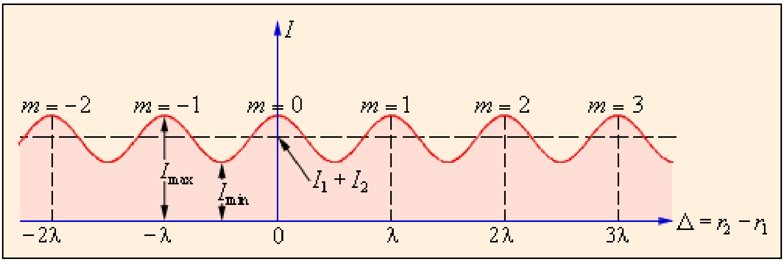



*Рис. 5.10.* Распределение интенсивности в интерференционной картине. Целое число m – порядок интерференционного максимума

Реальные световые волны не являются строго монохроматическими. В силу фундаментальных физических причин излучение всегда имеет статистический характер. Атомы светового источника излучают независимо друг от друга в случайные моменты времени, и излучение каждого атома длится очень короткое время ($\tau \le 10^{-8}$ с). Результирующее излучение источника в каждый момент времени состоит из вкладов огромного числа атомов. Через время порядка $\tau$ вся совокупность излучающих атомов обновляется. Поэтому суммарное излучение будет иметь другую амплитуду и, что особенно важно, другую фазу. Фаза волны, излучаемой реальным источником света, остается приблизительно постоянной только на интервалах времени порядка $\tau$. Отдельные «обрывки» излучения длительности $\tau$ называются ***цугами***. Цуги имеют пространственную длину, равную $c\tau$, где $c$ – скорость света. Колебания в разных цугах не согласованы между собой. Таким образом, реальная световая волна представляет собой последовательность волновых цугов с **беспорядочно меняющейся фазой**. Принято говорить, что колебания в разных цугах ***некогерентны***. Интервал времени $\tau$, в течение которого фаза колебаний остается приблизительно постоянной, называют ***временем когерентности***.

Интерференция может возникнуть только при сложении когерентных колебаний. Волны, создающие в точке наблюдения когерентные колебания, также называются когерентными. Волны от двух независимых источников некогерентны и не могут дать интерференции. Т. Юнг интуитивно угадал, что для получения интерференции света нужно волну от источника разделить на две когерентные волны и затем наблюдать на экране результат их сложения. Так делается во всех интерференционных схемах.

### Дифракция света. Дифракционная решетка

***Дифракцией света*** называется явление отклонения света от прямолинейного направления распространения при прохождении вблизи препятствий. Как показывает опыт, свет при определенных условиях может заходить в область геометрической тени. Если на пути параллельного светового пучка расположено круглое препятствие (круглый диск, шарик или круглое отверстие в непрозрачном экране), то на экране, расположенном на достаточно большом расстоянии от препятствия, появляется ***дифракционная картина*** – система чередующихся светлых и темных колец. Если препятствие имеет линейный характер (щель, нить, край экрана), то на экране возникает система параллельных дифракционных полос.

В спектральных приборах высокого класса применяются *дифракционные решетки*. Решетки представляют собой периодические структуры, выгравированные специальной делительной машиной на поверхности стеклянной или металлической пластинки (рис. 5.11). У хороших решеток параллельные друг другу штрихи имеют длину порядка 10 см, а на каждый миллиметр приходится до 2000 штрихов.

Простейшая дифракционная решетка состоит из прозрачных участков (щелей), разделенных непрозрачными промежутками. На решетку с помощью коллиматора направляется параллельный пучок исследуемого света. Наблюдение ведется в фокальной плоскости линзы, установленной за решеткой (рис. 5.12).

В каждой точке $P$ на экране в фокальной плоскости линзы соберутся лучи, которые до линзы были параллельны между собой и распространялись под определенным углом $\theta$ к направлению падающей волны.

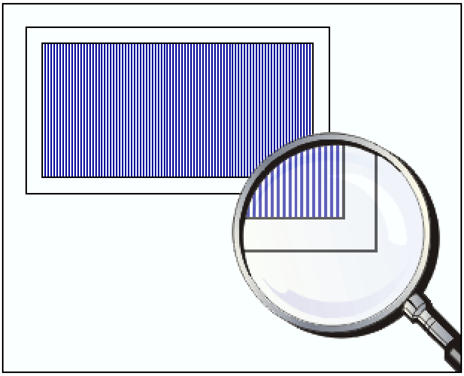


*Рис. 5.11.* Дифракционная решетка

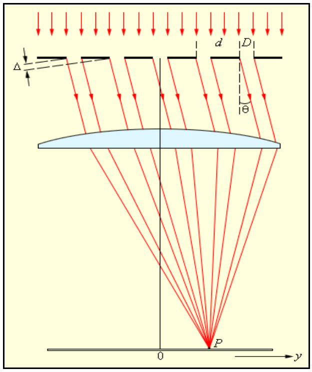



*Рис. 5.12.* Дифракция света на решетке

Колебание в точке $P$ является результатом интерференции вторичных волн, проходящих в эту точку от разных щелей. Для того, чтобы в точке $P$ наблюдался интерференционный максимум, разность хода $\Delta$ между волнами, испущенными соседними щелями, должна быть равна целому числу длин волн:

$$\Delta = d \sin \theta_m = m\lambda \ (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots).$$

Здесь $d$ – период решетки, $m$ – целое число, которое называется *порядком дифракционного максимума*. В тех точках экрана, для которых это условие выполнено, располагаются так называемые *главные максимумы* дифракционной картины.

Как следует из формулы дифракционной решетки, положение главных максимумов (кроме нулевого) зависит от длины волны $\lambda$. Поэтому решетка способна разлагать излучение в спектр, то есть она является **спектральным прибором**. Если на решетку падает немонохроматическое излучение, то в каждом порядке дифракции (т. е. при каждом значении $m$) возникает спектр исследуемого излучения, причем фиолетовая часть спектра располагается ближе к максимуму нулевого порядка. На рисунке 5.13 изображены спектры различных порядков для белого света. Максимум нулевого порядка остается неокрашенным.

С помощью дифракционной решетки можно производить очень точные измерения длины волны. Если период $d$ решетки известен, то определение длины сводится к измерению угла $\theta_m$, соответствующего направлению на выбранную линию в спектре $m$-го порядка. На практике обычно используются спектры 1-го или 2-го порядков.

Если в спектре исследуемого излучения имеются две спектральные линии с длиной волн $\lambda_1$ и $\lambda_2$, то решетка в каждом спектральном порядке (кроме $m = 0$) может отделить одну волну от другой.

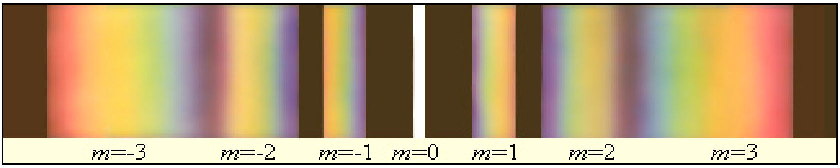



*Рис. 5.13.* Разложение белого света в спектр с помощью дифракционной решетки

### Тестовые задания для самостоятельного решения

5.1. Наблюдатель смотрит сверху вниз на поверхность воды в водоеме глубиной 1 м. Кажущаяся глубина водоема составляет

1. 1 м 2. больше 1 м 3. меньше 1 м 4. 1,33 м

5.2. Показатели преломления воды, стекла и алмаза относительно воздуха равны 1,33, 1,5, 2,42. В каком из этих веществ предельный угол полного отражения имеет минимальное значение?

1. В воде.
2. В стекле.
3. В алмазе.
4. Во всех веществах угол полного отражения одинаков.

5.3. Водолаз рассматривает снизу вверх из воды лампу, подвешенную на высоте 1 м над поверхностью воды. Кажущаяся высота лампы под водой

1. 1 м 2. больше 1 м 3. меньше 1 м 4. 1,33 м

5.4. Показатели преломления воды, стекла и алмаза относительно воздуха равны 1,33, 1,5, 2,42. В каком из этих веществ предельный угол полного отражения имеет максимальное значение?

1. В воде.
2. В стекле.
3. В алмазе.
4. Во всех веществах угол полного отражения одинаков.

5.5. Закон прямолинейного распространения света применим

1. всегда;
2. только, если среда, в которой распространяется свет, оптически однородна;
3. только, если длина волны много меньше размеров отверстия;
4. при распространении в оптически однородных средах через отверстия, размеры которых много больше длины световой волны.

5.6. Как изменится угол между падающим на плоское зеркало и отраженным лучами при уменьшении угла падения на 5°?

1. Уменьшится на 2,5°.
2. Уменьшится на 5°.
3. Уменьшится на 10°.
4. Не изменится.
5. Увеличится на 5°.

5.7. Источник света находится на расстоянии 0,7 м от линзы, имеющей фокусное расстояние 0,5 м. Изображение источника будет

1. действительное, уменьшенное;
2. действительное, увеличенное;
3. мнимое, уменьшенное;
4. мнимое, увеличенное.

5.8. С помощью собирательной линзы получили изображение светящейся точки. Точка находится на расстоянии $d = 0,6$ м от линзы. Изображение находится на расстоянии $f = 0,2$ м от линзы. Чему равно фокусное расстояние линзы?

1. 0,15 м  2. 0,2 м  3. 0,4 м  4. 0,6 м  5. 0,8 м

5.9. С помощью собирательной линзы получили изображение светящейся точки. Точка находится на расстоянии $d$ = 0,6 м от линзы. Фокусное расстояние линзы равно 0,2 м. На каком расстоянии находится изображение?

1. 0,9 м  2. 0,6 м  3. 0,4 м  4. 0,3 м  5. 0,2 м

5.10. С помощью собирательной линзы получили изображение светящейся точки. Фокусное расстояние линзы равно 0,2 м, изображение получилось на расстоянии 0,3 м от линзы. На каком расстоянии от линзы находится светящаяся точка?

1. 0,9 м  2. 0,6 м  3. 0,4 м  4. 0,3 м  5. 0,2 м

5.11. Источник света находится на расстоянии 2,5 м от линзы, имеющей фокусное расстояние 1 м. Изображение источника будет

1. действительное, уменьшенное;
2. действительное, увеличенное;
3. мнимое, уменьшенное;
4. мнимое, увеличенное.

5.12. На каком расстоянии от собирающей линзы с фокусным расстоянием 40 см надо поместить предмет, чтобы получить четырехкратное увеличение?

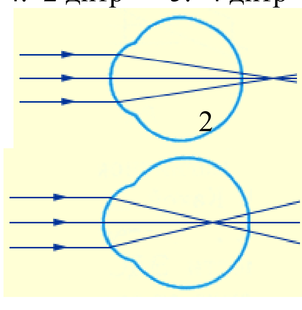
1. 8 см  2. 10 см  3. 20 см  4. 32 см  5. 40 см

5.13. Оцените минимальную оптическую силу собирающей линзы, при котором ее можно использовать в качестве лупы для нормального глаза.

1. 0,25 дптр  2. 0,5 дптр  3. 1 дптр  4. 2 дптр  5. 4 дптр

5.14. На рисунке представлены схемы хода лучей в глазе человека при дальнозоркости и близорукости. Какая из схем характеризует близорукость и какой знак оптической силы очков нужен для исправления данного дефекта зрения?

1




1. 1, $D < 0$  2. 2, $D < 0$  3. 1, $D > 0$  4. 2, $D > 0$

5.15. Человек переводит взгляд с неба на раскрытую книгу. Как изменится оптическая сила хрусталика нормального глаза?

1. Увеличится.
2. Уменьшится.
3. Не изменится.
4. Может увеличится, может уменьшится.

5.16. Школьник, читая книгу без очков, держит ее на расстоянии 40 см. Расстояние наилучшего видения нормального глаза равно 25 см. Оптическая сила очков, которые должен носить школьник, равна

1. –1,5 дптр  2. –1 дптр  3. 1 дптр  4. 1,5 дптр  5. 2,5 дптр

5.17. Какое угловое увеличение дает лупа с фокусным расстоянием 5 см при ее использовании человеком с нормальным зрением?

1. 25  2. 20  3. 10  4. 5  5. 0,2

5.18. Ученик с нормальным зрением, применив лупу, получил угловое увеличение 2,5. Чему равна оптическая сила этой лупы?

1. 2,5 дптр  2. 5 дптр  3. 10 дптр  4. 20 дптр  5. 25 дптр

5.19. Наибольший вклад в развитие волновой оптики внесли

1. Гюйгенс.
2. Ньютон.
3. Юнг и Френель.
4. Фуко и Физо.
5. Лоренц и Майкельсон.

5.20. Критериальный опыт, показывающий справедливость волновой теории относительно корпускулярной теории, поставили

1. Гюйгенс.
2. Юнг и Френель.
3. Фуко и Физо.
4. Фарадей.
5. Эйнштейн.

5.21. Какая из представленных последовательностей соответствует росту частоты электромагнитного излучения?

1. инфракрасное, видимое, ультрафиолетовое излучения;

2. гамма-излучение, рентгеновское излучение, видимое излучение;
3. радиоволны, рентгеновское излучение, видимый свет;
4. рентгеновское излучение, гамма-излучение, УКВ-радиоволны;
5. ультрафиолетовое излучения, видимый свет, радиоволны.

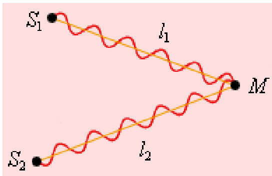
5.22. Какие ученые сумели измерить скорость света?

1. Ньютон и Гюйгенс.
2. Юнг и Френель.
3. Физо и Майкельсон.
4. Герц и Лебедев.
5. Лоренц и Эйнштейн.

5.23. Две световые волны являются когерентными, если

1. $\nu_1 = \nu_2$ 2. $\Delta\varphi = 0$ 3. $\Delta\varphi = \text{const}$ 4. $\nu_1 = \nu_2$, $\Delta\varphi = \text{const}$

5.24. Два когерентных источника с длиной волны λ расположены на разных расстояниях $l_1$ и $l_2$ от точки $M$. В точке $M$ наблюдается




1. Максимум 2. Минимум 3. Ни максимум, ни минимум

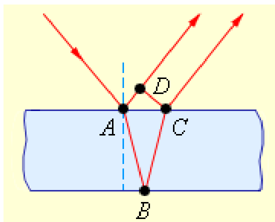
5.25. При интерференции света в местах максимума складываются

1. амплитуды колебаний напряженности электрического поля;

2. интенсивности света, пропорциональные квадрату амплитуды колебаний напряженности электрического поля.

1. 1 2. 2 3. 1 и 2 4. Ни 1, ни 2

5.26. Чему равна разность хода лучей в отраженном свете от пленки с показателем преломления $n$?




1. $AB + BC - AD$.
2. $(AB + BC)n - AD$.
3. $(AB + BC)n - AD - \lambda / 2$.
4. $AB + BC - AD - \lambda / 2$.

5.27. Для «просветления» оптики на поверхность стекла наносят тонкую пленку с показателем преломления $n$. Чему должна быть равна минимальная толщина пленки, чтобы свет с длиной волны $\lambda$ полностью проходил через линзу?

1. $\dfrac{\lambda n}{4}$.  2. $\dfrac{\lambda n}{2}$.  3. $\dfrac{\lambda}{2n}$.  4. $\dfrac{\lambda}{4n}$.

5.28. Какое условие является необходимым для того, чтобы происходила дифракция света с длиной волны $\lambda$ в области геометрической тени от диска радиуса $r$?

1. $r = \lambda$  2. $r >> \lambda$  3. $r << \lambda$  4. при любых размерах диска

5.29. Что в обычной жизни легче наблюдать: дифракцию звуковых или световых волн?

1. Дифракцию звуковых волн, так как они продольные, а световые поперечные.
2. Дифракцию звуковых волн, так как $\lambda_{зв} >> \lambda_{св.}$
3. Дифракцию световых волн, так как $\lambda_{св} << \lambda_{зв.}$
4. Дифракцию световых волн, в связи с особенностью органа зрения – глаза.

5.30. При каком условии легко наблюдать явление дифракции света от препятствия?

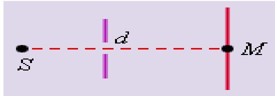
1. Размер препятствия $d$ соизмерим с длиной световой волны $\lambda$ ($d \approx \lambda$).
2. ($d >> \lambda$).
3. ($d << \lambda$).
4. $d$ □ $\sqrt{\lambda L}$, где $L$ – расстояние от препятствия до точки наблюдения.

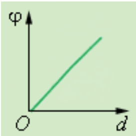
5.31. При освещении монохроматическим белым светом диска малых размеров на экране наблюдается дифракционная картина. В центре дифракционной картины наблюдается:

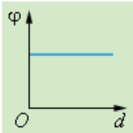
1. белое пятно;
2. темное пятно.

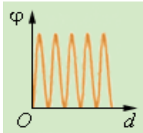
1. 1.
2. 2.
3. Или 1, или 2 в зависимости от размеров диска.
4. Или 1, или 2 в зависимости от расстояния до экрана.
5. Или 1, или 2 в зависимости от размеров диска и расстояния до экрана.

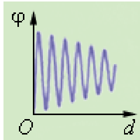
5.32. Какой из графиков соответствует зависимости плотности потока энергии φ в точке $M$ от диаметра отверстия?




1. 

2. 

3. 

4. 

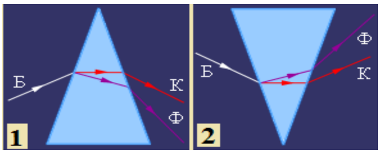

5.33. Дифракцию света с длиной волны λ на препятствии размером $R$ следует наблюдать на расстояниях $L$, удовлетворяющих условию:

1. $L >> \dfrac{R^2}{\lambda}$.    2. $L \approx \dfrac{R^2}{\lambda}$.    3. $L \geq \dfrac{R^2}{\lambda}$.    4. $L >> \dfrac{\lambda^2}{R}$.

5.34. Дифракционная решетка с периодом $d$ освещается нормально падающим световым пучком с длиной волны λ. Какое из приведенных ниже выражений определяет угол φ, под которым наблюдается первый главный максимум?

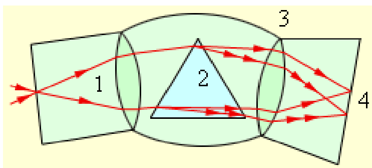
1. $\sin\varphi = \dfrac{\lambda}{d}$.    2. $\sin\varphi = \dfrac{d}{\lambda}$.    3. $\cos\varphi = \dfrac{\lambda}{d}$.    4. $\cos\varphi = \dfrac{d}{\lambda}$.

5.35. На каком рисунке правильно представлен ход лучей при разложении белого света стеклянной призмой?




1. 1    2. 2    3. 1 и 2    4. Ни 1, ни 2

5.36. На рисунке представлена схема хода лучей в спектрографе. С помощью какого элемента спектрографа происходит разложение белого света в спектр?

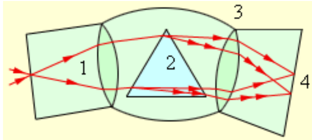



5.37. Свет переходит из воздуха в стекло с показателем преломления $n$. Какое из следующих утверждений справедливо?

1. Частота и скорость света уменьшились в $n$ раз.
2. Частота и скорость света увеличились в $n$ раз.
3. Частота не изменилась, а скорость света уменьшилась в $n$ раз.

4. Частота не изменилась, а скорость света увеличилась в $n$ раз.
5. Частота уменьшилась, а скорость увеличилась в $n$ раз.

5.38. На рисунке представлена схема хода лучей в спектрографе. С помощью какого элемента спектрографа создается параллельный пучок лучей?




**Задачи с решениями**

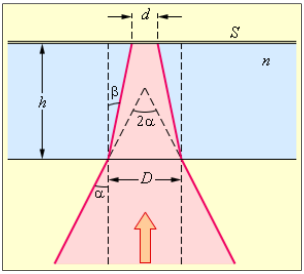
**5.1. Спиральная галактика в созвездии Андромеды находится на расстоянии около $2 \cdot 10^{19}$ км от Солнца. Выразите это расстояние в световых годах.**

**Решение**

Световым годом называется расстояние, которое проходит свет за время, равное одному земному году. Световой год равен произведению $cT$, где $c = 2{,}998 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в пустоте, $T$ – длительность земного года, равная 365,24 земных суток или $3{,}156 \cdot 10^7$ с. Таким образом, один световой год равен: 1 св. год $= cT = 9{,}46 \cdot 10^{15}$ м.

Расстояние до спиральной галактики, выраженное в световых годах, равно $L = 2{,}1 \cdot 10^6$ св. лет.

**5.2. Узкий пучок лазерного света, предназначенный для считывания информации с компакт-диска, падает на его внешнюю поверхность в виде сходящегося конического пучка лучей с углом при вершине $2\alpha = 60°$. На поверхности компакт-диска образуется пятно диаметром $D = 0{,}772$ мм. Далее свет проходит через прозрачный слой толщиной $h = 1{,}13$ мм с показателем преломления $n = 1{,}55$ и падает на отражающую поверхность тонкого слоя $S$, несущего информацию (см. рис.). Определите диаметр $d$ пучка света на поверхности слоя $S$.**

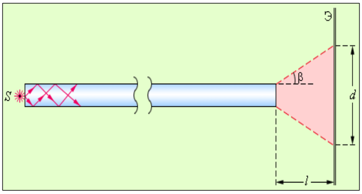



**Решение**

Угол преломления $\beta$ лучей на поверхности светового конуса найдется из закона преломления: $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n, \quad \sin\beta = \dfrac{\sin\alpha}{n} = \dfrac{1}{2n}.$

Как видно из рисунка, приведенного в условии, $d = D - 2h\,\text{tg}\,\beta = D - \dfrac{2h}{\sqrt{4n^2 - 1}} = 1{,}8$ мкм.

**Примечание:** В данной задаче относительно малая величина $d$ определяется как разность двух «больших» величин $D$ и $2h$ tg β. В подобных случаях числовой расчет нужно выполнять с достаточно высокой точностью.




**5.3. Световод представляет собой длинную тонкую нить из однородного прозрачного материала с показателем преломления *n* = 1,2. Вблизи одного из торцов находится источник света *S*, другой торец размещен на расстоянии *l* = 50 см от экрана Э (см. рис.). Найдите диаметр *d* светового пятна на экране.**

**Решение**

В световоде могут распространяться только те лучи, которые испытывают полное внутреннее отражение на боковых стенках. Угол падения таких лучей на боковые стенки световода не должен превышать предельный угол $\alpha_{пр}$ полного отражения: $\sin\alpha_{пр} = 1 / n$. Максимальный угол падения лучей на правый торец световода равен $90° - \alpha_{пр}$. Поэтому угол β максимального отклонения лучей от оси при выходе из световода определяется соотношением $\dfrac{\sin\left(90^\circ - \alpha_{пр}\right)}{\sin\beta} = \dfrac{1}{n}$, $\quad \sin\beta = n\cos\alpha_{пр} = \sqrt{n^2 - 1}.$

Диаметр $d$ пятна на экране равен $d = 2l\,\text{tg}\,\beta$, где $\text{tg}\,\beta = \dfrac{\sin\beta}{\cos\beta} = \sqrt{\dfrac{n^2 - 1}{2 - n^2}}.$

Числовой расчет дает: $d$ = 88,6 см.

**5.4. С помощью проектора, в котором используется тонкая линза с фокусным расстоянием *F* = 12,0 см, на стену проектируется изображение слайда. На каком расстоянии *l* от линзы должен быть расположен слайд, чтобы его изображение получилось на стене, находящейся на расстоянии *L* = 3,6 м от проектора? С каким линейным увеличением будет спроектировано изображение слайда?**

**Решение**

По формуле тонкой линзы имеем $\frac{1}{l}+\frac{1}{L}=\frac{1}{F}$, отсюда следует $l=\frac{LF}{L-F}=12,6$ см.

Линейное увеличение тонкой линзы равно $\Gamma=\frac{h'}{h}=-\frac{L}{l}=-286.$

Здесь $h'$ – линейный размер изображения, $h$ – линейный размер предмета. Знак минус указывает, что проектор дает перевернутое изображение. Для того, чтобы зритель на экране видел прямое изображение объектов, слайд должен быть повернут на 180°.

**5.5. Человек потерял очки и должен купить новые. Он экспериментально установил, что ближайшая точка, на которую он сможет без напряжения сфокусировать свои глаза, находится на расстоянии $l$ = 70 см. Ему известно, что оптическая сила очков, продающихся в оптических магазинах, изменяется с шагом 0,25 дптр. Какие очки должен купить этот человек?**

**Решение**

Данный человек является дальнозорким. Расстояние наилучшего зрения его глаз составляет 70 см (без очков). Очки, восполняющие недостаток таких глаз, должны давать изображение предметов, находящихся на расстоянии $d = d_0$ = 25 см от глаз (т. е. на расстоянии наилучшего зрения нормального глаза), на расстоянии $f = -l$ = –70 см. Знак минус указывает на мнимый характер изображения.

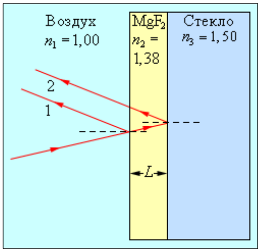
По формуле линзы получаем $D=\frac{1}{F}=\frac{1}{d_0}+\frac{1}{f}=\frac{d_0+f}{d_0 f}=2,57$ дптр.

Следовательно, человек должен купить в оптическом магазине очки с оптической силой +2,5 дптр.

**5.6. Во многих оптических приборах поверхность линз для уменьшения потерь на отражение покрывают тонкой пленкой фторида магния ($MgF_2$), показатель преломления которого $n_2$ = 1,38. Показатель преломления стекла $n_3$ = 1,50 (см. рис.). При какой минимальной толщине $L$ покрытия вследствие интерференции волн отражение резко ослабнет в середине диапазона видимого света ($\lambda$ = 550 нм)? Свет падает приблизительно перпендикулярно поверхности линзы.**

**Решение**

Отраженный свет ослабляется вследствие интерференции лучей, отразившихся от двух поверхностей пленки. В обоих случаях отражение происходит от оптически более плотной среды, так как $n_1 < n_2 < n_3$. Поэтому обе волны испытывают при отражении одинаковые изменения фазы на $\pi$. Чтобы волны 1 и 2 гасили друг друга, между ними должна возникнуть разность фаз, равная нечетному целому количеству $\pi$. Эта разность фаз возникает за счет того, что вторая волна проходит дополнительный путь, равный удвоенной толщине пленки $2L$. Условие того, что волны 1 и 2 окажутся в противофазе, записывается в виде $2L = (2m+1)\dfrac{\lambda_2}{2}$, $m = 0, 1, 2, \ldots$, где $\lambda_2 = \lambda / n_2$ – длина волны света в пленке. Таким образом, $2Ln_2 = \left(m + \dfrac{1}{2}\right)\lambda.$ Наименьшей толщине покрытия соответствует значение $m = 0$: $L_{\min} = \dfrac{\lambda}{4n_2} = 99{,}6$ нм.




**5.7. Длины волн диапазона видимого света лежат в интервале приблизительно от 400 нм (фиолетовый свет) до 780 нм (красный свет). Пусть на дифракционную решетку, имеющую *n* = 600 штрихов на миллиметр, нормально падает параллельный пучок белого света. Определите угловую ширину $\Delta\theta_1$ видимого спектра первого порядка.**

**Решение**

Спектр первого порядка соответствует значению $m = 1$ в формуле дифракционной решетки $d \sin\theta = m\lambda$, где $d = 1 / n = 1{,}67 \cdot 10^{-6}$ м – период решетки.

По формуле дифракционной решетки определим углы дифракции $\theta_ф$ и $\theta_{кр}$ в спектре первого порядка для фиолетового и красного краев диапазона видимого света:

$$\sin\theta_ф = \frac{\lambda_ф}{d} = 0{,}240,\ \theta_ф = 13{,}9^\circ; \quad \sin\theta_{кр} = \frac{\lambda_{кр}}{d} = 0{,}419,\ \theta_{кр} = 24{,}8^\circ.$$

Отсюда следует, что угловая ширина спектра первого порядка диапазона видимого света равна $\Delta\theta_1 = \theta_{кр} - \theta_ф = 10{,}9°$.

# ГЛАВА 6. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

***Специальная*** (или ***частная***) ***теория относительности*** (СТО) представляет собой современную физическую теорию пространства и времени. Наряду с квантовой механикой, СТО служит теоретической базой современной физики и техники. СТО часто называют ***релятивистской теорией***, а специфические явления, описываемые этой теорией, – ***релятивистскими эффектами***. Эти эффекты наиболее отчетливо проявляются при скоростях движения тел, близких к скорости света в вакууме $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с. Специальная теория относительности была создана А. Эйнштейном (1905 г.).

## Постулаты теории относительности

Классическая механика Ньютона прекрасно описывает движение макротел, движущихся с малыми скоростями ($\upsilon \ll c$). В нерелятивистской физике принималось как очевидный факт существование единого мирового времени $t$, одинакового во всех системах отсчета. В основе классической механики лежит ***механический принцип относительности*** (или ***принцип относительности Галилея***): **законы динамики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета**. Этот принцип означает, что законы динамики ***инвариантны*** (т. е. неизменны) относительно ***преобразований Галилея***, которые позволяют вычислить координаты движущегося тела в одной инерциальной системе ($K$), если заданы координаты этого тела в другой инерциальной системе ($K'$).

К концу XIX века начали накапливаться опытные факты, которые вступили в противоречие с законами классической механики. Большие затруднения возникли при попытках применить механику Ньютона к объяснению распространения света.

Исключительную роль в развитии представлений о пространстве и времени сыграла теория Максвелла. К началу XX века эта теория стала общепризнанной. Но из теории Максвелла следовало, что скорость распространения электромагнитных волн в любой инерциальной системе отсчета имеет одно и то же значение, равное скорости света в вакууме. Отсюда следует, что уравнения, описывающие распространение электромагнитных волн, не инвариантны относительно преобразований Галилея. Если электромагнитная волна (в частности, свет) распространяется в системе отсчета $K'$

в положительном направлении оси $x'$, то в системе $K$ свет должен, согласно галилеевской кинематике распространяться со скоростью $c + \upsilon$, а не $c$.

В основе специальной теории относительности лежат два принципа или постулата, сформулированные Эйнштейном в 1905 г.

***Принцип относительности***: **все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой**. Это означает, что во всех инерциальных системах физические законы (не только механические) имеют одинаковую форму. Таким образом, принцип относительности классической механики обобщается на все процессы природы, в том числе и на электромагнитные. Этот обобщенный принцип называют **принципом относительности Эйнштейна**.

***Принцип постоянства скорости света***: **скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета**. Скорость света в СТО занимает особое положение. Это предельная скорость передачи взаимодействий и сигналов из одной точки пространства в другую.

## Основные следствия, вытекающие из постулатов теории относительности

Промежуток времени между двумя событиями зависит от системы отсчета, т. е. является ***относительным***. Собственное время $\tau_0$ всегда меньше, чем промежуток времени между этими же событиями, измеренный в любой другой системе отсчета. Этот эффект называют ***релятивистским замедлением времени***. Замедление времени является следствием инвариантности скорости света.

Связь между $\tau$ и $\tau_0$: $\tau = \dfrac{\tau_0}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}} = \dfrac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, где $\beta = \upsilon / c$.

Эффект замедления времени является взаимным, в согласии с постулатом о равноправии инерциальных систем $K$ и $K'$: для любого наблюдателя в $K$ или $K'$ медленнее идут часы, связанные с движущейся по отношению к наблюдателю системой. Этот вывод СТО находит непосредственное опытное подтверждение.

Относительность расстояний. Пусть твердый стержень покоится в системе отсчета $K'$, движущейся со скоростью $\upsilon$ относительно системы отсчета $K$. Стержень ориентирован параллельно оси $x'$. Его длина, измеренная с помощью эталонной линейки в системе $K'$, равна $l_0$. Ее называют ***собственной длиной***. Длина этого стержня, измеренная наблюдателем в системе $K$

$$l = l_0\sqrt{1-\upsilon^2/c^2} = l_0\sqrt{1-\beta^2}.$$

Таким образом, длина стержня зависит от системы отсчета, в которой она измеряется, т. е. является относительной величиной. Длина стержня оказывается наибольшей в той системе отсчета, в которой стержень покоится. Движущиеся относительно наблюдателя тела сокращаются в направлении своего движения. Этот релятивистский эффект носит название ***лоренцева сокращения длины***.

**Преобразования Лоренца**. Классические преобразования Галилея несовместимы с постулатами СТО и, следовательно, должны быть заменены другими преобразованиями. Эти новые преобразования должны установить связь между координатами $(x, y, z)$ и моментом времени $t$ события, наблюдаемого в системе отсчета $K$, и координатами $(x', y', z')$ и моментом времени $t'$ этого же события, наблюдаемого в системе отсчета $K'$.

$$\begin{array}{ll} K' \to K & K \to K' \\ \begin{cases} x = \dfrac{x'+\upsilon t'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ y = y', \\ z = z', \\ t = \dfrac{t'+\upsilon x'/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \end{cases} & \begin{cases} x' = \dfrac{x-\upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \dfrac{t+\upsilon x/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \end{cases} \end{array}$$

$$\beta = \upsilon/c$$

Кинематические формулы преобразования координат и времени в СТО называются ***преобразованиями Лоренца***. Они были предложены в 1904 году еще до появления СТО как преобразования, относительно которых инвариантны уравнения электродинамики. Для случая, когда система $K'$ движется относительно $K$ со скоростью $\upsilon$ вдоль оси $x$, преобразования Лоренца имеют вид:

Из преобразований Лоренца вытекает целый ряд следствий. В частности, из них следует релятивистский эффект замедления времени и лоренцево сокращение длины.

С помощью операции дифференцирования из формул преобразований Лоренца можно найти: $u_x = \dfrac{u'_x + \upsilon}{1 + \dfrac{\upsilon}{c^2} u'_x}, u_y = 0, u_z = 0.$ Эти соотношения выражают релятивистский закон сложения скоростей для случая, когда частица движется параллельно относительной скорости $\vec{\upsilon}$ систем отсчета $K$ и $K'$.

При $\upsilon << c$ релятивистские формулы переходят в формулы классической механики: $u_x = u'_x + \upsilon$, $u_y = 0$, $u_z = 0$.

Если в системе $K'$ вдоль оси $x'$ распространяется со скоростью $u'_x = c$ световой импульс, то для скорости $u_x$ импульса в системе $K$ получим $u_x = \dfrac{c + \upsilon}{1 + \dfrac{\upsilon}{c}} = c, u_y = 0, u_z = 0.$

Таким образом, в системе отсчета $K$ световой импульс также распространяется вдоль оси $x$ со скоростью $c$, что согласуется с постулатом об инвариантности скорости света.

## Закон взаимосвязи массы и энергии

Принцип относительности Эйнштейна утверждает инвариантность всех законов природы по отношению к переходу от одной инерциальной системе отсчета к другой. Это значит, что все уравнения, описывающие законы природы, должны быть инвариантны относительно преобразований Лоренца. К моменту создания СТО теория, удовлетворяющая этому условию, уже существовала – это электродинамика Максвелла. Однако уравнения классической механики Ньютона оказались неинвариантными относительно преобразований Лоренца, и поэтому СТО потребовала пересмотра и уточнения законов механики.

В основу такого пересмотра Эйнштейн положил требования выполнимости закона сохранения импульса и закона сохранения энергии в замкнутых системах. Для того, чтобы закон сохранения импульса выполнялся во всех инерциальных системах отсчета, оказалось необходимым изменить определение импульса тела.

Вместо классического импульса $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$ в СТО ***релятивистский импульс*** $\vec{p}$ тела с массой *m*, движущегося со скоростью $\vec{\upsilon}$, записывается в виде $\vec{p} = \dfrac{m\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} = \dfrac{m\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Если принять такое определение, то закон сохранения суммарного импульса взаимодействующих частиц (например, при соударениях) будет выполняться во всех инерциальных системах, связанных преобразованиями Лоренца. При $\beta \to 0$ релятивистский импульс переходит в классический. Масса *m*, входящая в выражение для импульса, есть фундаментальная характеристика частицы, не зависящая от выбора инерциальной системы отсчета, а, следовательно, и от скорости ее движения. (Во многих учебниках прошлых лет ее было принято обозначать буквой $m_0$ и называть ***массой покоя***. Кроме того, вводилась так называемая ***релятивистская масса***, равная $m_0\big/\sqrt{1-\beta^2}$, зависящая от скорости движения тела. Современная физика постепенно отказывается от этой терминологии).

Кинетическая энергия движущейся частицы выражается формулой: $E_k = \dfrac{mc^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} - mc^2$.

Эйнштейн интерпретировал первый член в правой части этого выражения как ***полную энергию*** $E = \dfrac{mc^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$ движущийся частицы, а второй член как ***энергию покоя*** $E_0 = mc^2$.

Кинетическая энергия $E_{\mathrm{k}}$ релятивистской динамики есть разность между полной энергией *E* тела и его энергией покоя $E_0$: $E_{\mathrm{k}} = E - E_0$.

Чрезвычайно важным выводом релятивистской механики был вывод о том, что находящаяся в покое масса *m* содержит огромный запас энергии. Это утверждение получило разнообразные практические применения, включая использование ядерной энергии.

Закон пропорциональности массы и энергии является одним из самых важных выводов СТО. Масса и энергия являются различными свойствами материи. Масса тела характеризует его инертность, а также способность тела вступать в гравитационное взаимодействие с другими телами. Важнейшим свойством энергии является ее способность превращаться из одной формы в другую в эквивалентных количествах при различных физических процессах – в этом заключается содержание закона сохранения энергии. Пропорциональность массы и энергии является выражением внутренней сущности материи. Формула Эйнштейна $E_0 = mc^2$ выражает фундаментальный закон природы, который принято называть ***законом взаимосвязи массы и энергии***.

Комбинируя выражение для релятивистского импульса $\vec{p}$ и выражение для полной энергии $E$, можно получить соотношение, связывающее эти величины $E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$. Отсюда еще раз следует, что для покоящихся частиц ($p = 0$) $E = E_0 = mc^2$.

Полученное соотношение показывает, что частица может иметь энергию и импульс, но не иметь массы ($m = 0$). Такие частицы называются ***безмассовыми***. Для безмассовых частиц связь между энергией и импульсом выражается простым соотношением $E = pc$. К безмассовым частицам относятся фотоны – кванты электромагнитного излучения и, возможно, нейтрино. Безмассовые частицы не могут существовать в состоянии покоя, во всех инерциальных системах отсчета они движутся с предельной скоростью $c$.

## Тестовые задания для самостоятельного решения

6.1. Два автомобиля движутся в одном и том же направлении со скоростями $\upsilon_1$ и $\upsilon_2$ относительно поверхности Земли. Чему равна скорость света от фар первого автомобиля в системе отсчета, связанной с другим автомобилем?

