

Модуль № 1.

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

Базовые проблемы модуля

Электрический заряд. Закон сохранения заряда. Закон Кулона. Электрическое поле и его напряженность. Силовые линии. Принцип суперпозиции. Поток вектора напряженности электростатического поля. Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме. Потенциал электростатического поля. Потенциальная энергия взаимодействия точечных зарядов. Применение теоремы Остроградского-Гаусса для расчета напряженности поля, созданного некоторыми равномерно заряженными, обладающими определенной симметрией тел. Напряженность и потенциал точечного диполя.

2. Комплексная цель.

Студент должен:

а) знать понятия и определения: электрический заряд и его свойства; точечный заряд; индуцированный заряд; закон сохранения заряда; закон Кулона; пробный электрический заряд; электрическая постоянная; электростатическое поле; напряженность электростатического поля; силовые линии электростатического поля и их свойства; однородное электростатическое поле; принцип суперпозиции; электрический диполь, точечный диполь; ось диполя; электрический момент диполя; потока вектора напряженности электростатического поля; теорему Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме; потенциал электростатического поля; потенциальная энергия взаимодействия точечных зарядов; связь между потенциалом и напряженностью электростатического поля; циркуляция вектора напряженности электростатического поля; потенциальное поле; эквипотенциальные поверхности; силы, действующие на электрический диполь в однородном электростатическом поле.

б) характеризовать: электростатические поля, созданные бесконечной однородно заряженной плоскостью; двумя бесконечными параллельными однородно заряженными плоскостями, несущими равные по величине и противоположные по знаку заряды; равномерно заряженной сферической поверхности; зарядом, равномерно распределенного в вакууме по объему шара; равномерно заряженной бесконечной нити;

в) прогнозировать и оценивать: напряженность и потенциал точечного электрического диполя в произвольной точке пространства.

б) уметь: применять полученные теоретические знания при решении задач на определение характеристик электростатических полей с помощью закона Кулона, принципа суперпозиции и теоремы Остроградского-Гаусса.

Формировать социально-личностные качества студента: организованность, точность.

2. УЧЕБНО-ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ МОДУЛЯ

№ , тема занятия	Тип занятия	Вид занятия	Кол-во часов на 1 занятие
Занятие 1 Электростатическое поле в вакууме	Знакомство с новым материалом	Лекция	4
Занятие 2 Применение закона Кулона, принципа суперпозиции и теоремы Остроградского-Гаусса для расчета электростатических полей.	Углубление, обобщение	Управляемая самостоятельная работа	2
Занятие 3 Электростатическое поле в вакууме.	Углубление, обобщение	Практическое занятие	2
Занятие 4 Электростатическое поле в вакууме. Заключительное занятие	Суммарный контроль	Комбинированный зачет	2

3. НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

3.1 СЛОВАРЬ ПОНЯТИЙ

Новые понятия

- 1. Точечным зарядом называется** электрически заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстояниями от этого тела до других тел, несущих электрический заряд. **Заряд**, который не влияет на исследуемое поле, **называется пробным**.
- 2. Поле**, созданное неподвижными зарядами, **называется электростатическим**.
- 3. Напряженность электростатического поля (\vec{E})** в данной точке пространства – это векторная величина, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в рассматриваемую точку, и имеющая направление, совпадающее с этой силой.
- 4. Потенциал** – это энергетическая характеристика электростатического поля; он **численно равен работе**, которую совершают силы поля над **единичным положительным зарядом при удалении его из данной точки поля на бесконечность**.
- 5. Поток вектора \vec{E} через элементарную площадку dS называется** величина $d\Phi_E = (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = E_n dS$, где $d\vec{S}$ – вектор, величина которого равна dS (см.рис.5), а направление совпадает с вектором нормали \vec{n} к этой площадке, E_n – проекция вектора \vec{E} на **нормаль \vec{n}** . Вектор \vec{n} может быть направлен как внутрь, так и наружу; его **положительным направлением** условились считать его направление наружу.
- 6. Электрическим диполем называется** система двух одинаковых по величине разноименных точечных электрических зарядов $+q$ и $-q$, жестко связанных между собой и смещенных на расстояние l друг от друга. Вектор \vec{l} , проведенный от отрицательного заряда к положительному, **называется осью диполя**, а величина $\vec{p} = q\vec{l}$ (7), **называется электрическим моментом диполя**. Если длина l пренебрежимо мала по сравнению с расстоянием от диполя до точки наблюдения, то **диполь называется точечным**.

3.2 ОСНОВНОЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

Тема Электростатическое поле в вакууме.

§1. Электрический заряд. Закон сохранения заряда. Закон Кулона.

В глубокой древности было известно, что янтарь (-), потертый о шерсть (+) приобретает способность притягивать легкие предметы. В 16 в. Английский врач Джильберт нашел, что таким же свойством обладают и стеклянные или эбонитовые палочки, потертые о шелк, а также многие другие вещества. Тела, способные подобно янтарю, после натирания притягивать легкие предметы, он назвал наэлектризованными (от греческого слова *электрон* – янтарь). Отметим, что трение в указанных опытах являлось только методом создания плотного контакта между различными веществами, в результате которого они и наэлектризовывались. В настоящее время мы говорим, что такие тела имеют электрические заряды, а сами тела являются заряженными.

Наэлектризовать тела можно и другими способами. Большое значение для понимания электрических явлений имеет *метод электрической индукции* или *электризации посредством влияния*. Он состоит в том, что при поднесении (без контакта) заряженного тела к незаряженному телу, последнее также приобретает *заряд, который называется индуцированным или наведенным*. Если убрать заряженное тело, то исчезает и индуцированный заряд.

Экспериментально установлено, что в природе существует два вида зарядов. Один из них назвали положительным, а второй – отрицательным. Одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются друг к другу. Заряд – это скалярная величина.

В природе существует элементарный заряд, который в дальнейшем мы будем обозначать буквой e , т.е. величина заряда изменяется дискретным образом. Носителями элементарного отрицательного и положительного элементарного заряда являются, например, соответственно, электрон (e^-), и протон (p^+).

Величина заряда не зависит от того, движется он или покоится, другими словами это релятивистски инвариантная величина.

Обобщением опытных данных является фундаментальный закон – **закон сохранения заряда**, согласно которому алгебраическая сумма электрических зарядов в любой электрически изолированной системе всегда остается постоянной. Например, при трении стеклянной палочки о шелк (замкнутая система стеклянная палочка – шелк является электрически нейтральной, т.е. суммарный ее заряд равен нулю) стеклянная палочка приобретает положительный заряд q^+ , а шелк – отрицательный q^- причем их величины по абсолютному значению равны: $q^+ + q^- = 0$. Заряды могут возникать и исчезать, но всегда возникают и исчезают два элементарных заряда противоположного знака одновременно. Заряд – это мера способности материи к электромагнитным взаимодействиям.

В электростатике вводится понятие точечного заряда. *Точечным зарядом называется* электрически заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстояниями от этого тела до других тел, несущих электрический заряд.

В 1785 г. Французский физик Кулон (1736-1806 гг), измеряя силу взаимодействия (F) между двумя заряженными шариками, в зависимости от величины их заряда и расстояния между ними, пришел к выводу, что ее величина прямо пропорциональна величине заряда каждого шарика и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними: $F \sim \frac{q_1 q_2}{r^2}$. Это утверждение получило *название закона Кулона*; он применим к

зарядам, которые можно считать точечными. Примерно на 11 лет раньше этот же закон был получен английским физиком Кавендишем (1731-1810 гг.). Если ввести коэффициент пропорциональности, то закон Кулона запишется в виде: $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ (1).

В случае одноименно заряженных частиц - сила будет положительной, что соответствует отталкиванию между зарядами, а в случае разноименных зарядов частиц – она

будет отрицательной (соответствует притяжению зарядов). В векторной форме закон Кулона имеет вид:

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \cdot \vec{r} \quad (2)$$

Под \vec{r} следует понимать вектор, проведенный от одного заряда к другому и имеющий направление к тому заряду, к которому приложена сила. Закон Кулона является основным законом электростатики. Сила \vec{F} направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т.е. является центральной.

Опыт показывает, что к кулоновским силам применим принцип независимости действия сил - принцип суперпозиции, т.е. результирующая сила \vec{F} , действующая на пробный заряд, равна векторной сумме сил, действующих на него со стороны всех взаимодействующих с ним зарядов: $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$ (3)

Величина коэффициента пропорциональности зависит от выбора системы единиц. Любая система единиц состоит из основных единиц, выбираемых независимо друг от друга, и совокупности производных единиц. Последние образуются из основных и других производных единиц с помощью математических соотношений, отражающих физические законы и связывающие определяемую физическую величину с другими величинами, единицы которых уже известны.

Абсолютная система единиц СГС построена на трех основных единицах: длины – сантиметр, массы – грамм и времени – секунда. Единица силы в системе СГС – дин. Если \vec{F} и \vec{r} измерены в единицах СГС-системы то соответствующая единица заряда, которая вводится на основе закона Кулона, называется *абсолютной электростатической единицей заряда* (сокращенно - СГСЭ - единица заряда)

Заряд в одну абсолютную электростатическую единицу заряда – это такой заряд, который действует в вакууме на равный ему заряд, расположенный от него на 1 см с силой в 1 дину. Коэффициент пропорциональности в формуле (1) в этой системе единиц равен 1. Посредством тщательных измерений была найдена величина элементарного электрического заряда $e=4,80 \cdot 10^{-10}$ СГСЭ-ед. заряда.

В настоящее время наиболее широко используется международная система единиц, обозначаемая буквами СИ (или SI). Она базируется на шести основных единицах метр, секунда, килограмм, ампер, градус Кельвина, кандела и двух дополнительных угловых единицах – радиан и стерadian. Таким образом, в СИ при установлении измерения электрических и магнитных величин исходят из взаимодействия проводников с током, а единица заряда *1 кулон (Кл)* является производной и *определяется как заряд*, прошедший в единицу времени через сечение проводника, по которому протекает постоянный ток силой один ампер. Опытным путем установлено, что $1 \text{ Кл} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ ед. заряда}$, а величина элементарного электрического заряда равна $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$. В СИ $k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$, где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ и называется *электрической постоянной*.

§2. Электрическое поле. Напряженность электрического поля.

Электрический диполь.

В предыдущем параграфе мы говорили, что наэлектризовать тело можно методом электрической индукции при которой контакта с другим телом не происходит. Значит, заряженное тело действует на незаряженное, вызывая его электризацию посредством некоторого агента, который получил *название электрического поля*. Здесь следует упомянуть, что исторически существовало две точки зрения:

1) тела взаимодействуют без участия других тел или среды, причем это взаимодействие происходит *мгновенно (теория дальнего действия)*, 2) силовые взаимодействия между разобращенными телами передаются с конечной скоростью и с участием среды (считалось, что все находится в некоем эфире), окружающей эти тела, последовательно от одной части среды к другой, и *с конечной скоростью (теория ближнего действия)*.

В наше время возобладала точка зрения сторонников ближнего действия. Следует отметить при этом, что экспериментально обнаружить гипотетический эфир не удалось. В настоящее время считается, что взаимодействие между не контактирующими телами осуществляется посредством полей – электрического, магнитного, гравитационного,

такое взаимодействие передается с очень большой, но конечной скоростью, равной скорости света. *Поле – это объективная реальность, представляющее собой определенную форму материи. Таким образом, любое заряженное тело изменяет окружающую среду, создает электрическое поле. Поле, созданное неподвижными зарядами, называется электростатическим. Электростатическое поле, одинаковое по величине и по направлению во всех рассматриваемых точках пространства называется однородным.*

Электрическое поле регистрируют по его влиянию на точечный пробный электрический заряд, внесенный в ту или иную точку пространства. *Заряд можно считать пробным, если его собственное поле не влияет на исследуемое поле (точнее его влияние ничтожно мало).* Согласно закону Кулона на такой заряд будет действовать сила, пропорциональная его величине; отношение же этой силы к величине пробного заряда, не будет зависеть от выбора пробного заряда: $\vec{F}_1(\vec{r})/q_1 = \vec{F}_2(\vec{r})/q_2 = \dots$

$= \vec{F}_i(\vec{r})/q_i$. Таким образом, величина $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ (4) является силовой характеристикой электрического поля в точке пространства, где расположен точечный заряд; она получила название напряженности электрического поля, это векторная величина. *Направление \vec{E} совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд, она численно равна силе, с которой действует поле в данной точке на единичный заряд.*

Если вносимый заряд не изменяет исследуемое поле \vec{E} , то формула (4) применима для любой системы зарядов, создающих это поле. Из закона Кулона следует, что поле в точке с радиус вектором \vec{r} , созданное точечным зарядом q , помещенным в начало системы координат, характеризуется напряженностью $\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \vec{e}_r$ (5), где \vec{e}_r - единичный вектор, совпадающий по направлению с вектором \vec{r} . Единицей напряженности в системе СИ является В/м.

