УДК 331.1

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЗАДАЧЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Морозова И.М., к. физ-мат наук, доцент
Кемеш О.Н., ст. преподаватель
УО «Белорусский государственный аграрный технический университет», г. Минск

Ключевые слова: теория игр, матричная игра, математическая модель, менчердайзер
Key words: game theory, matrix game, mathematical model, mencherdizer

Аннотация: в статье представлено решение задачи оптимизации работы менчердайзера одного из предприятий г. Минска с помощью математического моделирования в теории игр.
Summary: the article presents a solution to the problem of optimizing the work of the mencherdizer of one of the enterprises of Minsk with the help of mathematical modeling in game theory.

Менчердайзер как специалист, который занимается продвижением товаров в розничной торговле, в своей работе курирует несколько торговых объектов. Как правило, это магазины, которые находятся в отдалении друг от друга. Объемы товарной продукции фирмы, которую представляет менчердайзер, в них так же различны, как и объемы продаж.

В статье рассмотрим следующую задачу, в которой менчердайзер ОАО «Минский молочный завод №1» работает с сетью 4 магазинов. В ОАО поступили сведения о том, что в этих магазинах неверно выставлен товар, причем его объем в i магазине равен $t_i\,(i = \overline{1,4})$. Менчердайзер должен проверить магазины с целью обнаружения нарушений. Однако, так как эти магазины территориально разбросаны, менчердайзер может в определенное время посетить только один из них.

Магазины знают о приходе менчердайзера и для того чтобы обезопасить себя, решают исправить ошибки в расстановке товара; по некоторым причинам такое исправление может быть проведено только в одном магазине. Какие действия менчердайзера и магазинов будут оптимальными?

Для решения этой задачи построим вначале математичесскую модель описанной конфликтной ситуации [1]. Считаем, что магазины пронумерованы по убыванию количества товара ОАО «Минский молочный завод №1», т.е. $t_1 > t_2 > t_3 > t_4 > 0$. Чистой стратегией менчердайзера является выбор магазина $j = \overline{1,4}$, который будет посещен, а чистой стратегией магазинов является выбор магазина $i=\overline{1,4}$, в котором устраняется недостаток расстановки товара. В результате рассматривается матричная игра менчердайзера (игрок 1) с сетью магазинов (игрок 2). Выигрышем менчердайзера будет объем обнаруженного им неверно расставленного товара (если товар не обнаружен, то выигрыш равен нулю); выигрыш игрока 1 одновременно является также проигрышем игрока 2. В результате получаем матричную игру с платежной матрицей, заданной таблицей. Обозначим: 1 – магазин “Евроопт”, ул. Нестерова,49; 2 – магазин “Витялюр”, пр. Партизанский,106; 3 – магазин “Виталюр”, ул. Уборевича, 75; 4 – магазин “Евроопт”, ул. Жилуновича, 41. Поставка продуктов ОАО «Минский молочный завод №1»в эти магазины приведена в тоннах.

Таблица - Платежная матрица

	1	2	3	4
1	0	1,25	1,25	1,25
2	1,20	0	1,20	1,20
3	1	1	0	1
4	0,9	0,9	0,9	0

Для нахождения решения этой игры введем убывающую последовательность положительных чисел (a_n) [2] , где

$$a_1=\left(\frac{1}{1,25}\right)^{-1}=1,25,\qquad a_2=\left(\frac{1}{1,25}+\frac{1}{1,2}\right)^{-1}\approx 0,6,$$

$$a_3=\left(\frac{1}{1,25}+\frac{1}{1,2}+\frac{1}{1}\right)^{-1}\approx 0,4\qquad a_4=\left(\frac{1}{1,25}+\frac{1}{1,2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{0,9}\right)^{-1}\approx 0,3.$$

Для дальнейшего анализа существенным является выполнение следующего неравенства:

$$\frac{t_n}{a_{n-1}}>n-2,\quad n\ge 2. \tag{1}$$

Неравенство (1) всегда выполнено при $n=2$. Убедимся, что при всех $n=\overline{1,k}$ имеет место неравенство

$$\frac{t_n}{a_m}>m-1. \tag{2}$$

Действительно, при $n=1$ это неравенство выполняется в силу того, что числа (t_l) убывают. Проверим его справедливость для $n=\overline{2,m}$. Имеем

$$\frac{t_n}{a_m}=t_n\sum_{l=1}^{m}\frac{1}{t_l}=t_n\left(\sum_{l=1}^{n-1}\frac{1}{t_l}+\sum_{l=n}^{m}\frac{1}{t_l}\right)=t_n\sum_{l=1}^{n-1}\frac{1}{t_l}+\sum_{l=n}^{m}\frac{t_n}{t_l}=\frac{t_n}{a_{n-1}}+\sum_{l=n}^{m}\frac{t_n}{t_l}.$$