1. $c$ 2. $c + (\upsilon_1 + \upsilon_2$ 3. $c + (\upsilon_1 - \upsilon_2)$ 4. $c - (\upsilon_1 + \upsilon_2)$ 5. $c - (\upsilon_1 - \upsilon_2$

6.2. Какие из приведенных ниже утверждений являются постулатами специальной теории относительности?

1. Скорость света в вакууме одинакова для всех инерциальных систем отсчета.

2. Скорость света в вакууме является предельной, максимальной скоростью.

1. Только 1 2. Только 2 3. 1 и 2 4. Ни 1, ни 2

6.3. Опыты по наблюдению спектра водорода, находящегося в спектральной трубке, выполнялись дважды. Первый раз на Земле, второй раз в космическом корабле, движущемся относительно Земли с постоянной скоростью. Наблюдаемые спектры:

1. одинаковы;
2. существенно различны;
3. сходны, но все спектральные линии сдвинуты друг относительно друга

6.4. Два автомобиля движутся в противоположных направлениях со скоростями $\upsilon_1$ и $\upsilon_2$ относительно поверхности Земли. Чему равна скорость света от фар первого автомобиля в системе отсчета, связанной с другим автомобилем?

1. $c + (\upsilon_1 + \upsilon_2)$ 2. $c + (\upsilon_1 - \upsilon_2)$ 3. $c - (\upsilon_1 + \upsilon_2)$ 4. $c - (\upsilon_1 - \upsilon_2)$ 5. $c$

6.5. Какие из приведенных ниже утверждений являются постулатами специальной теории относительности?

1. Все процессы природы протекают одинаково в любой системе отсчета.

2. Все процессы природы протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчета.

1. Только 1 2. Только 2 3. 1 и 2 4. Ни 1, ни 2

6.6. Опыты по наблюдению спектра звезды выполнялись дважды. Первый раз из лаборатории на земле, второй раз из космического корабля, движущегося относительно Земли с постоянной скоростью. Наблюдаемые спектры:

1. одинаковы;
2. существенно различны;
3. сходны, но все спектральные линии сдвинуты друг относительно друга.

6.7. Рассчитайте отношение времени $\tau$ в системе отсчета, движущейся со скоростью $\upsilon = 1{,}5 \cdot 10^8$ м/с относительно лабораторной системы отсчета, к собственному времени $\tau_0$.

1. $\dfrac{\tau}{\tau_0} = 0{,}866$. 2. $\dfrac{\tau}{\tau_0} = 1{,}15$. 3. $\dfrac{\tau}{\tau_0} \approx 1$. 4. $\dfrac{\tau}{\tau_0} = 2$.

6.8. Собственное время $\tau_0$ жизни $\pi$-мезона равно $2{,}5\cdot10^{-8}$ с. Считая скорость $\pi$-мезонов в космических лучах равной $\upsilon = 0{,}95c$, рассчитайте путь, который пролетают $\pi$-мезоны не распадаясь.

1. 7,1 м 2. 7,5 м 3. 23,7 км 4. 660 м 5. 950 м

6.9. Собственное время $\tau_0$ жизни $\mu$-мезона равно $2{,}2\cdot10^{-8}$ с. Считая скорость $\mu$-мезонов в космических лучах равной $\upsilon = 0{,}99c$, рассчитайте путь, который пролетают $\mu$-мезоны не распадаясь.

1. 653 м 2. 660 м 3. 31,7 км 4. 330 км 5. 660 км

6.10. $\pi$-мезон, собственное время жизни которого $2{,}5\cdot10^{-8}$ с, пролетел от места своего «рождения» до места распада 500 м. Чему равна скорость $\pi$-мезона? Выразите ответ в долях скорости света $c$.

1. 0,9 2. 0,95 3. 0,98 4. 0,99 5. 0,99989

6.11. Чему равно собственное время, необходимое для полета до ближайшей звезды $\alpha$ Центавра (расстояние до которой 4 световых года), на космическом корабле, если его скорость составляет 0,9999999 с.

1. 4 года 2. 106 часов 3. 64 часа 4. 32 часа 5. 16 часов

6.12. Длина стержня в системе, в которой он покоится, равна $l_0$. Чему будет равна длина этого стержня при наблюдении из космического корабля, движущегося со скоростью $\upsilon = 0{,}99c$ относительно первой системы отсчета параллельно оси стержня?

1. $7{,}14l_0$ 2. $l_0$ 3. $0{,}14l_0$ 4. $0{,}01l_0$

6.13. Длина стержня в системе, в которой он покоится, равна $l_0$. Чему будет равна длина этого стержня при наблюдении из космического корабля, движущегося со скоростью $\upsilon = 0{,}95c$ относительно первой системы отсчета параллельно оси стержня?

1. $3{,}13l_0$ 2. $l_0$ 3. $0{,}32l_0$ 4. $0{,}05l_0$

6.14. Длина стержня в системе, в которой он покоится, равна $l_0$. Чему будет равна длина этого стержня при наблюдении из космического корабля, движущегося со скоростью $\upsilon = 0{,}9c$ относительно первой системы отсчета параллельно оси стержня?

1. $2{,}29l_0$ 2. $l_0$ 3. $0{,}44l_0$ 4. $0{,}1l_0$

6.15. Земной наблюдатель видит, что две галактики разбегаются симметрично так, что расстояние между ними увеличивается со скоростью $\frac{3}{4}c$. Относительная скорость галактик равна

1. $\frac{3}{4}c$ 2. $\frac{3}{8}c$ 3. $\frac{2}{3}c$ 4. $c$

6.16. Два электрона, испущенные одновременно радиоактивным веществом, движутся в противоположных направлениях со скоростями 0,7$c$ относительно наблюдателя в лаборатории. Чему равно расстояние между электронами в лабораторной системе отсчета через $t$ секунд после их излучения?

1. 1,4$ct$ 2. $ct$ 3. 0,94$ct$ 4. 0

6.17. Две ракеты движутся по одной прямой навстречу друг другу со скоростями, равными по модулю 0,7$c$. Чему равна скорость сближения кораблей в системе отсчета, связанной с одним из кораблей?

1. 1,4$c$ 2. $c$ 3. 0,94$c$ 4. 0

6.18. Два электрона, испущенные одновременно радиоактивным веществом, движутся в противоположных направлениях со скоростями 0,6$c$ относительно наблюдателя в лаборатории. Чему равно расстояние между электронами в лабораторной системе отсчета через $t$ секунд после их излучения?

1. 0 2. 0,88$ct$ 3. $ct$ 4. 1,2$ct$

6.19. Две ракеты движутся по одной прямой навстречу друг другу со скоростями, равными по модулю 0,6$c$. Чему равна скорость сближения кораблей в системе отсчета, связанной с одним из кораблей?

1. 0 2. 0,88$c$ 3. $c$ 4. 1,2$c$

6.20. Панель дома массой 200 кг поднята на высоту 10 м. Как изменится при этом его масса?

1. Не изменится.
2. Увеличится на $0{,}22\cdot10^{-12}$ кг.
3. Уменьшится на $0{,}22\cdot10^{-12}$ кг.
4. Уменьшится на $0{,}12\cdot10^{-12}$ кг.
5. Для решения задачи не хватает данных.

6.21. Автомобиль массой 1000 кг разогнался до скорости 40 м/с. Как изменилась при этом масса автомобиля?

1. Не изменилась.
2. Увеличится на $0{,}9 \cdot 10^{-11}$ кг.
3. Уменьшится на $0{,}9 \cdot 10^{-11}$ кг.
4. Уменьшится на $1{,}6 \cdot 10^{-11}$ кг.
5. Для решения задачи не хватает данных.

6.22. При какой скорости кинетическая энергия частицы равна ее энергии покоя?

1. $\frac{c}{2}$. 2. $\frac{\sqrt{3}}{2}c$. 3. $c$. 4. $\sqrt{3}c$.

6.23. Релятивистский импульс электрона массой $m_0$ в 2 раза больше импульса нерелятивистского электрона. Чему равна его кинетическая энергия?

1. 0 2. $m_0c^2$ 3. $2m_0c^2$ 4. $3m_0c^2$

6.24. При какой скорости кинетическая энергия релятивистской частицы равна $\frac{mc^2}{2}$?

1. $\frac{2}{3}c$. 2. $\frac{4}{9}c$. 3. $\frac{\sqrt{5}}{3}c$. 4. $\frac{c}{2}$.

## Задачи с решениями

**6.1. Линейный ускоритель в Стэнфорде позволяет разгонять электроны до энергии 20 ГэВ. Скорость таких электронов оказывается равной $\upsilon = 0{,}999\,999\,999\,67$ с. Предположим, что ускоренный электрон и короткий световой импульс стартуют одновременно в направлении ближайшей звезды за пределами солнечной системы, находящейся в созвездии Центавра на расстоянии 4,3 световых лет или $4{,}0 \cdot 10^{16}$ м от Земли. С какой разницей во времени они достигнут звезды?**

**Решение**

Пусть $L$ – расстояние до звезды. Тогда разница во времени $\Delta t$ равна $\Delta t = \frac{L}{\upsilon} - \frac{L}{c} = L\frac{c-\upsilon}{\upsilon c} = 0{,}044$ с = 44 мс. Электрон с энергией

20 ГэВ может соревноваться в значении скорости со светом, но все же отстает от него.

**6.2. Астронавты в корабле, удаляющемся от Земли со скоростью $\upsilon = 0{,}6c$, сообщили на землю в Центр космического контроля, что они собираются поспать в течение времени $\tau_0 = 1$ ч, а затем снова выйдут на связь. Как долго их сон продолжался в Центре контроля?**

**Решение**

Начало и конец промежутка времени, отводимого космонавтами на сон, являются двумя событиями, происходящими в одной и той же системе отсчета, связанной с космическим кораблем. Поэтому указанное космонавтами время $\tau_0 = 1$ ч, измеряемое по часам в корабле, является собственным временем.

В системе, связанной с Землей, эти события происходят в разных точках. Интервал времени $\tau$ между этими событиями, измеренный по земным часам, больше собственного времени: $\tau = \dfrac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \beta = \dfrac{\upsilon}{c}.$ При $\beta = 0{,}6$ $\tau = 1{,}25\ \tau_0$. Таким образом, сон космонавтов продолжался 1 час 15 мин.

**6.3. Самолет летит из Москвы во Владивосток с постоянной скоростью $\upsilon = 1080$ км/ч (300 м/с). Расстояние между городами примем равным $L = 9{,}9 \cdot 10^6$ м.**

**Какое время $t$ займет этот полет по земным часам?**

**Насколько время $t_0$, измеренное по часам в кабине самолета, будет отличаться от $t$?**

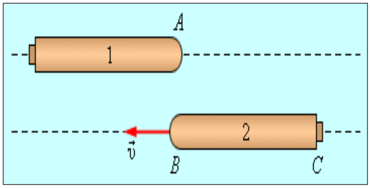
**Решение**

Время $t$, измеренное по земным часам, равно $t = \dfrac{L}{\upsilon} = 3{,}0 \cdot 10^4$ с (8 час 201мин). Для измерения этого промежутка времени необходимы двое синхронизованных часов (в Москве и во Владивостоке), так как оба события (начало и конец полета) происходят в разных точках системы отсчета, связанной с Землей.

В системе отсчета, связанной с самолетом, оба события происходят в одной и той же точке. Промежуток времени $t_0$ между ними может быть измерен по одним и тем же часам. Поэтому промежуток времени $t_0$ является собственным временем. Связь между $t$ и $t_0$ определяется выражением $t_0 = t\sqrt{1-\beta^2}$. При $\upsilon = 300$ м/с

$\beta^2 = \left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2 = 10^{-12}$. Принимая во внимание малость величины β, можно разложить $\sqrt{1-\beta^2}$ в ряд по степеням β². Отбрасывая члены порядка $\beta^4$ и выше, получим $t_0 = t\left(1 - \frac{1}{2}\beta^2\right)$. Следовательно, $\Delta t = t - t_0 = \frac{t\cdot\beta^2}{2} = 1{,}5\cdot 10^{-8}$ с. Мы не замечаем такие малые промежутки времени в нашей повседневной жизни. Однако точность современных цезиевых часов вполне достаточна для обнаружения и измерения разницы между $t$ и $t_0$ в подобном эксперименте.

**6.4. Два космических корабля, каждый из которых имеет собственную длину $l_0$ = 230 м, пролетают один мимо другого с относительной скоростью υ (см. рис.). Астронавт, находящийся в точке *A* одного из кораблей, измерил интервал времени прохождения второго корабля мимо него и получил значение $\tau_0$ = 3,57 мкс. Определите параметр β = υ / *c*.**




**Решение**

Два события – прохождение мимо точки *A* головной части второго корабля (точка *B*) и прохождение мимо точки *A* хвостовой части второго корабля (точка *C*) – происходят в одной точке первого корабля и измеряются по единственным часам. Поэтому время, замеренное космонавтом в точке *A*, является собственным временем $\tau_0$ = 3,57 мкс. Длина второго корабля, измеренная астронавтом в точке *A*, есть $l = \upsilon\cdot\tau_0 = \beta c\tau_0$. Длина $l$ связана с собственной длиной $l_0$ соотношением $l = l_0\sqrt{1-\beta^2}$.

Исключая из этих формул величину $l$, получим $\beta c\tau_0 = l_0\sqrt{1-\beta^2}$. Если обе части этого соотношения возвести в квадрат, то после несложных преобразований можно получить: $\beta = \frac{l_0}{\sqrt{(c\tau_0)^2 + l_0^2}} = 0{,}21$.

Таким образом, относительная скорость космических кораблей составляет 21% от скорости света.

**6.5. Тонкий стержень пролетает с большой скоростью мимо метки, расположенной в лабораторной системе отсчета *K*. Известно, что промежуток времени прохождения концов стержня мимо метки составил $\Delta t = 3$ нс в системе *K* и $\Delta t' = 5$ нс в системе *K'*, связанной со стержнем. Определите собственную длину $l_0$ стержня, т. е. длину в системе *K'*.**

**Решение**

Относительно стержня метка в системе *K* движется в противоположном направлении со скоростью, равной по модулю $\upsilon$. Длина стержня $l_0$ в системе $K'$ равна $l_0 = \upsilon \Delta t'$.

В лабораторной системе его длина $l$ определяется выражением $l = l_0\sqrt{1-\beta^2}$, где $\beta = \upsilon / c$.

Из этих соотношений можно получить после нескольких преобразований $l_0 = c\sqrt{\left(\Delta t'\right)^2 - \left(\Delta t\right)^2} = 1,2$ м.

**6.6. В фантастическом романе два звездолета движутся в одном направлении с относительной скоростью $\upsilon_{отн} = 0,8c$. По измерениям земного наблюдателя, скорость одного из звездолетов $\upsilon_1 = 0,8c$. Какую скорость имеет второй звездолет по отношению к земному наблюдателю?**

**Решение**

Релятивистский закон сложения скоростей вытекает из преобразования Лоренца. Он имеет вид (для случая $u_y = u_z = 0$) $u_x = \dfrac{u_x' + \upsilon}{1 + \dfrac{\upsilon}{c^2}u_x'}$. Здесь $u_x'$ – скорость тела, измеренная в системе $K'$, $u_x$ – скорость тела в системе $K$, $\upsilon$ – относительная скорость систем отсчета $K$ и $K'$. В данной задаче под системой отсчета $K$ следует понимать систему земного наблюдателя. Система $K'$ – система, связанная с первым звездолетом, скорость которого в системе $K$ равна $\upsilon = \upsilon_1 = 0,8c$. Скорость второго звездолета в системе $K'$ $u_x' = \upsilon_{отн} = 0,8c$. Релятивистский закон сложения скоростей отличается по виду от классического закона добавлением в знаменателе «релятивистской поправки» $\upsilon u_x' / c^2$. В условии данной задачи эта «поправка» численно равна $\dfrac{\upsilon u_x'}{c^2} = \dfrac{0,8c \cdot 0,8c}{c^2} = 0,64$. Следовательно, скорость второго звездолета в системе $K$, связанной с землей, равна

$$\upsilon_2 = u_x = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_{\text{отн}}}{1 + \frac{\upsilon_1}{c^2}\upsilon_{\text{отн}}} = \frac{0,8c + 0,8c}{1 + 0,64} = 0,98c.$$

Согласно классическому закону сложения скоростей, мы должны были бы получить скорость второго звездолета, равную $\upsilon_2 = \upsilon_{\text{отн}} + \upsilon_1 = 1,6c$. Из преобразований Лоренца следует, что если скорость тела в какой-нибудь инерциальной системе меньше скорости света $c$, то она будет оставаться меньше $c$ в любой другой инерциальной системе, движущейся относительно первой системы со скоростью $\upsilon < c$.

**6.7. Сравните изменения импульса (в единицах *mc*) электрона при изменении его скорости: 1) от $\upsilon_1 = 0$ до $\upsilon_2 = 0,01$c; 2) от $\upsilon_3 = 0,98$c до $\upsilon_4 = 0,99$c.**

**Решение**

В релятивистской динамике модуль импульса тела определяется следующим образом: $p = \frac{m\upsilon}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} = \frac{m\upsilon}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma m\upsilon$, где $\upsilon$ – модуль скорости. Определим релятивистский параметр $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ для всех значений скоростей, указанных в условии: $\gamma_1 = 1,000$, $\gamma_2 = 1,000$, $\gamma_3 = 5,025$, $\gamma_4 = 7,089$.

Отличие параметра $\gamma$ от единицы является критерием применимости формул релятивистской динамики. Поэтому в случае 1) изменение импульса можно рассчитывать по классическим формулам – электрон нерелятивистский: $\Delta p_{12} = m\upsilon_2 - m\upsilon_1 = 0,01mc$.

В случае 2) электрон релятивистский, изменение импульса электрона $\Delta p_{34}$ нужно рассчитывать по формулам релятивистской динамики: $\Delta p_{34} = \gamma_4 n\upsilon_4 - \gamma_3 n\upsilon_3 = 2,09\ mc$.

В обоих случаях 1) и 2) скорость электрона измеряется на одну и ту же величину $\Delta\upsilon = 0,01c$. Но в случае 2) изменение импульса электрона оказывается в 209 раз больше. Это означает, что если бы изменение скорости проходило в обоих случаях за одинаковые промежутки времени, то в релятивистском случае для этого потребовалось бы сила в 209 раз большая.

**6.8. С помощью ускорителя в лаборатории Ферми протон ускорен до кинетической энергии $E_k = 1,08$ ТэВ $= 1,08\cdot10^{12}$ эВ.**

**Определите релятивистский параметр $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$.**

**Найдите, насколько скорость протона отличается от скорости света *c*. Масса протона *m* = 1,672·10$^{-27}$ кг.**

**Решение**

Кинетическая энергия в релятивистской динамике определяется как разность между полной энергией $E$ частицы и ее энергией покоя $E_0 = mc^2$: $E_\text{k} = E - E_0 = \gamma mc^2 - mc^2$. Из этого соотношения следует: $\gamma = \dfrac{E_k + mc^2}{mc^2} = \dfrac{E_k}{mc^2} + 1.$ Энергия покоя $E_0$ протона равна $E_0 = mc^2 = 15{,}03 \cdot 10^{-11}$ Дж $= 9{,}38 \cdot 10^8$ эВ = 938 МэВ. Напомним, что 1 эВ $= 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Дж. Таким образом, $\gamma = \dfrac{1{,}08 \cdot 10^{12}}{9{,}38 \cdot 10^8} + 1 = 1152.$ Так как $\gamma \gg 1$, протон является ультрарелятивистским.

Определим теперь скорость протона. Из выражения для параметра $\gamma$ следует $1 - \beta^2 = \dfrac{1}{\gamma^2}$ или $\upsilon = \beta c = c\sqrt{1 - \dfrac{1}{\gamma^2}}.$ Для выполнения числовых расчетов удобно воспользоваться приближением: при $x \ll 1$

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x, \quad \upsilon = c\left(1 - \frac{1}{2\gamma^2}\right), \quad \Delta\upsilon = c - \upsilon = \frac{c}{2\gamma^2} = 113 \quad \text{м/с}.$$

# ГЛАВА 7. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

## Квантовые свойства света

### Фотоэффект и его законы. Фотон. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

***Фотоэлектрический эффект*** был открыт в 1887 году немецким физиком Г. Герцем и в 1888–1890 годах экспериментально исследован А. Г. Столетовым. Наиболее полное исследование явления фотоэффекта было выполнено Ф. Ленардом в 1900 г. К этому времени уже был открыт электрон (Д. Томсон, 1897 г.), и стало ясно, что фотоэффект (или точнее – внешний фотоэффект) состоит в вырывании электронов из вещества под действием падающего на него света.

Схема экспериментальной установки для исследования фотоэффекта изображена на рисунке 7.1.

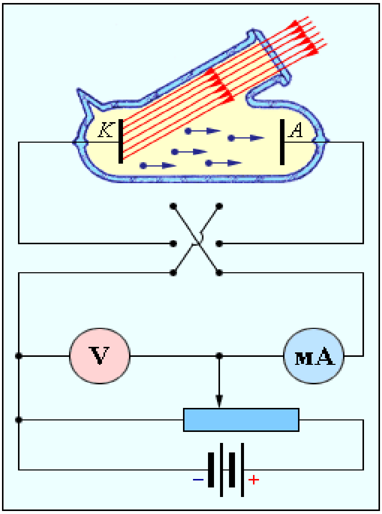



*Рис. 7.1.* Схема экспериментальной установки для изучения фотоэффекта

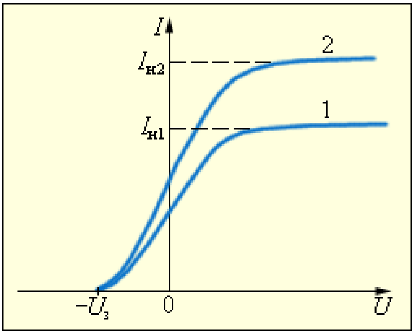



*Рис. 7.2.* Зависимость силы фототока от приложенного напряжения. Кривая 2 соответствует большей интенсивности светового потока. $I_{н1}$ и $I_{н2}$ – токи насыщения, $U_з$ – запирающий потенциал

В экспериментах использовался стеклянный вакуумный баллон с двумя металлическими электродами, поверхность которых была тщательно очищена. К электродам прикладывалось некоторое напряжение $U$, полярность которого можно было изменять с помощью двойного ключа. Один из электродов (катод $K$) через кварцевое окошко освещался монохроматическим светом некоторой длины волны $\lambda$, и при неизменном световом потоке снималась зависимость силы фототока $I$ от приложенного напряжения. На рисунке 7.2 изображены типичные кривые такой зависимости, полученные при двух значениях интенсивности светового потока, падающего на катод.

Кривые показывают, что при достаточно больших положительных напряжениях на аноде $A$ фототок достигает насыщения, так как все электроны, вырванные светом из катода, достигают анода. Тщательные измерения показали, что ток насыщения $I_н$ прямо пропорционален интенсивности падающего света. Когда напряжение на аноде отрицательно, электрическое поле между катодом и анодом тормозит электроны. Анода могут достичь только те электроны, кинетическая энергия которых превышает $|eU|$. Если напряжение на аноде меньше, чем $-U_з$, фототок прекращается. Измеряя $U_з$, можно определить максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов: $\left(\frac{m\upsilon^2}{2}\right)_{\max} = eU_з$.

К удивлению ученых, величина $U_з$ оказалась не зависящей от интенсивности падающего светового потока. Тщательные измерения показали, что запирающий потенциал линейно возрастает с увеличением частоты $\nu$ света (рис. 7.3).

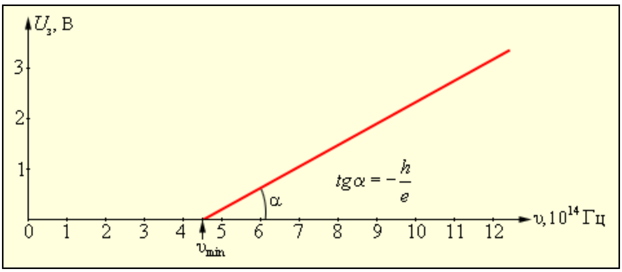



*Рис. 7.3.* Зависимость запирающего потенциала $U_з$ от частоты $\nu$ падающего света

Многочисленными экспериментаторами были установлены следующие основные закономерности фотоэффекта.

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с увеличением частоты света $\nu$ и не зависит от его интенсивности.

Для каждого вещества существует так называемая ***красная граница фотоэффекта***, т. е. наименьшая частота $\nu_{min}$, при которой еще возможен внешний фотоэффект.

Число фотоэлектронов, вырываемых светом из катода за 1 с, прямо пропорционально интенсивности света.

Фотоэффект практически безынерционен, фототок возникает мгновенно после начала освещения катода при условии, что частота света $\nu > \nu_{min}$.

Электромагнитная теория света оказалась неспособной объяснить эти закономерности.

Выход был найден А. Эйнштейном в 1905 г. Теоретическое объяснение наблюдаемых закономерностей фотоэффекта было дано Эйнштейном на основе гипотезы М. Планка о том, что свет излучается и поглощается определенными порциями, причем энергия каждой такой порции определяется формулой $E = h\nu$, где $h$ – постоянная Планка. Эйнштейн сделал следующий шаг в развитии квантовых представлений. Он пришел к выводу, что и **свет имеет прерывистую дискретную структуру**. **Электромагнитная волна состоит из отдельных порций – квантов**, впоследствии названных **фотонами**. При взаимодействии с веществом фотон целиком передает всю свою энергию $h\nu$ одному электрону. Часть этой энергии электрон может рассеять при столкновениях с атомами вещества. Кроме того, часть энергии электрона затрачивается на преодоление потенциального барьера на границе металл–вакуум. Для этого электрон должен совершить работу выхода $A$, зависящую от свойств материала катода. Наибольшая кинетическая энергия, которую может иметь вылетевший из катода фотоэлектрон, определяется законом сохранения энергии:

$$\left(\frac{m\upsilon^2}{2}\right)_{\max} = eU_з = h\nu - A.$$

Эту формулу принято называть ***уравнением Эйнштейна для фотоэффекта***.

С помощью уравнения Эйнштейна можно объяснить все закономерности внешнего фотоэффекта. Из уравнения Эйнштейна следуют линейная зависимость максимальной кинетической энергии от частоты и независимость от интенсивности света, существование красной границы, безынерционность фотоэффекта. Общее число фотоэлектронов, покидающих за 1 с поверхность катода, должно быть пропорционально числу фотонов, падающих за то же время на поверхность. Из этого следует, что ток насыщения должен быть прямо пропорционален интенсивности светового потока.

Итак, законы фотоэффекта свидетельствуют, что свет при испускании и поглощении ведет себя подобно потоку частиц, получивших название ***фотонов*** или ***световых квантов***.

Энергия фотонов равна $E = h\nu$.

Фотон движется в вакууме со скоростью $c$. Фотон не имеет массы, $m = 0$. Из общего соотношения специальной теории относительности, связывающего энергию, импульс и массу любой частицы, $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$, следует, что фотон обладает импульсом $p = \dfrac{E}{c} = \dfrac{h\nu}{c}$.

Таким образом, учение о свете, совершив виток длительностью в два столетия, вновь возвратилось к представлениям о световых частицах – корпускулах.

## Ядерная модель атома

На основании всех известных к началу XX века экспериментальных фактов можно было сделать вывод о том, что атомы вещества имеют сложное внутреннее строение. Они представляют собой электронейтральные системы, причем носителями отрицательного заряда атомов являются легкие электроны, масса которых составляет лишь малую долю массы атомов. Основная часть массы атомов связана с положительным зарядом.

Перед наукой встал вопрос о внутреннем строении атомов.

Первые прямые эксперименты по исследованию внутренней структуры атомов были выполнены Э. Резерфордом и его сотрудниками Э. Марсденом и Х. Гейгером в 1909–1911 годах. Резерфорд предложил применить зондирование атома с помощью α-частиц, которые возникают при радиоактивном распаде радия и некоторых других элементов. Масса α-частиц приблизительно в 7300 раз больше массы электрона, а положительный заряд равен удвоенному элементарному заряду. В своих опытах Резерфорд использовал α-частицы с кинетической энергией около 5 МэВ (скорость таких частиц очень велика – порядка $10^7$ м/с, но она все же значительно меньше скорости света). α-частицы – это полностью ионизированные атомы гелия. Они были открыты Резерфордом в 1899 году при изучении явления радиоактивности. Этими частицами Резерфорд бомбардировал атомы тяжелых элементов (золото, серебро, медь и др.). Электроны, входящие в состав атомов, вследствие малой массы не могут заметно изменить траекторию α-частицы. Рассеяние, то есть изменение направления движения α-частиц, может вызвать только тяжелая положительно заряженная часть атома. Схема опыта Резерфорда представлена на рисунке 7.4.

От радиоактивного источника, заключенного в свинцовый контейнер, α-частицы направлялись на тонкую металлическую фольгу. Рассеянные частицы попадали на экран, покрытый слоем кристаллов сульфида цинка, способных светиться под ударами быстрых заряженных частиц. Сцинтилляции (вспышки) на экране наблюдались глазом с помощью микроскопа. Наблюдения рассеянных α-частиц в опыте Резерфорда можно было проводить под различными углами φ к первоначальному направлению пучка. Было обнаружено, что большинство α-частиц проходит через тонкий слой металла, практически не испытывая отклонения. Однако небольшая часть частиц отклоняется на значительные углы, превышающие 30°. Очень редкие α-частицы (приблизительно одна на десять тысяч) испытывали отклонение на углы, близкие к 180°.

Результаты экспериментов позволили Резерфорду предложить ***планетарную модель атома***. Согласно этой модели, в центре атома располагается положительно заряженное ядро, в котором сосредоточена почти вся масса атома. Атом в целом нейтрален. Вокруг ядра, подобно планетам, вращаются под действием кулоновских сил со стороны ядра электроны (рис. 7.5). Находиться в состоянии покоя электроны не могут, так как они упали бы на ядро.

Планетарная модель атома, предложенная Резерфордом, несомненно явилась крупным шагом в развитии знаний о строении атома. Она была совершенно необходимой для объяснения опытов по рассеянию α-частиц. Однако она оказалась неспособной объяснить сам факт длительного существования атома, т. е. его устойчивость. По законам классической электродинамики, движущийся с ускорением заряд должен излучать электромагнитные волны, уносящие энергию. За короткое время (порядка $10^{-8}$ с) все электроны в атоме Резерфорда должны растратить всю свою энергию и упасть на ядро (рис. 7.6). То, что этого не происходит в устойчивых состояниях атома, показывает, что внутренние процессы в атоме не подчиняются классическим законам.

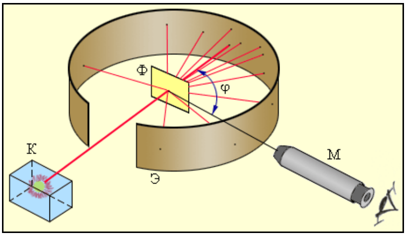



*Рис. 7.4.* Схема опыта Резерфорда по рассеянию α-частиц. К – свинцовый контейнер с радиоактивным веществом, Э – экран, покрытый сернистым цинком, Ф – золотая фольга, М – микроскоп

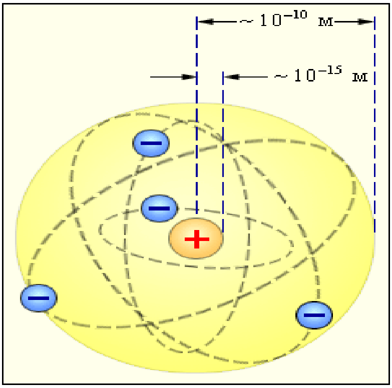



*Рис. 7.5.* Планетарная модель атома Резерфорда. Показаны круговые орбиты четырех электронов

## Квантовые постулаты Бора. Испускание и поглощение света атомом

Следующий шаг в развитии представлений об устройстве атома сделал в 1913 году выдающийся датский физик Н. Бор. Проанализировав всю совокупность опытных фактов, Бор пришел к выводу, что при описании поведения атомных систем следует отказаться от многих представлений классической физики. Он сформулировал постулаты, которым должна удовлетворять новая теория о строении атомов.

***Первый постулат Бора*** **(постулат стационарных состояний)** гласит: **атомная система может находится только в особых *стационарных* или *квантовых* состояниях, каждому из которых соответствует определенная энергия $E_n$. В стационарных состояниях атом не излучает.**

Этот постулат находится в явном противоречии с классической механикой, согласно которой энергия движущегося электрона может быть любой. Он находится в противоречии и с электродинамикой, так как допускает возможность ускоренного движения электронов без излучения электромагнитных волн. Согласно первому постулату Бора, атом характеризуется системой ***энергетических уровней***, каждый из которых соответствует определенному стационарному состоянию (рис. 7.7).

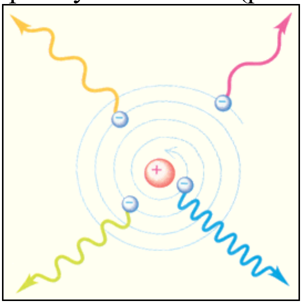


*Рис. 7.6.* Неустойчивость классического атома

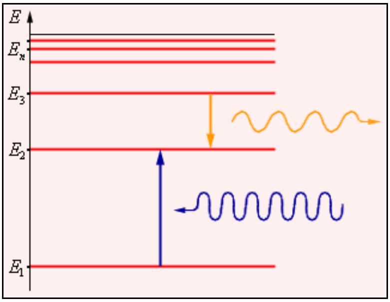



*Рис. 7.7.* Энергетические уровни атома и условное изображение процессов поглощения и испускания фотонов

Механическая энергия электрона, движущегося по замкнутой траектории вокруг положительно заряженного ядра, отрицательна. Поэтому всем стационарным состояниям соответствуют значения энергии $E_n < 0$. При $E_n \geq 0$ электрон удаляется от ядра (ионизация). Величина $|E_1|$ называется ***энергией ионизации***. Состояние с энергией $E_1$ называется ***основным состоянием*** атома.

***Второй постулат Бора*** (***правило частот***) формулируется следующим образом: **при переходе атома из одного стационарного состояния с энергией $E_n$ в другое стационарное состояние с энергией $E_m$ излучается или поглощается квант, энергия которого равна разности энергий стационарных состояний:** $h\nu_{nm} = E_n - E_m$, где $h$ – постоянная Планка.

Отсюда можно выразить частоту излучения: $\nu_{nm} = \dfrac{E_n - E_m}{h}$.

Второй постулат Бора также противоречит электродинамике Максвелла, так как частота излучения определяется только изменением энергии атома и никак не зависит от характера движения электрона.

Теория Бора не отвергла полностью законы классической физики при описании поведения атомных систем. В ней сохранились представления об орбитальном движении электронов в кулоновском поле ядра. Классическая ядерная модель атома Резерфорда была дополнена в теории Бора идеей о квантовании электронных орбит. Поэтому теорию Бора иногда называют ***полуклассической***.

Простейший из атомов, атом водорода явился своеобразным тест-объектом для теории Бора. Ко времени создания теории Бора атом водорода был хорошо изучен экспериментально. Он содержит единственный электрон. Ядром атома является ***протон*** – положительно заряженная частица, заряд которой равен по модулю заряду электрона, а масса в 1836 раз превышает массу электрона. Еще в начале XIX века были открыты дискретные спектральные линии в излучении атома водорода в видимой области (так называемый ***линейчатый спектр***). Впоследствии закономерности, которым подчиняются длины волн (или частоты) линейчатого спектра, были хорошо изучены количественно (Бальмер 1885 г.). Совокупность спектральных линий атома водорода в видимой части спектра была названа ***серией Бальмера***. Позже аналогичные серии спектральных линий были обнаружены в ультрафиолетовой и инфракрасной частях спектра. В 1890 году И. Ридберг получил эмпирическую формулу для частот спектральных линий: $\nu_{\mathrm{nm}} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$. Для серии Бальмера $m = 2$, $n = 3, 4, 5, \ldots$ . Для ультрафиолетовой серии (серия Лаймана) $m = 1$, $n = 2, 3, 4, \ldots$ . Постоянная $R$ в этой формуле называется ***постоянной Ридберга***. Ее численное значение $R = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ Гц. До Бора механизм возникновения линейчатых спектров и смысл целых чисел, входящих в формулы спектральных линий водорода (и ряда других атомов), оставались непонятными.

Постулаты Бора определили направление развития новой науки – квантовой физики атома. Но они не содержали рецепта определения стационарных состояний (орбит) и соответствующих им значений энергии $E_{\mathrm{n}}$.

Правило квантования, приводящее к правильным, согласующимся с опытом значениям энергий стационарных состояний атома водорода, было угадано Бором. Бор предположил, что момент импульса электрона, вращающегося вокруг ядра, может принимать только дискретные значения, кратные постоянной Планка.

Для круговых орбит правило квантования Бора записывается в виде $m_e \upsilon r_n = n \frac{h}{2\pi} \left(n = 1, 2, 3, \ldots\right)$. Здесь $m_e$ – масса электрона, $\upsilon$ – его скорость, $r_n$ – радиус стационарной круговой орбиты. Правило квантования Бора позволяет вычислить радиусы стационарных орбит электрона в атоме водорода и определить значения энергий. Скорость электрона, вращающегося по круговой орбите некоторого радиуса $r$ в кулоновском поле ядра, как следует из второго закона Ньютона, определяется соотношением $\upsilon^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e r}$, где $e$ – элементарный заряд, $\varepsilon_0$ – электрическая постоянная. Скорость электрона $\upsilon$ и радиус стационарной орбиты $r_n$ связаны правилом квантования Бора. Отсюда следует, что радиусы стационарных круговых орбит определяются выражением $r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} n^2$.

Самой близкой к ядру орбите соответствует значение $n = 1$. Радиус первой орбиты, который называется ***боровским радиусом***, равен $r_1 = a_0 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} = 5,29 \cdot 10^{-11}$ м. Радиусы последующих орбит возрастают пропорционально $n^2$. Целое число $n = 1, 2, 3, \ldots$ называется в квантовой физике атома ***главным квантовым числом***.

## Атомное ядро и элементарные частицы

### Состав ядра атома. Изотопы. Энергия связи атомных ядер. Ядерные реакции

К 20-м годам XX века физики уже не сомневались в том, что атомные ядра, открытые Э. Резерфордом в 1911 г., так же как и сами атомы, имеют сложную структуру. В этом их убеждали многочисленные экспериментальные факты, накопленные к этому времени: открытие радиоактивности, экспериментальное доказательство ядерной модели ядра, измерение отношения $e / m$ для электрона, $\alpha$-частицы и для так называемой H-частицы – ядра атома водорода, открытие искусственной радиоактивности и ядерных реакций, измерение зарядов атомных ядер и т. д.

В настоящее время твердо установлено, что **атомные ядра различных элементов состоят из двух частиц – протонов и нейтронов**.