Итак, электрическое поле можно описать, указав для каждой точки величину и направление вектора \vec{E} . Очень наглядно электрическое поле можно описать с помощью

линий напряженности (или силовых линий). *Силовые линии проводят так, чтобы касательные к ним в каждой точке совпадали с направлением вектора \vec{E}* . Густота линий выбирается так, чтобы количество линий, пронизывающих единицу поверхности площади, перпендикулярной к силовым линиям, было бы пропорционально числовому значению вектора \vec{E} . Тогда по картине линий напряженности можно судить о направлении и величине вектора \vec{E} в разных точках пространства. Силовую линию можно провести через каждую точку поля. Поскольку в каждой точке поля вектор \vec{E} имеет вполне определенное направление, то силовые линии нигде не пересекаются. Линии напряженности поля точечного заряда представляют собой совокупность радиальных прямых, направленных от заряда, если он положительный, и к заряду, если он отрицательный (см.рис.1).

Силовые линии могут начинаться и заканчиваться только на зарядах, либо уходить на бесконечность и приходить из бесконечности.

Для электростатических полей применим **принцип суперпозиции**: $\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$ (6). На-

пряженность

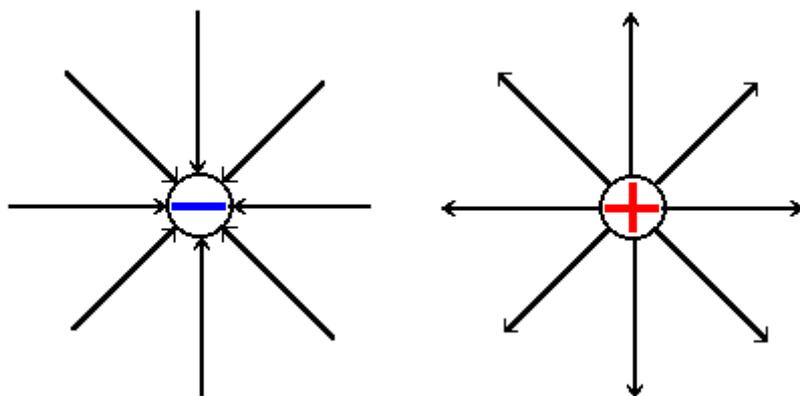


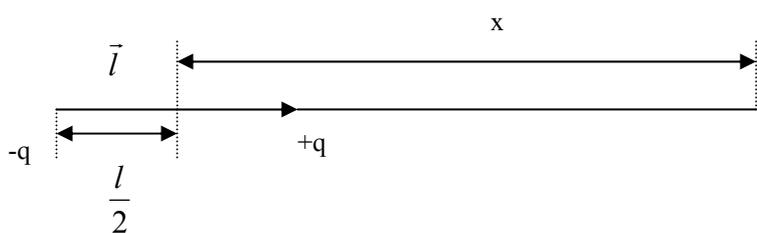
Рис.1

поля \vec{E} , создаваемого совокупностью заряженных тел, равна векторной сумме напряженностей $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots$, создаваемых каждым из тел в отдельности. Он вытекает из опытных фактов, отраженных в формулах (3) и (4).

Электрическим диполем называется система двух одинаковых по величине разноименных точечных электрических зарядов $+q$ и $-q$, жестко связанных между собой и смещенных на расстояние l друг от друга. Иногда электрический диполь называют двойным электрическим полюсом. Вектор \vec{l} , проведенный от отрицательного заряда к положительному, называется осью диполя, а величина $\vec{p} = q\vec{l}$ (7), называется электрическим моментом диполя. Если длина l пренебрежимо мала по сравнению с расстоянием от диполя до точки наблюдения, то диполь называется точечным.

Найдем электрическое поле точечного диполя в точке, лежащей на продолжении оси диполя, для этого воспользуемся принципом суперпозиции.

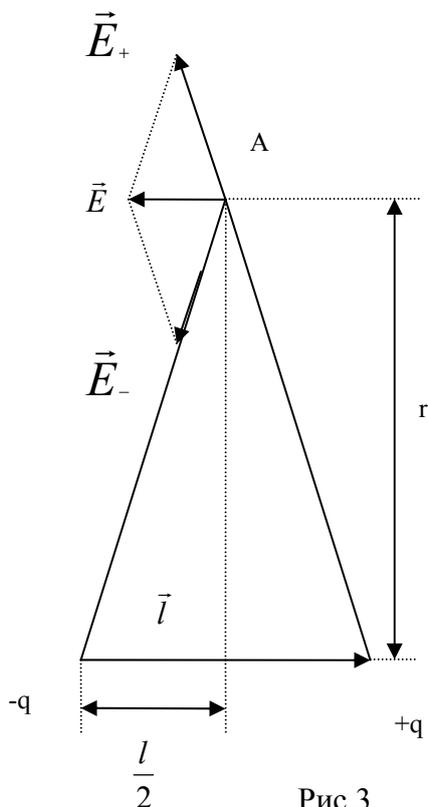
Пусть точка наблюдения лежит на продолжении оси диполя на расстоянии x от середины оси диполя (рис.2). Напряженность электрического поля в этой точке будет равна



$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0} \left[\frac{1}{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2} \right] =$$

Рис.2

$$\frac{q}{4\pi \epsilon_0} \frac{x^2 + xl + \frac{l^2}{4} - x^2 + xl - \frac{l^2}{4}}{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 \cdot \left(x + \frac{l}{2}\right)^2} =$$



$\frac{q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{2xl}{x^4}$. Здесь мы учли, что $x \gg l$, тогда, поскольку $\vec{p} = q\vec{l}$, в результате мы получаем $\vec{E} =$

$$\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{2\vec{p}}{x^3} \quad (8).$$

Пусть теперь точка наблюдения A лежит на перпендикуляре, восстановленном к оси то-

Рис.3

точного диполя из его центра на расстоянии r (рис.3).

Поле в любой точке, созданное диполем, представляет собой результат суперпозиции полей, созданных его зарядами $-q$ и $+q$. По построению треугольник $(-q)A(+q)$ – равнобедренный, поэтому модули векторов напряженности, созданные зарядами $+q$ и $-q$

в точке A , одинаковы: $E_-=E_+=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2}\approx\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$ (9). Из подобия треугольников

EE_+A и $-qA+q$ следует, что $\frac{E}{E_+}=\frac{l}{\sqrt{r^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2}}\approx\frac{l}{r}$; учитывая (9), получаем: E

$=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{ql}{r^3}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{r^3}$ (10). Вектор \vec{E} имеет в этом случае направление, противоположное

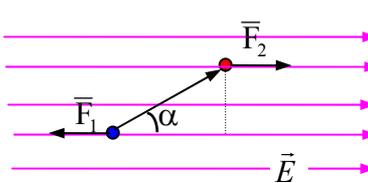
вектору момента диполя \vec{p} .

Можно показать (см. доп.материал), что напряженность поля точечного диполя в про-

извольной точке определяется формулой $E=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\alpha}$ (11), где α – угол меж-

ду осью диполя и направлением на данную точку. Отметим, что напряженность электрического поля, созданного диполем, убывает с расстоянием значительно быстрее, чем напряженность точечного заряда.

Рассмотрим теперь силы, действующие на диполь в электрическом поле. В однородном поле заряды $+q$ и $-q$ окажутся под действием равных по величине и противоположных по направлению сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 . Момент этой пары сил будет равен $M=qEl\sin\alpha = pE\sin\alpha$ или в векторной форме $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$ (12).



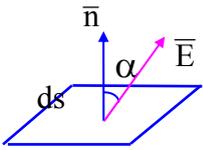
Момент сил стремится расположить диполь вдоль силовых линий электрического поля. Существует два положения равновесия диполя в электрическом поле: когда его момент параллелен полю и когда он имеет противоположное направление. Первое положение является устойчивым, а второе – не-

устойчивым, т.к. в первом случае при малом отклонении диполя от положения равновесия возникнет моменты пары сил, стремящийся вернуть его в исходное положение,

во втором случае возникающий момент наоборот уводит диполь ещё дальше от исходного положения равновесия.

§3. Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме и ее применение.

Введем понятие потока вектора напряженности электростатического поля; отметим, что понятие потока может быть введено для любого векторного поля. *Потоком вектора \vec{E} через элементарную площадку dS называется величина $d\Phi_E = (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = E_n dS$, где $d\vec{S}$ – вектор, величина которого равна dS (см.рис.5), а направление совпадает с вектором нормали к этой площадке \vec{n} , E_n – проекция вектора \vec{E} на нормаль \vec{n} . Вектор \vec{n} может быть направлен как внутрь, так и наружу; *положительным направлением**



условились считать его направлением наружу. Чтобы найти поток Φ через произвольную площадку S , надо ее разбить на элементарные площадки dS так, чтобы в ее пределах величина вектора напряженности \vec{E} оставалась постоянной, тогда поток

Рис.5. $\Phi_E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \vec{E}_i \cdot d\vec{S}_i = \int_S (\vec{E} \cdot d\vec{S})$.

$$\Phi_E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \vec{E}_i \cdot d\vec{S}_i = \int_S (\vec{E} \cdot d\vec{S}).$$

Итак, $\Phi_E = \int_S (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = \int_S E_n dS$ (12).. Из формулы (12) следует, что *поток вектора \vec{E} численно равен количеству силовых линий \vec{E} , пронизывающих поверхность S .* Отметим, что поток (12) – это алгебраическая величина, причем его знак зависит от направления нормали к элементарным площадкам, на которые разбивается поверхность S при вычислении Φ . Изменение нормали на противоположное изменяет знак E_n , а следовательно, и знак потока Φ_E . Если угол $\alpha > \frac{\pi}{2}$ (см. рис.5), то $\Phi_E < 0$, если $\alpha < \frac{\pi}{2}$, то $\Phi_E > 0$.

Полное число линий, пересекающих сферическую поверхность произвольного радиуса r , будет равно произведению густоты силовых линий (модулю \vec{E}) на площадь этой

поверхности $4\pi r^2$, т.е. равно $E \cdot 4\pi r^2$. Таким образом, для точечного заряда $\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$ (13),

т.е. общее число силовых линий на любом расстоянии от заряда будет одно и то же. Отсюда следует, что *линии \vec{E} нигде, кроме заряда не начинаются и не заканчиваются*. Учитывая это свойство силовых линий и изменение знака потока Φ_E , при изменении угла между вектором \vec{E} и положительной нормалью \vec{n} , становится понятным, что формула (13) справедлива для поверхности произвольной формы, охватывающей точечный заряд. Действительно: нечетное число пересечений выбранной силовой линии с произвольной поверхностью при вычислении потока в конечном итоге сводится к одному пересечению, т.к. поток считается положительным, если линии выходят из поверхности и отрицательным – если они входят в поверхность. Если замкнутая поверхность не охватывает заряда, то поток силовых линий через нее равен нулю, т.к. число линий вектора напряженности, входящих в поверхность, равно числу линий этого вектора, выходящих из нее. Если рассмотреть систему точечных зарядов и применить принцип суперпозиции (6), то мы придем к теореме Остроградского-Гаусса, которая была математически получена в 1839 году для векторного поля любой природы русским математиком М.В. Остроградским (1801-1862 гг.) и, независимо от него, применительно к электростатическому полю, немецким физиком и математиком К.Ф. Гауссом (1777-1855 гг.) в 1844 году.

Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме гласит: *поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности всех зарядов, деленную на электрическую постоянную ϵ_0* . Математическая запись этой теоремы для дискретных зарядов имеет вид:

$$\oint_S (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i \quad (14).$$

Если внутри замкнутой поверхности находятся макроскопические тела, равномерно заряженные и несущие заряд q , то теорема Остроградского-Гаусса для объемно заряженного тела принимает вид:

$$\oint_S \vec{E}_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \oint_V \rho dV \quad (15), \text{ для поверхностно заряженных тел} - \oint_S \vec{E}_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \oint_S \sigma dS \quad (16), \text{ для}$$

$$\text{линейно заряженных} - \oint_S \vec{E}_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \oint_L \tau dl \quad (17), \text{ где } \rho, \sigma \text{ и } \tau - \text{соответственно объемная,}$$

поверхностная и линейная плотности зарядов тел. Они определяются следующими

$$\text{выражениями: } \rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}, \quad \sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S}, \quad \tau = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta L}, \text{ где } \Delta q - \text{соответственно заряд,}$$

заклученный в объеме ΔV , находящийся на элементе поверхности ΔS и на элементе длины Δl заряженных тел.

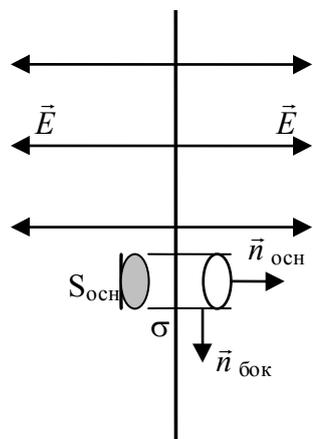
Заметим, что само поле \vec{E} зависит от конфигурации всех зарядов, а поток вектора \vec{E} сквозь произвольную замкнутую поверхность S определяется только алгебраической суммой зарядов внутри поверхности S . Это значит, что если передвинуть заряды, то поле изменится всюду, в частности, и на поверхности S . Однако, если передвижение зарядов произойдет без пересечения поверхности S , поток Φ_E через эту поверхность останется прежним, хотя само поле \vec{E} может измениться весьма существенно. Заряды, находящиеся вне рассматриваемой поверхности, на поток вектора \vec{E} через эту поверхность не оказывают никакого воздействия.

Теорема Остроградского – Гаусса значительно облегчает нахождение электростатических полей однородно заряженных тел, поскольку позволяет вычислять их, не прибегая к использованию принципа суперпозиции полей. Продемонстрируем возможности этой теоремы на некоторых примерах.

Найдем напряженность электростатического поля равномерно заряженной бесконечной плоскости. Пусть бесконечная плоскость имеет постоянную поверхностную плотность заряда $+\sigma$. Силовые линии поля будут перпендикулярны этой плоскости и направлены в обе стороны от нее. Поэтому в качестве гауссовой поверхности удобно взять прямой цилиндр, ось которого перпендикулярна бесконечной плоскости. Тогда поток вектора \vec{E} через боковую поверхность цилиндра будет равен нулю; а полный

поток сквозь цилиндр равен сумме потоков через его основания, т.е. равен $2ES$. Заряд, заключенный внутри цилиндра равен σS , поэтому, согласно теореме Остроградского-

Гаусса, получаем



$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$, откуда находим поле равномерно заряженной беско-

нечной плоскости: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ (18)

Применяя принцип суперпозиции и теорему Остроградского-Гаусса можно показать, что поле двух бесконечных параллельных

плоскостей $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ (19)

Рис.6.

Найдем поле заряда q , равномерно распределенного в вакууме по объему шара радиуса R .

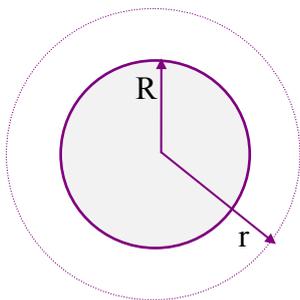


Рис.7

Пусть шар радиуса R несет заряд q , который распределен равномерно по всему его объему с плотностью ρ . Поле в этом случае обладает центральной симметрией. Это означает, что направление вектора \vec{E} в любой точке проходит через центр сферы, а величина напряженности является функцией расстояния r от центра сферы. Выделим мысленно поверхность радиуса r ,

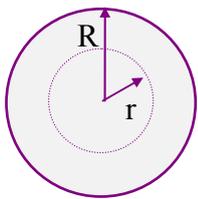
концентрическую с поверхностью шара. Для всех точек этой поверхности $E_n = E(r)$.

Если $r > R$, внутри поверхности попадает весь заряд, распределенный по сфере (см.

рис.7). Следовательно, согласно теореме Остроградского-Гаусса $E(r)4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$ откуда

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (r \geq R). \quad (20)$$

Таким образом, поле объемно заряженного шара, вне его пределов, тождественно полю точечного заряда той же величины, что и заряд шара радиуса R . Каково поле внутри этого шара? Возьмем теперь сферу радиуса $r < R$ (см. рис.8). Применяя теорему Остроградского-Гаусса, получим



$$E(r)4\pi r^2 = \frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3. \text{ Учтем, что } \rho = \frac{3q}{4\pi R^3}, \text{ тогда } E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^3} r \quad (21).$$

Таким образом, напряженность поля внутри равномерно заряженного шара увеличивается линейно с расстоянием от его центра.

Рис.8

Найдем поле равномерно заряженной бесконечной нити.



Выделим мысленно цилиндр (см. рис.9), ось которого совпадает с рассматриваемой нитью. Из симметрии задачи следует, что силовые линии вектора \mathbf{E} направлены перпендикулярно боковой поверхности выделенного цилиндра, а их густота по всем направлениям одинакова. Поскольку поток вектора напряженности через основания цилиндра (которые перпендикулярны оси выбранного цилиндра) равен нулю (ибо в противном случае заряды в нити находились бы в неравновесном состоянии, т.е. по нити протекал бы ток), то теорема

Рис.9

Остроградского-Гаусса в данном случае имеет вид (17). Откуда получаем $E(r)2\pi r l = \frac{\tau}{\epsilon_0} l$, или $E(r) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}$ (22).

§4. Потенциал электростатического поля и его связь с напряженностью этого поля.

Рассмотрим, какую работу необходимо совершить при перемещении точечного заряда q в поле, создаваемом другим точечным зарядом Q . Сила их взаимодействия направлена вдоль отрезка прямой, соединяющей эти заряды. Величина ее, определяемая законом Кулона, зависит от расстояния между зарядами, т.е. это центральная сила. Любая центральная сила является консервативной, следовательно, работа кулоновских сил над зарядом q при перемещении его из одной точки в другую, не зависит от пути. Совместим начало отсчета с зарядом Q . Работа по перемещению заряда q из точки пространства с радиус вектором \vec{r}_1 в точку, радиус вектор которой \vec{r}_2 (рис. 10) определяется выражением: $dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F dl \cos\alpha = F dr$ или:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} F(r) dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qQ}{r_1} - \frac{qQ}{r_2} \right) \quad (23)$$

С другой стороны работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии системы.

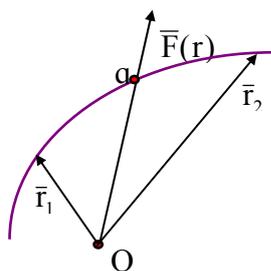


Рис.10

$A_{12} = U_1 - U_2$ (24) Сопоставление формул (23) и (24) приводит к следующему выражению для потенциальной энергии взаимодействия зарядов q и Q : $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r}$ (25). Это выражение можно также рассматривать, как потенциальную энергию заряда q в поле заряда Q . Потенциальная энергия, как известно, определяется с точностью до постоянной; ее значение мы выбрали так, чтобы при удалении заряда q на бесконечность (то есть при $r \rightarrow \infty$) его потенциальная энергия обращалась в нуль.

Заряд Q создает электрическое поле в пространстве в независимости от того, помещаем мы в какую-либо точку пробный заряд или нет. Из соотношения (25) видно, что существует величина, характеризующее поле заряда Q , независимая от величины пробного заряда:

$$\varphi = \frac{U}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \quad (26)$$

Эта скалярная величина называется потенциалом поля в данной точке и используется для описания электрических полей. Из (26) следует, что потенциал численно равен потенциальной энергии, которой обладал бы в данной точке поля единичный положительный заряд.

Рассмотрим поле, созданное системой N точечных зарядов Q_1, Q_2, \dots, Q_N . Расстояние от каждого заряда до данной точки поля обозначим r_1, \dots, r_N . Работа, совершаемая силами этого поля по перемещению заряд q из точки 1 в точку 2, равняется алгебраической сумме работ сил, обусловленных каждым зарядом в отдельности.

$$A_{12} = \sum_{i=1}^N A_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \left(\frac{Q_i q}{r_{i1}} - \frac{Q_i q}{r_{i2}} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i q}{r_{i1}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i q}{r_{i2}} \quad (27),$$

где r_{i1} – расстояние от Q_i до начального положения заряда q , а r_{i2} - от Q_i до конечного положения заряда q .

Сопоставив выражение (27) с выражением (24), получим для потенциальной энергии заряда q в поле системы зарядов выражение

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i q}{r_i}.$$

Следовательно, потенциал поля, создаваемого системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{r_i}. \quad (28)$$

Таким образом, потенциал поля, создаваемого системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности.

Из (26) следует, что заряд, находящийся в точке с потенциалом φ , обладает потенциальной энергией $U=q\cdot\varphi$ (*). Следовательно, работа, которую необходимо совершить для перемещения заряда q из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 , определяется выражением

$$A_{12} = U_1 - U_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (29).$$

Т.е. *работа, совершаемая над зарядом силами поля, при его перемещении из одной точки в другую, равна произведению величины этого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках.*

Если заряд q из точки с потенциалом φ удалить на бесконечность (где, как мы приняли, потенциал равен нулю), то работа сил поля будет равна $A_\infty = q\cdot\varphi$ (30). Отсюда следует, что *потенциал численно равен работе, которую совершают силы поля над единичным положительным зарядом при удалении его из данной точки поля на бесконечность.*

Формулу (30) можно использовать для установления единиц потенциала. За единицу потенциала принимают потенциал в такой точке поля, для перемещения в которую из бесконечности единичного положительного заряда необходимо совершить работу, равную единице. Так в СИ единицу потенциала называют вольт (в честь итальянского физика и физиолога Вольта (1745-1827): $1\text{В} = \frac{1\text{Дж}}{1\text{Кл}}$

В физике часто используют в качестве единицы энергии и работы *электронвольт* (эВ). Это *работа, совершаемая силами поля над единичным зарядом (e), при прохождении им разности потенциалов в 1 В*. $1\text{эВ}=1,6\cdot 10^{-19}\text{Дж}$.

Найдем связь между энергетической и силовой характеристиками электрического поля – связь между потенциалом φ и вектором напряженности \vec{E} . Для этого рассмотрим работу, выполняемую электрическим полем по перемещению единичного положительного заряда вдоль оси X на расстояние

$$x_2-x_1=dx: A=E_x\cdot dx. \text{ С другой стороны } A=\varphi_1-\varphi_2=-d\varphi, \text{ откуда получаем } E_x=-\frac{\partial\varphi}{\partial x} \quad (31).$$

Или в общем случае, при перемещении в 3-х мерном пространстве: $\vec{E}=-\text{grad}\varphi$ (32),

где $\text{grad}\equiv\nabla=\frac{\partial}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$. *Знак минус определяется тем, что \vec{E} направлен в сторону убывания потенциала.* (На примере потенциала точечного заряда и его силовых

линий (рис.1) пояснить это). Формула (32) позволяет по известным значениям потенциала найти напряженность поля в каждой точке. Можно, наоборот – по заданным значениям \vec{E} в каждой точке найти разность потенциалов между двумя произвольными

точками поля. Работа по перемещению заряда q из точки 1 в точку 2 $A_{12}=\int_1^2 q E_l dl$

эта же работа может быть представлена в виде $A_{12}=q\cdot(\varphi_1-\varphi_2)$, откуда получаем

$$\varphi_1-\varphi_2=\int_1^2 E_l dl \quad (33).$$

Работа консервативных сил по замкнутому контуру равна нулю, поэтому $\oint_L E_l dl=0$

(34). *Выражение (34) является определением **циркуляции вектора \vec{E}*** , из него следует, что линии электростатического поля не могут быть замкнутыми; они начинаются или заканчиваются на зарядах или уходят в бесконечность. **Поле, циркуляция которого равна нулю, называется потенциальным.**

Для графического представления потенциала пользуются **эквипотенциальными поверхностями - поверхностями, во всех точках которых потенциал поля одинаков.** Для

точечного заряда $\varphi=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}$, т.е. эквипотенциальные поверхности – концентрические

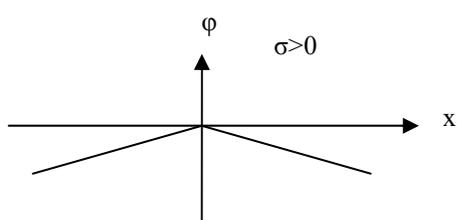
сферы. Силовые линии направлены по радиусу, т.е. перпендикулярны этой поверхности. Вектор \vec{E} всегда перпендикулярен эквипотенциальной поверхности. Действительно, работа по перемещению заряда по эквипотенциальной поверхности равна нулю, т.е. электростатические силы, действующие на заряд, всегда направлены по нормали к эквипотенциальной поверхности. Эквипотенциальные поверхности обычно проводят так, чтобы разности потенциалов между любыми двумя эквипотенциальными поверхностями были одинаковыми. Для однородного поля эквипотенциальные поверхности представляют собой систему равноотстоящих друг от друга плоскостей, перпендикулярных направлению поля \vec{E} .