Оценим второе слагаемое. Так как последовательность (t_l) убывающая, то при всех $l = \overline{n,m}$ выполнено условие $\frac{t_n}{t_l} \geq 1$, откуда $\sum_{l=n}^{m} \frac{t_n}{t_l} \geq m - n + 1$; получаем $\frac{t_n}{a_m} > (n-2) + (m-n+1) = m-1$

И неравенство (2) установлено.

В силу (2), все числа

$y_i = -\frac{a_m}{t_i}(m-1)$, где $i = \overline{1,m}$, строго положительны.

Легко проверить, что их сумма равна 1.

$$y_1 = 1 - \frac{a_4}{t_1}(4-1) = 1 - \frac{0,3}{1,25}(4-1) = 0,36;$$

$$y_2 = 1 - \frac{a_4}{t_2}(4-1) = 1 - \frac{0,3}{1,2}(4-1) = 0,33;$$

$$y_3 = 1 - \frac{a_4}{t_3}(4-1) = 1 - \frac{0,3}{1}(4-1) = 0,2;$$

$$y_4 = 1 - \frac{a_4}{t_4}(4-1) = 1 - \frac{0,3}{0,9}(4-1) = 0,11.$$

$$0,36 + 0,33 + 0,2 + 0,11 = 1.$$

Таким образом, m – компонентный вектор $y = (y_1, \dots, y_m, 0, \dots, 0)$ является смешанной стратегией игрока 2. Найдем исход игры в ситуации (j, y), $j = \overline{1,k}$ – чистая стратегия игрока 1. Используя правило [2], для функции выигрыша F при $j = \overline{1,m}$ имеем:

$$F(j,y) = t_j \sum_{i \neq j} y_i = t_j (1 - y_j) = t_j \cdot \frac{a_m}{t_j}(m-1) = (m-1)a_m$$

$$F(j,y) = (m-1)a_m = (4-1)0,3 = 0,9,$$

а для $j \geq m+1$, учитывая убывание числа t_j получаем

$$F(j,y) = t_j \sum_{i \neq j} y_i = t_j \leq t_{m+1} \leq (m-1)a_m.$$

Рассмотрим теперь m–компонентный вероятностный вектор

$x = (x_1, \dots, x_m, 0, \dots, 0)$

$$x_1 = \frac{a_4}{t_1} = \frac{0,3}{1,25} = 0,21;$$

$$x_2 = \frac{a_4}{t_2} = \frac{0,3}{1,2} = 0,22;$$

где $x_j = \dfrac{a_m}{t_j},\ j = \overline{1,m}$.

$$x_3 = \frac{a_4}{t_3} = \frac{0,3}{1} = 0,27;$$

$$x_4 = \frac{a_4}{t_4} = \frac{0,3}{0,9} = 0,3.$$

$$0,21 + 0,22 + 0,27 + 0,3 = 1$$

По правилу для $i = \overline{1,m}$ получаем

$$F(x,i) = \sum_{j \neq i} t_j x_j = \sum_{j \neq i} t_j \cdot \frac{a_m}{t_j} = (m-1)a_m.$$

А для $i \geq m+1$ имеем

$$F(x,i) = \sum_{j=1}^{m} t_j x_j = \sum_{j \neq i}^{m} a_m = m\,a_m > (m-1)a_m.$$

Полагая $w = (m-1)a_m$, получаем, что для всех $i, j = \overline{1,k}$ выполняется неравенство

$$w = (4-1)a_4 = 3 * 0,3 = 0,9.$$

$F(j,y) \leq w, \quad F(x,i) \geq w$

Окончательно имеем: x есть оптимальная смешанная стратегия игрока 1, y – оптимальная смешанная стратегия игрока 2, $w = (m-1)a_m$ – цена игры.

Из полученных расчетов следует, что для менчердайзера следует посетить магазин “Евроопт”, ул. Жилуновича, 41 в начале инспектирования, что с наибольшей вероятностью выявится нарушение. В тоже время “Евроопт”, ул. Нестерова, 49 с большей вероятностью исправит недочеты в расстановке товара, и избежит штрафных санкций.

Список использованной литературы

1. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики// Мир, М. – 1985 г.

2. Розен В.В. Математические модели принятия решений в экономике// Высшая школа, М. – 2002 г.