Первая из этих частиц представляет собой атом водорода, из которого удален единственный электрон. По современным измерениям, положительный заряд протона в точности равен элементарному заряду $e = 1{,}60217733 \cdot 10^{-19}$ Кл, то есть равен по модулю отрицательному заряду электрона. В настоящее время равенство зарядов протона и электрона проверено с точностью $10^{-22}$. Такое совпадение зарядов двух непохожих друг на друга частиц вызывает удивление и остается одной из фундаментальных загадок современной физики. ***Масса протона***, по современным измерениям, равна $m_p = 1{,}67262 \cdot 10^{-27}$ кг. В ядерной физике массу частицы часто выражают в атомных единицах массы (а. е. м.), равной 1/12 массы атома углерода с массовым числом 12: 1 а. е. м. = $1{,}66057 \cdot 10^{-27}$ кг.

Следовательно, $m_p = 1{,}007276 \cdot$ а. е. м. Во многих случаях массу частицы удобно выражать в эквивалентных значениях энергии в соответствии с формулой $E = mc^2$. Так как 1 эВ = $1{,}60218 \cdot 10^{-19}$ Дж, в энергетических единицах масса протона равна 938,272331 МэВ.

По современным измерениям, ***масса нейтрона*** $m_n = 1{,}67493 \cdot 10^{-27}$ кг = 1,008665 а. е. м. В энергетических единицах масса нейтрона равна 939,56563 МэВ. Масса нейтрона приблизительно на две электронные массы превосходит массу протона.

Сразу же после открытия нейтрона российский ученый Д. Д. Иваненко и немецкий физик В. Гейзенберг выдвинули гипотезу о ***протонно-нейтронном*** строении атомных ядер, которая полностью подтвердилась последующими исследованиями. Протоны и нейтроны принято называть ***нуклонами***.

Для характеристики атомных ядер вводится ряд обозначений. Число протонов, входящих в состав атомного ядра, обозначают символом $Z$ и называют ***зарядовым числом*** или атомным номером (это порядковый номер в периодической таблице Менделеева). Заряд ядра равен $Ze$, где $e$ – элементарный заряд. Число нейтронов обозначают символом $N$.

Общее число нуклонов (т. е. протонов и нейтронов) называют ***массовым числом*** $A$: $A = Z + N$.

Ядра химических элементов обозначают символом ${}_{Z}^{A}X$, где X – химический символ элемента. Например, ${}_{1}^{1}H$ – водород, ${}_{2}^{4}He$ – гелий, ${}_{8}^{16}O$ – кислород, ${}_{6}^{12}C$ – углерод, ${}_{92}^{238}U$ – уран.

Ядра одного и того же химического элемента могут отличаться числом нейтронов. Такие ядра называются ***изотопами***. У большинства химических элементов имеется несколько изотопов. Например, у водорода три изотопа: ${}_{1}^{1}H$ – обычный водород, ${}_{1}^{2}H$ – дейтерий и ${}_{1}^{3}H$ – тритий. У углерода – 6 изотопов, у кислорода – 3.

Химические элементы в природных условиях обычно представляют собой смесь изотопов. Присутствие изотопов определяет значение атомной массы природного элемента в периодической таблице Менделеева. Так, например, относительная атомная масса природного углерода равна 12,011.

Для того, чтобы атомные ядра были устойчивыми, протоны и нейтроны должны удерживаться внутри ядер огромными силами, во много раз превосходящими силы кулоновского отталкивания протонов. Силы, удерживающие нуклоны в ядре, называются ***ядерными***

Важнейшую роль в ядерной физике играет понятие ***энергии связи ядра***.

**Энергия связи ядра равна минимальной энергии, которую необходимо затратить для полного расщепления ядра на отдельные частицы.** Из закона сохранения энергии следует, что энергия связи равна той энергии, которая выделяется при образовании ядра из отдельных частиц.

Энергию связи любого ядра можно определить с помощью точного измерения его массы. В настоящее время физики научились измерять массы частиц – электронов, протонов, нейтронов, ядер и др. – с очень высокой точностью. Эти измерения показывают, что **масса любого ядра *М*я всегда меньше суммы масс входящих в его состав протонов и нейтронов**: $M_я < Zm_p + Nm_n$.

Разность масс $\Delta M = Zm_p + Nm_n - M_я$. называется *дефектом массы*.

По дефекту массы можно определить с помощью формулы Эйнштейна $E = mc^2$ энергию, выделившуюся при образовании данного ядра, т. е. энергию связи ядра $E_{св}$: $E_{св} = \Delta Mc^2 = (Zm_p + Nm_n - M_я)c^2$. Эта энергия выделяется при образовании ядра в виде излучения γ-квантов.

Рассчитаем в качестве примера энергию связи ядра гелия $_{2}^{4}\mathrm{He}$, в состав которого входят два протона и два нейтрона. Масса ядра гелия $M_{я} = 4{,}00260$ а. е. м. Сумма масс двух протонов и двух нейтронов составляет $2m_{\mathrm{p}} + 2m_{\mathrm{n}} = 4{,}03298$ а. е. м. Следовательно, дефект массы ядра гелия равен $\Delta M = 0{,}03038$ а. е. м. Расчет по формуле $E_{св} = \Delta Mc^2$ приводит к следующему значению энергии связи ядра $_{2}^{4}\mathrm{He}$: $E_{св} = 28{,}3$ МэВ. Это огромная величина. Образование всего 1 г гелия сопровождается выделением энергии порядка $10^{12}$ Дж. Примерно такая же энергия выделяется при сгорании почти целого вагона каменного угля. Энергия связи ядра на много порядков превышает энергию связи электронов с атомом. Для атома водорода $_{1}^{1}\mathrm{H}$, например, энергия ионизации равна 13,6 эВ.

Существуют две возможности получения положительного энергетического выхода при ядерных превращениях: 1) деление тяжелых ядер на более легкие; 2) слияние легких ядер в более тяжелые. В обоих этих процессах выделяется огромное количество энергии. В настоящее время оба процесса осуществлены практически: реакции деления и термоядерные реакции.

Следует обратить внимание на то, что синтез легких ядер сопровождается примерно в 6 раз большим выделением энергии на один нуклон по сравнению с делением тяжелых ядер.

***Ядерная реакция*** **– это процесс взаимодействия атомного ядра с другим ядром или элементарной частицей, сопровождающийся изменением состава и структуры ядра и выделением вторичных частиц или γ-квантов.**

В результате ядерных реакций могут образовываться новые радиоактивные изотопы, которых нет на земле в естественных условиях.

Первая ядерная реакция была осуществлена Э. Резерфордом в 1919 году в опытах по обнаружению протонов в продуктах распада ядер. Резерфорд бомбардировал атомы азота α-частицами. При соударении частиц происходила ядерная реакция, протекавшая по следующей схеме: $_{7}^{14}\mathrm{N} + _{2}^{4}\mathrm{He} \rightarrow _{8}^{17}\mathrm{O} + _{1}^{1}\mathrm{H}$.

При ядерных реакциях выполняется несколько **законов сохранения**: импульса, энергии, момента импульса, заряда. Выполняется также ряд других законов сохранения, специфических для ядерной физики и физики элементарных частиц.

Ядерные реакции могут протекать при бомбардировке атомов быстрыми заряженными частицами (протоны, нейтроны, α-частицы, ионы). Первая реакция такого рода была осуществлена с помощью протонов большой энергии, полученных на ускорителе, в 1932 году: ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}+{}^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}$.

Однако наиболее интересными для практического использования являются реакции, протекающие при взаимодействии ядер с нейтронами. Так как нейтроны лишены заряда, они беспрепятственно могут проникать в атомные ядра и вызывать их превращения. Выдающийся итальянский физик Э. Ферми первым начал изучать реакции, вызываемые нейтронами. Он обнаружил, что ядерные превращения вызываются не только быстрыми, но и медленными нейтронами, движущимися с тепловыми скоростями.

Ядерные реакции сопровождаются энергетическими превращениями. ***Энергетическим выходом*** ядерной реакции называется величина $Q = (M_A + M_B - M_C - M_D)c^2 = \Delta Mc^2$. где $M_A$ и $M_B$ – массы исходных продуктов, $M_C$ и $M_D$ – массы конечных продуктов реакции. Величина $\Delta M$ называется дефектом масс. Ядерные реакции могут протекать с выделением ($Q > 0$) или с поглощением энергии ($Q < 0$). Во втором случае первоначальная кинетическая энергия исходных продуктов должна превышать величину $|Q|$, которая называется ***порогом реакции***.

## Радиоактивность. Закон радиоактивного распада

Почти 90 % из известных 2500 атомных ядер нестабильны. Нестабильное ядро самопроизвольно превращается в другие ядра с испусканием частиц. Это свойство ядер называется ***радиоактивностью***. Было выяснено, что радиоактивные ядра могут испускать частицы трех видов: положительно и отрицательно заряженные и нейтральные. Эти три вида излучений были названы α-, β- и γ-излучениями. На рисунке 7.8 изображена схема эксперимента, позволяющая обнаружить сложный состав радиоактивного излучения. В магнитном поле α- и β-лучи испытывают отклонения в противоположные стороны, причем β-лучи отклоняются значительно больше. γ-лучи в магнитном поле вообще не отклоняются.

Эти три вида радиоактивных излучений сильно отличаются друг от друга по способности ионизировать атомы вещества и, следовательно, по проникающей способности. Наименьшей проникающей способностью обладает α-излучение. В воздухе при нормальных условиях α-лучи проходят путь в несколько сантиметров. β-лучи гораздо меньше поглощаются веществом. Они способны пройти через слой алюминия толщиной в несколько миллиметров. Наибольшей проникающей способностью обладают γ-лучи, способные проходить через слой свинца толщиной 5–10 см.

Во втором десятилетии XX века после открытия Э. Резерфордом ядерного строения атомов было твердо установлено, что радиоактивность – это **свойство атомных ядер**. Исследования показали, что α-лучи представляют поток α-частиц – ядер гелия ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$, β-лучи – это поток электронов, γ-лучи представляют собой коротковолновое электромагнитное излучение с чрезвычайно малой длиной волны $\lambda < 10^{-10}$ м и вследствие этого – ярко выраженными корпускулярными свойствами, т. е. является потоком частиц – γ-квантов.

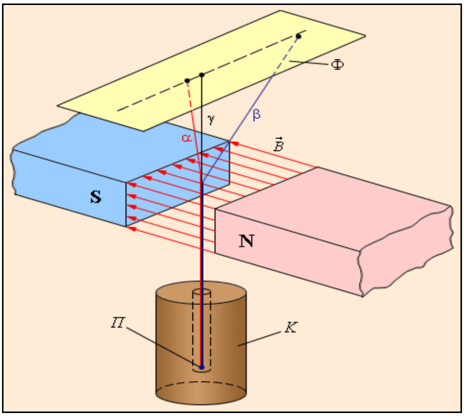



*Рис. 7.8*. Схема опыта по обнаружению α-, β- и γ-излучений. К – свинцовый контейнер, П – радиоактивный препарат, Ф – фотопластинка, $\vec{B}$ – магнитное поле

***Альфа-распад***. Альфа-распадом называется самопроизвольное превращение атомного ядра с числом протонов $Z$ и нейтронов $N$ в другое (дочернее) ядро, содержащее число протонов $Z-2$ и нейтронов $N-2$. При этом испускается α-частица – ядро атома гелия ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$. Примером такого процесса может служить α-распад радия: ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra} \to {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$. α-распад ядер во многих случаях сопровождается γ-излучением.

***Бета-распад***. При бета-распаде из ядра вылетает электрон. Внутри ядер электроны существовать не могут, они возникают при β-распаде в результате превращения нейтрона в протон. Этот процесс может происходить не только внутри ядра, но и со свободными нейтронами. Среднее время жизни свободного нейтрона составляет около 15 минут. При распаде нейтрон ${}_{0}^{1}\mathrm{n}$ превращается в протон ${}_{1}^{1}\mathrm{p}$ и электрон ${}_{-1}^{0}\mathrm{e}$

***Гамма-распад***. В отличие от α- и β-радиоактивности γ-радиоактивность ядер не связана с изменением внутренней структуры ядра и не сопровождается изменением зарядового или массового чисел. Как при α-, так и при β-распаде дочернее ядро может оказаться в некотором возбужденном состоянии и иметь избыток энергии. Переход ядра из возбужденного состояния в основное сопровождается испусканием одного или нескольких γ-квантов, энергия которых может достигать нескольких МэВ.

***Закон радиоактивного распада***. В любом образце радиоактивного вещества содержится огромное число радиоактивных атомов. Так как радиоактивный распад имеет случайный характер и не зависит от внешних условий, то закон убывания количества $N(t)$ нераспавшихся к данному моменту времени $t$ ядер может служить важной статистической характеристикой процесса радиоактивного распада. Можно показать, что этот закон имеет экспоненциальный вид, т.е.

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t},$$

где $N_0$ – начальное число радиоактивных ядер при $t = 0$, λ – это вероятность распада ядра за время $\Delta t = 1$ с (*постоянная распада* для данного вида ядер).

За время $\tau = 1 / \lambda$ количество нераспавшихся ядер уменьшится в $e \approx 2{,}7$ раза. Величину τ называют ***средним временем жизни*** радиоактивного ядра.

Для практического использования закон радиоактивного распада удобно записать в другом виде, используя в качестве основания число 2, а не $e$:

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{-t/T}.$$

Величина $T$ называется ***периодом полураспада***. За время $T$ распадается половина первоначального количества радиоактивных ядер. Величины $T$ и $\tau$ связаны соотношением $T = \frac{1}{\lambda}\ln 2 = \tau \ln 2 = 0,693\tau.$

Рисунок 7.9 иллюстрирует закон радиоактивного распада.

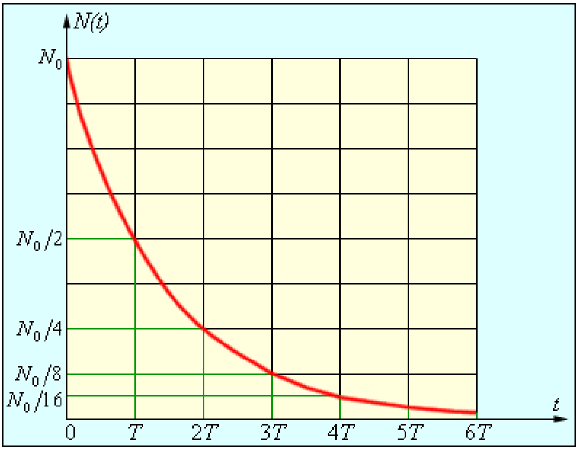



*Рис. 7.9.* Закон радиоактивного распада

## Деление ядер урана. Термоядерная реакция

Возможны два принципиально различных способа освобождения ядерной энергии.

1. ***Деление тяжелых ядер***. В отличие от радиоактивного распада ядер, сопровождающегося испусканием α- или β-частиц, реакции деления – это процесс, при котором нестабильное ядро делится на два крупных фрагмента сравнимых масс.

В 1939 году немецкими учеными О. Ганом и Ф. Штрассманом было открыто деление ядер урана. Продолжая исследования, начатые Ферми, они установили, что при бомбардировке урана нейтронами возникают элементы средней части периодической системы – радиоактивные изотопы бария ($Z = 56$), криптона ($Z = 36$) и др.

Уран встречается в природе в виде двух изотопов: $^{238}_{92}\mathrm{U}$ (99,3 %) и $^{235}_{92}\mathrm{U}$ (0,7 %). При бомбардировке нейтронами ядра обоих изотопов могут расщепляться на два осколка. При этом реакция деления

$^{235}_{92}U$ наиболее интенсивно идет на медленных (тепловых) нейтронах, в то время как ядра $^{238}_{92}U$ вступают в реакцию деления только с быстрыми нейтронами с энергией порядка 1 МэВ.

Основной интерес для ядерной энергетики представляет реакция деления ядра $^{235}_{92}U$. В настоящее время известны около 100 различных изотопов с массовыми числами примерно от 90 до 145, возникающих при делении этого ядра. Две типичные реакции деления этого ядра имеют вид:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \begin{cases} ^{144}_{56}Ba + ^{89}_{36}Kr + 3\,^{1}_{0}n, \\ ^{140}_{54}Xe + ^{94}_{38}Sr + 2\,^{1}_{0}n. \end{cases}$$

Обратите внимание, что в результате деления ядра, инициированного нейтроном, возникают новые нейтроны, способные вызвать реакции деления других ядер. Продуктами деления ядер урана-235 могут быть и другие изотопы бария, ксенона, стронция, рубидия и т. д.

Кинетическая энергия, выделяющаяся при делении одного ядра урана, огромна – порядка 200 МэВ. Оценку выделяющей при делении ядра энергии можно сделать с помощью удельной энергии связи нуклонов в ядре. Удельная энергия связи нуклонов в ядрах с массовым числом $A \approx 240$ порядка 7,6 МэВ/нуклон, в то время как в ядрах с массовыми числами $A$ = 90–145 удельная энергия примерно равна 8,5 МэВ/нуклон. Следовательно, при делении ядра урана освобождается энергия порядка 0,9 МэВ/нуклон или приблизительно 210 МэВ на один атом урана. При полном делении всех ядер, содержащихся в 1 г урана, выделяется такая же энергия, как и при сгорании 3 т угля или 2,5 т нефти.

При делении ядра урана-235, которое вызвано столкновением с нейтроном, освобождается 2 или 3 нейтрона. При благоприятных условиях эти нейтроны могут попасть в другие ядра урана и вызвать их деление. На этом этапе появятся уже от 4 до 9 нейтронов, способных вызвать новые распады ядер урана и т. д. Такой лавинообразный процесс называется *цепной реакцией*. Схема развития цепной реакции деления ядер урана представлена на рисунке 7.10.

Для осуществления цепной реакции необходимо, чтобы так называемый ***коэффициент размножения нейтронов*** был больше единицы. Другими словами, в каждом последующем поколении нейтронов должно быть больше, чем в предыдущем. Коэффициент размножения определяется не только числом нейтронов, образующихся в каждом элементарном акте, но и условиями, в которых протекает реакция – часть нейтронов может поглощаться другими ядрами или выходить из зоны реакции. Нейтроны, освободившиеся при делении ядер урана-235, способны вызвать деление лишь ядер этого же урана, на долю которого в природном уране приходится всего лишь 0,7 %. Такая концентрация оказывается недостаточной для начала цепной реакции. Изотоп $^{238}_{92}U$ также может поглощать нейтроны, но при этом не возникает цепной реакции.

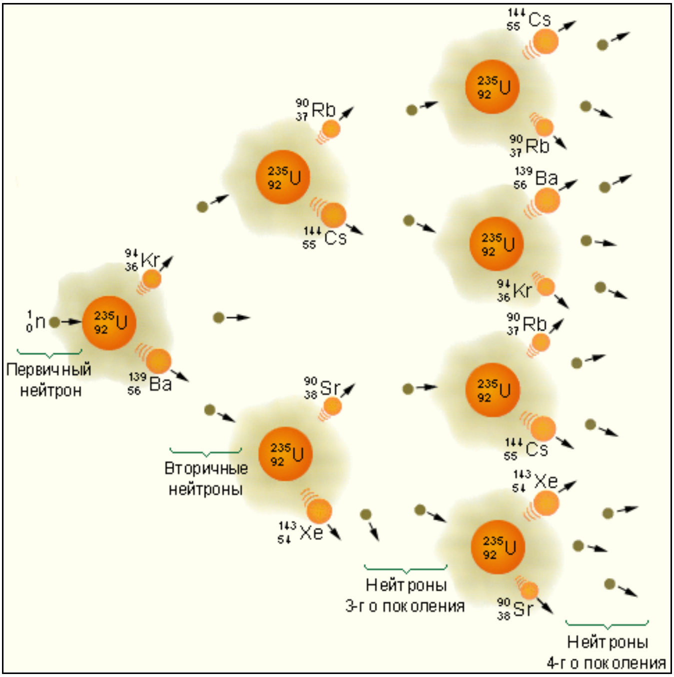



*Рис. 7.10.* Схема развития цепной реакции

2. ***Термоядерные реакции***. Второй путь освобождения ядерной энергии связан с реакциями синтеза. При слиянии легких ядер

и образовании нового ядра должно выделяться большое количество энергии.

Реакции слияния легких ядер носят название **термоядерных реакций**, так как они могут протекать только при очень высоких температурах. Чтобы два ядра вступили в реакцию синтеза, они должны сблизиться на расстояние действия ядерных сил порядка $2 \cdot 10^{-15}$ м, преодолев электрическое отталкивание их положительных зарядов. Для этого средняя кинетическая энергия теплового движения молекул должна превосходить потенциальную энергию кулоновского взаимодействия. Расчет необходимой для этого температуры $T$ приводит к величине порядка $10^8$–$10^9$ К. Это чрезвычайно высокая температура. При такой температуре вещество находится в полностью ионизированном состоянии, которое называется *плазмой*.

Энергия, которая выделяется при термоядерных реакциях, в расчете на один нуклон в несколько раз превышает удельную энергию, выделяющуюся в цепных реакциях деления ядер. Так, например, в реакции слияния ядер дейтерия и трития $^2_1H + ^3_1H \rightarrow ^4_2He + ^1_0n + 17{,}6$ МэВ, выделяется 3,5 МэВ/нуклон. В целом в этой реакции выделяется 17,6 МэВ. Это одна из наиболее перспективных термоядерных реакций.

Осуществление ***управляемых термоядерных реакций*** даст человечеству новый экологически чистый и практически неисчерпаемый источник энергии. Однако получение сверхвысоких температур и удержание плазмы, нагретой до миллиарда градусов, представляет собой труднейшую научно-техническую задачу на пути осуществления управляемого термоядерного синтеза.

На данном этапе развития науки и техники удалось осуществить только ***неуправляемую реакцию синтеза*** в водородной бомбе. Высокая температура, необходимая для ядерного синтеза, достигается здесь с помощью взрыва обычной урановой или плутониевой бомбы.

Термоядерные реакции играют чрезвычайно важную роль в эволюции Вселенной. Энергия излучения Солнца и звезд имеет термоядерное происхождение.

## Элементарные частицы и их свойства

Существование ***элементарных частиц*** физики обнаружили при изучении ядерных процессов.

Элементарные частицы объединяются в три группы: ***фотоны***, ***лептоны*** и ***адроны***.

К группе **фотонов** относится единственная частица – фотон, которая является носителем электромагнитного взаимодействия.

Следующая группа состоит из легких частиц **лептонов**. В эту группу входят два сорта нейтрино (электронное и мюонное), электрон и $\mu$-мезон. Все лептоны имеют спин ½.

Третью большую группу составляют тяжелые частицы, называемые **адронами**. Эта группа делится на две подгруппы. Более легкие частицы составляют подгруппу ***мезонов***. Наиболее легкие из них – положительно и отрицательно заряженные, а также нейтральные $\pi$-мезоны с массами порядка 250 электронных масс. Пионы являются квантами ядерного поля, подобно тому, как фотоны являются квантами электромагнитного поля. В эту подгруппу входят также четыре $K$-мезона и один $\eta^0$-мезон. Все мезоны имеют спин, равный нулю.

Вторая подгруппа – ***барионы*** – включает более тяжелые частицы. Она является наиболее обширной. Самыми легкими из барионов являются нуклоны – протоны и нейтроны. За ними следуют так называемые гипероны. Замыкает таблицу омега-минус-гиперон, открытый в 1964 г. Это тяжелая частица с массой в 3273 электронных масс. Все барионы имеют спин ½.

Обилие открытых и вновь открываемых адронов навела ученых на мысль, что все они построены из каких-то других более фундаментальных частиц. В 1964 г. американским физиком М. Гелл-Маном была выдвинута гипотеза, подтвержденная последующими исследованиями, что все тяжелые фундаментальные частицы – адроны – построены из более фундаментальных частиц, названных ***кварками***. На основе кварковой гипотезы не только была понята структура уже известных адронов, но и предсказано существование новых. Теория Гелл-Мана предполагала существование трех кварков и трех антикварков, соединяющихся между собой в различных комбинациях. Так, каждый барион состоит из трех кварков, антибарион – из трех антикварков. Мезоны состоят из пар кварк–антикварк.

С принятием гипотезы кварков удалось создать стройную систему элементарных частиц. Однако предсказанные свойства этих гипотетических частиц оказались довольно неожиданными. Электрический заряд кварков должен выражаться дробными числами, равными 2/3 и 1/3 элементарного заряда.

Многочисленные поиски кварков в свободном состоянии, производившиеся на ускорителях высоких энергий и в космических лучах, оказались безуспешными. Ученые считают, что одной из причин ненаблюдаемости свободных кварков являются, возможно, их очень большие массы. Это препятствует рождению кварков при тех энергиях, которые достигаются на современных ускорителях. Тем не менее, большинство специалистов сейчас уверены в том, что кварки существуют внутри тяжелых частиц – адронов.

### Тестовые задания для самостоятельного решения

7.1. В каком случае электроскоп, заряженный отрицательным зарядом, быстрее разрядится?

1. При освещении инфракрасным излучением.
2. При освещении ультрафиолетовым излучением.

1. 1.
2. 2.
3. Одновременно.
4. Электроскоп не разрядится в обоих случаях.

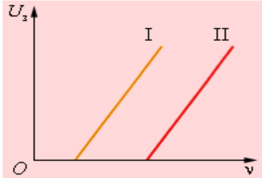
7.2. Как изменится частота «красной» границы фотоэффекта, если шарику радиусом $R$ сообщить положительный заряд?

1. Не изменится. 2. Увеличится. 3. Уменьшится.

7.3. Как изменится кинетическая энергия электронов при фотоэффекте, если увеличить частоту облучающего света, не изменяя общую мощность излучения?

1. Увеличится. 2. Уменьшится. 3. Не изменится.

7.4. На рисунке приведены графики зависимости запирающего напряжения фотоэлемента от частоты облучающего света. В каком случае материал катода фотоэлемента имеет большую работу выхода?




1. I    2. II    3. Одинаковую

7.5. При освещении катода вакуумного фотоэлемента потоком монохроматического света происходит освобождение фотоэлектронов. Как изменится максимальная энергия фотоэлектронов при увеличении частоты в 2 раза?

1. Не изменится.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Увеличится менее чем в 2 раза.
4. Увеличится более чем в 2 раза.
5. Уменьшится в 2 раза.

7.6. Какая из приведенных формул определяет длину волны де Бройля для электрона ($m$ и $\upsilon$ – масса и скорость электрона)?

1. $\dfrac{h}{m\upsilon^2}$.    2. $\dfrac{c}{\nu}$.    3. $\dfrac{h}{m\upsilon}$.    4. $\dfrac{h}{mc}$.

7.7. Какие из перечисленных ниже физических явлений доказывают квантовые (корпускулярные) свойства света?

1. Интерференция. 2. Дифракция. 3. Фотоэффект. 4. Поляризация. 5. Комптон-эффект (рассеяние света свободными электронами).

1. 1, 3    2. 1, 2, 4    3. 2, 3, 4    4. 3, 5    5. 3, 4

7.8. Какие из перечисленных ниже приборов основаны на волновых свойствах света?

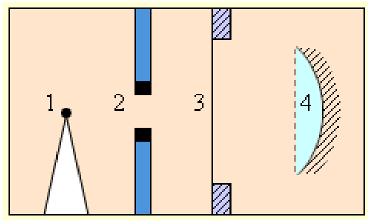
1. Дифракционная решетка. 2. Фотоэлемент.

1. Только 1.    2. Только 2.    3. 1 и 2.    4. Ни 1, ни 2.

7.9. Какое из приведенных ниже выражений соответствует энергии фотона?

1. $\frac{hc}{\lambda}$ 2. $\frac{h}{\lambda}$ 3. $\frac{h\nu}{c}$ 4. $\frac{h\nu}{c^2}$

7.10. На рисунке представлена схема экспериментальной установки Резерфорда для изучения рассеяния α-частиц. Какой цифрой на рисунке отмечена золотая фольга, в которой происходило рассеяние α-частиц?




1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

7.11. Какова природа сил, отклоняющих α-частицы от прямолинейной траекторий в опыте Резерфорда?

1. Гравитационная 2. Кулоновская 3. Магнитная 4. Ядерная

7.12. Почему в опыте Резерфорда большая часть α-частиц свободно проходит сквозь фольгу, испытывая малые отклонения от прямолинейных траекторий?

1. Электроны имеют малую (по сравнению с α-частицей) массу.
2. Ядро атома имеет положительный заряд.
3. Ядро атома имеет малые (по сравнению с атомом) размеры.
4. α-частицы имеют большую (по сравнению с ядрами атомов) массу.

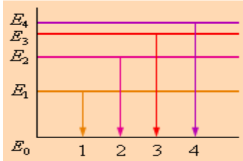
7.13. Траектория α-частицы в опыте Резерфорда представляет собой

1. прямую линию;
2. эллипс;
3. параболу;
4. гиперболу;
5. циклоиду

7.14. Чему равна частота фотона, излучаемого при переходе из возбужденного состояния $E_1$ в основное состояние $E_0$?

1. $\frac{E_1}{h}$. 2. $\frac{E_0}{h}$. 3. $\frac{E_1 - E_0}{h}$. 4. $\frac{E_1 + E_0}{h}$.

7.15. На рисунке представлена диаграмма энергетических уровней атома. Какой цифрой обозначен переход с излучением фотона максимальной частоты?




7.16. Какое из приведенных ниже высказываний правильно описывает способность атомов к излучению и поглощению энергии при переходе между двумя различными стационарными состояниями?

1. Атом может излучать и поглощать фотоны любой энергии.
2. Атом может излучать фотоны любой энергии, а поглощать лишь с некоторыми значениями энергии.
3. Атом может поглощать фотоны любой энергии, а излучать лишь с некоторыми значениями энергии.
4. Атом может излучать и поглощать фотоны лишь с некоторыми значениями энергии.

7.17. Энергия ионизации атома водорода равна $E_0$. Какую минимальную энергию нужно затратить, чтобы электрон перешел из основного в первое возбужденное состояние?

1. $\frac{E_0}{4}$. 2. $\frac{E_0}{2}$. 3. $\frac{3E_0}{4}$. 4. $\frac{7E_0}{8}$. 5. $\frac{3E_0}{8}$.

7.18. Какая связь, в соответствии с атомной теорией Бора, существует между скоростью электрона в атоме и радиусом его орбиты?

1. $\upsilon \sim r$ 2. $\upsilon \sim \frac{1}{r}$ 3. $\upsilon \sim r^2$ 4. $\upsilon \sim \frac{1}{r^2}$ 5. $\upsilon \sim \sqrt{r}$

7.19. После сообщения атомам какого-либо вида энергии они переходят в возбужденное состояние. После этого атомы излучают фотоны при переходе в основное состояние. Каково по порядку величины время жизни атомов в возбужденном состоянии.

1. 1 с 2. $10^{-3}$ с 3. $10^{-8}$ с 4. $10^{-12}$ с 5. $10^{-15}$ с

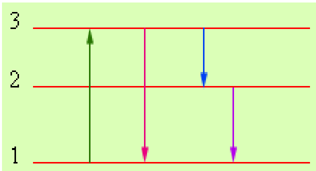
7.20. Возбужденные атомы разреженного газа, слабо взаимодействующие друг с другом, дают в основном

1. линейчатый спектр 2. полосатый спектр 3. сплошной спектр

7.21. Нобелевскую премию за открытие квантовых генераторов получили:

1. Л. Д. Ландау и П. Л. Капица.
2. Н. Г. Басов, А. М. Прохоров и Ч. Таунс.
3. В. Гейзенберг и Э. Шредингер.
4. Н. Бор и Л. де Бройль.
5. Жорес Алфёров.

7.22. На рисунке изображены 3 «работающих» энергетических уровня квантового оптического генератора (лазера) и схема перехода между ними. Переход между какими уровнями обуславливает возникновение когерентного лазерного излучения?




1. 1–3; 2. 3–1; 3. 3–2; 4. 2–1; 5. 3 – 2 и 2 - 1

7.23. Лазеры могут быть:

1. Только газовые.
2. Только твердотельные.
3. Только полупроводниковые.
4. Только газовые и твердотельные.
5. Газовые, твердотельные, полупроводниковые, на красителях и другие.

7.24. Какое излучение является когерентным?

1. Только спонтанное.
2. Только вынужденное.
3. И спонтанное, и вынужденное.
4. Ни спонтанное, ни вынужденное.

7.25. В работе оптического квантового генератора (лазера) используются:

1. Только законы квантовой физики.
2. Только законы классической физики.
3. Законы как квантовой, так и классической физики.

7.26. В состав ядра входят:

1. протоны, 2. нейтроны, 3. электроны

1. Только 1. 2. 1 и 3. 3. 1 и 2. 4. 1, 2 и 3. 5. 2 и 3.

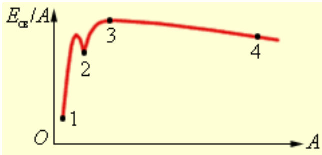
7.27. Сколько нуклонов входит в состав ядра ${}_{Z}^{A}X$

1. $Z$. 2. $A$. 3. $A - Z$. 4. $A + Z$. 5. $Z - A$

7.28. Какое соотношение из приведенных ниже справедливо для полных энергий свободных протонов $E_р$, нейтронов $E_n$ и атомного ядра $E_я$, составленного из них?

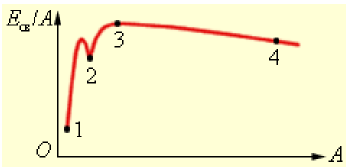
1. $E_я < E_р + E_n$
2. $E_я > E_р + E_n$
3. $E_я = E_р + E_n$
4. Для стабильного ядра правильный ответ $E_я < E_р + E_n$, для радиоактивного $E_я > E_р + E_n$

7.29. На графике представлена зависимость удельной энергии связи атомных ядер от массового числа. При распаде каких ядер, отмеченных на кривой, выделяется наибольшая энергия на один нуклон?




1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

7.30. На графике представлена зависимость удельной энергии связи атомных ядер от массового числа. При синтезе каких ядер, отмеченных на кривой, выделяется наибольшая энергия на один нуклон?




1. 1 и 2. 2. 2 и 3. 3. 3 и 4. 4. 1 и 4. 5. 1 и 3

7.31. В реакции ${}_{3}^{6}Li + {}_{1}^{1}H \rightarrow {}_{2}^{3}He + {}_{2}^{4}He$ масса исходных продуктов превышает массу конечных продуктов на 0,004296 а. е. м. При этом

1. выделилось 4 МэВ энергии;
2. поглотилось 4 МэВ энергии;
3. выделилось 2 МэВ энергии;
4. поглотилось 2 МэВ энергии

7.32. В реакции ${}^{3}_{1}H + {}^{2}_{1}H \to {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n$ выделяется 17,6 МэВ. Увеличивается или уменьшается масса участвующих в реакции частиц и насколько?

1. Увеличивается на 0,0189 а. е. м.
2. Уменьшается на 0,0189 а. е. м.
3. Увеличивается на 0,0378 а. е. м.
4. Уменьшается на 0,0378 а. е. м.

7.33. Укажите второй продукт ядерной реакции ${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \to {}^{4}_{2}He + ?$

5. $n$ 6. $p$ 7. ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ 8. ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ 9. ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$

7.34. При осуществлении ядерных реакций энергия

1. выделяется, 2. поглощается.

1. Только 1.
2. Только 2.
3. Может выделяться, может поглощаться.
4. Выделения или поглощения энергии при ядерных реакциях не происходит.

7.35. Первую в мире ядерную реакцию с получением нового элемента получил Резерфорд ${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \to X + {}^{1}_{1}H$ . Какой элемент получил Резерфорд?

1. ${}^{16}_{8}O$ . 2. ${}^{17}_{8}O$ . 3. ${}^{19}_{9}F$ . 4. ${}^{14}_{6}C$ . 5. ${}^{13}_{6}C$

7.36. При бомбардировке бериллия ${}^{9}_{4}Be$ α-частицами была получена новая частица. Что эта за частица?

1. Электрон.
2. Протон.
3. Нейтрон.
4. Нейтрино.
5. Антинейтрино.

7.37. При высоких температурах возможен синтез легких ядер с выделением большой энергии. Так, при синтезе дейтерия и трития получается гелий и выделяется энергия $W = 17{,}6$ МэВ:

${}_1^2H + {}_1^3H \rightarrow {}_2^4He + W$ . Кроме того, выделяется частица, которая служит признаком термоядерной реакции. Какая это частица?

1. Нейтрино.
2. Нейтрон.
3. Протон.
4. Электрон.
5. Антинейтрино.

7.38. Естественное β-излучение представляет собой поток:

1. электронов;
2. протонов;
3. ядер атомов гелия;
4. квантов электромагнитного излучения, испускаемых атомными ядрами;
5. нейтронов

7.39. Какое из трех типов естественного радиоактивного излучения – α, β или γ – состоит из частиц с положительным зарядом?

1. α 2. β 3. γ 4. Такого излучения нет

7.40. Элемент ${}_Z^AX$ испытал α-распад. Какой заряд и массовое число будет у нового элемента $Y$?

1. ${}_Z^AY$ ; 2. ${}_{Z+1}^{A}Y$ ; 3. ${}_{Z-2}^{A-4}Y$ ; 4. ${}_{Z-1}^{A}Y$ ; 5. ${}_{Z-1}^{A-1}Y$

7.41. Какой вид ионизирующих излучений из перечисленных ниже наиболее опасен при внутреннем облучении организма человека?

1. α-излучение;
2. β-излучение;
3. γ-излучение;
4. все излучения одинаково опасны;
5. все излучения неопасны

7.42. Какая доля радиоактивных атомов распадается через интервал времени, равный двум периодам полураспада?

1. 25 % 2. 50 % 3. 75 % 4. 87,5 % 5. 100 %

7.43. В каком из перечисленных ниже приборов для регистрации ядерных излучений используется след из капель жидкости в газе при прохождении через него быстрой заряженной частицы?

1. Счетчик Гейгера.
2. Камера Вильсона.
3. Пузырьковая камера.
4. Ионизационная камера.

7.44. В каком из перечисленных ниже приборов доля регистрации ядерных излучений прохождения быстрой частицы вызывает появление импульса электрического тока в газе?

1. Счетчик Гейгера.
2. Камера Вильсона.
3. Пузырьковая камера.
4. Толстослойная фотоэмульсия.
5. Ионизационная камера.

7.45. Какая энергия выделяется при аннигиляции электрона и позитрона?

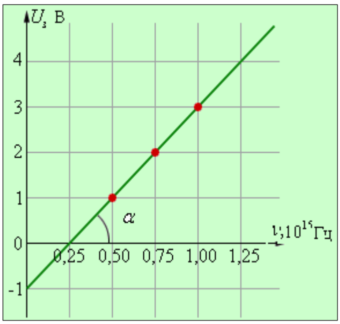
1. $m_e c$  2. $\dfrac{m_e c^2}{2}$  3. $m_e c^2$  4. $2m_e c^2$

7.46. При каких ядерных процессах возникает нейтрино?