Используя формулу (33), можно по известной напряженности электростатического поля \vec{E} , созданного различными заряженными телами, найти зависимость разности потенциалов от расстояния до этих тел.

а) Найдем зависимость потенциала равномерно заряженной бесконечной плоскости

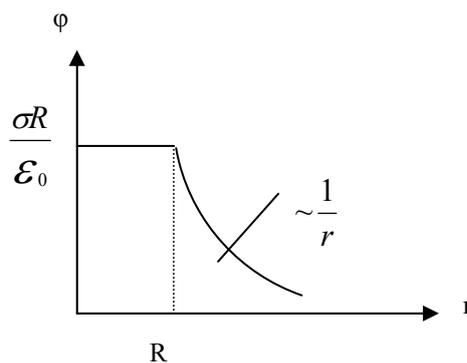
от расстояния до нее: $\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E dx = \left\{ E = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \right\} = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} dx = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \cdot (x_2 - x_1)$. С учетом на-

правления вектора \vec{E} , полученная зависимость $\varphi(x)$ имеет вид, представленный на рис 11



а)

Рис.11



б)

б) Рассмотрим равномерно заряженную сферическую поверхность (R - ее радиус), несущую заряд q .

Напряженность поля, создаваемого этой сферой на расстоянии r от ее центра, при $r > R$, определяется выражением $E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, тогда согласно формуле (33) получаем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_R^r \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right). \text{ Потенциал на поверхности сферы } \varphi(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R},$$

учтем, что $q = \sigma \cdot 4\pi R^2$ и получим $\varphi(R) = \frac{\sigma R}{\epsilon_0}$. Напряженность электростатического поля

внутри сферы равна нулю, поэтому потенциал внутри сферы будет такой же, как и на ее поверхности, вне сферы - $\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ (рис.11 б).

в) Рассмотрим объемно и равномерно заряженный шар, несущий заряд q и имеющий объемную плотность заряда ρ .

1) $r > R$. В этом случае напряженность поля определяется также как и напряженность равномерно заряженной сферы выражением (20). Поэтому для потенциала получим $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$. Учтем, что $q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ и пусть $r_2 \rightarrow \infty$, тогда $\varphi_2 \rightarrow 0$. В ре-

зультате получим $\varphi(r) = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$.

2) $r \leq R$. В этом случае напряженность поля определяется выражением (21):

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^3} r, \text{ тогда применяя формулу (33), получим } \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \cdot \int_{r_1}^{r_2} r dr \text{ или}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R^3} \cdot (r_2^2 - r_1^2).$$

3.3 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

Поле точечного диполя в произвольной точке пространства

Найдем напряженность точечного диполя в произвольно выбранной точке С (рис.12).

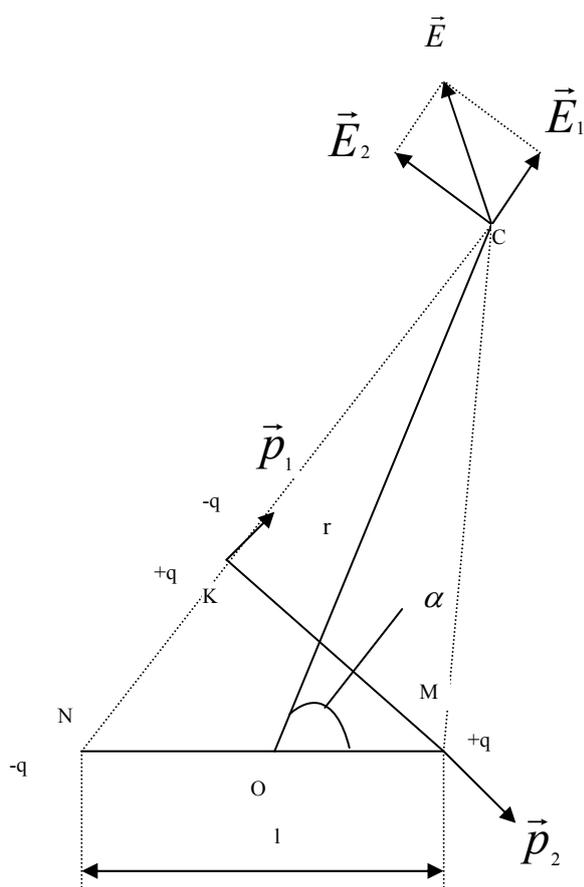


Рис.12

Положение точки С задается полярными координатами: полюс расположим в центре оси диполя (точка O), за направление полярной оси примем направление оси нашего диполя, тогда r и α (угол между r и осью диполя) - соответственно полярный радиус и полярный угол.

Расчет поля произведем с помощью следующего вспомогательного приема. Опустим на отрезок NC , соединяющий заряд $-q$ диполя с точкой C , перпендикуляр MK , проведенный из точки M , где расположен заряд $+q$ диполя. Поместим в точку K два точечных заряда $+q$ и $-q$, которые полностью нейтрализуют друг друга и не искажают поля рассматриваемого диполя. Четыре заряда, находящиеся в

точках N , K , и M можно рассматривать как два диполя: NK и KM , имеющие соответственно дипольные моменты \vec{p}_1 и \vec{p}_2 . Поскольку $l \ll r$, то угол $CNM \approx \alpha$. Поэтому модули этих дипольных моментов соответственно равны:

$$p_1 = ql \cos \alpha, \quad p_2 = ql \sin \alpha \quad (1).$$

Для первого диполя точка С лежит на продолжении его оси, а для второго на перпендикуляре, восстановленном из середины его оси. В соответствии с формулами (8) и (10) из §2, напряженности \vec{E}_1 и \vec{E}_2 полей каждого из этих диполей в точке С равны:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\vec{p}_1}{r^3}, \quad \vec{E}_2 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}_2}{r^3} \quad (2).$$

Векторы \vec{p}_1 и \vec{p}_2 , а значит и \vec{E}_1 и \vec{E}_2 взаимно перпендикулярны, тогда модуль результирующего поля \vec{E} , которое соответствует полю рассматриваемого диполя NM в точке С

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^3} \sqrt{(2p_1)^2 + (p_2)^2}. \text{ Подстав сюда значения } p_1 \text{ и } p_2 \text{ из (1), полу-}$$

чим:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} \sqrt{3\cos^2\alpha + 1} \quad (3).$$

Вторую характеристику - потенциал электростатического поля диполя, созданного в той же точке С, найдем используя принцип суперпозиции. Длину отрезка NC обозначим r_1 , длину отрезка MC – r_2 , тогда потенциал ϕ поля диполя в точке С равен

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}. \text{ Учтем, что } l \ll r, \text{ тогда } r_1 r_2 \approx r^2, \text{ а } r_1 - r_2 \approx NK; NK \approx l \cdot \cos\alpha.$$

$$\text{В результате получим } \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{l \cos\alpha}{r^2}, \text{ учтем, что } ql = p, \text{ тогда } \phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p \cos\alpha}{r^2} \quad (4).$$

4. МАТЕРИАЛЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

4.1. МАТЕРИАЛЫ К ЛЕКЦИИ

Лекция 1 «Электростатическое поле в вакууме»

План лекции

§1. Электрический заряд. Закон сохранения заряда. Закон Кулона.

Электрический заряд (электризация трением; электризация посредством электрической индукции; свойства электрического заряда; понятие точечного заряда). Закон сохранения заряда (формулировка, примеры). Принцип независимости действия сил (его запись, примеры). Закон Кулона (формулировка, запись в СИ и в СГС; электрическая постоянная).

§2. Электрическое поле. Напряженность электрического поля.

Электрический диполь.

Электрическое поле (теория дальнего действия и теория ближнего действия; понятие электростатического поля). Напряженность электрического поля (понятие пробного заряда; введение силовой характеристики электростатического поля – его напряженности; силовые линии электрического поля и их свойства). Электрический диполь (определение, точечный диполь, ось диполя, электрический момент диполя; используя принцип суперпозиции рассчитать напряженность точечного диполя в точках, лежащих а) – на продолжении оси диполя, б) – на перпендикуляре, восстановленном из центра оси этого диполя).

Лекция 2 «Электростатическое поле в вакууме (продолжение)»

План лекции

§3. Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме и ее применение.

Поток вектора \vec{E} (определение, понятие вектора нормали, его положительное направление). Получить выражение для потока вектора напряженности электростатического поля (Φ_E), созданного точечным зарядом, через сферическую поверхность; показать, что а) - полученное выражение справедливо для Φ_E через поверхность произвольной формы, охватывающей точечный заряд, б) – если поверхность не охватывает точечный заряд, то Φ_E сквозь нее равен нулю; используя принцип суперпозиции, прийти к теореме Остроградского-Гаусса. Формулировка теоремы Остроградского-Гаусса для

электростатического поля в вакууме (ее математическая запись для поля, созданного а) – дискретными зарядами, б) – линейно заряженными телами, в) – поверхностно заряженными телами, г) объемно заряженными телами; понятие линейной, поверхностной и объемной плотности зарядов). Применение теоремы Остроградского-Гаусса для расчета напряженности поля, созданного а) – равномерно заряженной бесконечной плоскостью, б) - зарядом q , равномерно распределенным в вакууме по объему шара радиуса R , в) - равномерно заряженной бесконечной нитью (провести расчеты).

§4. Потенциал электростатического поля и его связь с напряженностью этого поля.

Вычислить работу по перемещению точечного заряда q в поле второго точечного заряда Q из одной точки пространства в другую и ввести понятие потенциальной энергии взаимодействия электрических зарядов; ввести понятие потенциала электростатического поля. Получить выражение, позволяющее по известной функции $\varphi(x)$ находить значение $E(x)$; записать соответствующее выражение для общего случая: $\vec{E} = - \text{grad}\varphi$; Получить выражение, позволяющее по известной функции $E(x,y,z)$ найти разность потенциалов между двумя точками: $\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl$. В качестве его применения найти зависимость потенциала равномерно заряженной бесконечной плоскости от расстояния до нее.

Вопросы для самоконтроля.

I уровень (репродуктивный)

1. Назовите свойства электрического заряда.
2. Сформулируйте закон сохранения заряда
3. Сформулируйте и запишите закон Кулона.
4. Сформулируйте и запишите принцип независимости действия электростатических сил (принцип суперпозиции).
5. Какое поле называется электростатическим?
6. Что является силовой характеристикой электростатического поля? Назовите единицу ее измерения в СИ.

7. Каково направление вектора напряженности электростатического поля?
8. Как проводятся силовые линии электростатического поля? Имеют ли они начало и конец? Если да – то где они начинаются и заканчиваются?
9. Что называется электрическим диполем? Точечным диполем?
10. Что называется осью диполя? Как она направлена? Что называется электрическим моментом диполя?
11. Что называется потоком вектора напряженности электрического поля (\vec{E}) через площадку dS ? Какая нормаль к этой площадке принимается положительной?
12. Сформулируйте и запишите теорему Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме.
13. Что называется линейной, поверхностной и объемной плотностью заряда?
14. Запишите выражение для потенциальной энергии взаимодействия двух точечных зарядов.
15. Запишите выражение для потенциала некоторого точечного заряда Q .
16. Что называется потенциалом электростатического поля? Какую работу надо совершить, чтобы переместить заряд q из точки с одним потенциалом в точку с другим потенциалом?
17. Что называется циркуляцией вектора напряженности (\vec{E}) электростатического поля? Чему она равна? Какое поле называется потенциальным?
18. Как, зная зависимость электрического потенциала от координат, найти зависимость \vec{E} от координат?
19. Как, зная зависимость \vec{E} от координат, найти разность потенциалов между двумя точками?
20. Чему равна работа по перемещению заряда по эквипотенциальной поверхности?