1. При α-распаде.
2. При β-распаде.
3. При излучении γ-квантов.
4. При любых ядерных превращениях.

## Задачи с решениями

**7.1. В опытах по фотоэффекту было найдено, что для света с длиной волны $\lambda_1 = 300$ нм запирающий потенциал $(U_з)_1 = 3{,}0$ В, для $\lambda_2 = 400$ нм $(U_з)_2 = 2{,}0$ В и для $\lambda_3 = 600$ нм $(U_з)_3 = 1$ В. Определите из этих данных работу выхода *A* материала фотокатода и значение постоянной Планка *h*.**



**Решение**

Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта, зависимость запирающего потенциала $U_з$ от частоты света $\nu$ должна изображаться на графике прямой линией: $U_з = \frac{h}{e}\nu - \frac{A}{e}$. Из этого отношения видно, что наклон прямой линии (тангенс угла наклона) на графике равен отношению $h/e$, а отрезок, отсекаемый этой прямой на вертикальной оси ($\nu = 0$), равен $-A/e$. Для построения графика $U_з(\nu)$ нужно от значений длин волн, заданных в условии задачи, перейти к частотам $\nu = c/\lambda$. Это дает $\nu_1 = 0{,}5\cdot10^{15}$ Гц, $\nu_2 = 0{,}75\cdot10^{15}$ Гц и $\nu_3 = 1{,}0\cdot10^{15}$ Гц.

Теперь можно нанести экспериментальные точки на график. Из графика видно: $-\frac{A}{e} = 1{,}0$ В или $A = 1{,}0$ эВ $= 1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{e} = \frac{4{,}0\ \text{В}}{1{,}0\cdot10^{15}\ \text{с}^{-1}} = 4{,}0\cdot10^{-15}\ \text{Дж·с/Кл}.$$

$h = 4{,}0\cdot10^{-15}$ Дж·с/Кл $\cdot$ $1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл $= 6{,}4\cdot10^{-34}$ Дж·с.

Этот экспериментальный результат отличается от современного принятого значения $h$ приблизительно на 3%. Малая величина работы выхода заставляет предположить, что в эксперименте был использован в качестве фотокатода не чистый металл, а некоторое сложное соединение (возможно, оксид цезия).

**7.2. В опытах Резерфорда поток α-частиц, несущих заряд 2*e* (*e* – элементарный заряд), направлялся на золотую фольгу. Ядро атома золота содержит 79 протонов. Найдите минимальное значение первоначальной кинетической энергии α-частиц, при котором они могут приблизиться к центру неподвижного ядра золота на расстояние $r = 4{,}0\cdot10^{-14}$ м. Предполагается, что радиус ядра меньше этого расстояния.**

**Решение**

Альфа-частица приближается к неподвижному ядру золота на минимальное расстояние при лобовом соударении, т. е. при рассеянии на угол 180°. Найдем потенциальную энергию $U$ системы, когда α-частица находится на расстоянии $r = 4{,}0\cdot10^{-14}$ м от центра ядра: $U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(2e)(79e)}{r} = 0{,}91\cdot10^{-12}$ Дж $= 5{,}7$ МэВ.

Из закона сохранения энергии следует, что первоначальная кинетическая энергия α-частицы должна быть по крайней мере равна 5,7 МэВ, чтобы частица могла приблизиться к ядру золота на расстояние $4{,}0\cdot 10^{-14}$ м. Альфа-частицы, испускаемые радиоактивными элементами, имеют энергию в диапазоне от 4 до 6 МэВ. В частности, изотоп радия $^{226}$Ra испускает α-частицы с энергией 4,78 МэВ.

**7.3. Атом водорода в основном состоянии имеет энергию $E_1$ =-13,6 эВ. Определите радиус $r_1$ первой броуновской орбиты электрона.**

**Решение**

Энергия атома водорода складывается из потенциальной энергии $E_\text{р}$ электрона в поле ядра $E_\text{р} = -\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{r_1^2}$ и кинетической энергии $E_\text{k}$ электрона, движущегося по круговой орбите радиуса $r_1$. Из условия (второй закон Ньютона) $\dfrac{m\upsilon^2}{r_1} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{r_1^2}$ найдем $E_\text{k} = \dfrac{m\upsilon^2}{2} = \dfrac{1}{8\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{r_1}$.

Таким образом, полная энергия атома водорода в основном состоянии равна $E_1 = -\dfrac{1}{8\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{r_1}$. Отсюда для радиуса $r_1$ первой боровской орбиты получим $r_1 = -\dfrac{1}{8\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{E_1} = 5{,}29\cdot 10^{-11}$ м.

**7.4. Однократно ионизированный ион гелия $He^+$ очень похож на атом водорода. Он содержит единственный электрон. Отличие состоит в том, что ядро иона $He^+$ несет заряд 2*e*. Согласно теории Бора, значение энергий стационарных состояний водородоподобных атомов относятся как квадраты зарядов их ядер: $\left(E_n\right)_{\text{He}^+} = 4\left(E_n\right)_\text{H}$. Известно, что при переходе со стационарного энергетического уровня 3 на уровень 2 атом водорода испускает фотон с длиной волны $(\lambda_{32})_\text{H}$ = 656,28 нм. Определите длину волны фотона, испускаемого ионом $He^+$ при переходе с третьей стационарной орбиты на вторую.**

**Решение**

**Согласно второму постулату Бора,**

$$\nu_{nm} = \frac{c}{\lambda_{nm}} = \frac{E_n - E_m}{h} = \frac{\Delta E_{nm}}{h}, \quad \lambda_{nm} = \frac{hc}{\Delta E_{nm}}.$$

Принимая во внимание, что $\left(E_{\text{n}}\right)_{\text{He}^+} = 4\left(E_{\text{n}}\right)_{\text{H}}$, получим $\left(\lambda_{32}\right)_{\text{He}^+} = \frac{1}{4}\left(\lambda_{32}\right)_{\text{H}} = 164,07$ нм.

Таким образом, красная линия с длиной волны 656,21 нм в спектре атома водорода соответствует ультрафиолетовой линии с длиной волны 164,07 нм в спектре иона $\text{He}^+$.

**7.5. Используя правило квантования Бора, найдите радиус $r_2$ второй боровской орбиты электрона в однократно ионизированном атоме гелия $\text{He}^+$, ядро которого содержит два протона. Сравните с радиусом второй боровской орбиты в атоме водорода.**

**Решение**

Из второго закона Ньютона следует, что скорость электрона, вращающегося по круговой орбите некоторого радиуса $r$ в кулоновском поле неподвижного ядра, несущего заряд $2e$, определяется соотношением $\upsilon^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2e^2}{mr}$, где $e$ – элементарный заряд, $m$ – масса электрона, $\varepsilon_0$ – электрическая постоянная. Согласно теории Бора, момент импульса электрона, вращающегося вокруг ядра, может принимать только дискретные значения, кратные постоянной Планка $h$: $m\upsilon r_{\text{n}} = n\frac{h}{2\pi}\ (n = 1, 2, 3, \ldots)$.

Исключая из этих соотношений скорость электрона $\upsilon$, получим для $n = 2$: $r_2 = \frac{2\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 2a_0 = 1,058\cdot 10^{-10}$ м.

Здесь $a_0 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 0,529\cdot 10^{-10}$ м – радиус первой боровской орбиты в атоме водорода. Радиусы последующих орбит в атоме водорода изменяются прямо пропорционально $n^2$. Следовательно, $(r_2)_{\text{H}} = 4a_0$: $\frac{\left(r_2\right)_{\text{H}}}{\left(r_2\right)_{\text{He}^+}} = 2.$ Это соотношение справедливо для всех орбит одинакового номера атомов водорода H и иона $\text{He}^+$.

**7.6. Найдите дефект массы и удельную энергию связи у наиболее распространенного в природе изотопа углерода $^{12}_{6}\mathrm{C}$.**

**Решение**

Масса нейтрального атома углерода, включая 12 нуклонов и 6 электронов, равна 12,00000 а. е. м. (по определению атомной единицы массы). Масса ядра равна массе нейтрального атома за вычетом массы шести электронов. Масса одного электрона равна $m = 0{,}000549$ а. е. м. $M_я = 12{,}00000$ а. е. м. – 6 · (0,000549 а. е. м.) = 11,996706 а. е. м.

Масса шести протонов и шести нейтронов в свободном состоянии есть $6m_p + 6m_n = 6 \cdot (1{,}007276$ а. е. м.) + 6 · (1,008665 а. е. м.) = 12,095646 а. е. м.

Дефект массы равен $\Delta M = Zm_p - Nm_n - M_я = 12{,}095646$ а. е. м. – 11,996706 а. е. м. = 0,09894 а. е. м.

Атомная единица массы эквивалентна энергии 931,5 МэВ. Следовательно, энергия связи $E_{св}$ ядра атома углерода равна $E_{св} = \Delta M \cdot c^2 = (0{,}9894$ а. е. м.) [931,5 МэВ / (1 а. е. м.)] ≈ 92,16 МэВ.

Таким образом, энергия связи 12 нуклонов в ядре атома углерода равна 92,16 МэВ. Чтобы расщепить ядро на 12 отдельных нуклонов, требуется энергия не менее 92,16 МэВ. Удельная энергия связи ядра $^{12}_{6}\mathrm{C}$ равна $\dfrac{E_{св}}{A} = 7{,}68$ МэВ.

**7.7. Массы ядер изотопов гелия $^3$He и $^4$H, выраженные в атомных единицах массы (а. е. м.), равны соответственно 3,016030 и 4,002603. Определите энергию связи четвертого нейтрона в $^4$He.**

**Решение**

Масса ядра $^3$He и масса отдельного нейтрона в сумме равны 3,016030 а. е. м. + 1,008665 а. е. м. = 4,024695 а. е. м.

Суммарная масса ядра $^3$He и отдельного нейрона превышает массу ядра $^4$He. Дефект массы составляет $\Delta M = (4{,}024695 - 4{,}002603)$ а. е. м. = 0,022092 а. е. м.

Отсюда следует, что энергия связи $E_{св}$ четвертого нейтрона в ядра $^4$He равна

$E_{св} = \Delta M \cdot c^2 = (0{,}022092$ а. е. м.) [931,5 МэВ / (1 а. е. м.)] ≈ 20,58 МэВ.

**7.8. Бета-радиоактивный изотоп кобальта $^{57}$Co имеет период полураспада $T = 272$ суток.**

**Определите среднее время τ жизни радиоактивных ядер.**

**Пусть в источнике, содержащем радиоактивный кобальт, происходит $n = 3{,}70 \cdot 10^4$ распадов в секунду. Сколько радиоактивных ядер содержит источник?**

**Решение**

Для упрощения расчетов выразим сначала период полураспада в секундах: $T = 272$ сут · 86400 с/сут $= 2{,}35 \cdot 10^7$ с. Период полураспада $T$ и среднее время жизни связаны соотношением $T = \tau \ln 2 = 0{,}693\, \tau$. Следовательно, $\tau = \dfrac{T}{0{,}693} = 3{,}39 \cdot 10^7$ с.

Число распадов в секунду $n$ (скорость распада) пропорционально количеству нераспавшихся радиоактивных ядер: $n = -\dfrac{\Delta N}{\Delta t} = \lambda N$. Из закона радиоактивного распада следует, что постоянная λ равна обратному среднему времени жизни 1 / τ. При данной скорости распада $n$ число $N$ нераспавшихся ядер равно $N = \dfrac{n}{\lambda} = n\tau = 1{,}254 \cdot 10^{12}$ ядер.

**7.9. Скорость распада ядер радиоактивного углерода $^{14}$C, присутствующего в атмосфере наряду со стабильным углеродом $^{12}_{6}\mathrm{C}$ равна $n = 0{,}255$ распадов в секунду на один грамм углерода. Период полураспада радиоактивных ядер $T = 5730$ лет. Каково относительное содержание атомов радиоактивного углерода в атмосфере?**

**Решение**

Среднее время жизни τ радиоактивных атомов углерода $^{14}$C равно $\tau = \dfrac{T}{\ln 2} = \dfrac{T}{0{,}693} = 8268$ лет $= 2{,}607 \cdot 10^{11}$ с. В одном грамме атмосферного углерода содержится $N = n \cdot \tau = 6{,}65 \cdot 10^{10}$ атомов углерода $^{14}$C. Полное число атомов в массе $m = 1$ г (1 / 12,0 моль) равно $N_A / 12 = 5{,}02 \cdot 10^{22}$, где $N_A$ – постоянная Авогадро. Таким образом, относительное содержание $k_0$ атомов радиоактивного углерода в атмосфере равно $k_0 = \dfrac{12nT}{\ln 2 \cdot N_A} = \dfrac{6{,}65 \cdot 10^{10}}{5{,}02 \cdot 10^{22}} = 1{,}32 \cdot 10^{-12}$.

## Ответы на тестовые задания для самостоятельного решения

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 | 1.6 | 1.7 | 1.8 | 1.9 | 1.10 |
| **4** | **2** | **2** | **4** | **1** | **1** | **3** | **3** | **3** | **4** |
| 1.11 | 1.12 | 1.13 | 1.14 | 1.15 | 1.16 | 1.17 | 1.18 | 1.19 | 1.20 |
| **3** | **5** | **1** | **1** | **1** | **5** | **1** | **2** | **3** | **1** |
| 1.21 | 1.22 | 1.23 | 1.24 | 1.25 | 1.26 | 1.27 | 1.28 | 1.29 | 1.30 |
| **1** | **2** | **3** | **3** | **2** | **4** | **2** | **3** | **1** | **2** |
| 1.31 | 1.32 | 1.33 | 1.34 | 1.35 | 1.36 | 1.37 | 1.38 | 1.39 | 1.40 |
| **1** | **3** | **2** | **2** | **1** | **4** | **3** | **3** | **3** | **3** |
| 1.41 | 1.42 | 1.43 | 1.44 | 1.45 | 1.46 | 1.47 | 1.48 | 1.49 | 1.50 |
| **2** | **2** | **2** | **1** | **3** | **4** | **2** | **3** | **2** | **1** |
| 1.51 | 1.52 | 1.53 | 1.54 | 1.55 | 1.56 | 1.57 | 1.58 | 1.59 | 1.60 |
| **3** | **3** | **3** | **2** | **4** | **2** | **4** | **2** | **1** | **2** |
| 1.61 | 1.62 | 1.63 | 1.64 | 1.65 | 1.66 | 1.67 | 1.68 | 1.69 | 1.70 |
| **2** | **3** | **2** | **1** | **1** | **3** | **1** | **1** | **5** | **3** |
| 1.71 | 1.72 | 1.73 | 1.74 | 1.75 | 1.76 | 1.77 | 1.78 | 1.79 | 1.80 |
| **3** | **2** | **2** | **4** | **4** | **1** | **3** | **2** | **3** | **5** |
| 1.81 | 1.82 | 1.83 | 1.84 | 1.85 | 1.86 | 1.87 | 1.88 | 1.89 | 1.90 |
| **3** | **2** | **3** | **3** | **2** | **2** | **3** | **2** | **5** | **2** |
| 1.91 | 1.92 | 1.93 | 1.94 | 1.95 | 1.96 | 1.97 | 1.98 | 1.99 | 1.100 |
| **3** | **2** | **5** | **4** | **3** | **3** | **3** | **4** | **3** | **3** |
| 1.101 | 1.102 | 1.103 | 1.104 | 1.105 | 1.106 | 1.107 | 1.108 | 1.109 | 1.110 |
| **2** | **2** | **4** | **4** | **4** | **2** | **5** | **3** | **1** | **4** |
| 1.111 | 1.112 | 1.113 | 1.114 | 1.115 | 1.116 | 1.117 | 1.118 | 1.119 | 1.120 |
| **3** | **5** | **2** | **2** | **2** | **2** | **3** | **5** | **2** | **4** |
| 1.121 | 1.122 | 1.123 | 1.124 | 1.125 | 1.126 | | | | |
| **1** | **4** | **1** | **2** | **2** | **1** | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.1 | 2.2 | 2.3 | 2.4 | 2.5 | 2.6 | 2.7 | 2.8 | 2.9 | 2.10 |
| **4** | **3** | **2** | **4** | **1** | **3** | **3** | **2** | **3** | **1** |
| 2.11 | 2.12 | 2.13 | 2.14 | 2.15 | 2.16 | 2.17 | 2.18 | 2.19 | 2.20 |
| **1** | **1** | **1** | **1** | **3** | **1** | **2** | **4** | **1** | **3** |
| 2.21 | 2.22 | 2.23 | 2.24 | 2.25 | 2.26 | 2.27 | 2.28 | 2.29 | 2.30 |
| **3** | **1** | **3** | **1** | **1** | **2** | **5** | **4** | **3** | **1** |
| 2.31 | 2.32 | 2.33 | 2.34 | 2.35 | 2.36 | 2.37 | | | |
| **2** | **1** | **1** | **5** | **3** | **3** | **2** | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3.1 | 3.2 | 3.3 | 3.4 | 3.5 | 3.6 | 3.7 | 3.8 | 3.9 | 3.10 |
| **3** | **4** | **3** | **1** | **2** | **4** | **2** | **2** | **4** | **5** |
| 3.11 | 3.12 | 3.13 | 3.14 | 3.15 | 3.16 | 3.17 | 3.18 | 3.19 | 3.20 |
| **4** | **2** | **1** | **4** | **2** | **2** | **3** | **1** | **2** | **4** |
| 3.21 | 3.22 | 3.23 | 3.24 | 3.25 | 3.26 | 3.27 | 3.28 | 3.29 | 3.30 |
| **1** | **2** | **3** | **1** | **1** | **4** | **4** | **2** | **3** | **2** |
| 3.31 | 3.32 | 3.33 | 3.34 | 3.35 | 3.36 | 3.37 | 3.38 | 3.39 | 3.40 |
| **1** | **1** | **3** | **4** | **2** | **2** | **2** | **4** | **2** | **1** |
| 3.41 | 3.42 | 3.43 | 3.44 | 3.45 | 3.46 | 3.47 | 3.48 | 3.49 | 3.50 |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **3** | **3** | **2** | **3** | **1** | **1** |
| 3.51 | 3.52 | 3.53 | 3.54 | 3.55 | 3.56 | 3.57 | 3.58 | 3.59 | 3.60 |
| **4** | **4** | **3** | **4** | **2** | **2** | **3** | **3** | **1** | **1** |
| 3.61 | 3.62 | 3.63 | 3.64 | 3.65 | 3.66 | 3.67 | 3.68 | 3.69 | 3.70 |
| **2** | **1** | **3** | **2** | **2** | **4** | **3** | **3** | **1** | **3** |
| 3.71 | 3.72 | 3.73 | 3.74 | 3.75 | 3.76 | 3.77 | 3.78 | 3.79 | 3.80 |
| **3** | **2** | **2** | **1** | **2** | **4** | **5** | **4** | **3** | **2** |
| 3.81 | 3.82 | 3.83 | 3.84 | 3.85 | 3.86 | 3.87 | 3.88 | 3.89 | 3.90 |
| **1** | **1** | **2** | **3** | **2** | **3** | **1** | **3** | **2** | **1** |
| 3.91 | 3.92 | 3.93 | 3.94 | 3.95 | | | | | |
| **1** | **1** | **2** | **3** | **2** | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4.1 | 4.2 | 4.3 | 4.4 | 4.5 | 4.6 | 4.7 | 4.8 | 4.9 | 4.10 |
| **1** | **1** | **2** | **2** | **3** | **5** | **2** | **2** | **3** | **1** |
| 4.11 | 4.12 | 4.13 | 4.14 | 4.15 | 4.16 | 4.17 | 4.18 | 4.19 | 4.20 |
| **1** | **4** | **1** | **3** | **1** | **4** | **5** | **2** | **2** | **2** |
| 4.21 | 4.22 | 4.23 | 4.24 | 4.25 | 4.26 | 4.27 | 4.28 | 4.29 | 4.30 |
| **3** | **3** | **3** | **2** | **2** | **2** | **3** | **3** | **2** | **3** |
| 4.31 | 4.32 | 4.33 | 4.34 | 4.35 | 4.36 | 4.37 | 4.38 | 4.39 | 4.40 |
| **4** | **3** | **3** | **5** | **1** | **1** | **2** | **1** | **1** | **4** |
| 4.41 | 4.42 | 4.43 | 4.44 | 4.45 | 4.46 | 4.47 | 4.48 | 4.49 | 4.50 |
| **1** | **4** | **3** | **1** | **2** | **3** | **2** | **2** | **2** | **1** |
| 4.51 | 4.52 | 4.53 | 4.54 | 4.55 | 4.56 | 4.57 | 4.58 | 4.59 | 4.60 |
| **4** | **2** | **1** | **1** | **1** | **5** | **2** | **4** | **1** | **4** |
| 4.61 | 4.62 | 4.63 | | | | | | | |
| **3** | **4** | **2** | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5.1 | 5.2 | 5.3 | 5.4 | 5.5 | 5.6 | 5.7 | 5.8 | 5.9 | 5.10 |
| **3** | **3** | **2** | **1** | **4** | **3** | **2** | **1** | **4** | **2** |
| 5.11 | 5.12 | 5.13 | 5.14 | 5.15 | 5.16 | 5.17 | 5.18 | 5.19 | 5.20 |
| **1** | **5** | **5** | **1** | **1** | **4** | **4** | **3** | **3** | **1** |
| 5.21 | 5.22 | 5.23 | 5.24 | 5.25 | 5.26 | 5.27 | 5.28 | 5.29 | 5.30 |
| **1** | **3** | **4** | **1** | **1** | **3** | **4** | **4** | **2** | **4** |
| 5.31 | 5.32 | 5.33 | 5.34 | 5.35 | 5.36 | 5.37 | 5.38 | | |
| **1** | **4** | **3** | **1** | **3** | **2** | **3** | **1** | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6.1 | 6.2 | 6.3 | 6.4 | 6.5 | 6.6 | 6.7 | 6.8 | 6.9 | 6.10 |
| **1** | **1** | **1** | **5** | **2** | **3** | **2** | **3** | **3** | **5** |
| 6.11 | 6.12 | 6.13 | 6.14 | 6.15 | 6.16 | 6.17 | 6.18 | 6.19 | 6.20 |
| **5** | **3** | **3** | **3** | **3** | **1** | **3** | **4** | **2** | **1** |
| 6.21 | 6.22 | 6.23 | 6.24 | | | | | | |
| **1** | **2** | **2** | **3** | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7.1 | 7.2 | 7.3 | 7.4 | 7.5 | 7.6 | 7.7 | 7.8 | 7.9 | 7.10 |
| **2** | **2** | **1** | **2** | **4** | **3** | **4** | **1** | **1** | **3** |
| 7.11 | 7.12 | 7.13 | 7.14 | 7.15 | 7.16 | 7.17 | 7.18 | 7.19 | 7.20 |
| **2** | **3** | **3** | **3** | **4** | **7** | **3** | **2** | **3** | **1** |
| 7.21 | 7.22 | 7.23 | 7.24 | 7.25 | 7.26 | 7.27 | 7.28 | 7.29 | 7.30 |
| **2** | **4** | **5** | **2** | **3** | **3** | **2** | **1** | **4** | **1** |
| 7.31 | 7.32 | 7.33 | 7.34 | 7.35 | 7.36 | 7.37 | 7.38 | 7.39 | 7.40 |
| **1** | **2** | **4** | **3** | **2** | **3** | **2** | **1** | **1** | **3** |
| 7.41 | 7.42 | 7.43 | 7.44 | 7.45 | 7.46 | | | | |
| **1** | **3** | **2** | **1** | **4** | **2** | | | | |

# ПРИЛОЖЕНИЯ

## П.1 Решения заданий теста централизованного тестирования 2013 года по физике (вариант 5)

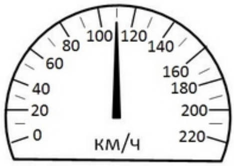
**А1.** Единицей силы тяжести в СИ является:

1) 1 м; 2) 1 Н; 3) 1 с; 4) 1 Дж; 5) 1 кг.

**Решение**

Сила тяжести − это сила. Единицей силы в международной системе единиц (СИ) является ньютон (Н).

**Правильный ответ: 2.**




**А2.** Во время испытания автомобиля водитель держал постоянную скорость, модуль которой указывает стрелка спидометра, изображённого на рисунке. За промежуток времени $\Delta t$ = 6,0 мин автомобиль проехал путь $s$, равный:

1) 11 км; 2) 13 км; 3) 15 км; 4) 17 км; 5) 19 км.

**Решение**

Путь s, пройденный автомобилем при равномерном движении:

$s = \upsilon \cdot \Delta t$. $\Delta t$ = 6,0 мин = 0,1 ч. $\upsilon$ = 110 км/ч (скорость по стрелке спидометра)

s = 110·0,1 = 11 км.

**Правильный ответ: 1.**

**А3.** Почтовый голубь дважды пролетел путь из пункта А в пункт В, двигаясь с одной и той же скоростью относительно воздуха. В первом случае, в безветренную погоду, голубь преодолел путь АВ за промежуток времени $\Delta t_1$ = 55 мин. Во втором случае, при попутном ветре, скорость которого была постоянной, голубь пролетел этот путь за промежуток времени $\Delta t_2$ = 40 мин. Если бы ветер был встречный, то путь АВ голубь пролетел бы за промежуток времени $\Delta t_3$, равный:

1) 60 мин; 2) 76 мин; 3) 88 мин; 4) 92 мин; 5) 96 мин.

**Решение**

Пусть $s$ − расстояние от А до В, $\upsilon$ − собственная скорость голубя (т.е. его скорость относительно воздуха), $\upsilon_в$ − скорость ветра относительно Земли. Имеем систему уравнений:

$$\upsilon = \frac{s}{t_1} \quad (1) \text{ (в безветренную погоду);}$$

$$\upsilon + \upsilon_в = \frac{s}{t_2} \quad (2) \text{ (при попутном ветре);}$$

$$\upsilon - \upsilon_в = \frac{s}{t_3} \quad (3) \text{ (при встречном ветре).}$$

Подставляя $\upsilon$ из 1-го уравнения во 2-е и 3-е, получим систему уравнений:

$$\frac{s}{t_1} + \upsilon_в = \frac{s}{t_2} \quad (2^*)$$

$$\frac{s}{t_1} - \upsilon_в = \frac{s}{t_3} \quad (3^*)$$

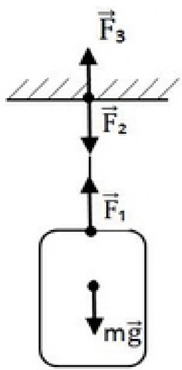
Чтобы исключить скорость ветра $\upsilon_в$, сложим уравнения (2*) и (3*):

$\frac{s}{t_1} + \upsilon_в + \frac{s}{t_1} - \upsilon_в = \frac{s}{t_2} + \frac{s}{t_3}$, или $\frac{2}{t_1} = \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3}$. Отсюда находим

$$t_3 = \frac{t_1 t_2}{2t_2 - t_1}$$

$$t_3 = \frac{55 \cdot 40}{2 \cdot 40 - 55} = 88 \text{ мин.}$$

**Правильный ответ: 3.**




**А4.** Груз массой $m$, подвешенный к потолку на невесомой нити, находится в состоянии покоя (см. рис.). На рисунке показаны: $m\vec{g}$ − сила тяжести; $\vec{F}_1$ − сила, с которой нить действует на груз; $\vec{F}_2$ − сила, с которой нить действует на потолок; $\vec{F}_3$ − сила, с которой потолок действует на нить. Какое из предложенных выражений в данном случае является математической записью третьего закона Ньютона?

1) $\vec{F}_1 = -m\vec{g}$; 2) $\vec{F}_2 = m\vec{g}$; 3) $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$; 4) $\vec{F}_2 = -\vec{F}_3$; 5) $\vec{F}_3 = -m\vec{g}$.

**Решение**

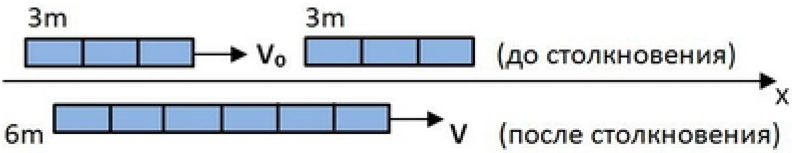
Согласно третьему закону Ньютона, тела взаимодействуют с силами, равными по модулю и направленными вдоль одной прямой противоположно друг другу. В данном случае такими телами являются нить и потолок и математическая запись третьего закона Ньютона: $\vec{F}_2 = -\vec{F}_3$

**Правильный ответ: 4.**

**А5.** Три вагона, сцепленных друг с другом и движущихся со скоростью, модуль которой $\upsilon_0$ = 3,6 м/с, столкнулись с тремя неподвижными вагонами. Если массы всех вагонов одинаковы, то после срабатывания автосцепки модуль их скорости $\upsilon$ будет равен:

1) 1,2 м/с; 2) 1,4 м/с; 3) 1,8 м/с; 4) 2,5 м/с; 5) 3,6 м/с.

**Решение**



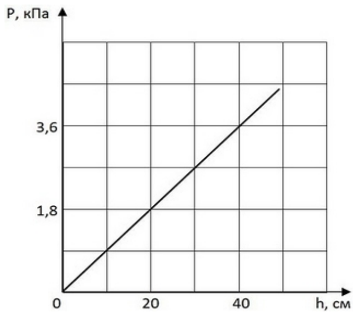

Пусть $m$ − масса одного вагона. Воспользуемся **законом сохранения импульса** в проекции на ось $x$ (см. рис.) для системы из шести вагонов:

$3m \cdot \upsilon_0 = 6m \cdot \upsilon$, отсюда $\boldsymbol{\upsilon = \upsilon_0/2}$ = 3,6/2 = 1,8 м/с.

**Правильный ответ: 3.**

**А6.** На рисунке изображён график зависимости гидростатического давления $P$ от глубины $h$ для жидкости, плотность $\rho$ которой равна:

1) 1,2 г/см³; 2) 1,1 г/см³; 3) 1,0 г/см³; 4) 0,90 г/см³; 5) 0,80 г/см³.




**Решение**

Зависимость гидростатического давления $P$ от глубины $h$ для жидкости $P = \rho gh$, откуда плотность $\rho$ жидкости $\rho = P/gh$.

Из рисунка для глубины $h$ = 20 см = 0,2 м находим давление $P$ = 1,8 кПа = 1800 Па.

Тогда ρ = 1800/(10·0,2) = 900 кг/м³ = 0,9 г/см³.

**Правильный ответ: 4.**

**А7.** Если абсолютная температура тела $T$ = 320 К, то его температура $t$ по шкале Цельсия равна:

1) 7 °С; 2) 17 °С; 3) 27 °С; 4) 37 °С; 5) 47 °С.

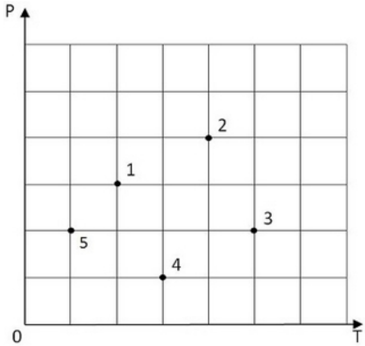
**Решение**

Связь между абсолютной температурой тела $T$ и его температурой $t$ по шкале Цельсия $T = t + 273$,

отсюда $t = T - 273$. $t = 320 - 273 = 47$ °С.

**Правильный ответ: 5.**

**А8.** На Р−Т- диаграмме изображены различные состояния одного моля идеального газа. Состояние, соответствующее наименьшей температуре $T$ газа, обозначено цифрой:




**Решение**

Абсцисса точки, изображённой на диаграмме, равна температуре $T$ газа в данной точке. Очевидно, у точки 5 наименьшая абсцисса и, следовательно, наименьшая температура $T$ газа.

**Правильный ответ: 5.**

**А9.** Идеальный газ, число молекул которого $N = 5{,}00 \cdot 10^{23}$, находится в баллоне вместимостью $V$ = 5,00 м³. Если температура газа $T$ = 305 К, то давление $P$ газа на стенки баллона равно:

1) 980 Па; 2) 760 Па; 3) 421 Па; 4) 340 Па; 5) 280 Па.

**Решение**

Воспользуемся уравнением состояния идеального газа в виде

$P = nkT$, где $n = N/V$ − концентрация газа, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К (постоянная Больцмана).

Тогда $P = (N/V)kT$. $P = (5 \cdot 10^{23}/5) \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 305 = 420{,}9 \approx 421$ Па.

**Правильный ответ: 3.**

**А10.** В паспорте электродвигателя приведены следующие технические характеристики:

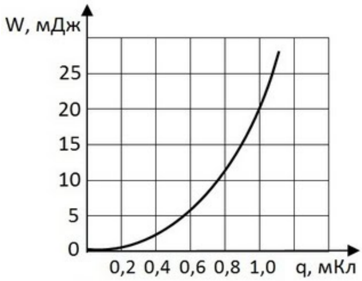
1) 70 %;
2) 50 Гц;
3) 2,2 кВт;
4) 380 В;
5) 6,8 А.

Коэффициент полезного действия электродвигателя указан в строке под номером …

**Решение**

Коэффициент полезного действия (КПД) определяется в процентах (%).

**Правильный ответ: 1.**




**А11.** График зависимости энергии W конденсатора от его заряда $q$ представлен на рисунке. Ёмкость конденсатора $C$ равна:

1) 30 мкФ; 2) 25 мкФ; 3) 20 мкФ; 4) 15 мкФ; 5) 10 мкФ.

**Решение**

Формула для энергии $W$ заряженного конденсатора $W = q^2/(2C)$

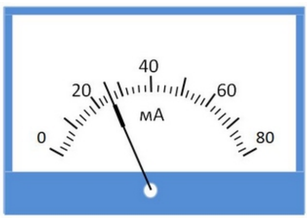
$q = 1$ мКл $= 10^{-3}$ Кл (берём из рисунка)

$W = 20$ мДж $= 20\cdot10^{-3}$ Дж (берём из рисунка)

Тогда $C = q^2/(2W)$. $C = (10^{-3})^2/(2\cdot20\cdot10^{-3}) = 25\cdot10^{-6}$ Ф $= 25$ мкФ.

**Правильный ответ: 2.**

**А12.** Идеальный миллиамперметр, изображённый на рисунке, и резистор соединены последовательно и подключены к источнику постоянного тока. Если напряжение на резисторе $U = 36$ В, то его сопротивление $R$ равно:




1) 26 Ом; 2) 0,36 кОм; 3) 1,4 кОм; 4) 1,6 кОм; 5) 3,6 кОм.

**Решение**

I = 26 мА = 26·10⁻³ А (сила тока по показаниям миллиамперметра на рисунке)

Закон Ома для участка цепи I = U/R, отсюда R = U/I.

R = 36/(26·10⁻³) ≈ 1385 Ом ≈ 1,4·10³ Ом = 1,4 кОм.

**Правильный ответ: 3.**

**А13.** Четыре длинных прямолинейных проводника, сила тока в которых одинакова, расположены в воздухе параллельно друг другу так, что центры их поперечных сечений находятся в вершинах квадрата (см. рис. 1). Направление вектора индукции $\vec{B}$ результирующего магнитного поля, созданного этими токами в точке О, на рисунке 2 обозначено цифрой …

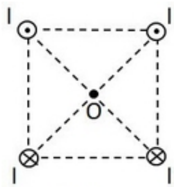



Рис. 1

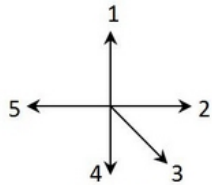
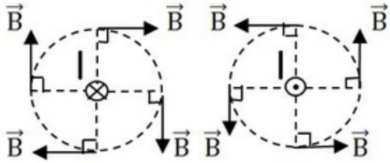



Рис. 2

**Решение**

**На рис. 3** изображены векторы $\vec{B}$ магнитной индукции полей, созданных длинным прямолинейным проводником с током $I$ (а − ток направлен “от нас”; б − ток направлен “на нас”).

**На рис. 4** изображены векторы магнитной индукции полей $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3, \vec{B}_4$, созданных в точке О длинными прямолинейными проводниками 1, 2, 3, 4 соответственно.




а) Рис. 3 б)

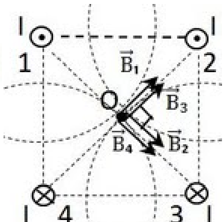



Рис. 4

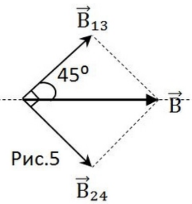



Рис.5

Так как сила тока во всех проводниках одинакова и расстояние от точки О до проводников тоже одинаково, то модули векторов $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3, \vec{B}_4$ равны (обозначим их $B_0$): $B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = B_0$.

**На рис. 5** изображены векторы $\vec{B}_{13}$ и $\vec{B}_{24}$, $\vec{B}_{13} = \vec{B}_1 + \vec{B}_3$, $\vec{B}_{24} = \vec{B}_2 + \vec{B}_4$, модули которых равны: $B_{13} = B_{24} = 2B_0$. Тогда результирующий вектор $\vec{B}$ направлен слева направо горизонтально (рис.5).

**Правильный ответ: 2.**

**А14.** В катушке, индуктивность которой $L$ = 0,05 Гн, произошло равномерное уменьшение силы тока от $I_1$ = 3,5 А до $I_2$ за промежуток времени $\Delta t$ = 0,05 с. Если при этом в катушке возникла ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_{si}$ = 2,5 В, то сила тока $I_2$ равна:

1) 0,5 А; 2) 1,0 А; 3) 1,5 А; 4) 2,0 А; 5) 2,5 А.

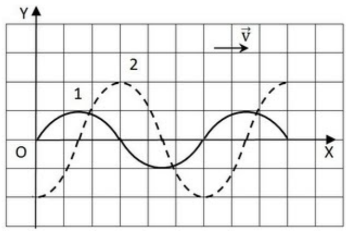
**Решение**

**ЭДС самоиндукции** $\mathcal{E}_{si}$ определяется формулой $\mathcal{E}_{si} = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$,

где $\Delta I = I_2 - I_1$ − изменение силы тока за промежуток времени $\Delta t$, т.е. $\mathcal{E}_{si} = L\dfrac{I_1 - I_2}{\Delta t}$. Отсюда $I_2 = I_1 - \dfrac{\mathcal{E}_{si}\Delta t}{L}$.

$$I_2 = 3{,}5 - \frac{2{,}5 \cdot 0{,}05}{0{,}05} = 1 \text{ А}.$$

**Правильный ответ: 2.**




**А15.** На рисунке представлены две поперечные волны 1 и 2, распространяющиеся с одинаковой скоростью вдоль оси Ох. Выберите ответ с правильным соотношением и периодов $T_1$, $T_2$ этих волн, и их амплитуд $A_1$, $A_2$:

1) $T_1 = T_2$, $A_1 < A_2$; 2) $T_1 = T_2$, $A_1 > A_2$; 3) $T_1 < T_2$, $A_1 = A_2$; 4) $T_1 > T_2$, $A_1 < A_2$; 5) $T_1 > T_2$, $A_1 > A_2$.

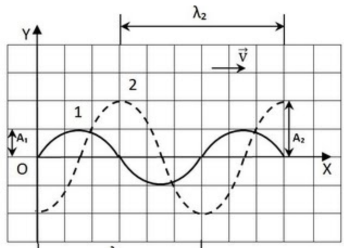


Рис. 1

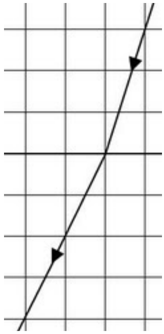
**Решение**

Обозначим $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$ − скорости распространения волн. $\lambda$ − длина волны (расстояние по горизонтали между двумя соседними максимумами волны).

Из рисунка 1 видно, что $\mathbf{A_1 < A_2}$, $\lambda_1 = \lambda_2$.

Связь длины волны $\lambda$ со скоростью $\upsilon$её распространения $\lambda = \upsilon T$. Так как скорости распространения двух волн равны, то $\upsilon T_1 - \upsilon T_2$, откуда $\mathbf{T_1 = T_2}$.

**Правильный ответ: 1.**

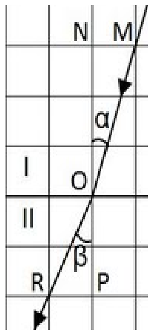


**А16.** На границу раздела двух прозрачных сред падает световой луч (см. рис.). Если абсолютный показатель преломления первой среды $n_{\mathrm{I}} = 1{,}75$, то абсолютный показатель преломления второй среды $n_{\mathrm{II}}$ равен:

1) 2,48; 2) 1,50; 3) 1,41; 4) 1,24; 5) 1,17.

**Решение**

**Закон преломления света** $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{n_{\mathrm{II}}}{n_{\mathrm{I}}}$, где $\alpha$ − угол падения света, $\beta$ − угол преломления света (см. рис. 1). Из этого закона находим: $n_{\mathrm{II}} = \dfrac{n_{\mathrm{I}}\sin\alpha}{\sin\beta}$ (*)

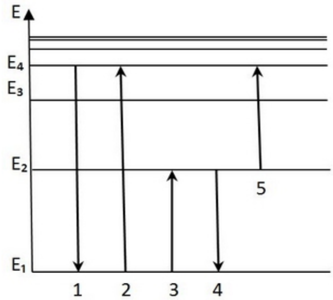



Из рис. 1 находим: NM = 1, ON = 3, RP = 1, OP = 2. Из треугольника OMN по теореме Пифагора находим $OM^2 = ON^2 + NM^2$ или $OM^2 = 3^2 + 1^2 = 10$, отсюда $OM = \sqrt{10}$. Тогда $\sin\alpha = \dfrac{NM}{OM} = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$. Из треугольника OPR по теореме Пифагора находим $OR^2 = OP^2 + RP^2$ или $OR^2 = 2^2 + 1^2 = 5$, отсюда $OR = \sqrt{5}$. Тогда $\sin\beta = \dfrac{RP}{OR} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

Подставляя найденные $\sin\alpha$ и $\sin\beta$ в (*), а также $n_{\mathrm{I}} = 1{,}75$, получим $n_{\mathrm{II}} = \dfrac{1{,}75\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{10}} \approx 1{,}24$.

**Правильный ответ: 4.**

**А17.** На диаграмме показаны переходы атома водорода между различными энергетическими состояниями. Излучение с наибольшей длиной волны λ атом испускает при переходе, обозначенном цифрой …




**Решение**

Атом испускает фотон при переходе с высшего энергетического состояния $E_n$ на низшее энергетическое состояние $E_m$ (стрелка перехода направлена вниз (на рис. обозначены цифрами 1 и 4)). При этом справедлива формула $E_n - E_m = h\nu$, где $h$ − постоянная Планка, ν − частота излучаемого кванта.

Связь длины волны λ кванта с его частотой ν: ν = c/λ. (c − скорость света в вакууме). Тогда $E_n - E_m = \dfrac{hc}{\lambda}$, откуда ясно, что наибольшей длине волны $\lambda_{max}$ испускания соответствует минимальная разность энергетических уровней перехода (минимальная длина стрелки, направленной вниз): $\min(E_n - E_m) = E_2 - E_1$.

Разности энергетических уровней $E_2 - E_1$ соответствует переход, обозначенный на рисунке цифрой 4.

**Правильный ответ: 4.**

**А18.** Ядро изотопа ванадия $^{51}_{23}V$ состоит из:

1) 51 протона и 51 нейтрона; 2) 23 протонов и 23 нейтронов; 3) 23 протонов и 28 нейтронов; 4) 28 протонов и 23 нейтронов; 5) 14 протонов и 14 нейтронов.

**Решение**Ядро изотопа обозначается $^{A}_{Z}X$ , , где X − символ химического элемента; A − массовое число; Z − количество протонов в ядре (порядковый номер элемента). Связь массового числа A с количеством протонов Z и количеством нейтронов N в ядре: A = Z + N.

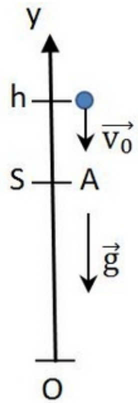
Имеем A = 51, Z = 23. Тогда количество нейтронов N в ядре ванадия N = A - Z; N = 51 - 23 = 28.

Итак, данное ядро изотопа ванадия состоит из Z = 23 протонов и N = 28 нейтронов.

**Правильный ответ: 3.**

**B1.** Тело, которое падало без начальной скорости ($\upsilon_0 = 0$ м/с) с некоторой высоты, за последние две секунды движения прошло путь $s = 100$ м. Высота $h$, с которой тело упало, равна … **м.**

**Решение**




Направим ось OY вверх (см. рис.). Уравнение движения тела в проекции на ось OY: $y = y_0 + \upsilon_{0y} \cdot t + g_y \cdot t^2/2$, где $y_0 = h$ − начальная координата тела, $\upsilon_{0y} = \upsilon_0 = 0$ − проекция на ось OY начальной скорости тела, $g_y = - g$ − проекция на ось OY ускорения свободного падения тела, $t$ − время движения тела. Таким образом, $y = h - gt^2/2$.

Пусть $t_п$ − время падения тела $\tau$ – время прохождения пути $s$. В точке А имеем: координата тела $y = s$, время движения тела $t = t_п - \tau$, т.е. $s = h - g(t_п - \tau)^2/2$. (1)

В точке О имеем: координата тела $y = 0$, время движения тела $t = t_п$, т.е. $0 = h - gt_п^2/2$. (1). Уравнения (1), (2) образуют систему с двумя неизвестными $h$ и $t_п$. Из (2) выразим $h = gt_п^2/2$ и подставим в (1).

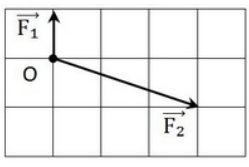
$s = gt_п^2/2 - g(t_п - \tau)^2/2$ или $s = gt_п^2/2 - g(t_п^2 - 2t_п \cdot \tau + \tau^2)/2$,

$s = gt_п^2/2 - gt_п^2/2 + gt_п \cdot \tau - g\tau^2/2$, $s = gt_п \cdot \tau - g\tau^2/2$.

Отсюда $t_п = s/g\tau + \tau/2$ и $h = \frac{g}{2}\left(\frac{s}{g\tau} + \frac{\tau}{2}\right)^2$. $h = \frac{10}{2}\left(\frac{100}{10 \cdot 2} + \frac{2}{2}\right)^2 = 180$ м.

**Ответ: 180.**

**B2.** На покоящуюся материальную точку О начинают действовать две силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (см. рис.), причём модуль первой силы $F_1 = 2$ Н. Материальная точка останется в состоянии покоя, если к ней приложить третью силу, модуль которой $F_3$ равен **… Н.**




**Решение**

Из рисунка условия следует, что сторона клетки $a = F_1 = 2$ Н. По правилу сложения векторов (правило параллелограмма) находим сумму векторов (рис. 1) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{12}$.

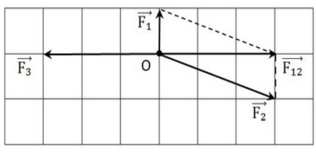


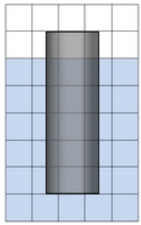

Рис. 1

Длина вектора $\vec{F}_{12}$ равна $3a$ (см. рис. 1), следовательно, модуль $F_{12}$ этого вектора равен $F_{12} = 3a = 3\cdot 2 = 6$ Н.

Материальная точка останется в состоянии покоя, если к ней приложить третью силу $\vec{F}_3$, удовлетворяющую условию (см. рис. 1) $\vec{F}_3 = -\vec{F}_{12}$.

Отсюда следует условие для модулей этих сил $F_3 = F_{12} = 6$ Н.

**Ответ: 6.**



**В3.** Цилиндр плавает в бензине ($\rho_б$ = 700 кг/м³) в вертикальном положении (см. рис.). Если объём цилиндра $V$ = 0,036 м³, то масса $m$ цилиндра равна **… кг.**

**Решение**

На цилиндр действуют две силы: $m\vec{g}$ - сила тяжести и $\vec{F}_А$ - сила Архимеда.

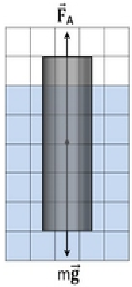


Рис. 1

$F_А = \rho_б g V_{погр}$ − модуль силы Архимеда, $V_{погр} = Sh_{погр}$ − объём погружённой в бензин части цилиндра, $S$ − площадь основания цилиндра.

Эти силы уравновешивают друг друга. Условие равновесия $mg = F_А$ или $mg = \rho_б g V_{погр}$ или $m = \rho_б S h_{погр}$ или $m = \rho_б S h h_{погр}/h$. Отсюда, с учётом $V = Sh$ − объём цилиндра, имеем $\boldsymbol{m = \rho_б \cdot V \cdot (h_{погр}/h)}$.

$h_{погр}$ = 5 ед. − высота погружённой в бензин части цилиндра (см. рис.); $h$ = 6 ед. − высота цилиндра (см. рис.)

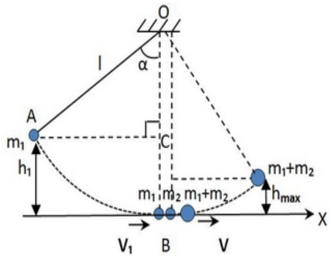
$m = 700\cdot 0{,}036\cdot(5/6) = 21$ кг.

**Ответ: 21.**

**В4.** Два маленьких шарика массами $m_1$ = 30 г и $m_2$ = 15 г подвешены на невесомых нерастяжимых нитях одинаковой длины $l$ так, что поверхности шариков соприкасаются. Первый шарик сначала отклонили таким образом, что нить составила с вертикалью угол $\alpha = 60^{\circ}$, а затем отпустили без начальной скорости. Если после неупругого столкновения шарики стали двигаться как единое целое и максимальная высота, на которую они поднялись, $h_{max}$ = 10 см, то длина $l$ нити равна **… см.**

**Решение**

**1.** После отклонения 1-й шарик подняли на высоту $h_1$ (см. рис.). $h_1$ = CB = OB - OC = $l - l\cos\alpha = l(1 - \cos\alpha)$. (1).




**Закон сохранения механической энергии** для 1-го шарика $m_1gh_1 = m_1\upsilon_1^2/2$, отсюда скорость 1-го шарика $V_1$ перед столкновением со 2-ым шариком $\upsilon_1^2 = 2gh_1$ или, с учётом (1), $\upsilon_1^2 = 2gl\ (1 - \cos\alpha)$. (2)

**2. Закон сохранения импульса** для двух шаров (в проекции на ось OX) $m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)\upsilon$, отсюда скорость слипшихся шариков υ сразу после столкновения $\upsilon = m_1\upsilon_1/(m_1 + m_2)$, отсюда квадрат скорости $\upsilon^2 = m_1^2\upsilon_1^2/(m_1 + m_2)^2$. Подставляя сюда $\upsilon_1^2$ из (2), получим $\upsilon^2 = m_1^2 2gl(1 - \cos\alpha)/(m_1 + m_2)^2$. (3)

**3. Закон сохранения механической энергии** для слипшихся шаров $(m_1 + m_2)\upsilon^2/2 = (m_1 + m_2)gh_{\max}$ или $\upsilon^2 = 2gh_{\max}$ или, с учётом (3), $m_1^2 2gl(1 - \cos\alpha)/(m_1 + m_2)^2 = 2gh_{\max}$.

Отсюда $l = \dfrac{(m_1+m_2)^2 h_{\max}}{m_1^2(1-\cos\alpha)}$. $l = \dfrac{(0,03+0,015)^2\cdot 0,1}{0,03^2\cdot(1-\cos 60^\circ)} = 0,45$ м = 45 см.

**Ответ: 45.**

**В5.** Идеальный одноатомный газ, масса которого $m$ = 6,00 кг, находится в сосуде под давлением $P = 2,00\cdot10^5$ Па. Если вместимость сосуда $V$ = 3,60 м³, то средняя квадратичная скорость $\langle\upsilon_{кв}\rangle$ движения молекул газа равна **… м/с.**

**Решение**

Формула для **средней квадратичной скорости** $\langle\upsilon_{кв}\rangle = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$, где $R$ − универсальная газовая постоянная, $T$ − абсолютная температура, $M$ − молярная масса газа.

Из уравнения состояния газа (**уравнение Менделеева - Клапейрона**) $PV = mRT/M$ выражаем $RT/M = PV/m$.

Тогда $\langle\upsilon_{кв}\rangle = \sqrt{\dfrac{3PV}{m}}$. $\langle\upsilon_{кв}\rangle = \sqrt{\dfrac{3\cdot2\cdot10^5\cdot3,6}{6}} = 600$ м/с.

**Ответ: 600.**

**В6.** Микроволновая печь потребляет электрическую мощность $P$ = 1,5 кВт. Если коэффициент полезного действия печи $\eta$ = 56 %, то вода ($c$ = 4,2 кДж/(кг·$^{0}$С) ) массой $m$ = 0,36 кг за промежуток времени $\Delta\tau$ = 54 с нагреется от температуры $t_1$ = 18 $^{0}$С до температуры $t_2$, равной **… $^{0}$С.**

**Решение**

Коэффициент полезного действия печи $\eta = P_{пол}/P_{затр}$, где $P_{пол} = Q/\Delta\tau$ − полезная электрическая мощность, $P_{затр} = P$ − затраченная электрическая мощность.

$Q = mc(t_2 - t_1)$ − количество теплоты, необходимое для нагревания воды массой $m$ за промежуток времени $\Delta\tau$ от температуры $t_1$ до температуры $t_2$. Тогда $\eta = (Q/\Delta\tau)/P$, или $\eta = \dfrac{mc\left(t_2 - t_1\right)}{P\Delta\tau}$, отсюда

$$t_2 = t_1 + \frac{P\Delta\tau\eta}{mc}. \quad t_2 = 18 + \frac{1500 \cdot 54 \cdot 0,56}{0,36 \cdot 4200} = 48\,^{\circ}\mathrm{C}$$

**Ответ: 48.**

**В7.** Идеальный одноатомный газ, количество вещества $\nu$ которого оставалось постоянным, при изобарном нагревании получил количество теплоты Q = 12 кДж, при этом объём газа увеличился в k = 1,2 раза. Если начальная температура газа $t_1$ = 15 $^{0}$С, то количество вещества $\nu$ равно **… моль.**

**Решение**

Начальная температура $T_1$ газа по шкале Кельвина равна

$T_1 = t_1 + 273 = 15 + 273 = 288$ К.

**Первый закон термодинамики** при изобарном процессе

$Q = \Delta U + A$, где $\Delta U = (3/2)\nu R(T_2 - T_1)$ − изменение внутренней энергии газа при нагревании его от температуры $T_1$ до температуры $T_2$,

$A = \nu R(T_2 - T_1)$ − совершённая газом работа.

Тогда $Q = (3/2)\nu R(T_2 - T_1) + \nu R(T_2 - T_1)$ или $Q = (5/2)\nu R(T_2 - T_1)$.

**Уравнение изобарного процесса ($P$ = const):** $V_1/T_1 = V_2/T_2$ или, с учётом $V_2 = kV_1$, $V_1/T_1 = kV_1/T_2$,

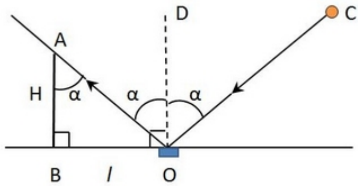
отсюда $T_2 = kT_1$ и $Q = (5/2)\nu R(kT_1 - T_1)$,

$$\text{отсюда } \nu = \frac{2Q}{5RT_1\left(k-1\right)}. \quad \nu = \frac{2 \cdot 12000}{5 \cdot 8,31 \cdot 288 \cdot \left(1,2-1\right)} = 10,028 \approx 10 \text{ моль.}$$

**Ответ: 10.**

**B8.** На горизонтальной поверхности земли стоит мальчик, возле ног которого лежит маленькое плоское зеркало. Глаза мальчика находятся на уровне H = 1,5 м от поверхности земли. Если угол падения солнечных лучей на горизонтальную поверхность $\alpha = 60^{\mathbf{o}}$, то мальчик увидит отражение солнца в зеркале, когда он отойдёт от зеркала на расстояние $l$, равное **… дм.**

**Решение**




На рисунке показан ход солнечных лучей: O − зеркало, C − солнце, CO − падающий луч, OA − отражённый луч, A − глаза мальчика. По **закону отражения** угол отражения AOD равен углу падения: угол AOD = угол COD = α.

Угол BAO = угол AOD = α − внутренние накрест лежащие углы для AB || DO и секущей AO.

Из прямоугольного треугольника AOB имеем tgα = BO/AB = $l/H$, отсюда $\boldsymbol{l = H \cdot tg\alpha}$.

$l = 1{,}5 \cdot tg60^{\mathbf{o}} = 1{,}5 \cdot 1{,}73 = 2{,}595$ м = 25,95 дм ≈ 26 дм.

**Ответ: 26.**

**B9.** Двадцать одинаковых ламп, соединённых параллельно, подключили к источнику постоянного тока с ЭДС $\mathcal{E} = 120$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}60$ Ом. Если сопротивление одной лампы $R_1 = 36$ Ом, то напряжение $U$ на клеммах источника тока равно **… В.**

**Решение**

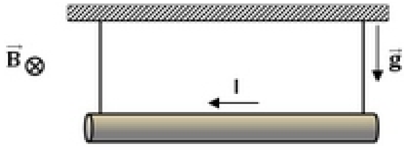
Напряжение U на клеммах источника тока $U = IR$, где $I$ − сила тока в цепи; $R = R_1/n$ − внешнее сопротивление цепи из $n$ одинаковых ламп, соединённых параллельно.

По **закону Ома для полной цепи** имеем $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R+r}$, $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R_1/n+r}$.

Тогда $U = \dfrac{\mathcal{E}R_1/n}{R_1/n+r}$, $U = \dfrac{\mathcal{E}R_1}{R_1+nr}$. $U = \dfrac{120 \cdot 36}{36 + 20 \cdot 0{,}6} = 90$ В.

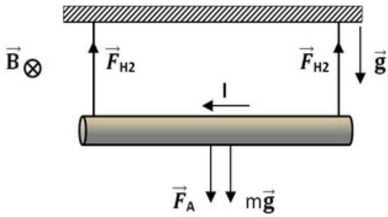
**Ответ: 90.**

**B10.** В однородном магнитном поле, модуль магнитной индукции которого B = 0,2 Тл, на двух невесомых нерастяжимых нитях подвешен в горизонтальном положении прямой проводник длиной $L$ = 0,5 м (см. рис.). Линии индукции магнитного поля горизонтальны и перпендикулярны проводнику. После того как по проводнику пошёл ток, модуль силы натяжения $F_н$ каждой нити увеличился в три раза. Если масса проводника $m$ = 10 г, то сила тока $I$ в проводнике равна **… А.**




**Решение**

**1. Ток *I* включён.** На рис. 1 изображены силы, действующие на проводник с током: $m\vec{g}$ − сила тяжести; $\vec{F}_{н2}$ − сила натяжения; $\vec{F}_A$ − **сила Ампера**, действующая на проводник с током $I$ со стороны магнитного поля. Направление силы Ампера определено по **правилу левой руки**: четыре вытянутых пальца направляют по току $I$, в ладонь входит вектор магнитной индукции $\vec{B}$, а отогнутый на 90° большой палец показывает направление вектора силы Ампера.




Условие равновесия для проводника с током: $2F_{н2} = mg + F_A$.

Модуль силы Ампера $F_A = BIL\sin\alpha$. Тогда $2F_{н2} = mg + BIL\sin\alpha$. (1)

**2. Ток не включён.** Когда тока нет ($I$ = 0), то условие равновесия примет вид $2F_н = mg$, где $F_н$ − сила натяжения нитей без тока.

С учётом того, что $F_{н2} = 3F_н$ условие (1) примет вид

$3\cdot 2F_н = mg + BIL\sin\alpha$. $3mg = mg + BIL\sin\alpha$ или $2mg = BIL\sin\alpha$, отсюда

$$I = \frac{2mg}{BL\sin\alpha}.\ I = \frac{2\cdot 0{,}01\cdot 10}{0{,}2\cdot 0{,}5\cdot \sin 90^\circ} = 2\ \text{А}.$$

**Ответ: 2.**

**B11.** К источнику переменного тока, напряжение на клеммах которого изменяется по гармоническому закону, подключена электрическая плитка, потребляющая мощность $P$ = 350 Вт. Если действующее значение силы тока в цепи $I_Д$ = 9,0 А, то амплитудное значение напряжения $U_0$ на плитке равно **… В.**

**Решение**

Потребляемая мощность $P$ электрической плитки $P = I_Д \cdot U_Д$, где $U_д = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ − действующее значение напряжения на плитке.

Тогда (1) примет вид $P = \frac{I_д U_0}{\sqrt{2}}$.

Отсюда $U_0 = \frac{P\sqrt{2}}{I_д}$. $U_0 = \frac{350 \cdot 1,41}{9} = 54,83 \approx 55$ В.

**Ответ: 55.**

**В12.** Маленькая заряжённая бусинка массой $m$ = 1,2 г может свободно скользить по оси, проходящей через центр тонкого незакреплённого кольца перпендикулярно его плоскости. По кольцу, масса которого $M$ = 3,0 г и радиус $R$ = 35 см, равномерно распределён заряд $Q$ = 3,0 мкКл. В начальный момент времени кольцо покоилось, а бусинке, находящейся на большом расстоянии от кольца, сообщили скорость, модуль которой $\upsilon_0$ = 1,8 м/с. Максимальный заряд бусинки $q_{max}$, при котором она сможет пролететь сквозь кольцо, равен … **нКл.**

**Решение**

Пусть $\upsilon_Б$, $\upsilon_К$ − соответственно скорости бусинки и кольца в конечный момент времени (в момент пролёта бусинки сквозь кольцо: **рис. 2**).

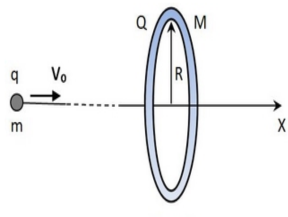


Рис. 1

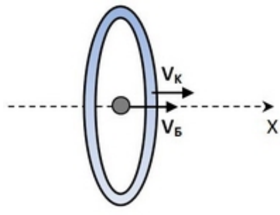


Рис. 2

**1. Закон сохранения энергии** для системы бусинка-кольцо:

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} + W_{п1} = \frac{m\upsilon_б^2}{2} + \frac{M\upsilon_к^2}{2} + W_{п2},$$

где $W_{п1} = 0$ − потенциальная энергия взаимодействия бусинки и кольца в начальный момент времени (на большом расстоянии друг от друга: **рис. 1**);

$\frac{m\upsilon_0^2}{2}$ – кинетическая энергия бусинки в начальный момент времени;

$\frac{m\upsilon_б^2}{2}$ – кинетическая энергия бусинки в конечный момент времени;

$\frac{M\upsilon_к^2}{2}$ – кинетическая энергия кольца в конечный момент времени;

$W_{п2} = \frac{kqQ}{R}$ - потенциальная энергия взаимодействия бусинки и кольца в конечный момент времени.

Тогда уравнение закона сохранения энергии примет вид

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} = \frac{m\upsilon_б^2}{2} + \frac{M\upsilon_к^2}{2} + \frac{kqQ}{R} \qquad (1)$$

**2. Закон сохранения импульса** для системы бусинка-кольцо (в проекции на ось OX) (**рис. 1 и 2**): $m\upsilon_0 = m\upsilon_б + M\upsilon_к$.

Отсюда выразим $\upsilon_к = \frac{m(\upsilon_0 - \upsilon_б)}{M}$ и подставим в (1): $\frac{m\upsilon_0^2}{2} = \frac{m\upsilon_б^2}{2} + \frac{m^2(\upsilon_0^2 - 2\upsilon_0\upsilon_б + \upsilon_б^2)}{2M} + \frac{kqQ}{R}$. Отсюда выражаем

$$q = -\frac{mR(M+m)}{2kQM}\upsilon_б^2 + \frac{m^2R\upsilon_0}{kQM}\upsilon_б + \frac{mR(M-m)}{2kQM}\upsilon_0^2. \qquad (2)$$

Обозначим $a = -\frac{mR(M+m)}{2kQM}$; $b = \frac{m^2R\upsilon_0}{kQM}$; $c = \frac{mR(M-m)\upsilon_0^2}{2kQM}$.

Тогда равенство (2) примет вид $q = a\upsilon_б^2 + b\upsilon_б + c$, т.е. зависимость $q$ от $\upsilon_Б$ – это **парабола**. Так как a < 0, то ветви параболы направлены вниз (**рис. 3**).

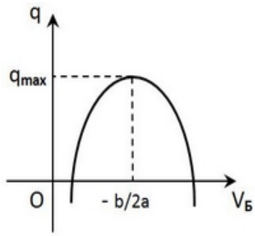


Рис. 3

При $\upsilon_б = -\frac{b}{2a}$ парабола имеет максимум равный:

$$q_{\max} = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = -\frac{b^2}{4a} + c$$

Подставляя в $q_{\max}$ значения $a$, $b$, $c$, получим

$$q_{\max} = \left(\frac{m^2 R \upsilon_0^2}{kQM}\right)^2 \frac{2kQM}{4mR(M+m)} + \frac{mR(M-m)\upsilon_0^2}{2kQM} = \frac{MmR\upsilon_0^2}{2kQ(M+m)}.$$

Окончательно получили

$$q_{\max} = \frac{3\cdot 10^{-3}\cdot 1,2\cdot 10^{-3}\cdot 0,35\cdot 1,8^2}{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 3\cdot 10^{-6}(3+1,2)\cdot 10^{-3}} = 18\cdot 10^{-9}\text{ Кл} = 18\text{ нКл}.$$

**Ответ: 18.**

## П.2 Порядок проведения вступительного экзамена по физике в БГАТУ

Вступительный экзамен по физике в Белорусском государственном аграрном техническом университете (БГАТУ) проводится в письменной форме. Каждому абитуриенту в соответствии со случайной выборкой предлагается вариант экзаменационного задания.

Экзаменационное задание состоит из 10 задач.

Задачи экзаменационных заданий охватывают все разделы курса физики средней школы.

На выполнение экзаменационного задания отводится 3 астрономических часа.

При выполнении письменной работы разрешается пользоваться калькулятором.

Проверка выполненных экзаменационных заданий производится с помощью компьютера путем сравнения численных ответов в задачах, решенных абитуриентами, с эталонными ответами.

Оценка успешности выполнения задания проводится с учетом уровня сложности задач.

Оценка выставляется по сумме набранных баллов с округлением до целого в большую сторону.

Ниже приведены примеры экзаменационных заданий, предлагавшихся на вступительных испытаниях по физике в предыдущие годы при поступлении на заочное отделение БГАТУ.

Каждый абитуриент получает перед экзаменом нижеприведенные правила выполнения экзаменационного задания.

### ИНСТРУКЦИЯ ДЛЯ АБИТУРИЕНТОВ

***1. Решение задач должно быть надлежащим образом оформлено.***

***2. Числовые значения физических величин желательно подставлять только после решения задачи в общем виде.***

***3. При отсутствии специальных указаний в условии задачи ответ следует приводить в СИ без образования десятичных кратных и дольных единиц.***

***4. В бланк ответов единицы измерения не записывать.***

***5. При подстановке физических постоянных обязательно использование следующих значений:***

| | |
|---|---|
| Ускорение свободного падения $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ | Элементарный электрический заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл |
| Постоянная Авогадро $N_А = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ | Масса электрона $m_е = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг |
| Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ | Постоянная Планка $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ *Дж·с* |
| Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}\,\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ | Скорость света в вакууме (воздухе) $c = 3 \cdot 10^8\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ |
| Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{Ф}}{\text{м}}$ Коэффициент в законе Кулона $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9\,\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$ | При расчетах принимать $\pi = 3,14$; $\sqrt{2} = 1,4$; $0\ ^\circ C = 273$ К; $1\,эВ = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж |

**Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц**

| Множитель | $10^{12}$ | $10^{9}$ | $10^{6}$ | $10^{3}$ | $10^{-3}$ | $10^{-6}$ | $10^{-9}$ | $10^{-12}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Приставка | тера | гига | мега | кило | милли | микро | нано | пико |
| Обозначение | Т | Г | М | к | м | мк | н | п |

## П.2.1 Образцы выполнения экзаменационных заданий

ВАРИАНТ № 01

**1. Определить массу тела, движущегося под действием двух взаимно перпендикулярных сил $F_1$ = 30 Н и $F_2$ = 40 Н с ускорением $a$ = 2,5 м/с$^2$. Другими силами пренебречь.**

**Дано:**

$F_1 = 30$ Н

$F_2 = 40$ Н

$a = 2,5$ м/с$^2$

$m = ?$

**Решение**

Поскольку по условию задачи векторы сил $F_1$ и $F_2$ взаимно перпендикулярны, то действующую на тело массой $m$ результирующую силу $F_р$ можно найти по теореме Пифагора: $F_р = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$ Н

По второму закону Ньютона $F_Р = ma$

Отсюда масса тела $m = \frac{F_р}{a} = \frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{a} = \frac{= \sqrt{30^2 + 40^2}}{2,5} = 20\,\text{кг}$.

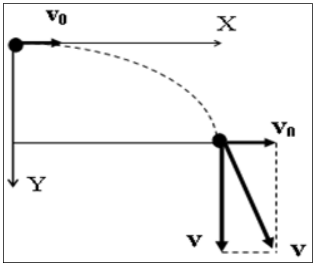
**В бланк ответов записываем: 20.**

**2. Со скалы в море бросают в горизонтальном направлении камень со скоростью 40 м/с. Определить скорость камня в момент падения в море, если время падения камня равно 3 с. Сопротивлением воздуха пренебречь**.

**Дано:**
$v_{0x} = 40$ м/с
$t = 3$ с

$\upsilon$- ?

**Решение**
Из рисунка:
$\upsilon = \sqrt{\upsilon_{0X}^2 + \upsilon_Y^2}$ ,




С учетом того, что $\upsilon_y = gt$, где $g$ – ускорение свободного падения; $t$ – время падения получим для скорости камня в момент падения: $\upsilon = \sqrt{\upsilon_{0X}^2 + (gt)^2}$

Сделаем расчет: $\upsilon = \sqrt{40^2 + (10 \cdot 3)^2} = 50\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

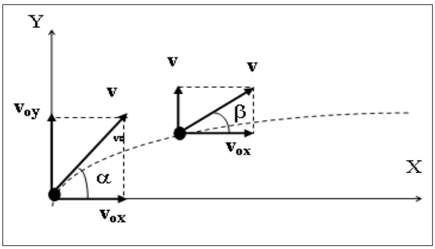
**В бланк ответов записываем: 50.**

**3. Тело бросают под углом 60° к горизонту, сообщив ему начальную кинетическую энергию 180 Дж. Определить кинетическую энергию тела в момент времени, когда вектор его скорости будет составлять с горизонтом угол 30°. Сопротивлением воздуха пренебречь.**

**Дано:**
$\alpha = 60^0$
$E_{к0} = 180$ Дж
$\beta = 30^0$

$E_К$ – ?

**Решение**
В процессе полета тела величина горизонтальной составляющей скорости тела $\upsilon_{0X}$ остается постоянной. Как




следует из рисунка, $\upsilon_0 = \dfrac{\upsilon_{0x}}{\cos\alpha}$ и $\upsilon = \dfrac{\upsilon_{0x}}{\cos\beta}$.

Соответствующие кинетические энергии тела:

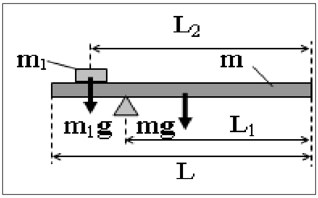
$$E_{к0} = \frac{m\upsilon_0^2}{2} = \frac{m\upsilon_{0x}^2}{2\cos^2\alpha}; \quad E_к = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{m\upsilon_{0x}^2}{2\cos^2\beta}.$$

Тогда $\frac{E_к}{E_{к0}} = \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta}$. Отсюда $E_к = E_{к0} \cdot \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta}$.

Сделаем расчет: $E_к = 180 \cdot \frac{0,25}{0,75} = 60$ Дж

**В бланк ответов записываем: 60**

**4. Доска массой *m* с лежащим на ней телом массой $m_1$ находится в горизонтальном положении в состоянии равновесия. Определить величину m, если $m_1 = 12$ кг, $L = 3$ м, $L_1 = 2$ м, $L_2 = 2,6$ м.**




| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $m_1 = 12$ кг<br>$L = 3$ м<br>$L_1 = 2$ м<br>$L_2 = 2,6$ м | Согласно условию равновесия, уравнение для моментов сил: $M_1 = M_2$,<br>где $M_1$ – момент силы тяжести $m_1g$, плечо которой $d_1 = L_2 - L_1$; |
| $m$ – ? | $M_2$ – момент силы тяжести $mg$, плечо которой $d_2 = L_1 - L/2$ (центр тяжести доски длиной $L$ расположен на расстоянии $L/2$ от ее края). |

Поэтому $M_1 = m_1gd_1 = m_1g(L_2 - L_1)$; $M_2 = mgd_2 = mg(L_1 - L/2)$.

Поскольку $M_1 = M_2$, то $m_1g(L_2 - L_1) = mg(L_1 - L/2)$.

Следовательно, $m = m_1 \cdot \frac{L_2 - L_1}{L_1 - 0,5L} = 12 \cdot \frac{2,6 - 2}{2 - 0,5 \cdot 3} = 14,4$ кг

**В бланк ответов записываем: 14,4.**

**5. В процессе сжатия идеального газа его температура повысилась от 7 $^0$C до 175 $^0$C. Во сколько раз увеличилось давление газа, если его объём уменьшился в два раза?**

| **Дано:** | **Решение:** |
|---|---|
| $t_1 = 7\ ^oC$; $T_1 = 280$ K<br>$t_2 = 175\ ^oC$; $T_2 = 448$ K<br>$V_2 = \dfrac{V_1}{2}$<br>$\dfrac{p_2}{p_1} - ?$ | Поскольку масса газа в процессе сжатия остаётся постоянной, то в соответствии с объединенным газовым законом:<br>$\dfrac{p_1V_1}{T_1} = \dfrac{p_2V_2}{T_2}$. Отсюда: $\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{T_2V_1}{V_2T_1}$.<br>Подставив данные из условия задачи, получим: |

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{448 \cdot V_1 \cdot 2}{V_1 \cdot 280} = 3,2.$$

**В бланк ответов записываем: 3,2.**

**6. Определить увеличение собирающей линзы, если расстояние от предмета до линзы больше ее фокусного расстояния в 2 раза.**

| **Дано:** | **Решение:** |
|---|---|
| $d = 2F$<br>$\Gamma = ?$ | Увеличение тонкой линзы: $\Gamma = \dfrac{f}{d}$,<br>где $f$ - расстояние от изображения до главной плос- |

кости линзы, $d$ - расстояние от предмета до главной плоскости линзы.

Запишем формулу тонкой собирающей линзы: $\dfrac{1}{F} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f}$,

где $F$ − фокусное расстояние линзы.

Умножив обе части на $d$, получим: $\dfrac{d}{F} = \dfrac{d}{d} + \dfrac{d}{f} = 1 + \dfrac{d}{f}$.

Подставим данные условия задачи: $\dfrac{2F}{F} = 1 + \dfrac{d}{f}$. Тогда $1 = \dfrac{d}{f}$.

Поэтому увеличение линзы $\Gamma = \dfrac{f}{d} = 1$.

**В бланк ответов записываем: 1.**

**7. Заряженный до напряжения $U_0$ = 200 В конденсатор емкостью $C$ = $10^{-3}$ Ф подключают к катушке индуктивности. Определить энергию магнитного поля катушки через 1/6 часть периода возникающих в LC–контуре свободных колебаний.**

| **Дано:** | **Решение**: |
|---|---|
| $U_0 = 200$ В<br>$C = 10^{-3}$ Ф<br>$t = \frac{1}{6}T$ | По закону сохранения энергии $W_{\text{c}}^{\max} = W_{\text{c}} + W_{\text{L}}$, где $W_{\text{c}}^{\max} = \frac{CU_0^2}{2}$ − максимальная энергия электрического поля конденсатора; |
| $W_{\text{L}} - ?$ | $W_{\text{c}} = \frac{CU^2}{2}$ и $W_{\text{L}} = \frac{LI^2}{2}$ − энергии электрическо- |

го поля конденсатора и магнитного поля катушки в момент времени $t = \frac{1}{6}T$.

Напряжение на конденсаторе в процессе колебаний изменяется по закону $U = U_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$.

В момент времени $t = \frac{1}{6}T$ напряжение на конденсаторе

$$U = U_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = U_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}\frac{T}{6}\right) = U_0 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{U_0}{2}.$$

Поэтому энергия электрического поля конденсатора в этот момент времени

$$W_{\text{c}} = \frac{CU^2}{2} = \frac{CU_0^2}{8}.$$

Тогда энергия магнитного поля катушки в момент времени $t = \frac{1}{6}T$ будет равна:

$$W_{\text{L}} = W_{\text{c}}^{\max} - W_{\text{c}} = \frac{CU_0^2}{2} - \frac{CU_0^2}{8} = \frac{3CU_0^2}{8}.$$

Сделаем расчет: $W_{\text{L}} = \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 200^2}{8} = 15$ Дж.