II уровень (продуктивный)

1. В чем заключается физический смысл теоремы Остроградского-Гаусса?
2. Электрический диполь помещен внутрь замкнутой поверхности. Каков поток вектора \vec{E} через эту поверхность? Почему?

3. Получите выражение, позволяющее по известной функции $E(x,y,z)$ найти разность потенциалов между двумя точками.
4. Получите выражение, позволяющее по известной функции $\varphi(x)$ находить значение $E(x)$.
5. Используя принцип суперпозиции, найдите выражение для напряженности электростатического поля, созданного диполем на продолжении оси диполя.
6. Используя принцип суперпозиции, найдите выражение для напряженности электростатического поля, созданного диполем на перпендикуляре, восстановленном к оси точечного диполя из центра его оси.
7. Применяя теорему Остроградского-Гаусса, найдите напряженность электростатического поля, созданного
 - а) равномерно заряженной бесконечной плоскостью.
 - б) зарядом q , равномерно распределенным в вакууме по объему шара радиуса R .
 - в) равномерно заряженной бесконечной нитью, имеющей линейную плотность заряда τ .
8. Зная выражения для напряженности поля, созданного
 - а) равномерно заряженной бесконечной плоскости
 - б) равномерно заряженной сферической поверхности (R - ее радиус), несущей заряд q
 - в) зарядом q , равномерно распределенного в вакууме по объему шара радиуса R ,
 найти выражения для потенциалов электростатических полей, созданных вышеуказанными телами.

III уровень (творческий)

1. Найти выражения для силовой и энергетической характеристик электростатического поля, созданного точечным диполем, в произвольной точке пространства.

1.2 ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ К ПРАКТИЧЕСКОМУ ЗАНЯТИЮ

4.2.1. Основные понятия и формулы

Закон Кулона: $\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \cdot \vec{r}$, где \vec{F} - сила взаимодействия между двумя точечными за-

рядами q_1 и q_2 , расстояние между которыми равно r . Вектор \vec{r} имеет направление к тому заряду, к которому приложена сила (например, если мы говорим, что заряд q_1 действует на заряд q_2 силой \vec{F} , то \vec{r} - это радиус - вектор, проведенный от заряда q_1 к заряду q_2). k - коэффициент пропорциональности, в СИ $k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$, где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

и называется *электрической постоянной*; $k = 9 \cdot 10^9 \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2}$.

Принцип независимости действия сил - принцип суперпозиции: $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$, где \vec{F} - результирующая сила, действующая на некий заряд q , \vec{F}_i - сила, с которой действует q_i заряд на заряд q .

Поле, созданное неподвижными электрическими зарядами, называется электростатическим.

Силовой характеристикой электростатического поля является напряженность $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$, где \vec{F} - сила, с которой действует электростатическое поле в некоторой точке на заряд q , помещенный в эту точку. Направление вектора \vec{E} совпадает с направлением силы \vec{F} , действующей на положительный заряд q , помещенный в точку пространства, где измеряется поле.

Для электростатических полей справедлив принцип суперпозиции: $\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$

Электрическим диполем называется система двух одинаковых по величине разноименных точечных электрических зарядов +q и -q, жестко связанных между собой и смещенных на расстояние l друг от друга. Вектор \vec{l} , проведенный от отрицательного заряда к положительному, называется осью диполя, а величина $\vec{p} = q\vec{l}$ (7), называется электрическим моментом диполя. Если длина \vec{l} пренебрежимо мала по сравнению с расстоянием от диполя до точки наблюдения, то диполь называется точечным.

Напряженность электростатического поля точечного диполя в точке,

а) лежащей на продолжении оси этого диполя на расстоянии x от ее середины, определяется выражением:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{2\vec{p}}{x^3},$$

б) лежащей на перпендикуляре, восстановленном из середины оси диполя, на расстоянии r от оси, определяется выражением:

$$\vec{E} = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{r^3}.$$

На электрический диполь в однородном электрическом поле действует вращающий момент $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$.

Потоком вектора \vec{E} через элементарную площадку dS называется величина $d\Phi_E = (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = E_n dS$, где $d\vec{S}$ – вектор, величина которого равна dS, а направление совпадает с вектором нормали \vec{n} к этой площадке, E_n – проекция вектора \vec{E} на нормаль \vec{n} . За положительное направление \vec{n} принято направление наружу.

Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме гласит: поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности всех зарядов, деленную на электрическую постоянную ϵ_0 :

$$\oint_S (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \oint_L \tau dl = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \oint_S \sigma dS = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \oint_V \rho dV, \text{ где } \rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}, \sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S},$$

$\tau = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta L}$ и соответственно называются объемной, поверхностной и линейной плот-

ностью зарядов.

Напряженность электростатического поля, созданного

а) равномерно заряженной бесконечной плоскостью: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

б) между двумя параллельными равномерно заряженными разноименными зарядами

бесконечными плоскостями: $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

в) равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом R с общим зарядом q на расстоянии r от центра сферы:

$E=0$ при $r < R$ (внутри сферы),

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \text{ при } r \geq R \text{ (вне сферы),}$$

г) - зарядом q, равномерно распределенным в вакууме по объему шара радиуса R:

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot r \text{ при } r \leq R \text{ (внутри шара),}$$

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \text{ при } r > R \text{ (вне шара),}$$

д) - равномерно заряженной бесконечной нитью: $E(r) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}$.

Потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов: $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r}$.

Потенциал точечного заряда: $\phi = \frac{U}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$.

Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля:

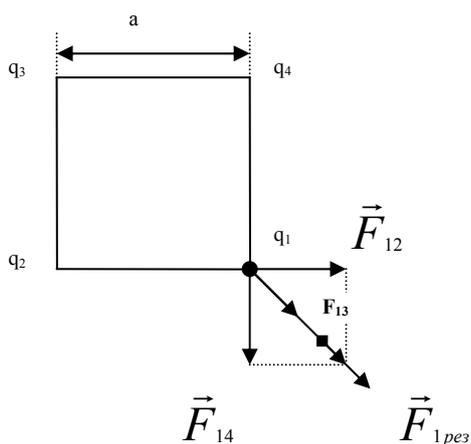
$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi \equiv -\nabla\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right) \text{ или } \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}_l dl.$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля по перемещению заряда q из точки 1 (ее потенциал – φ_1) в точку 2 (ее потенциал – φ_2): $A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = q \int_1^2 \vec{E}_l dl$.

4. 2. 2 Примеры решения задач

I уровень.

Пример 1. Четыре одинаковых заряда $q_1=q_2=q_3=q_4= 10^{-8}$ Кл расположены в вершинах квадрата со стороной $a=1$ см. Найти силу, с которой на заряд q_1 действует поле, создаваемое всеми остальными зарядами.



Дано: $a = 1$ м

$$q_1=q_2=q_3=q_4= 10^{-8} \text{ Кл}$$

Найти: $F_{1рез}$

$$\text{Решение: } |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{14}| = k \frac{q^2}{a^2}; \quad |\vec{F}_{13}| = k \frac{q^2}{2a^2};$$

$$|\vec{F}_{12} + \vec{F}_{14}| = \sqrt{2} k \frac{q^2}{a^2}, \text{ где } k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{М}^2}{\text{Кл}^2}.$$

$$\vec{F}_{1рез} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14}; \quad |\vec{F}_{1рез}| = |\vec{F}_{13}| + |\vec{F}_{12} + \vec{F}_{14}| = k \frac{q^2}{a^2} (0,5 + \sqrt{2}).$$

выражение численные значения, найдем $F_{1рез}$.

Ответ: $F_{1рез} = 1,72$ Н

Пример 2. α -частица движется со скоростью $5 \cdot 10^5$ м/с. На какое наименьшее расстояние она может приблизиться к ядру атома Al?

Дано:

$$m_{\alpha} = m = 6.69 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$q_{\alpha} = q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$z = 13$$

$$v = 5 \cdot 10^5 \text{ м/с}$$

$$r_{\min} - ?$$

Решение: Согласно закону сохранения энергии

$$E_{\text{кин}} = U(r_{\min}), \text{ т.е. } \frac{mv^2}{2} = k \frac{zeq}{r_{\min}}, \text{ откуда находим } r_{\min}:$$

$$r_{\min} = \frac{kzeq}{mv^2}, \text{ где } k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{М}^2}{\text{Кл}^2}, e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл. Подстав-$$

ляя в последнее выражение численные значения, находим r_{\min} .

$$\text{Ответ: } r_{\min} = 7,2 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

Пример 3. В электростатическом поле, образованном системой распределенных зарядов, потенциал электростатического поля $\varphi = \frac{x^2}{5} + \frac{y^2 + z^2}{8}$. Найти напряженность поля в точке с координатами: $x = y = z = 1$ м. Охарактеризовать картину эквипотенциальной поверхности. (0,534 В/м).

Дано:

$$\varphi = \frac{x^2}{5} + \frac{y^2 + z^2}{8}$$

$$x = y = z = 1 \text{ м}$$

$$E(x, y, z) - ?$$

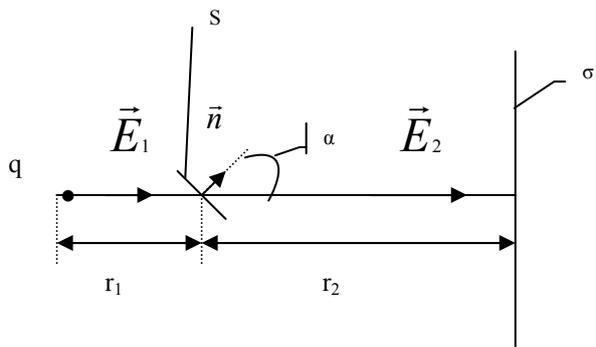
$$\text{Решение: } E = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}\right) = 0.4x \vec{i} + 0.25y \vec{j} + 0.25z \vec{k};$$

$$E(x, y, z) = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}; E_x = 0.4, E_y = 0.25, E_z = 0.25.$$

Подставим численные значения E_x, E_y, E_z в выражение для $E(x, y, z)$ и найдем искомую напряженность.

$$\text{Ответ: } 0,534 \text{ В/м.}$$

Пример 4. Найти поток вектора напряженности электростатического поля, созданного точечным зарядом $q = 10^{-8}$ Кл и бесконечной плоскостью с поверхностной плотностью зарядов $\sigma = -5 \cdot 10^{-9}$ Кл/м², через площадку $S = 4$ см², расположенную на расстоянии 0,5 м от точечного заряда и на расстоянии 1,5 м от плоскости. Положительная нормаль составляет 45° с силовыми линиями.



Дано:

$$q = 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$\sigma = -5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^2$$

$$S = 4 \text{ см}^2$$

$$r_1 = 0.5 \text{ м}$$

$$r_2 = 1.5 \text{ м}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

Найти: Φ_E

Решение: размеры площадки много меньше r_1 и r_2 , поэтому можно считать, что поле, пронизывающее площадку, однородно. В этом случае $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S}$; $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где \vec{E} - результирующее поле точечного заряда (\vec{E}_1) и нити (\vec{E}_2). Учитывая направление со-

ответствующих векторов, можно записать в скалярном виде: $E = E_1 + E_2$. $E_2 = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0}$,

$$E_1 = k \frac{q}{r_1^2}, \text{ где } k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}, \text{ т.е. } \Phi_E = \left(k \frac{q}{r_1^2} + \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} \right) \cdot S \cdot \cos \alpha.$$

Подставляя в последнее выражение соответствующие численные (предварительно переведя в СИ) значения, находим поток вектора \vec{E} через площадку S .

Ответ: 0,182 В·м.