**В бланк ответов записываем: 15.**

**8. Чему равна длина математического маятника, если его частота колебаний в четыре раза меньше частоты колебаний пружинного маятника жесткостью $k$ = 32 Н/м, на котором совершает колебания груз массой $m$ = 0,4 кг?**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $k = 32$ Н/м<br>$m = 0{,}4$ кг<br>$v_2 = 4v_1$ | Частота колебаний математического маятника $\nu_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$, а пружинного маятник $\nu_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$, |
| $l = ?$ | где $l$ − длина математического маятника; $g$ − ускорение свободного падения; $k$ − жесткость пружинного маятника; $m$ − масса тела, совершающего |

колебания на пружинном маятнике.

В соответствии с условием задачи частота колебаний пружинного маятника в 4 раза больше частоты колебаний математического маятника: $v_2 = 4v_1$.

Поэтому $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{4}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$. Отсюда $\sqrt{\frac{k}{m}} = 4\sqrt{\frac{g}{l}}$. Или $\frac{k}{m} = 16\frac{g}{l}$.

Длина математического маятника $l = \frac{16mg}{k} = \frac{16 \cdot 0{,}4 \cdot 10}{32} = 2$ м

**В бланк ответов записываем: 2.**

**9. Температурный коэффициент сопротивления для некоторого сплава равен 0,004 К$^{-1}$. Сопротивление резистора из этого сплава при температуре 15° С равно 50 Ом. Какая мощность будет выделяться в этом резисторе при температуре 68° С, если по нему будет протекать ток силой 0,5 А ?**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $\alpha = 0{,}004$ К$^{-1}$<br>$t_1 = 15\ {}^0$С<br>$R_1 = 50$ Ом<br>$t_2 = 68\ {}^0$С<br>$I = 0{,}5$ А | Сопротивление резистора $R$ зависит от его температуры t по закону $R = R_0(1 + \alpha t)$,<br>где $R_0$ – сопротивление резистора при $t = 0\ {}^0$С.<br>Тогда $R_1 = R_0(1 + \alpha t_1)$ и $R_2 = R_0(1 + \alpha t_2)$<br>Следовательно, $\frac{R_1}{R_2} = \frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t_2}$. Отсюда $R_2 = R_1\frac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1}$. |
| Р – ? | |

Мощность, выделяемая в резисторе: $P = I^2 R_2 = I^2 R_1 \cdot \dfrac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1}$.

Сделаем расчет: $P = 0{,}5^2 \cdot 50 \cdot \dfrac{1+0{,}004 \cdot 68}{1+0{,}004 \cdot 15} = 15$ Вт.

**В бланк ответов записываем: 15.**

**10. Плоский контур площадью 200 см² расположен в однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции. На какую величину уменьшится поток вектора магнитной индукции через площадь контура, если его расположить в плоскости линий магнитной индукции?**

**Дано:**
$B = 0{,}5$ Тл
$S = 200$ см$^2$

$\Delta\Phi = ?$

**Решение:**
Поток вектора магнитной индукции через площадь контура $\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha$,
где $\alpha$ - угол между направлением вектора магнитной индукции и нормалью к плоскости контура.

Поскольку первоначально плоскость контура расположена перпендикулярно линиям индукции, то угол $\alpha$ между направлением вектора магнитной индукции и нормалью к плоскости контура равен нулю. Следовательно, магнитный поток через плоскость контура: $\Phi_1 = B \cdot S \cdot \cos 0 = B \cdot S$.

Если плоскость контура расположить в плоскости линий магнитной индукции, то угол $\alpha$ между направлением вектора магнитной индукции и нормалью к плоскости контура станет равен $90^0$. Следовательно, магнитный поток через плоскость контура в этом случае: $\Phi_2 = B \cdot S \cdot \cos 90^0 = 0$.

Поэтому изменение потока линий магнитной индукции через плоскость контура:

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -B \cdot S = 0{,}5 \cdot 200 \cdot 10^{-4}\,\text{Тл} \cdot \text{м}^2 = 0{,}01\,\text{Вб}$$

**В бланк ответов записываем: 0,01.**

ВАРИАНТ № 02

**1. Тело массой $m$ = 0,4 кг бросили с башни высотой $h_0$ = 7 м с начальной скоростью $v_0$ = 10 м/с. Чему равна кинетическая энергия тела в момент падения на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $m$ = 0,4 кг<br>$h_0 = 7$ м<br>$v_0 = 10$ м/с | Полная механическая энергия тела W в момент броска равна сумме потенциальной энергии тела относительно поверхности земли $W_{\text{P0}} = mgh_0$ и его |
| $W_{\text{K}} = ?$ | начальной кинетической энергии $W_{\text{K0}} = \dfrac{m\upsilon_0^2}{2}$ : |

$W = W_{\text{K0}} + W_{\text{P0}} = \dfrac{m\upsilon_0^2}{2} + mgh_0$, где g − ускорение свободного падения.

По закону сохранения механической энергии полная механическая энергия тела в процессе полета остается постоянной. Поскольку в момент падения на землю потенциальная энергия тела будет равна нулю ($h$ = 0), то полная механическая энергия тела будет состоять только из его кинетической энергии $W = W_{\text{K}} = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$, где v − скорость тела в момент падения на землю.

Тогда по закону сохранения механической энергии

$W = W_{\text{K0}} + W_{\text{P0}} = \dfrac{m\upsilon_0^2}{2} + mgh_0$, или $W_{\text{K}} = W_{\text{P0}} + W_{\text{K0}}$;

$$W_{\text{K}} = \frac{m\upsilon_0^2}{2} + mgh_0 .$$

Подставив соответствующие значения величин, найдем значение кинетической энергии тела в момент падения на землю:

$$W_{\text{K}} = \frac{0,4\cdot 10^2}{2} + 0,4\cdot 10\cdot 7 = 48 \text{ Дж} .$$

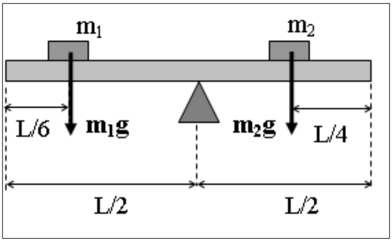
**В бланк ответов записываем: 48.**

**2. На качелях длиной $L$ (рис.) лежат два тела массами $m_1$ и $m_2$. Система находится в равновесии. Определить массу $m_1$, если $m_2$ = 5 кг.**

**Дано:**
$m_2 = 5$ кг
$L$

$m_1 - ?$

**Решение**




Запишем условие равновесия рычага (правило моментов) относительно центра тяжести системы: $M_1 = M_2$, где $M_1$ - момент силы тяжести $m_1g$, плечо которой $d_1 = \frac{L}{2} - \frac{L}{6} = \frac{L}{3}$;

$M_2$ - момент силы тяжести $m_2g$, плечо которой $d_2 = \frac{L}{2} - \frac{L}{4} = \frac{L}{4}$.

Тогда $M_1 = m_1 g d_1 = \frac{m_1 gL}{3}$; $M_2 = m_2 g d_2 = \frac{m_2 gL}{4}$.

Поскольку $M_1 = M_2$, то $\frac{m_1 gL}{3} = \frac{m_2 gL}{4}$. Отсюда $m_1 = \frac{3m_2}{4} = 3{,}75$ кг.

**В бланк ответов записываем: 3,75.**

**3. Первый вагон отходящего от станции поезда относительно стоящего возле начала первого вагона наблюдателя за 16 с. За сколько времени пройдут возле наблюдателя первые четыре вагона поезда ? Движение поезда считать равноускоренным и расстоянием между вагонами пренебречь.**

**Дано:**
$t_1 = 16$ с
$N = 4$

$t - ?$

**Решение**

Пусть $L$ – длина одного вагона. Тогда

$$L = \frac{at_1^2}{2}, \tag{1}$$

где $a$ – ускорение поезда.

Аналогично для $N$ первых вагонов:

$$NL = \frac{at^2}{2}, \tag{2}$$

где $t$ – время движения $N$ первых вагонов мимо наблюдателя. Разделив (2) на (1), получим: $N = \dfrac{t^2}{t_1^2}$. Отсюда

$$t = \sqrt{Nt_1^2} = t_1\sqrt{N} = 16 \cdot \sqrt{4} = 32 \text{ с}$$

**В бланк ответов записываем: 32.**

**4. Два спутника вращаются по круговым орбитам вокруг Земли. Первый спутник находится на расстоянии 0,1*R* от поверхности земли (*R* - радиус Земли). Второй - на расстоянии 3,4 *R* от ее поверхности. Найти отношение центростремительного ускорения первого спутника к центростремительному ускорению второго спутника.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $h_1 = 0{,}1R$<br>$h_2 = 3{,}4R$ | Радиусы вращения первого и второго спутников соответственно равны: |
| $a_1/a_2$ – ? | |

$$R_1 = h_1 + R = 1{,}1R, \quad R_2 = h_2 + R = 4{,}4R \qquad (1)$$

Вращение спутников происходит в результате действия на них силы всемирного тяготения:

$$F_1 = \frac{GMm_1}{R_1^2}, \qquad F_2 = \frac{GMm_2}{R_2^2}, \qquad (2)$$

где $G$ – гравитационная постоянная; $M$ – масса Земли; $m_1$ и $m_2$ – массы спутников.

В соответствии со вторым законом Ньютона $F_1 = m_1a_1$ и $F_2 = m_2a_2$, где $a_1$ и $a_2$ – центростремительные ускорения спутников.

С учетом уравнений (1) и (2), получим: $F_1 = \dfrac{GMm_1}{(1{,}1R)^2} = m_1a_1$;

$F_2 = \dfrac{GMm_2}{(4{,}4R)^2} = m_2a_2$. Отсюда $\dfrac{a_1}{a_2} = \left(\dfrac{4{,}4}{1{,}1}\right)^2 = 16$.

**В бланк ответов записываем: 16.**

**5. При изобарическом нагревании одноатомный газ совершил работу *A* в результате передачи ему количества теплоты *Q*. Найти отношение *Q/A*.**

| **Дано:** | **Решение**: |
|---|---|
| $P = \text{const}$ | I начало термодинамики $Q = \Delta U + A$, |
| $\dfrac{Q}{A} - ?$ | где $Q$ − переданное газу количество теплоты; $\Delta U$ − изменение внутренней энергии газа; $A$ − работа газа. |

Работа газа при изобарическом процессе:

$$A = P\Delta V = \frac{m}{\mu} R\Delta T \ .$$

Изменение внутренней энергии одноатомного идеального газа при изобарическом процессе

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{\mu} R\Delta T = \frac{3}{2} \cdot p\Delta V = \frac{3}{2} A \, .$$

Тогда переданное газу количество теплоты

$Q = \dfrac{3}{2}A + A = 1{,}5A + A = 2{,}5A$. Отсюда $\dfrac{Q}{A} = 2{,}5$.

**В бланк ответов записываем: 2,5.**

**6. Во сколько раз надо уменьшить расстояние между точечными положительными зарядами, чтобы при погружении их в воду (диэлектрическая проницаемость ε = 81) сила взаимодействия между ними была такой же, как первоначально в вакууме?**

| **Дано:** | **Решение**: |
|---|---|
| $\varepsilon = 81$ | Сила взаимодействия двух точечных зарядов в вакууме |
| $\dfrac{r_1}{r_2} = ?$ | (воздухе) определяется законом Кулона: $F_1 = k\dfrac{q_1 q_2}{r_1^2}$, где |

$q_1$ и $q_2$ − величина зарядов, $r_1$ − расстояние между зарядами, $k$ − коэффициент в законе Кулона.

Сила взаимодействия двух точечных зарядов, находящихся в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon$: $F = k\dfrac{q_1 q_2}{\varepsilon \cdot r^2}$.

По условию задачи $F_1 = F_2$, т.е. $k\dfrac{q_1 q_2}{r_1^2} = k\dfrac{q_1 q_2}{\varepsilon \cdot r_2^2}$. И $\dfrac{r_1}{r_2} = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{81} = 9$

**В бланк ответов записываем: 9**

**7. В среде распространяется свет с длиной волны $\lambda = 3 \cdot 10^{-7}$ м. Определить абсолютный показатель преломления среды, если длина этой световой волны в вакууме $\lambda_0 = 4{,}5 \cdot 10^{-7}$ м.**

| **Дано:** | **Решение**: |
|---|---|
| $\lambda = 3 \cdot 10^{-7}$м<br>$\lambda_0 = 4{,}5 \cdot 10^{-7}$м | Абсолютный показатель преломления среды $n = \dfrac{c}{\upsilon}$, где $c$ – скорость света в вакууме, $\upsilon$ – скорость света в данной среде. |
| $n$ – ? | |

Длина волны в вакууме и в среде: $\lambda_0 = cT$ и $\lambda = \upsilon T$, где $T$ – период колебаний световой волны. Отсюда $n = \dfrac{c}{\upsilon} = \dfrac{\lambda_0}{\lambda}$. Абсолютный показатель преломления среды: $n = \dfrac{4{,}5 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 10^{-7}} = 1{,}5$ .

**В бланк ответов записываем: 1,5.**

**8. Во сколько раз максимальное значение силы Ампера, действующей на находящийся в однородном магнитном поле проводник длиной $l$ = 0,2 м с током $I$ = 0,4 А, больше максимального значения силы Лоренца, действующей на движущуюся в этом же магнитном поле со скоростью v = 1000 м/с частицу, заряд которой $q$ = $10^{-6}$ Кл?**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $l = 0{,}2$ м<br>$I = 0{,}4$ А<br>$\mathrm{v} = 10^3$ м/с<br>$q = 10^{-6}$ Кл | На проводник длиной $l$ с током $I$, находящийся в магнитном поле индукцией $\vec{B}$, действует сила Ампера $F_A = IBl\sin\alpha$, |
| $F_A^{\max} / F_л^{\max} = ?$ | где $\alpha$ – угол между вектором магнитной индукции $\vec{B}$ и направлением тока в проводнике. |
| | Сила Ампера будет иметь максимальное значение когда $\sin\alpha = 1$, т.е. проводник расположен |

перпендикулярно линиям магнитной индукции: $F_{\text{А}}^{\max} = IBl$ .

На частицу зарядом $q$, движущуюся в магнитном поле со скоростью $v$, действует сила Лоренца $F_{\text{Л}} = qvB\sin\alpha$,

где $\alpha$ − угол между вектором магнитной индукции $\vec{B}$ и направлением вектора скорости частицы. Сила Лоренца будет иметь максимальное значение когда $\sin\alpha=1$, т.е. вектор скорости частицы расположен перпендикулярно линиям магнитной индукции: $F_{\text{Л}}^{\max} = q\upsilon B$

Отношение сил $\dfrac{F_{\text{А}}^{\max}}{F_{\text{Л}}^{\max}} = \dfrac{IBl}{q\upsilon B} = \dfrac{Il}{q\upsilon}$ .

Сделаем расчет: $\dfrac{F_{\text{А}}^{\max}}{F_{\text{л}}^{\max}} = \dfrac{0,4\cdot 0,2}{10^{-6}\cdot 10^{3}} = 80$ .

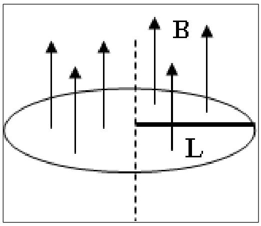
**В бланк ответов записываем: 80.**

**9. Горизонтальный металлический стержень длиной 1 м вращается в однородном вертикальном магнитном поле индукцией 0,06 Тл вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов. Определить частоту вращения, если разность потенциалов между концами стержня равна 9,42 В.**

**Дано:**
$L = 1$ м
$B = 0{,}06$ Тл
$U = 9{,}42$ В

$\upsilon - ?$

**Решение**




Разность потенциалов на концах стержня возникает вследствие возникновения в стержне ЭДС-индукции при пересечении магнитного потока $\Phi = BS$ за время одного оборота, где площадь $S = \pi L^2$. Период вращения $T = \dfrac{1}{\upsilon}$. Разность потенциалов на концах стержня $U = \varepsilon_i = \left|-\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \dfrac{\Phi}{T} = B\cdot\pi L^2\cdot\upsilon$ . Отсюда $\upsilon = \dfrac{U}{B\cdot\pi L^2}$ . Сделаем расчет: $\upsilon = \dfrac{9,42}{0,06\cdot 3,14\cdot 1^2} = 50$ Гц .

**В бланк ответов записываем: 50.**

**10. Стальной шарик падает с высоты 28 м на асфальт и отскакивает от него на высоту 5 м. Найти изменение температуры шарика, если на его нагрев идет 40% теплоты, выделившейся при ударе. Удельная теплоемкость стали 460 Дж/ (кг·К). Сопротивлением воздуха пренебречь.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $H_1 = 28$ м<br>$H_2 = 5$ м<br>$\kappa = 0{,}4$<br>$c = 460$ Дж/(кг·К) | По закону сохранения энергии $\kappa\Delta E_p = Q$, где $\Delta E_p$ – изменение потенциальной энергии шарика; $Q$ – количество теплоты, выделившейся при ударе. |
| $\Delta T$ – ? | Поскольку $\Delta E_p = mg(H_1 - H_2)$ и $Q = cm\Delta T$, то $\kappa mg\,(H_1 - H_2) = cm\Delta T$. |

Отсюда $$\Delta T = \frac{\kappa g(H_1 - H_2)}{c} = \frac{0{,}4 \cdot 10 \cdot (28-5)}{460} = 0{,}2 \text{ К}$$

**В бланк ответов записываем: 0,2.**

ВАРИАНТ № 03

**1. Определить энергетический выход *Q* реакции** ${}^1_1\text{p} + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He}$**. Масса атома** ${}^7_3\text{Li}$ **равна $M_{Li} = 7{,}016004$ а. е. м., масса атома** ${}^4_2\text{He}$ **$M_{He} = 4{,}002603$ а. е. м., масса атома водорода** ${}^1_1\text{H}$ **$M_H = 1{,}007825$ а. е. м. Ответ дать в электронвольтах.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $M_{Li} = 7{,}016004$ а. е. м.<br>$M_{He} = 4{,}002603$ а. е. м.<br>$M_H = 1{,}007825$ а. е. м. | Обратите внимание, что в условии задачи заданы не массы ядер, а массы нейтральных атомов. При вычислении дефекта |
| $Q$ = ? | массы ядерной реакции можно вместо масс ядер исходных и конечных продук- |

тов использовать массы нейтральных атомов, так как левая и правая части формулы ядерной реакции содержат одинаковое число электронов (в данном случае 8).

Масса $M_1$ продуктов до реакции есть $M_1 = M_H + M_{Li} = 8{,}023829$ а. е. м.

Масса $M_2$ конечных продуктов реакции равна $M_2 = 2M_{He} = 8{,}005206$ а. е. м.

Так как начальная масса $M_1$ превышает массу конечных продуктов ($M_1 > M_2$), энергетический выход реакции $Q > 0$, т. е. реакция идет с выделением энергии. Дефект массы составляет $\Delta M = M_1 - M_2 = 0{,}018623$ а. е. м.

Энергетический выход реакции составляет $Q = \Delta M c^2 = 17{,}35$ МэВ.

Данная реакция впервые наблюдалась в 1932 году при бомбардировке лития ускоренными протонами. Энергетический выход $Q$ реакции равен разности кинетических энергий конечных и начальных продуктов реакции

**В бланк ответов записываем: 17,35.**

**2. Определить оптическую силу линзы, если расстояние от предмета до линзы равно 25 см, а расстояние от линзы до действительного изображения в два раза больше фокусного расстояния линзы.**

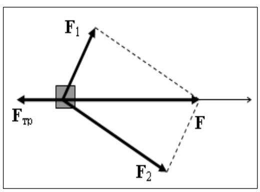
| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $d = 25$ см $= 0{,}25$ м<br>$f = 2F$ | Запишем формулу тонкой линзы: |
| $D = ?$ | $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$, где $d$ − расстояние от предмета до линзы; $f$ − расстояние от линзы до изображения; $F$ − фокусное расстояние линзы. |

Поскольку по условию задачи $f = 2F$, то $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{2F}$, то $\frac{1}{d} = \frac{1}{F} - \frac{1}{2F} = \frac{1}{2F}$. Тогда фокусное расстояние линзы $F = \frac{d}{2}$.

Оптическая сила линзы $D = \frac{1}{F} = \frac{2}{d} = \frac{2}{0{,}25} = 8$ дптр

**В бланк ответов записываем: 8.**

**3. Под действием двух горизонтально направленных взаимно перпендикулярных сил $F_1 = 7{,}5$ Н и $F_2 = 10$ Н тело массой 2,5 кг скользит по горизонтальной плоскости с постоянным ускорением 3,8 м/с$^2$. Определить коэффициент трения скольжения**.



Дано:

$F_1 \perp F_2$
$F_1 = 7{,}5$ Н
$F_2 = 10$ Н
$a = 3{,}8$ м/с$^2$
$m = 2{,}5$ кг

μ - ?

**Решение**

По условию задачи векторы сил $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$ лежат в горизонтальной плоскости и $\boldsymbol{F}_1 \perp \boldsymbol{F}_2$. Тогда модуль результирующей силы

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}\ . \qquad (1)$$

Согласно II закону Ньютона ( в проекции на ось X): $-F_{тр} + F = ma$.

Поскольку $F_{тр} = \mu mg$, то $-\mu mg + F = ma$. Отсюда $\mu = \dfrac{F - ma}{mg}$. Тогда с учетом уравнения (1):

$$\mu = \frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2} - ma}{mg} = \frac{[(7{,}5)^2 + (10^2)]^{1/2} - 2{,}5 \cdot 3{,}8}{2{,}5 \cdot 10} = 0{,}12\ .$$

**В бланк ответов записываем: 0,12.**

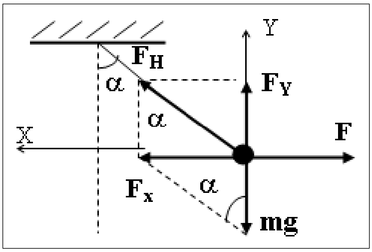
**4. Подвешенный на невесомой нити шарик отклоняется на угол α = 45° от вертикали под действием горизонтальной силы *F* = 1,3 Н. Определить массу шарика.**

**Дано:**

$\alpha = 45^0$
$F = 1{,}3$ Н

$m$ – ?

**Решение**




Поскольку под действием горизонтальной отклоняющей силы $\boldsymbol{F}$, силы тяжести $\boldsymbol{mg}$ и силы натяжения нити $\boldsymbol{F}_н$ тело находится в состоянии покоя, то в соответствии с первым законом Ньютона

$\boldsymbol{F} + \boldsymbol{mg} + \boldsymbol{F}_н = 0.$

В проекции на оси OX и OY:

$F_н \cos\alpha - F = 0$

$F_н \sin\alpha - mg = 0$

Отсюда $m = \dfrac{F}{g \cdot \mathrm{tg}\alpha} = 0{,}13$ кг

**В бланк ответов записываем: 0,13.**

**5. Заряженная частица, прошедшая ускоряющую разность потенциалов 60 В, влетает в однородное магнитное поле с индукцией 0,4 Тл и вращается по окружности с линейной скоростью 1500 м/с. Определить радиус окружности.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $U = 60$ В<br>$B = 0{,}4$ Тл<br>$\upsilon = 1500$ м/с | Поскольку частица движется в магнитном поле по окружности, то вектор ее скорости перпендикулярен вектору магнитной индукции однородного магнитного поля. Поэтому действующая на частицу сила Лоренца |
| $R$ - ? | |

$F_л = q\upsilon B\sin 90^0 = q\upsilon B$, где $q$ – заряд частицы.

Под действием силы Лоренца частица движется с центростремительным ускорением $a = \dfrac{\upsilon^2}{R}$, где R – радиус окружности. В соответствии со вторым законом Ньютона: $F_л = q\upsilon B = \dfrac{m\upsilon^2}{R}$, где $m$ – масса частицы. Отсюда $R = \dfrac{m\upsilon}{qB}$ (1)

Пройдя ускоряющую разность потенциалов $U$, частица будет обладать кинетической энергией $E_К = \dfrac{m\upsilon^2}{2} = qU$. Тогда

$$m = \frac{2qU}{\upsilon^2} \qquad (2)$$

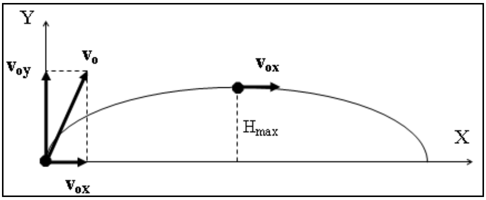
Подставляя (2) в (1), получим: $R = \dfrac{2U}{\upsilon B} = \dfrac{2\cdot 60}{1500\cdot 0{,}4} = 0{,}2$ м.

**В бланк ответов записываем: 0,2.**

**6. С поверхности земли бросили тело с начальной скоростью 10 м/с так, что в верхней точке траектории его скорость была равна 6 м/с. Определить время полета тела. Сопротивлением воздуха пренебречь.**

| **Дано:** | |
|---|---|
| $\upsilon_0 = 10$ м/с<br>$\upsilon_{0x} = 6$ м/с | |
| $t$ –? | |

**Решение**




В верхней точке траектории, находясь на максимальной высоте $H_{max}$, тело обладает только горизонтальной составляющей скорости $\upsilon_{0x}$. Как следует из рисунка, величина вертикальной составляющей начальной скорости $\upsilon_{0y} = \sqrt{\upsilon_0^2 - \upsilon_{0x}^2}$ . Время подъема тела на максимальную высоту определим из зависимости вертикальной составляющей скорости тела от времени (с учетом того, что в верхней точке траектории $\upsilon_y = 0$: $\upsilon_y = \upsilon_{0y} - gt_1 = 0$, где $g$ – ускорение свободного падения тела.

Отсюда $t_1 = \dfrac{\upsilon_{0y}}{g}$. Без учета сопротивления воздуха время подъема тела на максимальную высоту равно времени падения. Поэтому время полета тела: $t = 2t_1 = \dfrac{2\upsilon_{0y}}{g} = \dfrac{2\sqrt{\upsilon_0^2 - \upsilon_{0x}^2}}{g} = \dfrac{2 \cdot \sqrt{10^2 - 6^2}}{10} = 1{,}6$ с

**В бланк ответов записываем: 1,6.**

**7. Определить давление идеального газа (в кПа), если его плотность 0,9 кг/м$^3$ и средняя квадратичная скорость молекул равна 500 м/с.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $\rho = 0{,}9$ кг<br>$\upsilon = 500$ м/с | В соответствии с основным уравнением молекулярно-кинетической теории: |
| $P$ (кПа)–? | $$P = \frac{1}{3} m_0 n \langle \upsilon^2 \rangle, \quad (1)$$ |

где $m_0$ – масса молекулы идеального газа, $n$ – концентрация молекул, $\langle \upsilon \rangle$ – средняя квадратичная скорость молекул.

Плотность газа $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{m_0 N}{V} = m_0 n$, (2) где $m$ – масса идеального газа, $V$ – объем газа, $n = N/V$ − концентрация молекул ($N$ – число молекул газа, содержащееся в объеме $V$).

Тогда, подставляя (2) в (1), получим:

$$P = \frac{1}{3}\rho\left\langle \upsilon^2 \right\rangle = \frac{1}{3}\cdot 0{,}9\cdot 500^2 = 7{,}5\cdot 10^4\,\text{Па} = 75\,\text{кПа}\ .$$

**В бланк ответов записываем: 75.**

**8. На каком расстоянии друг от друга находятся два точечных заряда $q_1$ = –20 мкКл и $q_2$ = 1,25 мкКл, если на расстоянии 3,2 м от первого заряда результирующая напряженность электрического поля равна нулю?**

**Дано:**

$q_1$ = –20 мкКл

$q_2$ = 1,25 мкКл

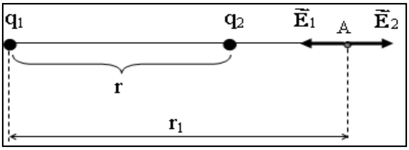
$r_1$ = 3,2 м

$\vec{E}_\text{А} = 0$

---

$r$ – ?

**Решение**




Исходя из принципа суперпозиции полей результирующая напряженность электрического поля может быть равна нулю только в точке, лежащей на прямой, проходящей через заряды $q_1$ и $q_2$. Поскольку модуль заряда $q_1$ больше модуля заряда $q_2$, то точка, в которой результирующая напряженность электрического поля будет равна нулю, должна лежать справа от заряда $q_2$ (на рис. точка А). Результирующая напряженность в точке А: $\vec{E}_\text{р} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$, где $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ – напряженность полей в точке А, созданных зарядами $q_1$ и $q_2$ соответственно. Напряженность поля в вакууме точечного заряда q на расстоянии r от него определяется формулой $E = kq/r^2$, где $k$ – коэффициент в законе Кулона. Поэтому $E = \dfrac{kq_1}{r_1^2} = \dfrac{kq_2}{\left(r_1 - r\right)^2}$.

Отсюда $\dfrac{\sqrt{q_1}}{r_1} = \dfrac{\sqrt{q_2}}{r_1 - r} \Rightarrow r = r_1\left(1 - \sqrt{\dfrac{q_2}{q_1}}\right)$.

Сделаем расчет: $r = 3{,}2\left(1 - \sqrt{\dfrac{1{,}25\cdot 10^{-6}}{20\cdot 10^{-6}}}\right) = 2{,}4$ м.

**В бланк ответов записываем: 2,4.**

**9. С какой скоростью в горизонтальном направлении вылетает шарик массой 0,04 кг из детского пистолета, пружина которого жёсткостью 100 Н/м была сжата перед выстрелом на 0,05 м?**

| **Дано:** | **Решение** |
| --- | --- |
| $m = 0{,}04$ кг<br>$k = 100$ Н/м<br>$x = 0{,}05$ м | По закону сохранения механической энергии потенциальная энергия сжатой пружины $E_P = \frac{kx^2}{2}$ переходит в кинетическую энергию движения шарика: |
| v - ? | $E_P = E_K$; $\frac{kx^2}{2} = \frac{m\upsilon^2}{2}$. |

Отсюда $\upsilon = x\sqrt{\frac{k}{m}}$. Сделаем расчет: $\upsilon = 0{,}05\sqrt{\frac{100}{0{,}04}} = 2{,}5$ м/с.

**В бланк ответов записываем: 2,5.**

**10. Определите изменение скорости автомобиля за 5 секунд, если он движется равноускоренно с ускорением 4 м/с$^2$.**

| **Дано:** | **Решение**: |
| --- | --- |
| $a = 4$ м/с<br>$t = 5$ с | При равноускоренном движении численное значение ускорения можно определить по формуле |
| $\Delta\upsilon - ?$ | $a = \frac{\upsilon\text{-}\upsilon_0}{t} = \frac{\Delta\upsilon}{t}$, где $\Delta\upsilon = \upsilon\text{-}\upsilon_0$ – изменение скорости ав- |

томобиля за время $t$ ($\upsilon$ и $\upsilon_0$ – начальная и конечная скорости соответственно). Отсюда изменение скорости автомобиля $\Delta\upsilon = at = 4 \cdot 5 = 20$ м/с.

**В бланк ответов записываем: 20.**

## ВАРИАНТ № 04

**1. При облучении катода фотоэлемента фотонами с энергией $E_{Ф1}$ = 5 эВ максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов равна $E_{К1}$ = 3 эВ. Какой должна быть энергия фотонов (в эВ), чтобы максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов увеличилась в 2 раза?**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $E_{Ф1} = 5$ эВ<br>$E_{К1} = 3$ эВ<br>$E_{К2} = 2E_{К1}$ | Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:<br>$E_Ф = A_В + E_К$, где $E_Ф$ − энергия фотонов; $A_В$ − работа выхода фотоэлектронов из металла; $E_К$ − максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов. |
| $E_{Ф2} = ?$ | Тогда в соответствии с условием задачи работа выхода фотоэлектронов из металла: |

$$A_В = E_{Ф1} - E_{К1}. \quad (1)$$

При облучении катода фотонами с энергией $E_{Ф2}$: $E_{Ф2} = A_В + E_{К2}$.

Поскольку по условию задачи $E_{К2} = 2E_{К1}$, то $E_{Ф2} = A_В + 2E_{К1}$. (2)

Подставив (1) в (2), получим: $E_{Ф2} = E_{Ф1} - E_{К1} + 2E_{К1} = E_{Ф1} + E_{К1}$.

Рассчитаем величину энергии фотонов: $E_{Ф2} = 5 + 3 = 8$ эВ.

**В бланк ответов записываем: 8**

**2. Два тела движутся по оси 0X с постоянными скоростями $v_{1X} = 0,2$ м/с и $v_{2X} = -0,4$ м/с. Начальные координаты тел $x_{01} = 0$ м и $x_{02} = 12$ м соответственно. Определите координату тел в момент их встречи.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $x_{01} = 0$ м<br>$x_{02} = 12$ м<br>$\upsilon_{1X} = 0,2$ м/с<br>$\upsilon_{2X} = -0,4$ м/с | Зависимость координаты тела от времени при равномерном движении вдоль оси 0X определяется выражением $x = x_0 + \upsilon_X t$, где $x_0$ − начальная координата тела; $\upsilon_X$ − скорость тела; $t$ − время. |
| $x_В = ?$ | Тогда уравнения движения двух тел будут иметь вид: $x_1 = x_{01} + v_{1X}t$ и $x_2 = x_{02} + \upsilon_{2X}t$. |

Подставив соответствующие значения из условия задачи, получим: $x_1 = 0,2t$ и $x_2 = 12 - 0,4t$.

В момент встречи координаты тел будут одинаковы, т.е. $x_В = x_{1В} = x_{2В}$. Следовательно можем определить момент встречи $t_В$ тел: $0,2t_В = 12 - 0,4t_В$; $0,6t_В = 12$; $t_В = 20$ с

Тогда координаты тел в момент встречи:

$x_{1В} = 0,2t_В = 0,2·20 = 4$ м; $x_{2В} = 12 - 0,4t_В = 12 - 0,4·20 = 4$ м;

$x_В = x_{1В} = x_{2В} = 4$ м.

**В бланк ответов записываем: 4.**

**3. В закрытом баллоне содержится 0,2 моля одноатомного идеального газа при $T$ = 300 К. Какое количество теплоты надо сообщить газу, чтобы средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул возросла в 2 раза?**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $V = \text{const}$<br>$\upsilon = 0{,}2$ моль<br>$T_1 = 300$ К<br>$E_{02} = 2E_{01}$ | При температуре $T_1$ средняя кинетическая энергия теплового движения одной молекулы:<br>$E_{01} = \frac{3}{2}\kappa T_1$, где $\kappa$ – постоянная Больцмана. |
| $Q$ - ? | Отсюда видно, что при увеличении абсолютной температуры газа в 2 раза средняя кинетическая энергия теплового движения одной молекулы |

увеличится в 2 раза.

Следовательно, $E_{02}/E_{01} = T_2/T_1 = 2$.

Внутренняя энергия $\upsilon$ молей одноатомного идеального газа при температурах $T_1$ и $T_2$:

$U_1 = \frac{3}{2}\nu RT_1$ и $U_2 = \frac{3}{2}\nu RT_2$, где $R$ – универсальная газовая постоянная.

В соответствии с первым началом термодинамики ($Q = \Delta U + A$) для изохорного процесса ($A$=0)

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(2T_1 - T_1) = \frac{3}{2}\nu RT_1$$

Сделаем расчет: $Q = \frac{3}{2} \cdot 0{,}2 \cdot 8{,}31 \cdot 300 = 747{,}9$ Дж.

**В бланк ответов записываем: 747,9.**

**4. Предварительно заряженный до напряжения Uo = 100 В конденсатор емкостью С = $10^{-3}$ Ф подключают к катушке индуктивности. Определить энергию магнитного поля катушки через 1/6 часть периода возникающих в LC - контуре свободных колебаний.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $U_0 = 100$ В<br>$C = 10^{-3}$ Ф<br>$t_1 = T/6$ | Колебания напряжения на обкладках конденсатора в LC-контуре происходят по гармоническому закону:<br>$U = U_0\sin(\omega t)$ или $U = U_0\cos(\omega t)$. |
| ***W* – ?** | |

Поскольку в начальный момент времени напряжение на конденсаторе равно $U_0$, то выбираем уравнение $U = U_0\cos(\omega t)$, т.к. при $t = 0$ $\cos(\omega t) = 1$ и, следовательно, $U = U_0$, что соответствует условию задачи.

Поскольку $\omega = 2\pi/T$, то в момент времени $t_1 = T/6$ напряжение на конденсаторе $U_1 = U_0\cos(\omega t_1) = U_0\cos(\pi/3) = U_0/2$.

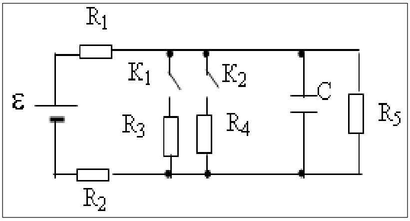
Тогда энергия конденсатора в моменты времени $t = 0$ и $t_1 = T/6$ будет равна соответственно $W_0 = \dfrac{CU_0^2}{2}$ и $W_1 = \dfrac{CU_1^2}{2} = \dfrac{CU_0^2}{8}$.

В соответствии с законом сохранения энергии энергия магнитного поля катушки $W_L$ в момент времени $t_1$ будет:

$$W_L = W_0 - W_1 = \frac{CU_0^2}{2} - \frac{CU_0^2}{8} = \frac{3CU_0^2}{8} = \frac{3\cdot 10^{-3}\cdot 100^2}{8} = 3{,}75 \text{ Дж}.$$

**В бланк ответов записываем: 3,75.**

**5. Определить внутреннее сопротивление источника, если $\boldsymbol{\varepsilon}$ = 10,4 В, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5$ = 8 Ом, а напряжение на конденсаторе равно 2 В. Ключ $К_1$ разомкнут. Ключ $К_2$ замкнут.**




**Дано:**

$\varepsilon$ = 10,4 В; $U_c$ = 2 В

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5$ = 8 Ом

$r$ - ?

**Решение**

При замкнутом ключе $К_2$ и разомкнутом ключе $К_1$ полное сопротивление внешней цепи

$$R = R_1 + R_2 + \frac{R_4R_5}{R_4 + R_5} = 20 \text{ Ом}.$$

Падение напряжения на параллельно соединенных резисторах $R_4$ и $R_5$ одинаково и равно $U_c$. Поэтому токи, протекающие по этим резисторам: $I_4 = I_5 = \dfrac{U_C}{R_4} = \dfrac{U_C}{R_5} = \dfrac{2}{8} = 0{,}25$ А.

Полный ток, протекающий в цепи, $I = I_4 + I_5 = 0,5$ А. Закон Ома для полной цепи $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$. Отсюда $r = \frac{\varepsilon}{I} - R = \frac{10,4}{0,5} - 20 = 0,8$ Ом.