II уровень

Пример 1. Электрическое поле образовано двумя параллельными пластинами, находящимися на расстоянии d друг от друга. Найти это расстояние, если разность потенциалов между ними равна 100,4 В. α -частица, пройдя вдоль силовых линий расстояние 4 см, приобретает под действием поля скорость $8 \cdot 10^4$ м/с. (6 см)

Дано:

$$U = 100,4 \text{ В}$$

$$m = 6,69 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$r = 4 \text{ см}$$

$$v = 8 \cdot 10^4 \text{ м/с}$$

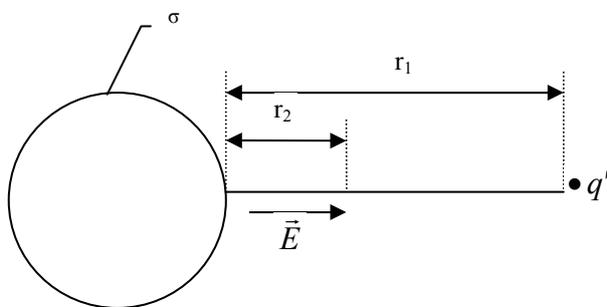
$$d - ?$$

Решение: Согласно закону сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = qU_r, \text{ откуда } U_r = \frac{mv^2}{2q}; \text{ поле между пластинами однородно, поэтому } E = \frac{U_r}{r} = \frac{U}{d}, \text{ после несложных преобразований находим } d = \frac{2qrU}{mv^2}. \text{ Подставляя в полученное выражение численные значения, находим } d.$$

Ответ: 6 см.

Пример 2. Электростатическое поле создано равномерно заряженной сферой радиуса $R = 10 \text{ см}$, имеющей поверхностную плотность заряда $\sigma = 3 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2$. Какую работу надо совершить, чтобы переместить пробный точечный заряд $q' = 10^{-9} \text{ Кл}$ из точки, отстоящей на расстоянии $r_1 = 25 \text{ см}$ в точку на расстоянии $r_2 = 15 \text{ см}$ от заряженной сферы? ($-3,8 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}$).



Дано:

$$R = 10 \text{ см}$$

$$\sigma = 3 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2$$

$$q' = 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$r_1 = 25 \text{ см}$$

$$r_2 = 15 \text{ см}$$

$$A_{1 \rightarrow 2} - ?$$

Решение: $A_{1 \rightarrow 2} = q' \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$. Потенциал поверхностно заряженной сферы на расстоянии r от ее центра определяется выражением $\varphi(r) = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r}$, где $q = 4\pi R^2 \cdot \sigma$, тогда

$$A_{1 \rightarrow 2} = \frac{q' R^2 \sigma}{\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{R+r_1} + \frac{1}{R+r_2} \right). \text{ Подставим численные значения и получим искомую работу } A_{1 \rightarrow 2}$$

боту $A_{1 \rightarrow 2}$

Ответ: $-3,8 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}$.

1. В вершинах равностороннего треугольника расположены заряды $q_2 = q_4 = -10^{-8}$ Кл, $q_3 = 10^{-8}$ Кл. Заряд $q_1 = 10^{-9}$ Кл расположен на пересечении высот этого треугольника; сторона треугольника равна 4 см. Найти силу, с которой на заряд q_1 действует поле, создаваемое всеми остальными зарядами ($3,375 \cdot 10^{-4}$ Н).
2. α -частица движется со скоростью 10^6 м/с. На какое наименьшее расстояние она может приблизиться к ядру атома Cu? ($4 \cdot 10^{-12}$ м).
3. В электростатическом поле, образованном системой распределенных зарядов, потенциал электростатического поля $\varphi = \frac{1}{4} \cdot (x^2 + y^2 + z^2)$. Найти напряженность поля в точке с координатами: $x = y = 1$ м, $z = 0$. Охарактеризовать картину эквипотенциальной поверхности. (0.71 В/м).
4. Найти поток вектора напряженности электростатического поля, созданного поверхностно заряженной сферой радиусом $r = 4$ см, $\sigma_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м² и бесконечной плоскостью с поверхностной плотностью зарядов $\sigma_2 = -3 \cdot 10^{-7}$ Кл/м², через площадку $S = 1$ см², расположенную на расстоянии 0,2 м от центра сферы и 0,8 м от плоскости. Положительная нормаль составляет 60° с силовыми линиями. (1,3 В·м).

II уровень

1. Электрическое поле образовано двумя параллельными пластинами, находящимися на расстоянии 1 см друг от друга. Найти разность потенциалов между ними, если α -частица, пройдя вдоль силовых линий расстояние 0,8 см, приобретает под действием поля скорость $4 \cdot 10^4$ м/с. (20,92 В).
2. Электростатическое поле создано равномерно заряженной бесконечной прямой нитью, линейная плотность заряда которой $\tau = 10^{-6}$ Кл/м. Какую работу надо совершить, чтобы переместить пробный точечный заряд $q' = 10^{-8}$ Кл из точки, отстоящей на расстоянии $r_1 = 10$ см в точку на расстоянии $r_2 = 30$ см от заряженной нити? ($2 \cdot 10^{-4}$ Дж).

4. 2. 4. Задачи для самостоятельного решения

I уровень

1. В вершинах равнобедренного треугольника расположены точечные заряды $q_1=10^{-9}$ Кл, $q_2 = -2\cdot 10^{-8}$ Кл, $q_3= 2\cdot 10^{-8}$ Кл. Заряды q_2 и q_3 лежат в основании треугольника, длина которого равна 2 см; длина каждой из двух других сторон равна 3 см. Найти силу, с которой на заряд q_1 действует поле, создаваемое всеми остальными зарядами ($1,33\cdot 10^{-4}$ Н).
2. Протон движется со скоростью $v = 3\cdot 10^5$ м/с. На какое наименьшее расстояние он может приблизиться к ядру атома Al? ($4\cdot 10^{-11}$ м).
3. В электростатическом поле, образованном системой распределенных зарядов, потенциал электростатического поля $\varphi = 1 - 5z$. Найти напряженность поля в точке с координатами: $x= 3$ м, $y = z = 1$ м. Охарактеризовать картину эквипотенциальной поверхности. (5 В/м).
4. Найти поток вектора напряженности электростатического поля, созданного поверхностью заряженной сферой радиусом $r = 3$ см, $\sigma = - 10^{-6}$ Кл/м² и бесконечной нитью с линейной плотностью заряда $\tau = 9\cdot 10^{-10}$ Кл/м, через площадку $S = 4$ см², расположенную на расстоянии 3 м от центра сферы и 1,5 м от нити. Положительная нормаль составляет 30° с силовыми линиями. ($7,66\cdot 10^{-2}$ В·м).
5. Определить напряженность электростатического поля в точке А, расположенной вдоль прямой, соединяющей заряды $q_1= 10$ нКл и $q_2 = - 8$ нКл и находящейся на расстоянии $r = 8$ см от отрицательного заряда. Расстояние между зарядами $l = 20$ см (10,1 кВ/м).

6. Определить напряженность поля, создаваемого точечным диполем с электрическим моментом $p = 10^{-9}$ Кл·м на расстоянии $r = 25$ см от центра диполя в направлении, перпендикулярном оси диполя (576 В/м).
7. Электростатическое поле создается двумя бесконечными параллельными плоскостями, заряженными равномерно одноименными зарядами с поверхностной плотностью соответственно $\sigma_1 = 2$ нКл/м² и $\sigma_2 = 4$ нКл/м². Определить напряженность электростатического поля: а) между плоскостями; б) за пределами плоскостей. Построить график изменения напряженности поля вдоль линии, перпендикулярной плоскостям. (а - 113 В/м, б - 339 В/м).

II уровень

1. Электрическое поле образовано двумя параллельными пластинами, находящимися на расстоянии 3 см друг от друга. Разность потенциалов между ними равна 50 В. Какую скорость приобретет протон под действием электрического поля, пройдя 2 см? ($8 \cdot 10^4$ м/с)
2. Электростатическое поле создано бесконечно длинным объемно заряженным цилиндром радиуса $R = 5$ см, имеющим объемную плотность заряда $\rho = 4 \cdot 10^{-6}$ Кл/м³. Какую работу надо совершить, чтобы переместить пробный точечный заряд $q' = 10^{-8}$ Кл из точки, отстоящей на расстоянии $r_1 = 15$ см в точку на расстоянии $r_2 = 10$ см от заряженного цилиндра? ($-1,6 \cdot 10^{-6}$ Дж).
3. Под действием электростатического поля равномерно заряженной бесконечной плоскости точечный заряд $q = 1$ нКл переместился вдоль силовой линии на расстояние $r = 1$ см; при этом совершена работа 5 мкДж. Определить поверхностную плотность заряда на плоскости. ($8,85$ мкКл/м²).

III уровень

1. Кольцо радиусом $r = 5$ см из тонкой проволоки равномерно заряжено с линейной плотностью $\tau = 14$ нКл/м. Определить напряженность поля на оси, проходящей через центр кольца, в точке А, удаленной на расстоянии $a = 10$ см от центра кольца (2,83 кВ/м).

4.3 МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Задание №1

Поле точечного диполя в произвольной точке пространства (см. 3.3 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ).

Задание №2

Найти напряженность электростатического поля, созданного двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями, имеющих равные по модулю поверхностные плотности зарядов (см. Литература: [2] – с.168, [3] – с.26-27, [4] – с.68, [6] – с.135).

5. РЕЗЮМЕ ПО МОДУЛЮ

В настоящем модуле приведены свойства электрического заряда, сформулирован один из фундаментальных законов – закон сохранения электрического заряда. Затем формулируется закон Кулона и принцип независимости действия электростатических сил – принцип суперпозиции, которые являются результатом обобщения опытных фактов. Введены понятия точечного заряда, электрического диполя и электрического момента диполя.

Дано базовое понятие электрического поля как особой формы материи, посредством которой происходит взаимодействие электрически заряженных тел, а также частного его случая – электростатического поля, порождаемого неподвижными электрическими зарядами. Силовой характеристикой электростатического поля является вектор напряженности (\vec{E}) этого поля. Введение линий вектора напряженности позволяет изобра-

зять электрическое поле и делает наглядным понятие потока вектора \vec{E} , которое используется в формулировке теоремы Остроградского-Гаусса. Эта теорема значительно облегчает нахождение электростатических полей заряженных тел, позволяя вычислять их, не используя принцип суперпозиции. Приведены примеры ее применения для расчета напряженности электростатического поля, созданного некоторыми равномерно заряженными телами.

Основываясь на вычислении работы, совершаемой центральными кулоновскими силами по перемещению точечного заряда, вводится понятие второй, энергетической характеристики электростатического поля - потенциала, а также потенциальной энергии взаимодействия электрических зарядов.

Используя принцип суперпозиции, выведены соотношения, позволяющие охарактеризовать поле, созданное точечным диполем.

Получены выражения, дающие возможность по известному потенциалу поля находить его напряженность и, наоборот, – по известному вектору \vec{E} - вычислять потенциал электростатического поля. Установлена связь между разностью потенциалов двух точек, величиной заряда и работой, которую совершают электростатические силы по перемещению заряда между этими точками.

Рассмотрены примеры решения различных задач, которые облегчат самостоятельную работу студентов; будут способствовать осознанию теоретического материала модуля и получению навыков в решении типовых задач. Сформулированы вопросы разного уровня, которые позволят контролировать свои знания в процессе обучения.

6. ОБРАЗЕЦ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРКИ

РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

I уровень (репродуктивный)

1. Некоторый заряд имеет в системе отсчета K величину q . Какова будет величина этого заряда в системе отсчета K' , движущейся относительно K со скоростью v_0 ?
2. Чему равен суммарный заряд моля электронов?
3. Какие характеристики электростатического поля вы знаете?
4. Что служит силовой характеристикой электрического поля? Чему она численно равна и какое имеет направление?
5. Что служит энергетической характеристикой электростатического поля? Это векторная или скалярная величина? Назовите единицы ее измерения.
6. Что называется циркуляцией вектора напряженности электростатического поля? Чему она равна?
7. Может ли поле вне разноименно и однородно заряженных параллельных бесконечных плоскостей быть отличным от нуля?
8. *Задача:* α -частица движется со скоростью 10^5 м/с. На какое наименьшее расстояние она может приблизиться к ядру атома Zn? ($1.65 \cdot 10^{-11}$ м).
9. *Задача:* В электростатическом поле, образованном системой распределенных зарядов, потенциал электростатического поля $\varphi = \varphi_0 - 5z$. Найти напряженность поля в точке с координатами: $x = y = 1$ м $z = 3$ м. Охарактеризовать картину эквипотенциальной поверхности. (5 В/м).

II уровень (продуктивный)

1. Сопоставить силу кулоновского взаимодействия F_e двух электронов с силой их гравитационного взаимодействия F_g .
2. Электростатическое поле имеет вид $\vec{E} = E_1 \vec{i} + E_2 \vec{j} + E_3 \vec{k}$, где E_1, E_2, E_3 - постоянные.
 - а) Является ли это поле однородным?
 - б) Написать выражение для φ
3. Используя принцип суперпозиции, найдите выражение для напряженности электростатического поля, созданного диполем на продолжении оси диполя.

4. *Задача:* Электрическое поле образовано двумя параллельными пластинами, находящимися на расстоянии 10 см друг от друга. Разность потенциалов между ними равна 1570 В. Найти какое расстояние должна пройти вдоль силовых линий α -частица, чтобы приобрести под действием поля скорость $3 \cdot 10^5$ м/с. (6 см)

ЛИТЕРАТУРА

1. Ветрова В.Т. Сборник задач по физике, Минск: «Высшая школа», 1991 - 386 с.
2. Детлаф А. А., Яворский Б.М. Курс физики: Учебник Пособие для вузов.- М.: Высш. шк.1989.-608с.
3. Савельев И.В. Курс общей физики, т.2, М.: «Наука», 1968 - 335 с.
4. Савельев И.В. Курс общей физики. Книга 2 Электричество и магнетизм, М.: Астрель·АСТ, 2005 – 336 с.
5. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике, М. «Наука», 1988–288 с.
6. Трофимова Т.И. Курс физики, М.: Высшая школа, 1990 -478 с.
7. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики, М.: Высшая. школа, 1991 – 303 с.

Модуль № 2.

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ДИЭЛЕКТРИКАХ.

1. ВВЕДЕНИЕ

Базовые проблемы модуля

Свободные и связанные заряды. Проводники и диэлектрики. Полярные и неполярные молекулы. Типы диэлектриков. Виды поляризации. Поляризуемость молекулы. Поляризованность диэлектрика. Диэлектрическая восприимчивость. Поток вектора поляризованности. Напряженность поля в диэлектрике. Диэлектрическая проницаемость. Электрическое смещение. Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в диэлектрике. Условия на границе раздела двух диэлектриков. Закон преломления линий электрического смещения. Применение теоремы Остроградского-Гаусса к расчету полей в неоднородных и многослойных диэлектриках. Сегнетоэлектрики и их применение.

2. КОМПЛЕКСНАЯ ЦЕЛЬ

Студент должен:

а) **знать** понятия и определения: диэлектрик; однородный, изотропный диэлектрик; отличие связанных или поляризационных зарядов от свободных или сторонних зарядов; полярные и неполярные молекулы; типы диэлектриков; виды поляризации; поляризуемости молекулы; диэлектрической восприимчивости; диэлектрической проницаемости, ее физический смысл; вектора поляризации (или поляризованности) диэлектрика; связь между нормальной составляющей вектора поляризации диэлектрика и поверхностной плотностью связанных зарядов; связь между напряженностью электрическо-

го поля внутри однородного изотропного диэлектрика, имеющего диэлектрическую проницаемость ϵ и напряженностью внешнего поля (для случая плоского диэлектрического слоя, когда вектор напряженности внешнего слоя перпендикулярен поверхности этого слоя); связь между векторами напряженности электрического поля (\vec{E}), электрического смещения (\vec{D}), поляризации диэлектрика (\vec{P}); связь между нормальными и тангенциальными составляющими векторов \vec{E} и \vec{D} на границе раздела двух диэлектриков; потока вектора поляризации; теорему Остроградского – Гаусса для диэлектриков;

б) характеризовать: зависимость диэлектрической проницаемости (и восприимчивости) полярных диэлектриков от их температуры; свойства сегнетоэлектриков;

в) прогнозировать и оценивать: поведение линий векторов \vec{E} и \vec{D} при их переходе границы раздела двух диэлектриков, имеющих различные диэлектрические проницаемости; связь между напряженностью поля в однородном твердом диэлектрике и силой, действующей на точечный заряд, помещенный в полость этого диэлектрика в зависимости от формы полости;

б) уметь: применять полученные теоретические знания при проведении лабораторного эксперимента, анализа полученных данных, при решении типовых задач, задач нестандартного характера.

Формировать социально-личностные качества студента: навыки работать самостоятельно, сотрудничать с коллегами.

3. УЧЕБНО-ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ МОДУЛЯ

№ , тема занятия	Тип занятия	Вид занятия	Кол-во часов на 1 занятие

<p>Занятие 1</p> <p>Электростатическое поле в диэлектриках</p>	<p>Знакомство с новым материалом</p>	<p>Лекция</p>	<p>4</p>
<p>Занятие 2</p> <p>Сегнетоэлектрики и их свойства. Силы, действующие на заряд в диэлектрике</p>	<p>Углубление, обобщение</p>	<p>Управляемая самостоятельная работа</p>	<p>2</p>
<p>Занятие 3</p> <p>Электростатическое поле в диэлектриках.</p>	<p>Углубление, обобщение,</p>	<p>Практическое занятие</p>	<p>2</p>
<p>Занятие 4</p> <p>Определение диэлектрической проницаемости плоской пластины из диэлектрика.</p>	<p>Систематизация, обобщение, предварительный контроль</p>	<p>Лабораторное занятие</p>	<p>1</p>
<p>Занятие 5</p> <p>Электростатическое поле в диэлектриках. Заключительное занятие</p>	<p>Суммарный контроль</p>	<p>Комбинированный зачет</p>	<p>1</p>

4. ОСНОВЫ НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ

4.1 СЛОВАРЬ ПОНЯТИЙ

Новые понятия

1. **Заряды**, которые принадлежат одной молекуле, **называются связанными или поляризационными**. Заряды, которые могут свободно передвигаться по веществу на большие расстояния, **называются свободными или сторонними**.

2. **Неполярные молекулы** это такие молекулы, у которых «центр тяжести» отрицательного заряда и положительного – совпадают. **Диэлектрики**, состоящими из таких молекул **называются неполярными**. **Полярные молекулы** имеют асимметричное строение и вследствие этого *их положительные и отрицательные заряды имеют несовпадающие «центры тяжести»*. **Диэлектрики**, состоящими из таких молекул **называются неполярными**. **Вещества, представляющие собой ионные кристаллы, являются ионными диэлектриками**.

3. Возникновение дипольного момента в макроскопическом объеме диэлектрика под воздействием внешнего электрического поля **называется поляризацией диэлектрика**. **Вектор поляризованности** или **вектор поляризации диэлектрика** – это дипольный момент единицы объема поляризованного диэлектрика.

4. Поляризация диэлектриков, состоящих из неполярных молекул, **называется электронной или деформационной поляризацией**. Поляризация диэлектриков, состоящих из неполярных молекул, **называется ориентационной или дипольной поляризацией**. Поляризация ионных диэлектриков **называется поляризацией ионного смещения или ионной поляризацией**.

5. Коэффициент пропорциональности (β) между электростатическим полем в диэлектрике и дипольным моментом молекулы \vec{p}_i этого диэлектрика **назы-**

вается поляризуемостью молекулы. $\vec{p}_i = \beta \epsilon_0 \vec{E}$. Коэффициент пропорциональности (κ) между электростатическим полем в диэлектрике и вектором поляризации диэлектрика называется диэлектрической восприимчивостью. $\vec{P} = \kappa \epsilon_0 \vec{E}$. Величина $\epsilon = 1 + \kappa$ называется диэлектрической проницаемостью.

6. Вектор электрического смещения или вектор электрической индукции: $\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}$.

4.2 ОСНОВНОЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

Тема *Электростатическое поле в диэлектрике.*

§1. Поляризация диэлектриков.

Все вещества по своей способности проводить электрический ток подразделяются на проводники, диэлектрики и полупроводники. Проводники имеют свободные электрические заряды и поэтому их сопротивление электрическому току незначительно, оно примерно в 10^{15} - 10^{20} меньше сопротивления диэлектриков, удельное электрическое сопротивление которых составляет порядка 10^6 - 10^{15} Ом·м. Такое отличие обусловлено отличием в строении проводников и диэлектриков. Диэлектрики практически не имеют свободных зарядов; они являются изоляторами, т.е. эти вещества не способны проводить ток. Примером диэлектриков могут служить стекло, фарфор, эбонит, все газы в нормальных условиях.

Опыт показывает, что диэлектрики, несмотря на отсутствие свободных зарядов, сами оказывают влияние на электрическое поле, а поле в свою очередь также воздействует на них. Так стеклянная палочка, подвешенная на нити, при приближении к заряженному шару начнет поворачиваться и установится вдоль силовых линий. Такое поведение палочки вызвано тем, что на ней по-

являются заряды, причем заряд на конце палочки, расположенный ближе к шарикю имеет знак, противоположный заряду шара. На удаленном конце палочки возникает заряд одноименный с зарядом шара, т.е. на диэлектрике появляются электрические полюсы, отчего само явление *получило название поляризации диэлектриков*, а возникшие заряды *называются поляризационным или связанными*.

Отличие поляризации диэлектрика от индукции зарядов на проводниках состоит в том, что если проводник разделить в электрическом поле, а затем поле отключить, то мы получим два заряженных проводника; *отделить же поляризационные заряды друг от друга невозможно, поскольку это связанные по своей природе заряды, которые принадлежат одной молекуле*, следовательно, они могут только смещаться относительно друг друга на малые расстояния в пределах одной молекулы. Помимо нейтральных молекул в диэлектриках могут существовать ионы. *Заряды, которые могут перемещаться по объему вещества, называются свободными или сторонними*. Они возникают в диэлектрике, например, при электризации трением.

Молекулы, из которых состоят вещества, делятся на полярные и неполярные. *Неполярные молекулы это такие молекулы, у которых «центр тяжести» отрицательного заряда и положительного – совпадают*. Положительный заряд молекул обусловлен ядрами атомов, из которых состоит молекула, а отрицательный – электронами. Примерами неполярных молекул являются молекулы водорода, азота, кислорода, метана (CH_4). Неполярные молекулы не имеют собственного дипольного момента. *Диэлектрики, состоящими из таких молекул называются неполярными*.

Диэлектрики, состоящие из полярных молекул, называются полярными. Полярные молекулы имеют асимметричное строение и вследствие этого их по-

ложительные и отрицательные заряды имеют несовпадающие «центры тяжести», что и обуславливает наличие у них собственного дипольного момента.

Третью группу диэлектриков составляют вещества, представляющие собой ионные кристаллы, например, KCl, KBr, NaCl и другие. Кристаллическая решетка таких веществ состоит из положительных и отрицательных ионов, ее элементарная ячейка представляет собой центрированный куб, в вершинах которого находятся положительные ионы металла, а в центре, на пересечении диагоналей куба – Cl⁻. Все ионы металла и все ионы хлора образуют две кубические решетки, сдвинутые друг относительно друга. Такие кристаллы могут обладать дипольным моментом и в отсутствии внешнего электрического поля. Этот момент не проявляется вследствие того, что ионы воздуха оседают на поверхность кристалла и компенсируют поляризационный заряд кристалла.

Рассмотрим, что происходит с диэлектриком во внешнем электрическом поле. Внешнее поле, действуя на неполярные молекулы, индуцирует в них смещение зарядов, в результате возникают дипольные моменты этих молекул (см. рис.1). *Такая поляризация диэлектриков называется электронной или деформационной поляризацией.*

Молекулы полярных диэлектриков изначально обладают дипольным моментом, однако, вследствие теплового движения они ориентированны в отсутствие поля хаотично. В результате наложения электрического поля диполи приобретают преимущественную ориентацию, совпадающую с направлением внешнего поля (см. рис.2). Причем, чем больше величина этого поля и чем ниже температура диэлектрика, тем более строгая ориентация диполей. *Такая поляризация диэлектриков называется ориентационной или дипольной поляризацией.*

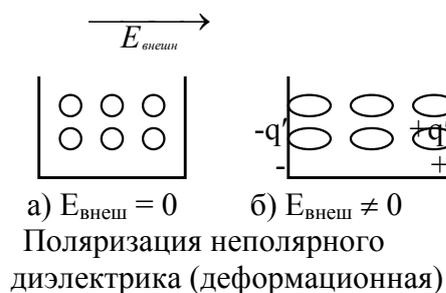
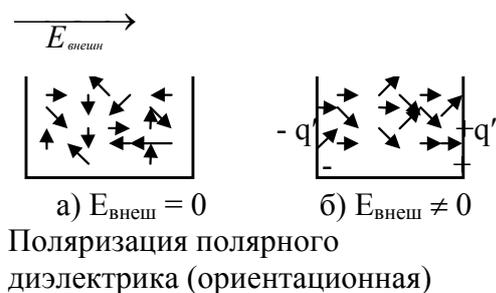


Рис.2

Рис.1.