**В бланк ответов записываем: 0,8.**

**6. Уравнение движения колеблющейся точки имеет вид: $x$ = 8cos(πt/3) см, где $t$ – время в секундах. За какое минимальное время после начала движения тело окажется в точке с координатой, равной (– 4) см?**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $x = 8\cos(\pi t/3)$ см<br>$x_1 = -4$ см | В начальный момент времени $t_0 = 0$ начальная координата тела<br>$x = x_0 = 8\cos(\pi t_0/3) = 8\cos 0 = +8$ см. |
| $t_1$ - ? | Определим минимальное время движения точки от начальной координаты $x_0$ до координаты $x_1$. После начала движения точка будет |

иметь координату $x_1$ в момент времени $t_1$. Поэтому $x = x_1 = 8\cos(\pi t_1/3) = -4$. Отсюда $\cos(\pi t_1/3) = -0,5$. Тогда $\pi t_1/3 = 2\pi/3$. Следовательно, $t_1 = 2$ с.

**В бланк ответов записываем: 2.**

**7. Стальной шарик и резиновый мяч, массы которых $m_1 = m_2 = 0,2$ кг, бросают вертикально вверх с одинаковыми начальными скоростями и они поднимаются на максимальные высоты $H_1$ и $H_2$ соответственно. Определить отношение $H_1/H_2$, если средние силы сопротивления воздуха, действующие на шарик и мяч равны 0,25 Н и 0,7 Н соответственно.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $m_1 = m_2 = m = 0,2$ кг<br>$\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_0$<br>$F_1 = 0,25$ Н<br>$F_2 = 0,7$ Н | Модуль работы силы сопротивления равен разности между начальной кинетической энергией и максимальной потенциальной энергией каждого из тел: |
| $H_1/H_2$ –? | $A_1 = \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} - m_1gH_1$; $A_2 = \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} - m_2gH_2$. |

Поскольку $m_1 = m_2 = m$ и $v_1 = v_2 = v_0$, то начальные кинетические энергии шарика и мяча одинаковы.

Следовательно, $A_1 - A_2 = m_2gH_2 - m_1gH_1 = mgH_2 - mgH_1$.

Модуль работы силы сопротивления для шарика и мяча:
$A_1 = F_1H_1$ и $A_2 = F_2H_2$.
Следовательно,
$F_1H_1 - F_2H_2 = mgH_2 - mgH_1$. $H_1(F_1 + mg) = H_2(F_2 + mg)$.
Отсюда $\dfrac{H_1}{H_2} = \dfrac{F_1 + mg}{F_2 + mg} = \dfrac{0,7 + 0,2 \cdot 10}{0,25 + 0,2 \cdot 10} = 1,2$.

**В бланк ответов записываем: 1,2.**

**8. Тело из состояния покоя начинает двигаться с постоянным ускорением 4 м/с$^2$. Какой путь пройдёт тело за третью секунду своего движения?**

**Дано:**
$\upsilon_o = 0$
$a = 4$ м/с$^2$
$t = 3$ с

$\Delta S_3$ - ?

**Решение:**
Путь за третью секунду:
$$\Delta S_3 = S_3 - S_2 , \qquad (1)$$
где $S_3$ – путь за три первые секунды, $S_2$ - путь за две первые секунды.
$$S_3 = \frac{at_3^2}{2}, \quad (t_3 = 3\ c). \qquad (2)$$
$$S_2 = \frac{at_2^2}{2}, \quad (t_2 = 2\ c). \qquad (3)$$
Выражения (2) и (3) подставим в (1): $\Delta S_3 = \dfrac{at_3^2}{2} - \dfrac{at_2^2}{2} = \dfrac{a}{2}\left(t_3^2 - t_2^2\right)$.

Сделаем расчет: $\Delta S_3 = \dfrac{4}{2}\left(9 - 4\right) = 10$ м.

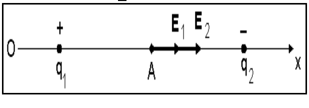
**В бланк ответов записываем: 10.**

**9. Два точечных заряда $q_1 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = (-2) \cdot 10^{-8}$ Кл находятся на расстоянии 2 м друг от друга. Определить напряжённость электрического поля на середине отрезка, соединяющего эти заряды.**

**Дано:**
$q_1 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл
$q_2 = (-2) \cdot 10^{-8}$ Кл
$r = 2$ м
$r_1 = r_2 = r/2$

$E_A$ - ?

**Решение:**




По принципу суперпозиции электростатических полей $\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

В проекции на ось ОХ: $E_A = E_1 + E_2$,

где $E_1 = k\dfrac{|q_1|}{r_1^2}$ и $E_2 = k\dfrac{|q_2|}{r_2^2}$ − численные значения напряженности электростатических полей, созданных в точке А точечными зарядами $q_1$ и $q_2$ соответственно, $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9$ м/Ф − коэффициент в законе Кулона.

Тогда результирующая напряженность электрического поля в точке А: $E_A = k\left(\dfrac{|q_1|}{r_1^2} + \dfrac{|q_2|}{r_2^2}\right)$.

Сделаем расчет: $E_A = 9\cdot 10^9 \cdot 2\cdot 10^{-8}\cdot(1+1) = 360$ В/м.

**В бланк ответов записываем: 360**

**10. Ядро изотопа некоторого элемента претерпело последовательно три $\alpha$ -распада и два $\beta^-$ −распада. Насколько уменьшилось число нейтронов в ядре?**

**Решение**

**1 способ**. Исходное ядро изотопа некоторого элемента ${}_Z^AX$, где Z − число протонов в ядре, А − суммарное число протонов и нейтронов в ядре. Ядро атома гелия ($\alpha$ - частица) ${}_2^4He$ (в ядре атома гелия содержится два нейтрона и два протона).

Реакцию $\alpha$ - распада можно записать следующим образом: ${}_Z^AX \to {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_2^4He$. Число нейтронов в исходном ядре $N = A - Z$. Число нейтронов в новом образовавшемся ядре $N_1 = (A-4) - (Z-2) = A-Z-2$. Следовательно, в результате одного $\alpha$ - распада число нейтронов в ядре уменьшается на 2. За три $\alpha$ - распада число нейтронов уменьшится на 6.

Реакцию $\beta$ – распада можно записать следующим образом: ${}_Z^AX \to {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e$. В результате одного $\beta$ – распада число нейтронов в ядре уменьшается на 1. В результате двух $\beta$ – распадов число нейтронов в ядре уменьшится на 2.

Следовательно, в результате трех $\alpha$ -распадов и двух $\beta$ – распадов число нейтронов в ядре уменьшиться на 8.

**2 способ**. Реакции $\alpha$ и $\beta$ – распадов можно записать:

$${}_{Z}^{A}X \to {}_{Z_1}^{A_1}Y + 3\left({}_{2}^{4}He\right) + 2\left({}_{-1}^{0}\beta\right).$$

По закону сохранения зарядового и массового чисел:

$$A = A_1 + 3\cdot 4 + 2\cdot 0 = A_1 + 12$$

$$Z = Z_1 + 3\cdot 2 + 2\cdot(-1) = Z_1 + 4.$$

Число нейтронов в исходном ядре: $N = A - Z$.

Число нейтронов во вновь образовавшемся ядре $N_1 = A_1 - Z_1$.

Тогда изменение числа нейтронов:

$$N - N_1 = \left(A - Z\right) - \left(A_1 - Z_1\right) = 12 - 4 = 8.$$

**В бланк ответов записываем: 8.**

## ВАРИАНТ № 05

**1. Ток короткого замыкания источника с ЭДС 12 В равен 6 А. Определить величину напряжения на резисторе сопротивлением 22 Ом, если его подключить к этому источнику.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $\varepsilon = 12$ В<br>$I_{кз} = 6$ А<br>$R = 22$ Ом | По закону Ома для однородного участка цепи напряжение на резисторе сопротивлением $R$, по которому протекает ток $I$ определяется выражением |
| $U = ?$ | $$U = IR \qquad (1)$$ Сила тока в резисторе сопротивлением $R$, подключенном к источнику тока, определяется законом Ома для полной цепи: |

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \qquad (2)$$

где $r$ − внутреннее сопротивление источника.

При отсутствии внешнего сопротивления ($R = 0$) ток короткого замыкания $I_{КЗ} = \frac{\varepsilon}{r}$. Отсюда внутреннее сопротивление источника

$r = \frac{\varepsilon}{I_{КЗ}} = \frac{12}{6} = 2$ Ом. Подставив (2) в (1), получим: $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$.

Величина напряжения на резисторе: $U = \frac{12\cdot 22}{22 + 2} = 11$ В.

**В бланк ответов записываем: 11.**

**2. Тело бросают с поверхности земли под углом 60° к горизонту, сообщив ему начальную кинетическую энергию 140 Дж. Определить потенциальную энергию тела в верхней точке траектории.**

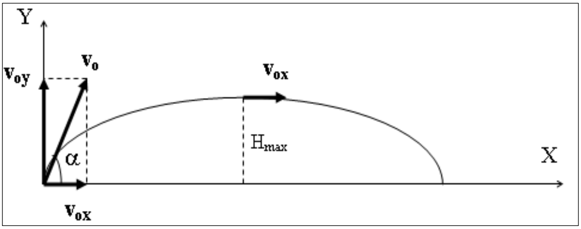
**Дано:**

$E_{К0}$ =140 Дж

$\alpha$ = 60°

$E_{Pmax}$ - ?

**Решение**




При движении тела, брошенного под углом $\alpha$ к горизонту, в верхней точке траектории потенциальная энергия $E_Р = E_{Pmax}$ и кинетическая энергия $E_К = E_{Kmin}$ Согласно закону сохранения механической энергии, полная энергия в верхней точке траектории равна полной энергии в начальный момент времени.

Поэтому $E_{К0} = E_{Pmax} + E_{Kmin}$ . Или $E_{Pmax} = E_{К0} - E_{Kmin}$ .

Поскольку $E_{к0} = \dfrac{m v_0^2}{2}$ , то $E_{Kmin} = \dfrac{m\upsilon_{0x}^2}{2} = \dfrac{m\upsilon_0^2 \cos^2\alpha}{2} = E_{К0}\cos^2\alpha$ .

Тогда $E_{Pmax} = E_{К0} - E_{Kmin} = E_{К0}(1 - cos^2\alpha)$ = 140 (1-0,25) = 105 Дж.

**В бланк ответов записываем: 105.**

**3. Два тела массами 0,1 кг и 0,15 кг висят на концах перекинутой через блок нити так, что их центры масс находятся на одной горизонтали. Определить расстояние по вертикали между телами через 0,4 с после начала движения. Массами нити, блока и трением в блоке пренебречь.**

**Дано:**

$m_1$ = 0,1 кг

$m_2$ = 0,15 кг

$t$ = 0,4 с

$H$ – ?

**Решение**

В соответствии со II законом Ньютона:

$\boldsymbol{T} + m_1\boldsymbol{g} = m_1\boldsymbol{a}$

$\boldsymbol{T} + m_2\boldsymbol{g} = m_2\boldsymbol{a}$,

где $\boldsymbol{T}$ – вектор силы натяжения нити; $\boldsymbol{g}$ – вектор ускорения свободного падения; $\boldsymbol{a}$ – ускорение движения тел

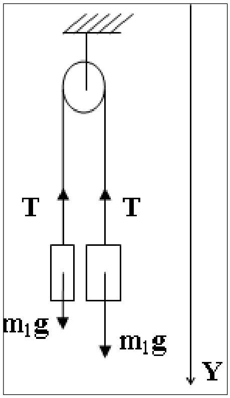
В проекции на ось Y:

$$-T + m_1 g = -m_1 a$$

$$-T + m_2 g = m_2 a$$

Отсюда величина ускорения тел

$$a = g\cdot\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = 10\cdot\frac{0{,}15-0{,}1}{0{,}15+0{,}1} = 2\ \text{м}/\text{с}^2 .$$




За время $t = 0{,}4$ с каждое из тел пройдет по вертикали расстояние $h = \frac{at^2}{2}$. Поэтому расстояние между телами будет равно:

$H = 2h = = at^2 = 2\cdot(0{,}4)^2 = 0{,}32$ м.

**В бланк ответов записываем: 0,32**

**4. В комнате объемом 40 м$^3$ влажность воздуха равна 80%. Определить массу (в граммах) водяного пара в воздухе комнаты, если плотность насыщенного пара для комнатной температуры равна 17 г/м$^3$.**

**Дано:**

$V = 40$ м$^3$

$\varphi = 80\%$

$\rho_н = 17$ г/м$^3$ = $17\cdot10^{-3}$ кг/м$^3$

$m$ –?

**Решение**

Относительная влажность:

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_Н}\cdot 100\% .$$

Отсюда $\rho = \frac{\varphi\rho_Н}{100}$.

Поскольку масса водяного пара в воздухе комнаты $m = \rho\cdot V$, где $V$ – объем комнаты, то

$$m = \frac{\varphi\rho V_н}{100} = \frac{80\cdot17\cdot40}{100} = 544\ \text{г}.$$

**В бланк ответов записываем: 544**

**5. При удалении на расстояние 1,5 м от уличного фонаря вертикально стоящего на горизонтальном асфальте стержня длиной 1 м отбрасываемая стержнем тень увеличивается от 120 см до 180 см. На какой высоте висит фонарь ?**

**Дано:**

$S = 1{,}5$м

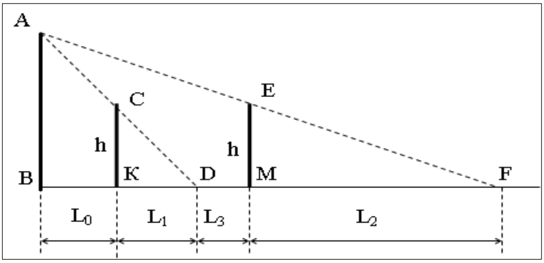
$h = 1$ м

$L_1 = 120$ см $= 1{,}2$ м

$L_2 = 180$см $=1{,}8$ м

$H$ – ?

**Решение**




Как следует из рисунка, ΔADB подобен ΔCKD и ΔAFB подобен ΔEFM. Из подобия этих треугольников следует:

$$\frac{H}{h} = \frac{L_0 + L_1}{L_1} \quad (1)$$

$$\frac{H}{h} = \frac{L_0 + L_1 + L_2 + L_3}{L_2}. \quad (2)$$

Отсюда $\frac{L_0 + L_1}{L_1} = \frac{L_0 + L_1 + L_2 + L_3}{L_2}$.

Поскольку по условию задачи $S = L_1 + L_3$, то: $\frac{L_0 + L_1}{L_1} = \frac{L_0 + L_2 + S}{L_2}$.

После несложных преобразований получим:

$$L_0 = \frac{SL_1}{L_2 - L_1} = \frac{1{,}5 \cdot 1{,}2}{1{,}8 - 1{,}2} = 3 \text{ м}. \quad (3)$$

Тогда из уравнений (1) и (3): $H = h \cdot \frac{L_0 + L_1}{L_1} = 1 \cdot \frac{3 + 1{,}2}{1{,}2} = 3{,}5$ м.

**В бланк ответов записываем: 3,5.**

**6. На концах горизонтального невесомого стержня длиной 0,8 м закреплены два шара массами 1 кг и 3 кг. Определить расстояние от середины стержня до центра тяжести системы.**

**Дано:**

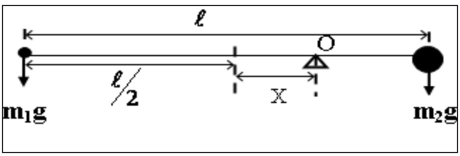
$l = 0{,}8$ м

$m_1 = 1$ кг

$m_2 = 3$ кг

$x$ - ?

**Решение**



Алгебраическая сумма моментов сил относительно оси, проходящей через центр тяжести системы тел (точка О на рисунке) должна быть равна нулю: $M_1$ - $M_2$ = 0, т.е.

$$m_1 \cdot g \cdot \left(\frac{l}{2} + x\right) - m_2 \cdot g \cdot \left(\frac{l}{2} - x\right) = 0 \;;$$

$$l \cdot (0{,}4 + x) - 3 \cdot (0{,}4 - x) = 0; \quad x = \frac{8}{40} = 0{,}2 \quad \text{м.}$$

**В бланк ответов записываем: 0,2.**

**7. При увеличении длины математического маятника на 5 м период его колебаний увеличился в 1,5 раза. Определить начальную длину математического маятника.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $l_2 = (l_1 + 5)$ м<br>$T_2 = 1{,}5T_1$ | Периоды колебаний математических маятников длиной $l_1$ и $l_2$: |
| $l_1 - ?$ | |

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}\,, \tag{1}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}\;. \tag{2}$$

Разделим (2) на (1): $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}$. Поскольку по условию задачи

$T_2 = 1{,}5T_1$ и $l_2 = (l_1 + 5)$, то $1{,}5 = \sqrt{\frac{l_1 + 5}{l_1}}$, $\quad 2{,}25 = \frac{l_1 + 5}{l_1}$.

Отсюда $2{,}25l_1 = l_1 + 5$, $\quad 1{,}25l_1 = 5$.

Следовательно, начальная длина математического маятника $l_1 = 4$ м.

**В бланк ответов записываем: 4.**

**8. Тело объемом $10^{-3}$ $м^3$ полностью погрузили в жидкость, плотность которой на 100 $кг/м^3$ меньше плотности тела. Определить вес тела в жидкости.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $V = 10^{-3}\,м^3$<br>$\Delta\rho = \rho_{тела} - \rho_ж = 100\ кг/м^3$ | На тело, полностью погруженное в жидкость, действует сила тяжести $F_Т = m \cdot g$ и сила Архимеда $F_А = \rho_ж V g$. |
| $P - ?$ | Вес тела будет равен: $P = F_Т - F_А = m \cdot g - \rho_ж \cdot g \cdot V$. |

По условию задачи $\rho_ж = \rho_{тела} - \Delta\rho = \dfrac{m}{V} - \Delta\rho$. Тогда вес тела:

$$P = m \cdot g - \left[\left(\frac{m}{V} - \Delta\rho\right)\right] \cdot g \cdot V = m \cdot g - m \cdot g + \Delta\rho \cdot g \cdot V = \Delta\rho \cdot g \cdot V.$$

Сделаем расчет веса тела $P = 100 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 1\,H$.

**В бланк ответов записываем: 1.**

**9. Тело движется вдоль оси 0X под действием постоянной результирующей силы $F_x = 5$ Н. Чему равен импульс тела через время $t = 6$ с, если оно начало двигаться из состояния покоя?**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $F_x = 5$ Н<br>$t = 6$ с<br>$\upsilon_{0x} = 0$ | Импульс результирующей силы равен изменению импульса тела:<br>$\vec{F}t = m\vec{\upsilon} - m\vec{\upsilon}_0$, где $\vec{\upsilon}_0$ и $\vec{\upsilon}$ – начальная и конечная |
| $P_x = ?$ | скорости тела массой $m$, $t$ – время действия силы. В проекции на ось 0X: |

$F_x t = m\upsilon_x - m\upsilon_{0x}$.

Поскольку начальная скорость тела равна нулю ($\upsilon_{0x} = 0$), то импульс тела через 6с после начала движения

$P_x = m\upsilon_x = F_x t = 5 \cdot 6 = 30\ кг \cdot м/с$.

**В бланк ответов записываем: 30.**

**10. Скорость тормозящей машины изменяется по закону $\upsilon = 20 - 8t$ м/с . Определить длину тормозного пути машины.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $v = 20 - 8t$ м/с | При равнозамедленном прямолинейном движении скорость тела изменяется по закону |
| $S - ?$ | $\upsilon = \upsilon_0 + at$ , (1) |

где $\upsilon_0$ и $\upsilon$ − начальная и конечная скорости тела соответственно, $a$ − модуль ускорения тела, $t$ − отрезок времени, за который произошло изменение скорости.

Поскольку по условию задачи $\upsilon = 20 - 8t$ $(м/с)$ , (2)

то, сравнивая (1) и (2), определим начальную скорость машины $\upsilon_0 = 20$ м/с и ускорение машины $a = -8\ м/с^2$ .

Так как конечная скорость машины равна нулю ( $v = 0$), то длину тормозного пути можно найти по формуле $S = \dfrac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2a} = \dfrac{-\upsilon_0^2}{2a}$ .

Подставив числовые значения, получим: $S = \dfrac{-20^2}{2(-8)} = 25$ м .

**В бланк ответов записываем: 25 .**

ВАРИАНТ № 06

**1. Пружина детского пистолета жесткостью *k* = 400 Н/м была сжата силой *F* = 40 Н. Чему будет равен импульс пули массой *m* = 0,04 кг в момент её вылета из дула при выстреле в горизонтальном направлении?**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $k = 400$ Н/м<br>$F = 40$ Н<br>$m = 0{,}04$ кг | Импульс пули в момент вылета из дула пистолета<br>$p = m\upsilon$ , (1)<br>где $v$ − скорость пули в момент вылета из ствола. |
| $p = ?$ | |

Величину сжатия $\Delta x$ пружины жесткостью $k$ под действием силы $F$ можно определить по закону Гука: $F = k\Delta x$.

Отсюда величина сжатия пружины $\Delta x = \dfrac{F}{k}$. (2)

Потенциальная энергия сжатой пружины $W_P = \dfrac{k\Delta x^2}{2}$. (3)

Подставив (2) в (3), получим: $W_P = \dfrac{F^2}{2k}$.

По закону сохранения механической энергии потенциальная энергия сжатой пружины $W_P$ будет равна кинетической энергии пули $W_K = m\upsilon^2/2$ в момент её вылета из дула: $W_P = W_K$. Тогда

$$\frac{F^2}{2k} = \frac{m\upsilon^2}{2},$$

где vυ − скорость пули в момент вылета из ствола.

Отсюда скорость пули в момент вылета из ствола $v = \dfrac{F}{\sqrt{mk}}$ (4)

Подставив (4) в (1), найдем импульс пули в момент вылета из дула:

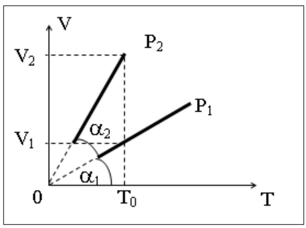
$$p = m\upsilon = \frac{mF}{\sqrt{mk}} = F\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Подставив соответствующие значения, получим:

$$p = 40\sqrt{\frac{0,04}{400}} = 0,4 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

**В бланк ответов записываем: 0,4.**

**2. На рисунке представлены две изобары, полученные при постоянных давлениях $P_1$ и $P_2$ для одной и той же массы идеального газа. Определить отношение $P_1/P_2$, если углы $\alpha_1 = \alpha_2 = 30^0$.**




**Дано:**
$P_1 = \text{const}$, $P_2 = \text{const}$
$\alpha_1 = \alpha_2 = 30^0$

$P_1/P_2$ – ?

**Решение**

Для некоторой температуры $T_0 = \text{const}$, согласно уравнению Бойля-Мариотта, справедливо уравнение: $P_1V_1 = P_2V_2$.

Отсюда $\dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{V_2}{V_1}$. (1)

Из рисунка следует: $\dfrac{V_2}{T_0} = tg(\alpha_1 + \alpha_2) = tg60^0 = \sqrt{3}$ (2)

$\dfrac{V_1}{T_0} = tg\alpha_1 = tg30^0 = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ . (3)

Из уравнений (1), (2) и (3) следует: $\dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{V_2}{V_1} = 3$ .

**В бланк ответов записываем: 3.**

**3. Упавший с крыши дома мяч массой 0,2 кг падает вертикально вниз с ускорением 7 м/с$^2$. Определить силу сопротивления воздуха.**

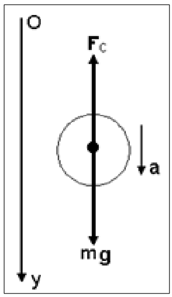
**Дано:**
$m = 0{,}2$ кг
$a = 7$ м/с$^2$

$F_c$ - ?

**Решение**

По второму закону Ньютона $m\vec{g} + \vec{F}_c = m\vec{a}$ ,

где $\vec{g}$ – ускорение свободного падения; $\vec{F}_c$ – средняя сила сопротивления воздуха.



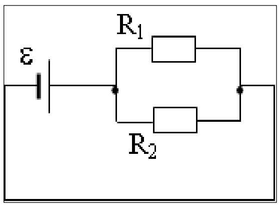

В проекции на ось ОУ: $mg - F_c = ma$ ;

$F_c = mg - ma = m(g - a)$ .

Сделаем расчет: $F_c = 0{,}2(10 - 7) = 0{,}6$ Н.

**В бланк ответов записываем: 0,6.**

**4. К источнику тока с ЭДС 9 В и внутренним сопротивлением 0,5 Ом подключили два одинаковых параллельно соединённых резистора с сопротивлением 17 Ом каждый. Какая мощность выделяется в каждом резисторе?**



| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $\varepsilon = 9$ В<br>$r = 0{,}5$ Ом<br>$R_1 = R_2 = R = = 17$ Ом | Общее сопротивление двух резисторов:<br>$\frac{1}{R_{об}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$. |
| $P = ?$ | Отсюда $R_{об} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R}{2} = \frac{17}{2} = 8{,}5$ Ом |

Закон Ома для замкнутой цепи: $I = \frac{\varepsilon}{R_{об} + r}$; $I = \frac{9}{8{,}5 + 0{,}5} = 1$ А.

При параллельном соединении напряжение на резисторах одинаково: $U = U_1 = U_2 = IR_{об}$; $U = 1 \cdot 8{,}5 = 8{,}5$ В.

Мощность, выделяемая в каждом резисторе:

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} = P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{(8{,}5)^2}{17} = 4{,}25 \text{ Вт}.$$

**В бланк ответов записываем: 4,25.**

**5. Во сколько раз увеличится частота колебаний пружинного маятника, если коэффициент жесткости пружины увеличить в 2,25 раза?**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $\frac{k_2}{k_1} = 2{,}25$ | Частоты колебаний двух пружинных маятников с одинаковым грузом массой $m$ и с пружинами разной жесткости: |
| $\frac{\nu_2}{\nu_1} = ?$ | $\nu_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m}}$ и $\nu_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2}{m}}$. Отсюда отношение |

частот колебаний $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2}{m}}}{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m}}} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5$.

**В бланк ответов записываем: 1,5.**

**6. Какое давление оказывает идеальный газ на стенки сосуда, если плотность газа равна 0,06 кг/м$^3$, а средняя квадратичная скорость его молекул равна 500 м/с? Ответ дать в килопаскалях.**

**Дано:**

$\rho = 0,06$ кг/м$^3$

$\langle \upsilon_{кв} \rangle = 500$ м/с

$P - ?$

**Решение**

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа:

$$P = \frac{1}{3} n \cdot m_0 \cdot \langle \upsilon_{кв} \rangle^2, \quad (1)$$

где $n = N/V$ − концентрация молекул газа (число молекул $N$, содержащихся в объеме $V$), $m_0$ – масса одной молекулы.

Из условия задачи нам известна плотность газа. По определению плотность

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_0 \cdot N}{V} = n m_0, \quad (2)$$

где $m = m_0 \cdot N$ − масса газа.

Следовательно, уравнение (1) с учетом уравнения (2) может быть записано: $P = \frac{1}{3} \rho \cdot \langle \upsilon_{кв} \rangle^2$.

Подставив значения плотности газа и средней квадратичной скорости из условия задачи, найдем величину давления газа:

$$P = \frac{1}{3} \cdot 0,06 \cdot 500^2 = 15 \cdot 10^3 \, \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^3 \cdot \text{с}^2} = 15 \cdot 10^3 \, \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 15 \cdot 10^3 \, \text{Па} = 15 \, \text{кПа}.$$

**В бланк ответов записываем: 15.**

**7. Частица движется со скоростью $\text{v} = \frac{c \cdot \sqrt{3}}{2}$ ($c$ – скорость света в вакууме). Во сколько раз кинетическая энергия частицы больше ее энергии покоя?**

**Дано:**

$\upsilon = \frac{c \cdot \sqrt{3}}{2}$

$\frac{E_k}{E_0} - ?$

**Решение**

Кинетическая энергия релятивистской частицы вычисляется по формуле:

$E_k = E_0 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}} - 1 \right)$, где $E_0$ − энергия покоя частицы. Отсюда $\frac{E_k}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\upsilon/c)^2}} - 1$.

Поскольку по условию задачи $\frac{\upsilon}{c}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, то, подставив данное отношение в последнее выражение, получим: $\frac{E_k}{E_0}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{3}{4}}}-1=1$.

**В бланк ответов записываем: 1.**

**8. Смешали 2 кг воды температурой 20 $^0$C, 3 кг воды температурой 40 $^0$C и 1 кг воды температурой 80 $^0$C. Какая установилась температура смеси? Потерями тепла пренебречь.**

**Дано:**

$m_1=2$ кг, $t_1=20\ ^0$C

$m_2=3$ *кг*, $t_2=40\ ^0$C

$m_3=1$ *кг*, $t_3=80\ ^0$C

$t_к-?$

**Решение**

Количество теплоты $Q$, которое необходимо сообщить телу массой $m$, удельная теплоемкость которого $c$, чтобы изменить его температуру от $t_1$ до $t_2$, определяется выражением:

$Q=cm\left(t_2-t_1\right)$. '

Составим уравнение теплового баланса:

$Q_1+Q_2+Q_3=0$;

$cm_1\left(t_к-t_1\right)+cm_2\left(t_к-t_2\right)+cm_3\left(t_к-t_3\right)=0$,

где $c$ − удельная теплоемкость воды, $t_к$ − конечная температура смеси.

Отсюда $m_1t_к-m_1t_1+m_2t_к-m_2t_2+m_3t_к-m_3t_3=0$.

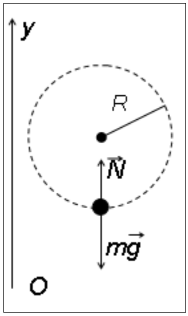
Тогда $\left(m_1+m_2+m_3\right)t_к=m_1t_1+m_2t_2+m_3t_3$.

Выразим конечную температуру смеси:

$$t_к=\frac{m_1t_1+m_2t_2+m_3t_3}{m_1+m_2+m_3}=\frac{40+120+80}{2+3+1}=40^0\text{C}.$$

**В бланк ответов записываем: 40.**

**9. Самолет выполняет «мертвую петлю» радиусом 5000 м. В нижней точке петли летчик массой 80 кг давит на сиденье с силой 1800 Н. Определить скорость самолета.**




| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $R = 5000$ м<br>$m = 80$ кг<br>$P = 1800$ Н | Уравнение движения летчика (в соответствии со вторым законом Ньютона) |
| $\upsilon - ?$ | $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$, |

где $\vec{N}$ − сила реакции сиденья $\left(\left|\vec{N}\right| = \left|\vec{P}\right|\right)$,

$\vec{g}$ − ускорение свободного падения.

Центростремительное ускорение летчика $a_{цс} = \dfrac{\upsilon^2}{R}$. Проекция уравнения движения на ось OY: $N - mg = m\dfrac{\upsilon^2}{R}$.

Отсюда скорость летчика в нижней точке траектории (с учетом $\left(\left|\vec{N}\right| = \left|\vec{P}\right|\right)$: $\upsilon = \sqrt{\left(\dfrac{P}{m} - g\right)R}$.

Определим величину скорости: $\upsilon = \sqrt{\left(\dfrac{1800}{80} - 10\right)5000} = 250$ м/с.

**В бланк ответов записываем: 250.**

**10. Для некоторого металла длина волны, соответствующая красной границе фотоэффекта, равна 0,495 мкм. Определить работу выхода (в эВ) электрона из этого металла.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $\lambda_0 = 0{,}495$ мкм $=$<br>$= 0{,}495 \cdot 10^{-6}$ м | Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:<br>$E_ф = A_{вых} + E_к$, |
| $A_{вых} - ?$ | |

где $E_ф$ − энергия фотонов; $A_{вых}$ − работа выхода фотоэлектронов из металла; $E_к$ − максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Когда максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов $E_к = 0$, энергия фотона равна работе выхода $E_ф = A_{вых}$ (красная граница фотоэффекта).

Тогда работа выхода электрона из металла $A_{вых} = \dfrac{hc}{\lambda_0}$,

где $h$ − постоянная Планка, $c$ − скорость света в вакууме, $\lambda_0$ − максимальная длина волны, при которой еще происходит фотоэффект.

Подставив значения констант, получим численное значение работы выхода:

$$A_{вых} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{0{,}495 \cdot 10^{-6}} = 4 \cdot 10^{-19}\,\text{Дж}.$$

Определим величину работы выхода в электрон-вольтах: $A_{вых} = \dfrac{4 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 2{,}5$ эВ.

**В бланк ответов записываем: 2,5.**

## ВАРИАНТ № 07

**1. Частица с зарядом $10^{-6}$ Кл, обладающая импульсом $10^{-8}$ кг·м/с, движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл. Определить радиус окружности.**

| **Дано:** |
|---|
| $q = 10^{-6}$ Кл |
| $p = 10^{-8}$ кг·м/с |
| $B = 0{,}1$ Тл |
| $R$ - ? |

**Решение**

При движении заряженной частицы в магнитном поле по окружности центростремительное ускорение создается силой Лоренца: $F_л = q\upsilon B \sin\alpha$.

Поскольку по условию задачи частица движется в магнитном поле по окружности, то вектор ее скорости перпендикулярен вектору индукции однородного магнитного поля $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$, т.е. $\sin\alpha = \sin 90^0 = 1$.

Следовательно, сила Лоренца $F_л = q\upsilon B$.

Под действием этой силы частица массой $m$ движется по окружности с центростремительным ускорением $a_ц = \dfrac{\upsilon^2}{R}$.

По второму закону Ньютона $F_л = ma_ц$; $q\upsilon B = m\dfrac{\upsilon^2}{R}$.

Отсюда $R = \dfrac{m\upsilon}{qB} = \dfrac{p}{qB}$, где импульс частицы $p = m\upsilon$. Сделаем расчет величины радиуса окружности:

$$R = \frac{10^{-8}}{10^{-6}\cdot 0{,}1} = 0{,}1 \text{ м}.$$

**В бланк ответов записываем: 0,1.**

**2. Определить внутреннее сопротивление источника постоянного тока, если известно, что при подключении к нему резистора с сопротивлением 8 Ом сила тока в цепи равна 2 А, а при подключении резистора с сопротивлением 6 Ом сила тока в цепи равна 2,5 А.**

**Дано:**

$R_1 = 8$ Ом

$I_1 = 2$ А

$R_2 = 6$ Ом

$I_2 = 2{,}5$ А

$r = ?$

**Решение**

По закону Ома для неоднородной замкнутой цепи при подключении к источнику тока поочередно резисторов $R_1$ и $R_2$ в этих цепях будут протекать токи $I_1$ и $I_2$: $I_1 = \dfrac{\varepsilon}{R_1 + r}$, и $I_2 = \dfrac{\varepsilon}{R_2 + r}$,

где $\varepsilon$ − ЭДС источника тока, $r$ − внутреннее сопротивление источника тока.

Отсюда $\varepsilon = I_1(R_1 + r)$ и $\varepsilon = I_2(R_2 + r)$.

Приравняв последние два уравнения, получим:

$$I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r), \quad I_1R_1 - I_2R_2 = r(I_2 - I_1), \quad r = \frac{I_1R_1 - I_2R_2}{I_2 - I_1}.$$

Сделаем расчет: $r = \dfrac{2\cdot 8 - 6\cdot 2{,}5}{2{,}5 - 2} = 2$ Ом.

**В бланк ответов записываем: 2.**

**3. Тело массой 200 г упало с башни на землю. При этом его кинетическая энергия в момент падения на землю оказалась в 2 раза меньше его начальной потенциальной энергии. Найти среднюю силу сопротивления воздуха.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $m = 200\ \text{г} = 0,2\ \text{кг}$<br>$E_К = \dfrac{E_П}{2}$ | |
| $F_{сопр} = ?$ | |

Работа, совершенная против сил сопротивления воздуха, равна убыли полной механической энергии. Начальная полная механическая энергия равна максимальной потенциальной энергии тела на вершине башни. Конечная полная механическая энергия тела равна максимальной кинетической энергии тела в момент падения на землю. Поэтому работа, совершенная против сил сопротивления воздуха:

$$A = E_П - E_К\ ,\ \ A = E_П - \frac{E_П}{2} = \frac{E_П}{2} = F_{сопр} \cdot h\ ,$$

где $E_П = mgh$ − начальная потенциальная энергия тела на вершине башни высотой $h$; $E_К$ − кинетическая энергия тела в момент падения на землю.

Тогда $F_{сопр} \cdot h = \dfrac{mgh}{2} \Rightarrow F_{сопр} = \dfrac{mg}{2} = \dfrac{0,2 \cdot 10}{2} = 1$ Н.

**В бланк ответов записываем: 1.**

**4. Во сколько раз увеличится период колебаний математического маятника, если его длину увеличить в 4 раза?**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $l_2 = 4l_1$ | |
| $\dfrac{T_2}{T_1} = ?$ | |

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ ,$$

где $l$ − длина маятника, $g$ − ускорение свободного падения. Тогда отношение периодов колебаний двух маятников

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi\sqrt{\dfrac{l_2}{g}}}{2\pi\sqrt{\dfrac{l_1}{g}}} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \sqrt{\frac{4l_1}{l_1}} = \sqrt{4} = 2\ .$$

**В бланк ответов записываем: 2.**

**5. Определить силу Архимеда, действующую на полностью погруженное в воду тело объемом 3·10$^{-4}$ м$^3$. Плотность воды 1000 кг/м$^3$.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $V = 3 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^3$<br>$\rho = 10^3$ кг/м$^3$ | На полностью погруженное в жидкость тело действует сила Архимеда $F_\text{А} = \rho V g$ ,<br>где $\rho$ − плотность жидкости, $V$ − объем тела, погруженного в жидкость, $g$ − ускорение свободного падения. |
| $F_\text{А}$ − ? | |

Найдем численное значение силы Архимеда:

$F_\text{А} = 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 10 = 3$ Н .

**В бланк ответов записываем: 3.**

**6. Период полураспада радиоактивного изотопа актиния $_{89}Ac^{225}$ равен десяти суткам. Через сколько суток число радиоактивных ядер этого изотопа уменьшится в 32 раза?**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $T =$ 10 сут.<br>$к = 32$ | В соответствии с законом радиоактивного распада $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где $N_0$ – начальное количество радиоактивных ядер в момент времени $t_0 = 0$; |
| $t$–? | $N$ – количество радиоактивных ядер, оставшихся нераспавшимися к моменту времени t; $T$ – период |

полураспада. По условию задачи $к = \dfrac{N_0}{N} = 32 = 2^5$ .

Тогда $\dfrac{N_0}{N} = 2^{+\frac{t}{T}}$ . Отсюда $2^5 = 2^{+\frac{t}{T}}$ . Следовательно, $5 = \dfrac{t}{T}$ .

Тогда $t = 5T = 5 \cdot 10 = 50$ сут .

**В бланк ответов записываем: 50.**

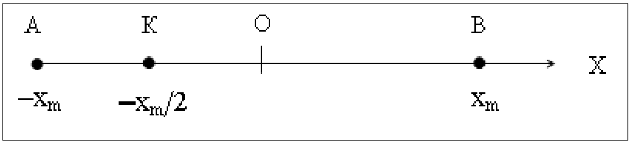
**7. Тело совершает гармонические колебания между крайними точками А и В, лежащими на оси X. Между точками А и В находится точка К, так, что АВ = 4АК. Определить отношение времени движения тела от точки В до точки К ко времени движения от точки К до точки А.**

**Дано:**

AB = 4AK

---

$\dfrac{t_{\text{ВК}}}{t_{\text{КА}}}$ – ?




**Решение**

Пусть точка O – положение равновесия тела (рис.). Тогда $\text{AO} = -x_m$ и $\text{OB} = +x_m$, где $x_m$–амплитуда колебаний. По условию задачи $\text{AB} = 4\text{AK}$. Поэтому $\text{AK} = \text{KO} = \dfrac{\text{AO}}{2}$ и координата точки K будет равна $\dfrac{-x_m}{2}$ (рис.).

Пусть в начальный момент времени $t_0 = 0$ тело находится в точке B, координата которой равна $x_m$. Этому начальному условию соответствует уравнение гармонических колебаний $x = x_m\cos(\omega t)$, так как при $t_0 = 0$ $\cos(\omega t_0) = 1$ и координата тела в этот момент времени равна $+x_m$, что отвечает условию задачи (т.е. в начальный момент времени тело находится в точке B).

Определим минимальный отрезок времени $t_{\text{ВК}}$, через который тело окажется в точке K с координатой $\dfrac{-x_m}{2}$: $x = x_m\cos(\omega t_{\text{ВК}}) = \dfrac{-x_m}{2}$.

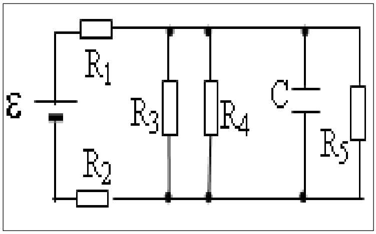
Отсюда $\cos(\omega t_{\text{ВК}}) = -0{,}5$. Следовательно, $\omega t_{\text{ВК}} = 2\pi/3$. Тогда $t_{\text{ВК}} = \dfrac{2\pi}{3\omega}$. Поскольку $\omega t_{\text{ВК}} = \dfrac{2\pi}{T}$, где $T$ – период колебаний тела, то: $t_{\text{ВК}} = \dfrac{T}{3}$.

Время движения тела от точки B до точки A $t_{\text{ВА}} = T/2$. Тогда время движения от точки K до точки A: $t_{\text{КА}} = t_{\text{ВА}} - t_{\text{ВК}} = \dfrac{T}{2} - \dfrac{T}{3} = \dfrac{T}{6}$.

Тогда $\dfrac{t_{\text{ВК}}}{t_{\text{КА}}} = \dfrac{T}{3} : \dfrac{T}{6} = 2$.

**В бланк ответов записываем: 2.**

**8. Определить ЭДС источника тока, внутреннее сопротивление которого 1 Ом, если $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_s = R_6 = 6$ Ом, а напряжение на конденсаторе равно 1,4 В.**




**Дано:**
$r = 1$ Ом
$R_1 = R_2 = R_3 =$
$R_4 = R_6 = R_5 = 6$ Ом
$U_C = 1{,}4$ В

ε – ?

**Решение**

Определим полное сопротивление внешней цепи:

$$R = R_1 + R_2 + \frac{R_3R_4R_5}{R_3R_4 + R_4R_5 + R_3R_5} = 2R_1 + \frac{R_1}{3} = \frac{7R_1}{3}.$$

Падение напряжения на параллельно соединенных резисторах $R_3$, $R_4$ и $R_5$ одинаково и равно $U_C$. Поэтому токи, протекающие по этим одинаковым резисторам:

$$I_3 = I_4 = I_5 = \frac{U_C}{R_3} = \frac{U_C}{R_4} = \frac{U_C}{R_5}.$$

Полный ток, протекающий в цепи: $I = I_3 + I_4 + I_5 = \dfrac{3U_C}{R_1}$.

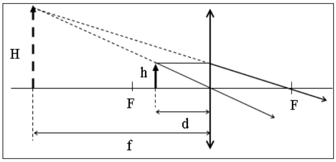
По закону Ома для полной цепи: $\varepsilon = I\cdot(R + r) = \dfrac{3U_C}{R_1}\cdot\left(\dfrac{7R_1}{3} + r\right)$.

Сделаем расчет: $\varepsilon = \dfrac{3\cdot 1{,}4}{6}\cdot\left(\dfrac{7\cdot 6}{3} + 1\right) = 10{,}5$ В.

**В бланк ответов записываем: 10,5.**

**10. Линейный предмет расположен перпендикулярно главной оптической оси собирающей линзы. Определить отношение фокусного расстояния линзы к расстоянию между линзой и предметом, если мнимое изображение предмета в 3 раза больше предмета.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $\dfrac{H}{h}=3$ | Поскольку по условию задачи изображение предмета является мнимым, то предмет находится между фокусом и линзой. Формула тон- |
| $\dfrac{F}{d}$ - ? | |




кой линзы в этом случае будет иметь следующий вид:

$$\frac{1}{d}-\frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$

Увеличение линзы $\Gamma = \dfrac{H}{h}=\dfrac{f}{d}=3$. Отсюда $f = 3d$.

Тогда $\dfrac{1}{d}-\dfrac{1}{3d} = \dfrac{2}{3d}=\dfrac{1}{F}$. Отсюда $\dfrac{F}{d}= \dfrac{3}{2}=1,5$.

**В бланк ответов записываем: 1,5.**

**10. Два точечных заряда $q_1$ = 6·10$^{-8}$ Кл и $q_2$ = (-2)·10$^{-8}$ Кл находятся на расстоянии 4 м друг от друга в масле с диэлектрической проницаемостью ε = 2,5. Определить потенциал электрического поля на середине отрезка, соединяющего эти заряды.**

| **Дано:** | **Решение** |
|---|---|
| $q_1 = 6\cdot10^{-8}$ Кл<br>$q_2 = (-2)\cdot10^{-8}$ Кл<br>$r = 4$ м<br>$\varepsilon = 2{,}5$ | Потенциал поля точечного заряда $q$ на расстоянии $r$ от него определяется зависимостью $\varphi = k\dfrac{q}{\varepsilon r}$, |
| $\varphi$ – ? | где $k = 9\cdot10^9$ м/Ф – постоянная в законе Кулона. |

Потенциал электрического поля на середине отрезка, соединяющего заряды $q_1$ и $q_2$, равен алгебраической сумме потенциалов полей, созданных каждым из точечных зарядов:

$$\varphi = \varphi_1+\varphi_2 = k\frac{2q_1}{\varepsilon r}+k\frac{2q_2}{\varepsilon r}=\frac{2k}{\varepsilon r}\left(q_1+q_2\right).$$

Сделаем расчет: $\varphi = \dfrac{2\cdot9\cdot10^9}{2,5\cdot4}\left(6\cdot10^{-8}+(-2)\cdot10^{-8}\right)=72$ В.

**В бланк ответов записываем: 72.**

## П.2.2 Типовые задания для самостоятельного решения

ЗАДАНИЕ 01

1. Первую половину пути автомобиль проехал со средней скоростью 72 км/ч, а вторую половину – со скоростью 108 км/ч. Чему равна средняя скорость движения автомобиля на всем пути?

2. Тело соскальзывает вниз по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^0$ с горизонтом. Определить ускорение тела, если коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью равен $\frac{1}{5\sqrt{3}}$.

3. С какой скоростью с башни высотой 40 м бросили вертикально вверх тело, если до падения на землю оно прошло путь, равный 200 м?

4. На дне сосуда с жидкостью укреплена шарнирно тонкая деревянная палочка длиной 40 см, часть которой длиной 12 см выступает над поверхностью жидкости. Определить отношение плотности дерева к плотности жидкости.

5. Температура нагревателя идеального теплового двигателя равна 327 $^0$C, а температура холодильника 27 $^0$C. Если этот двигатель совершил работу в 700 Дж, то какое количество теплоты (в кДж) он получил от нагревателя?

6. Сила кулоновского притяжения между двумя маленькими, одинаково заряженными по модулю шариками равна 10 Н. Определить силу взаимодействия между ними, если половину заряда с одного шарика перенести на другой при неизменном расстоянии между ними.

7. Определить внутреннее сопротивление источника постоянного тока, если известно, что при подключении к нему резистора с сопротивлением 8 Ом сила тока в цепи равна 1 А, а при подключении резистора с сопротивлением 2 Ом сила тока в цепи равна 3 А.

8. Магнитный поток через площадь, ограниченную контуром из проволоки сопротивлением 2 Ом, равномерно уменьшился от 0,04 Вб до нуля. Какой заряд прошел при этом через поперечное сечение проволоки?

9. Какого минимального радиуса круглый непрозрачный диск необходимо разместить на поверхности озера, чтобы свет от поме-

щенной под ним на глубину $0{,}3\sqrt{7}$ м лампочки не был виден с берега? Показатель преломления воды принять равным 4/3.

10. В результате нескольких α-распадов и $\beta^-$-распадов ядро урана ${}^{238}_{92}U$ превратилось в стабильное ядро свинца ${}^{198}_{82}Pb$. Сколько при этом произошло $\beta^-$-распадов?

## ЗАДАНИЕ 02

1. Два автомобиля, находящиеся на расстоянии 450 м друг от друга, движутся в одном направлении с постоянными скоростями $v_1$ = 18 км/ч и $v_2$ = 54 км/ч. Через сколько времени второй автомобиль догонит первый?

2. После удара клюшкой шайба массой 0,2 кг скользит по горизонтальному льду с ускорением, по модулю равным 0,4 м/с$^2$. Определить модуль силы трения скольжения, действующей на шайбу.

3. Чтобы растянуть свободную пружину на 10 см, надо совершить работу, равную 100 Дж. На сколько сантиметров можно растянуть эту свободную пружину, совершив работу, равную 25 Дж?

4. Во сколько раз площадь основания одного из сообщающихся сосудов, имеющих вертикальные стенки, больше площади основания другого, если при вливании в систему 30 л жидкости в узком сосуде оказывается 5 л жидкости?

5. В результате изохорического процесса внутренняя энергия газа возросла на 48 Дж. Какое количество теплоты было передано газу?

6. Два точечных заряда $q_1 = 3{\cdot}10^{-9}$ Кл и $q_2 = (-3){\cdot}10^{-9}$ Кл находятся в вакууме на расстоянии 4 м друг от друга. Определить модуль напряженности электрического поля в точке, лежащей на соединяющем эти заряды отрезке, если точка находится на расстоянии 1 м от одного из зарядов.

7. Сопротивление электрической цепи, содержащей три параллельно соединенные одинаковые резистора, равно 30 Ом. Определить сопротивление одного резистора.

8. Груз какой массы надо подвесить к пружине жесткостью 20 Н/м, чтобы период колебаний этого груза совпадал с периодом колебаний математического маятника длиной 1 м?

9. Предмет находится на расстоянии 0,5 м от собирающей линзы. Определить оптическую силу линзы, если действительное изображение предмета находится на расстоянии 0,2 м от линзы.

10. Период полураспада одного из изотопов полония равен 138 сут. За сколько суток распадется 50% ядер этого изотопа?

## ЗАДАНИЕ 03

1. С какой высоты упало тело, если за последнюю секунду своего движения оно прошло 3/4 всего пути?

2. Лифт с пассажиром движется вверх с ускорением 2 м/с$^2$. Определить вес пассажира, если его масса 70 кг.

3. Два тела с массами m и 2m, имеющие импульсы p и p/2, движутся по взаимно перпендикулярным направлениям. После соударения частицы обмениваются импульсами. Определить потерю механической энергии при соударении, если m=0,25 кг, p=2 Н·с.

4. Определить силу натяжения нити, на которой висит шарик массой 0,2 кг полностью погруженный в жидкость плотностью 900кг/м$^3$, если объем шарика $10^{-4}$ м$^3$.

5. Какое давление оказывает идеальный газ на стенки сосуда, если плотность газа равна 0,06 кг/м$^3$, а средняя квадратичная скорость его молекул равна 500 м/с?

6. Два точечных заряда, величина одного из которых равна $0{,}36\cdot10^{-9}$ Кл, находятся на расстоянии 1 м друг от друга. Величина напряженности электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 0,6 м от первого заряда и на расстоянии 0,8 м от второго заряда, равна $9\sqrt{2}$ В/м. Определить величину второго заряда (в нКл).

7. Во сколько раз надо уменьшить сопротивление лампочки при изменении напряжения в сети с 220 В до 110 В, чтобы мощность лампочки осталась неизменной? Считать, что сопротивление лампочки не зависит от температуры.

8. Рамка вращается в однородном магнитном поле. Во сколько раз увеличится максимальное значение ЭДС индукции в рамке, если период вращения рамки уменьшить в 2 раза, а индукцию магнитного поля увеличить в 4 раза?

9. Оптическая сила собирающей линзы 5 дптр. На каком расстоянии от линзы нужно поместить предмет, чтобы его изображение было в натуральную величину?

10. В ядро попадает ускоренный протон и в результате ядерной реакции вылетает $\alpha$-частица ($_2\alpha^4$). Насколько уменьшится число нейтронов в ядре?

## ЗАДАНИЕ 04

1. С какой высоты упала шишка, если она падала 1 с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

2. Локомотив ведет состав из 10 одинаковых вагонов с постоянной скоростью. Сила сопротивления движению, действующая на один вагон, равна 50 кН. Определить (в кН) модуль силы натяжения сцепки между вторым и третьим вагонами.

3. Тело массой 0,2 кг падает без начальной скорости с высоты 30 м и в момент падения на землю имеет скорость 20 м/с. Определить модуль работы силы сопротивления воздуха.

4. Площадь малого поршня гидравлического пресса в 120 раз меньше площади большого поршня. На большой поршень поставили гирю массой 24 кг. Определить массу гири, которую надо поставить на малый поршень, чтобы пресс остался в равновесии? Массой поршней пренебречь.

5. Давление идеального газа, находящегося в закрытом баллоне, равно 200 кПа при температуре 297 $^0$С. Определить давление (в кПа) газа в баллоне, если его охладили до температуры 12 $^0$С.

6. Коэффициент полезного действия тепловой машины равен 20%. Какое количество теплоты надо передавать рабочему веществу при каждом цикле работы машины, чтобы она совершала за один цикл полезную работу, равную 150 Дж?

7. В вершинах квадрата АВСД находятся точечные заряды $q_A = 4{\cdot}10^{-9}$ Кл, $q_B = (-3){\cdot}10^{-9}$ Кл, $q_C = 4{\cdot}10^{-9}$ Кл и $q_Д = 6{\cdot}10^{-9}$ Кл соответственно. Определить модуль напряженности электрического поля в центре квадрата, если длина его диагонали равна 2 м.

8. Частица, имеющая заряд $2{\cdot}10^{-5}$ Кл, вращается в однородном магнитном поле с индукцией 0,02 Тл по окружности с постоянной по модулю скоростью $2{\cdot}10^5$ м/с. Определить величину силы Лоренца, действующей на частицу.

9. Уравнение движения колеблющейся точки имеет вид: $x = 5\sin(10\pi t)$ м. Сколько колебаний совершит точка за 5 с?

10. Луч света переходит из среды с абсолютным показателем преломления $n_1 = \sqrt{3}$ в среду с абсолютным показателем преломления $n_2 = \sqrt{2}$. Определить угол преломления (в градусах), если угол падения луча на границу сред равен $45^0$.

## ЗАДАНИЕ 05

1. Из пункта А в пункт Б моторная лодка, двигаясь по течению реки с максимально возможной скоростью, доходит за 20 мин. Расстояние между пунктами равно 4,2 км. За какое минимальное время (в минутах) лодка сможет дойти из пункта Б в пункт А, если скорость течения реки 35 м/мин?

2. Во сколько раз уменьшается сила притяжения к Земле космической ракеты при ее удалении от поверхности Земли на расстояние, равное радиусу Земли?

3. Определить объем тела, если при его полном погружении в жидкость плотностью $1{,}6 \cdot 10^3$ кг/м$^3$ на тело действует сила Архимеда, равная 800 Н.

4. До какой температуры (в $^0$С) надо изобарно охладить газ, находящийся при температуре 147 $^0$С, чтобы его объем уменьшился в 1,4 раза?

5. Какую массу воды, взятой при температуре 20 $^0$С, можно довести до кипения, передав ей количество теплоты Q = 6720 Дж? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·К).

6. Два одинаковых точечных заряда $q_1 = q_2 = 3 \cdot 10^{-9}$ Кл находятся в вакууме на расстоянии 4 м друг от друга. Определить модуль напряженности электрического поля в точке, лежащей на соединяющем эти заряды на отрезке, если точка находится на расстоянии 1 м от одного из зарядов.

7. Индуктивность катушки равна 0,02 Гн. Определить силу тока, протекающего по виткам катушки, если энергия магнитного поля катушки равна $4 \cdot 10^{-4}$ Дж.

8. Период колебаний в колебательном контуре, состоящем из катушки и плоского воздушного конденсатора, равен 2 мкс. Каким станет период колебаний (в мкс), если все пространство между

пластинами конденсатора заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью, равной 4?

9. Предмет находится на расстоянии 0,5 м от собирающей линзы. Определить расстояние от линзы до действительного изображения предмета, если оптическая сила линзы равна 7 дптр.

10. В ядро некоторого химического элемента попадает ускоренный протон и вылетает альфа – частица ($_2\alpha^4$). На сколько единиц уменьшается массовое число ядра?

## ЗАДАНИЕ 06

1. По двум параллельным железнодорожным путям равномерно движутся два поезда в противоположных направлениях: грузовой со скоростью 54 км/ч и пассажирский со скоростью 90 км/ч. Какова величина относительной скорости поездов?

2. Тело, привязанное к нити, равномерно вращается в вертикальной плоскости вокруг точки подвеса. Чему равна масса тела, если разность между максимальным и минимальным натяжением нити равна 10 Н? Удлинением нити пренебречь.

3. Два тела с одинаковыми массами $m_1=m_2=1$ кг движутся навстречу друг другу со скоростями $v_1=1$ м/с и $v_2=3$ м/с. Определить кинетическую энергию системы после центрального неупругого удара.

4. Два малых по размерам груза массами 6 кг и 2 кг скреплены невесомым стержнем длиной 0,6 м. На каком расстоянии от центра стержня находится центр тяжести такой системы?

5. Во сколько раз возрастет давление идеального газа в закрытом сосуде, если средняя квадратичная скорость молекул газа увеличится на 10 %?

6. Воду с температурой 20 $^0$С смешивают с водой при температуре 100 $^0$С. Определить отношение массы холодной воды к массе горячей, если установившаяся температура равна 40 $^0$С. Тепловыми потерями пренебречь.

7. Небольшие заряженные тела расположены на одной прямой в вакууме. Тело с зарядом $q_2=5\cdot10^{-8}$ Кл расположено между телом с зарядом $q_1=-3\cdot10^{-8}$ Кл (на расстоянии $r_{12}=0,3$ м от него) и телом с зарядом $q_3=8\cdot10^{-8}$ Кл (на расстоянии $r_{23}=0,5$ м от него). Определить модуль результирующей кулоновской силы (в мкН), приложенной к телу с зарядом $q_2$.

8. Если к полюсам источника с ЭДС 12 В подключить резистор сопротивлением 46 Ом, то в цепи протекает ток 0,25 А. Чему равен ток короткого замыкания?

9. Если два электрона с кинетическими энергиями $W_1=W$ и $W_2=4W$ соответственно движутся по окружностям в однородном магнитном поле в плоскости, перпендикулярной линиям индукции магнитного поля, то каково отношение их периодов обращения $T_1/T_2$?

10. На расстоянии *S* от наблюдателя ударяют молотком по железнодорожному рельсу. Наблюдатель, приложив ухо к рельсу, услышал звук на 3 с раньше, чем он дошел до него по воздуху. Определить расстояние *S*. Скорость звука в стали 5280 м/с, скорость звука в воздухе 330 м/с.

## ЗАДАНИЕ 07

1. Тело вращается с постоянной угловой скоростью $8\pi$ (рад/с). Определить период вращения.

2. Тело массой m = 3 кг скользит с ускорением 2 м/с$^2$ по горизонтальной плоскости под действием горизонтальной силы тяги F = 10 Н. Определить силу трения скольжения.

3. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы тело массой 2 кг поднять на высоту 50 см?

4. На двух вертикальных канатах висит горизонтально цилиндрический стержень. Один канат прикреплен к стержню на расстоянии 3 м от его середины . Второй канат – на расстоянии 2 м от середины стержня. Найти отношение силы натяжения второго каната к силе натяжения первого каната.

5. Газ при температуре 127 $^0$C занимает объем $V_1$. До какой температуры (в $^0$C) надо изобарно охладить газ, чтобы его объем стал равным $V_2 = 0{,}75V_1$ ?

6. Какую работу совершит 1 моль идеального газа при изобарном нагревании на 100 $^0$C? Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.

7. Сила взаимодействия между двумя точечными зарядами, находящимися в вакууме на расстоянии 0,4 м друг от друга, равна 40 Н. На каком расстоянии между ними сила взаимодействия станет равной 10 Н?

8. Два параллельно соединенные резистора $R_1$ = 6 Ом и $R_2$ = 4 Ом подключены к источнику постоянного напряжения. Определить силу тока, протекающего по резистору $R_2$, если по резистору $R_1$ протекает ток 0,8 А.

9. В однородное магнитное поле помещена рамка площадью 0,06 м$^2$, по которой течет ток силой 5 А. Плоскость рамки параллельна линиям магнитной индукции. Определить индукцию магнитного поля, если действующий на рамку вращающий момент равен 0,03 Н•м.

10. На сколько единиц уменьшается число нейтронов в ядре радиоактивного элемента при испускании ядром альфа–частицы ($_2\alpha^4$)?

## ЗАДАНИЕ 08

1. Тело, двигаясь из состояния покоя равноускоренно, пройдя расстояние 200 м приобрело скорость 20 м/с. С каким ускорением оно двигалось?

2. С какой минимальной угловой скоростью нужно вращать в вертикальной плоскости ведро с водой по окружности радиусом 0,625 м, чтобы не пролить воду?

3. Горизонтально летящая пуля застревает в лежащем на горизонтальной гладкой поверхности бруске такой же массы, сообщая ему некоторую скорость. Во сколько раз изменится скорость бруска, если массу пули увеличить в три раза?

4. К стенке сосуда с водой в точке над ее поверхностью шарнирно закреплена деревянная палочка. Определить плотность дерева, если на 1/2 палочка оказалась погруженной в воду. Плотность воды равна1 г/см$^3$.

5. Концентрация молекул кислорода ($\mu$=32·10$^{-3}$ кг/моль) в сосуде вместимостью 5 л равна 9,375·10$^{23}$ м$^{-3}$. Определить массу газа (в граммах) в сосуде.

6. Идеальный тепловой двигатель совершает за один цикл работу 30 кДж. Определить количество теплоты (в кДж), отдаваемое за один цикл холодильнику, если температура нагревателя 127 $^0$С, а температура холодильника 27 $^0$С.

7. Два последовательно соединенных конденсатора, емкости которых $C_1$ = 1 мкФ и $C_2$ = 4 мкФ, подключены к батарейке с ЭДС 4,5 В. Определить напряжение на конденсаторе емкостью $C_1$.

8. Сколько тысяч электронов проходит за $10^{-9}$ с через поперечное сечение проводника с током 32 мкА?

9. Плоский контур площадью 50 см$^2$ расположен в однородном магнитном поле с индукцией 2 Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции. На какую величину уменьшится поток вектора магнитной индукции через площадь контура, если его расположить в плоскости линий магнитной индукции?

10. Определить энергию магнитного поля катушки индуктивности, если при силе тока 10 А в ней возникает магнитный поток 5 Вб.

## ЗАДАНИЕ 09

1. С башни бросили тело горизонтально со скоростью 15 м/с. Какова высота башни, если тело упало на землю на расстоянии от башни, равном ее высоте?

2. Два тела, связанные нитью, движутся равномерно по горизонтальной поверхности под действием горизонтально направленной силы 20 Н, приложенной к первому телу. Определить силу натяжения нити между телами, если масса второго тела в 3 раза больше массы первого тела. Коэффициент трения для обоих тел считать одинаковым.

3. Тело брошено с башни высотой 20 м со скоростью 10 м/с. На какой высоте кинетическая энергия тела будет равна его потенциальной энергии относительно поверхности земли? Сопротивление воздуха не учитывать.

4. В двух одинаковых сообщающихся сосудах находится ртуть. Какой высоты столбик жидкости (в сантиметрах) надо налить в один из сосудов, чтобы уровень ртути в другом сосуде повысился на 1 см? Считать, что плотность ртути в 14 раз больше плотности жидкости.

5. Два последовательно соединенных конденсатора, емкости которых $C_1$ = 1 мкФ и $C_2$ = 4 мкФ, подключены к батарейке с ЭДС 4,5 В. Определить напряжение на конденсаторе емкостью $C_2$.

6. При ремонте электрической плитки спираль была укорочена на 20%. Найти отношение мощности плитки после ремонта к мощ-

ности до ремонта. Зависимостью сопротивления спирали от температуры пренебречь.

7. При равномерном уменьшении силы тока в катушке от величины, равной 6 А, в ней возникает ЭДС самоиндукции, равная 6 В. Во сколько раз уменьшается сила тока в этой катушке за 0,075 с, если индуктивность катушки равна 0,1 Гн?

8. Уравнение движения колеблющейся точки имеет вид: $x = 5\cos(0{,}25\pi t)$ м. За какое время точка проходит от одного крайнего положения до другого?

9. Определить минимальное значение периода дифракционной решетки (в мкм), если при нормальном падении световых лучей длиной волны 0,55 мкм можно наблюдать 7 дифракционных максимумов.

10. При освещении катода вакуумного фотоэлемента светом частоты $10^{15}$ Гц фототок с поверхности катода прекращается при задерживающей разности потенциалов 2 В между катодом и анодом. Определить (в электрон-вольтах) работу выхода материала катода.

## ЗАДАНИЕ 10

1. Под каким углом (в градусах) к горизонту вылетела пуля из ружья, если ее минимальная кинетическая энергия в процессе полета в 4 раза меньше начальной кинетической энергии?

2. На горизонтальной поверхности стола лежит цилиндрический стержень массой 2 кг. Какую минимальную силу нужно приложить, чтобы приподнять конец стержня?

3. При температуре 27 $^0$С в 1 м$^3$ газа содержится $10^{26}$ молекул. Чему равно при этом давление (в кПа) газа?

4. Внутренняя энергия газа увеличилась на 29 Дж при подведении к нему 49 Дж теплоты. Определить работу, совершенную газом.

5. Небольшие заряженные тела расположены на одной прямой в вакууме. Тело с зарядом $q_2=5\cdot10^{-8}$ Кл расположено между телом с зарядом $q_1=-3\cdot10^{-8}$ Кл (на расстоянии $r_{12}=0{,}3$ м от него) и телом с зарядом $q_3=8\cdot10^{-8}$ Кл (на расстоянии $r_{23}=0{,}5$ м от него). Определить модуль результирующей кулоновской силы (в мкН), приложенной к телу с зарядом $q_1$.

6. В розетку осветительной сети включают две одинаковые лампочки, соединенные один раз последовательно, другой раз - параллельно. Найти отношение мощности, потребляемой двумя лампочками при последовательном соединении, к мощности, потребляемой двумя лампочками при параллельном соединении. Зависимостью сопротивления спиралей лампочек от температуры пренебречь.

7. Частица зарядом $2 \cdot 10^{-6}$ Кл влетает со скоростью $10^6$ м/с в однородное магнитное поле с индукцией 0,1 Тл и вращается по окружности. Определить величину силы Лоренца, действующей на частицу.

8. Период колебаний математического маятника при перенесении его с Земли на Луну увеличился в 2,5 раза. Во сколько раз радиус Земли больше радиуса Луны, если масса Луны меньше массы Земли в 81 раз?

9. Какой путь проходит световой луч в воде с показателем преломления 4/3 за время, равное 0,1 мкс?

10. Сколько протонов содержит ядро, образовавшееся в результате радиоактивного альфа-распада ядра радия ${}^{226}_{88}Ra$ ?

## Ответы на задачи типовых заданий

| Номера вариантов | Номера задач | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 01 | 24 | 4 | 40 | 0,49 | 1,4 | 2,5 | 1 | 0,02 | 0,9 | 10 |
| 02 | 45 | 0,08 | 5 | 5 | 48 | 30 | 90 | 2 | 7 | 138 |
| 03 | 20 | 840 | 2 | 1,1 | 5000 | 0,64 | 4 | 8 | 0,4 | 2 |
| 04 | 5 | 400 | 20 | 0,2 | 100 | 750 | 81 | 0,08 | 25 | 60 |
| 05 | 30 | 4 | 0,05 | 27 | 0,02 | 24 | 0,2 | 4 | 0,2 | 3 |
| 06 | 40 | 0,5 | 1 | 0,15 | 1,21 | 3 | 294 | 6 | 1 | 1056 |
| 07 | 0,25 | 4 | 10 | 1,5 | 27 | 831 | 0,8 | 1,2 | 0,1 | 2 |
| 08 | 1 | 4 | 1,5 | 750 | 0,25 | 90 | 3,6 | 200 | 0,01 | 25 |
| 09 | 45 | 15 | 12,5 | 28 | 0,9 | 1,25 | 4 | 4 | 1,65 | 2,125 |
| 10 | 60 | 10 | 414 | 20 | 183,75 | 0,25 | 0,2 | 3,6 | 22,5 | 86 |

## П.3 Основные формулы

### Кинематика

| | |
|---|---|
| Скорость | $\upsilon_{ср} = \frac{l}{t}$; $\vec{\upsilon}_{ср} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$; $\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}(\Delta t \to 0)$ |
| Ускорение | $\vec{a}_{ср} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$; $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}_{\tau}}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{\upsilon}_{n}}{\Delta t}, (\Delta t \to 0)$ |
| Нормальное ускорение | $a_{n} = \frac{\upsilon^2}{R}$ |
| Касательное ускорение | $\vec{a}_{\tau} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}_{\tau}}{\Delta t}, (\Delta t \to 0)$ |
| Классический закон сложения скоростей | $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}'$ или $\vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_{21}$ |
| Равномерное прямолинейное движение | $s = s_0 + \upsilon t.$ |
| Равноускоренное прямолинейное движение | $\upsilon = \upsilon_0 + at;\ s = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$ |
| Свободное падение тел | $t_{п} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$; $\upsilon_{п} = \sqrt{2gh}$ |
| Равномерное движение по окружности | $\upsilon = \omega R$; $T = 2\pi R/\upsilon$; $\nu = 1/T$; $\omega = 2\pi/T$<br>$a_{n} = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R$ |

### Основы динамики

| | |
|---|---|
| Второй закон Ньютона | $\vec{F} = m\vec{a}$ |
| Третий закон Ньютона | $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ |
| Сила тяжести | $\vec{F} = m\vec{g}$ |

| | |
|---|---|
| Закон всемирного тяготения | $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$. |
| Вес тела в ускоренно движущемся лифте | $\vec{P} = m\left(\vec{g} - \vec{a}\right)$ |
| Закон Гука | $F_{\text{x}} = F_{\text{упр}} = -kx$ |
| Сила трения скольжения | $F_{\text{тр}} = \mu N$ |

## Элементы статики

| | |
|---|---|
| Условия равновесия твердого тела | $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots = 0$ ; $M = M_1 + M_2 + \ldots = 0$ |
| Гидростатическое давление | $p = \dfrac{F}{S}$ ; $p = \rho g h$ |
| Выталкивающая сила | $F_{\text{A}} = \rho g V$ |

## Законы сохранения в механике

| | |
|---|---|
| Сила и импульс | $\vec{F}\Delta t = m\vec{\upsilon}_2 - m\vec{\upsilon}_1 = \Delta\left(m\vec{\upsilon}\right)$ |
| Закон сохранения импульса | $m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{\upsilon}\,'_1 + m_2\vec{\upsilon}\,'_2$ |
| Механическая работа | $A = Fs\cos\alpha$. |
| Мощность | $N = \dfrac{A}{t}$ |
| Кинетическая энергия | $E_{\text{k}} = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$ |
| Теорема о кинетической энергии | $A = E_{\text{k2}} - E_{\text{k1}}$. |
| Потенциальная энергия | $E_{\text{p}} = mgh$; $E_{\text{p}} = -G\dfrac{Mm}{r}$; $E_{\text{p}} = \dfrac{kx^2}{2}$ |
| Закон сохранения энергии в механических процессах | $E_{\text{k1}} + E_{\text{p1}} = E_{\text{k2}} + E_{\text{p2}}$. |
| Первая космическая скорость | $\upsilon_1 = \sqrt{G\dfrac{M}{R_{\text{З}}}} = \sqrt{gR_{\text{З}}} = 7{,}9\cdot 10^3$ м/с |

## Молекулярно-кинетическая теория

| | |
|---|---|
| Основы молекулярно-кинетической теории | $\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}, M = m_0 N_A, n = \frac{N}{V}$ |
| Основное уравнение МКТ идеального газа | $p = \overline{p} = \frac{1}{3} n m_0 \overline{\upsilon^2} = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \overline{\upsilon^2}}{2} = \frac{2}{3} n \overline{E_{\text{k}}}$ |
| Среднеквадратичная скорость молекул | $\upsilon_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$ |
| Давление идеального газа на стенки сосуда | $p = nkT.$ |
| Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул | $\overline{E_{\text{k}}} = \frac{3}{2} kT$ |
| Закон Дальтона | $p = p_1 + p_2 + p_3 + ... = (n_1 + n_2 + n_3 + ...)kT$ |
| Уравнение состояния идеального газа | $PV = \nu RT = \frac{m}{M} RT$ |
| Изотермический процесс (закон Бойля-Мариотта) | $pV = \text{const}$ при $T = \text{const}$ |
| Изохорный процесс (закон Шарля) | $\frac{p}{T} = \text{const}$ при $V = \text{const}$ |
| Изобарный процесс (закон Гей-Люссака) | $\frac{V}{T} = \text{const}$ при $p = \text{const}$ |

## Термодинамика

| | |
|---|---|
| Внутренняя энергия одного моля одноатомного идеального газа | $U = \frac{3}{2} N_A kT = \frac{3}{2} RT = \frac{3}{2} pV$ |
| Работа газа при расширении (сжатии) | $A = \sum_i p_i \Delta V_i$; <br> $A = p(V_2 - V_1) = p\Delta V$ при $p$=const |
| Первый закон термодинамики | $\Delta U = Q - A$; $Q = \Delta U + A$ |

Работа газа в адиабатическом процессе $A = C_V(T_2 - T_1)$

Формула Р.Майера $C_p = C_V + R$

Молярная теплоемкость одноатомного газа при постоянном объеме $C_V = \frac{3}{2}R$

КПД теплового двигателя $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}$

КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \eta_{max}$

## Электродинамика

Закон Кулона $F = k\frac{|q_1| \cdot |q_2|}{\varepsilon r^2}$

Напряженность электрического поля $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

Напряженность поля точечного заряда $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{Q}{r^2}$

Потенциал электрического поля $\varphi = \frac{W_p}{q}$

Потенциал поля точечного заряда $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon r}$

Разность потенциалов $\Delta U = E\Delta x$

Электроемкость $C = q/U$

Емкость плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$

Энергия конденсатора $W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2}$

Закон Ома $I = \frac{U}{R}$; $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$

Закон Джоуля – Ленца $Q = I^2 R \Delta t$

Сила Ампера $F = IBl \cos \alpha$

Сила Лоренца $F = qvB \sin \alpha$

Магнитный поток $\Phi = BS \cos \alpha$

Индуктивность $L = \frac{\Phi}{I}$

Закон электромагнитной индукции $\varepsilon_{\text{инд}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$

Магнитная энергия катушки $W_{\text{м}} = \frac{\Phi I}{2} = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$

## Колебания и волны

Механические гармонические колебания $x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$, $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$

Свободные колебания груза на пружине $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Малые колебания математического маятника $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Колебательный контур $T = 2\pi\sqrt{LC}$

Скорость распространения волн $\lambda = \upsilon T = \frac{\upsilon}{\nu}$

## Оптика. Электромагнитные волны

| | |
|---|---|
| Скорость света в среде | $\upsilon = \dfrac{c}{n}$ |
| Формула линзы и зеркала | $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{F} = D$ |
| Интерференция волн | максимум $\Delta = m\lambda$;<br>минимум $\Delta = (2m + 1)\lambda/2$ |
| Максимумы дифракционной решетки | $d \sin\theta = m\lambda$ |
| Волновое число | $k = 2\pi/\lambda$ |

## Элементы специальной теории относительности

Преобразования Лоренца

$$K' \to K \qquad\qquad K \to K'$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + \upsilon t'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ y = y', \\ z = z', \\ t = \dfrac{t' + \upsilon x'/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \end{cases} \qquad \begin{cases} x' = \dfrac{x - \upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \dfrac{t + \upsilon x/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \end{cases}$$

$$\beta = \upsilon/c$$

| | |
|---|---|
| Релятивистский импульс | $\vec{p} = \dfrac{m\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} = \dfrac{m\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\beta^2}}$ |
| Связь энергии и импульса | $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$ |
| Релятивистский закон сложения скоростей | $u = \dfrac{u' + \upsilon}{1 + \dfrac{\upsilon}{c^2}u'}$ |
| Энергия покоя | $E_0 = mc^2$ |

## Квантовая физика

| | |
|---|---|
| Энергия и импульс фотона | $E = h\nu$; $p = h\nu/c = h/\lambda$ |
| Формула Эйнштейна | $h\nu = A_{\text{вых}} + eU_{\text{з}}$ |
| Спектр атома водорода | $\nu = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, где $m = 1,2,3...$; $n = m + 1, m + 2, m + 3...$ |
| Правило Бора | $h\nu = E_{\text{n}} - E_{\text{m}}$ |
| Энергия связи атомного ядра | $E_{\text{св}} = \Delta mc^2$; $\Delta m = Zm_{\text{p}} + Nm_{\text{n}} - m_{\text{я}}$ |
| Закон радиоактивного распада | $N = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$ |

Учебное издание

# ФИЗИКА

*Пособие*

Составители:
**Логвинович** Павел Николаевич,
**Чобот** Геннадий Михайлович,
**Чернявский** Валерий Антонович

Ответственный за выпуск *В. А. Чернявский*

Подписано в печать 12.06.2020. Формат $60\times84^{1}/_{16}$.
Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 21,15. Уч.-изд. л. 16,54. Тираж 200 экз. Заказ 440.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Учреждение образования
«Белорусский государственный аграрный технический университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий
№ 1/359 от 09.06.2014.
№ 2/151 от 11.06.2014.
Пр-т Независимости, 99-2, 220023, Минск.