Влияние внешнего электрического поля на ионные диэлектрики приводит к смещению решеток, поскольку электростатические поля на разноименные заряды действуют с силами, имеющими противоположные направления. Этот тип поляризации называется *поляризацией ионного смещения* или *ионной поляризацией*.

Если все молекулы диэлектрика поляризуются одинаково, то *диэлектрик называется однородным*. Другими словами электрически изотропные диэлектрики – это диэлектрики, электрические свойства которых не зависят от направления вектора E . При поляризации однородного диэлектрика в его объеме происходит компенсация положительных и отрицательных зарядов молекул. Никаких макроскопических объемных поляризационных зарядов в объеме такого диэлектрика нет; макроскопические поляризационные заряды сосредоточены на его поверхности. Если поляризация неоднородна, то в диэлектриках могут появляться объемные поляризационные заряды. Повернем однородный диэлектрик, находящийся в однородном внешнем электростатическом поле, на некоторый угол. Если смещение связанных зарядов в молекулах диэлектрика при этом остаются прежними по величине и одинаковыми для всех молекул, то *диэлектрик называется однородным и изотропным*. *Анизотропные диэлектрики* – это такие диэлектрики, при повороте которых во внешнем электростатическом поле величина смещения связанных зарядов изменяется.

Для количественной характеристики поляризации диэлектрика вводится *вектор поляризованности* или *вектор поляризации диэлектрика* $\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{\Delta V} = \frac{1}{\Delta V} \cdot \sum_{\Delta V} \vec{p}_i$ (1), где \vec{p}_V - дипольный момент, которым обладает физически бесконечно малый объемом ΔV диэлектрика, \vec{p}_i - дипольный момент i -ой молекулы диэлектрика. Таким образом *вектор поляризованности* \vec{P} - это *дипольный момент единицы объема диэлектрика* (размерность - Кл/м²). Опыт показывает, что для большинства диэлектриков (исключением являются сегнетоэлектрики) $\vec{P} \sim \vec{E}$, где \vec{E} - среднее значение напряженности электрического поля в диэлектрике. $\vec{p}_i = \beta \epsilon_0 \vec{E}$ (2), где β - называется *поляризуемостью молекулы*, ее размерность - м³. С учетом (2) получаем $\sum_{\Delta V} \vec{p}_i = nV\beta\epsilon_0 \vec{E}$ (здесь n - число молекул в единице объема) или $\vec{P} = n\beta\epsilon_0 \vec{E}$, вводя безразмерную величину $k = n\beta$, которая получила *название диэлектрической восприимчивости*, приходим к выражению $\vec{P} = k\epsilon_0 \vec{E}$ (3). Здесь мы считали, что напряженность поля, действующая на молекулу (так называемое внутреннее поле), совпадает с \vec{E} . Диэлектрическая восприимчивость полярных диэлектриков, находящихся в слабых полях, т.е. когда выполняется условие $\frac{kT}{P_i} \gg E$, обратно пропорциональна их абсолютной температуре.

§2 Связь вектора поляризации и поверхностной плотности связанных зарядов.

Между поверхностной плотностью связанных зарядов σ' и вектором поляризации существует, очевидно, связь. Найдем ее, для этого рассмотрим бесконечную плоскопараллельную пластину из однородного диэлектрика, помещенную в однородное электрическое поле (рис.3). Выделим мысленно в пластине элементарный объем в виде очень тонкого цилиндра с образующими, параллельными E в диэлектрике, и с основаниями площади ΔS , совпадающими

ми с поверхностями пластины. Этот объем равен $\Delta V = l\Delta S \cos\alpha$, где l – расстояние между основаниями цилиндра, α – угол между вектором \vec{E} и внешней нормалью к положительно заряженной поверхности диэлектрика.

Объем V имеет дипольный электрический момент $|\vec{P}| \cdot \Delta S l \cos\alpha$. С другой стороны этот же дипольный момент равен $\sigma' \Delta S l$, отсюда получаем $\sigma' = |\vec{P}| \cdot \cos\alpha = \vec{P}_n$, т.е. $\sigma' = \vec{P}_n$ (4), где \vec{P}_n – проекция дипольного момента выделенного объема на внешнюю нормаль к поверхности диэлектрика. Полученная формула показывает, что нормальная составляющая вектора поляризации \vec{P}_n по величине равна количеству электричества, смещаемому при поляризации диэлектрика через единичную площадку в направлении нормали к ней. Учитывая уравнения (3) и (4) получим $\sigma' = \kappa\epsilon_0 E_n$ (5), где E_n – нормальная составляющая напряженности поля внутри диэлектрика.

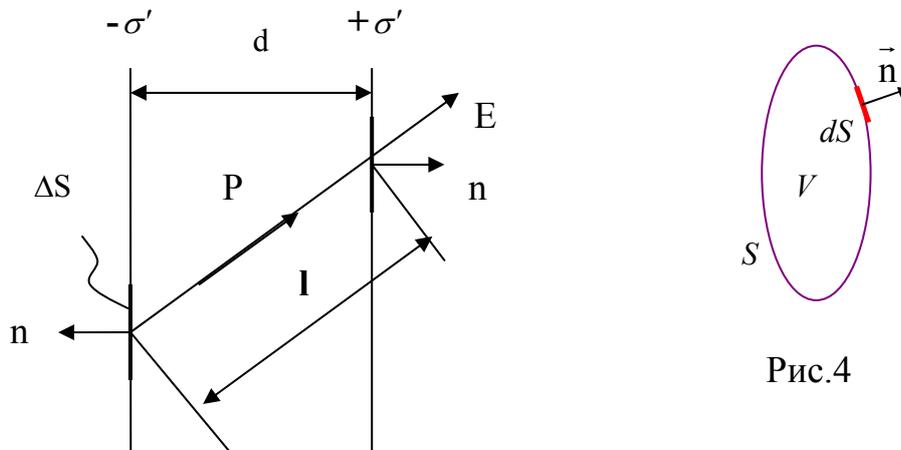


Рис. 3

Как было сказано выше, при неоднородной поляризации связанные заряды могут появляться не только на поверхности, но и в объеме диэлектрика. Найдем связанный заряд, заключенный в произвольном объеме V , ограниченном произвольной замкнутой поверхностью S (см. рис.4). Заряд, смещенный при поляризации через площадку dS в отрицательном направлении нормали, согласно (4) равен $-P_n dS$. Через всю поверхность S внутрь объема V при поляризации поступает поляризационный заряд

$$q_{\text{пол}} = -\oint P_n dS = -\oint (\vec{P} \cdot d\vec{S}) \quad (6)$$

Величина, стоящая справа в выражении (6) является *поток вектора поляризации диэлектрика*, т.е. этот поток через площадь S численно равен количеству поляризационных зарядов, заключенных внутри этой поверхности. Линии вектора поляризации начинаются и заканчиваются только на связанных зарядах. Если поляризация однородна, то объемных поляризационных зарядов нет – $q_{\text{пол}}=0$.

§3. Теорема Остроградского-Гаусса для диэлектриков. Электрическое смещение.

В предыдущем параграфе выяснено, что внешнее электрическое поле \vec{E}_0 приводит к появлению поверхностных связанных макроскопических зарядов на диэлектрике. Эти заряды создают дополнительное поле \vec{E}' . Результирующее поле в диэлектрике \vec{E} представляет собой векторную сумму этих полей: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$ (7). Таким образом, влияние диэлектрика на электрическое поле сводится к действию поляризационных зарядов. Используя принцип суперпозиции, применим к диэлектрикам теорему Остроградского-Гаусса, учитывая при этом, что заряды, заключенные внутри поверхности, представляют собой сумму свободных и связанных зарядов:

$\oint_S (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = \oint_S \vec{E}_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot (q_0 + q_{\text{пол}})$ (8), где q_0 и $q_{\text{пол}}$ соответственно сумма всех свободных и поляризационных зарядов, заключенных внутри произвольной поверхности S .

Использование теоремы Остроградского-Гаусса в форме (8) для расчета электростатического поля в диэлектрической среде, соответствующего заданной системе свободных зарядов, затруднено вследствие того, что неизвестно распределение связанных зарядов в поле. В связи с этим запишем эту

теорему в другом виде. Учтем выражение (6), и преобразуем формулу (8):
 $\oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{S} = q_0$ (9). Введем новый вектор $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ (10), называемый вектором электрического смещения или вектором электрической индукции. Тогда теорема Остроградского-Гаусса для диэлектриков примет вид: $\oint_S (\vec{D} \cdot d\vec{S}) = \oint_S D_n dS = q_0$ (11). Поток вектора электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность равен сумме свободных зарядов, заключенных внутри этой поверхности. Поток вектора \vec{D} определяется только свободными зарядами. Для вакуума $\vec{P} = 0$, поэтому $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$. Теорема Остроградского-Гаусса может служить удобным инструментом для вычисления электрических полей в веществе.

Подставим в выражение (10) значение вектора поляризации из формулы (3), получим

$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + k\epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 (1+k) \vec{E}$. Безразмерная величина $\epsilon = 1+k$ (12) называется диэлектрической проницаемостью, она также как и диэлектрическая восприимчивость (которая всегда положительна), зависит от строения диэлектрика. Этой величиной обычно и характеризуются индивидуальные свойства диэлектриков. Связь между векторами \vec{D} и \vec{E} можно тогда записать так:
 $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$ (13).

Для выяснения физического смысла диэлектрической проницаемости ϵ , рассмотрим поле внутри плоско-параллельной диэлектрической пластинки, помещенной в однородное внешнее электрическое поле \vec{E}_0 , созданное бесконечными плоско-параллельными поверхностями, имеющими поверхностные плотности свободных зарядов $+\sigma$ и $-\sigma$ (см.рис.5). На поверхности диэлектрической пластины под воздействием поля $\vec{E}_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ появляются связанные заряды с плотностью $-\sigma'$ и $+\sigma'$. Поле \vec{E}' , созданное этими зарядами равно

$\frac{\sigma'}{\epsilon_0}$. Результирующее поле \vec{E} , определяемое формулой (7), с учетом направления векторов \vec{E}' и \vec{E}_0 оно, равно $\frac{1}{\epsilon_0}(\sigma - \sigma')$. Учтем, что $\sigma' = \kappa \epsilon_0 E$, тогда

$$E = E_0 - \kappa_0 E \text{ или } E(1 + \kappa) = \epsilon E = E_0. \text{ Откуда получаем } E = \frac{E_0}{\epsilon} \quad (14).$$

Таким образом, диэлектрическая проницаемость показывает, во сколько раз поле в диэлектрике меньше поля в вакууме.

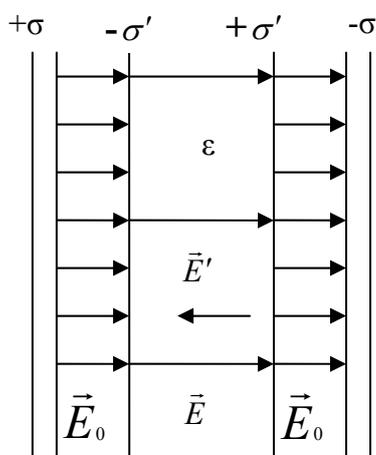


Рис.5

Из формулы (13), с учетом (14), получаем $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$. т.е. вектор электрического смещения в диэлектрике совпадает с электрическим смещением внешнего поля \vec{D}_0 в вакууме. По аналогии с силовыми линиями, можно ввести линии электрического смещения, направление и густота которых определяется точно так же, как и для линий напряженности. Линии вектора \vec{E} могут начинаться и заканчиваться на любых зарядах, а линии вектора \vec{D} - только на свободных зарядах.

Через области поля, где находятся связанные заряды, линии электрического смещения проходят не прерываясь, в то время как силовые линии в этой области испытывают разрыв (это видно из формулы (7)). Именно это свойство вектора \vec{D} делает его использование для описания электрического поля более удобным, чем вектор \vec{E} .

§4. Условия на границе раздела двух диэлектриков.

Что происходит с векторами \vec{E} и \vec{D} на границе раздела двух диэлектриков? Рассмотрим границу между двумя диэлектриками с проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 (см. рис. 6). Выберем на этой поверхности произвольно направленную ось τ ,

параллельную границе раздела. Возьмем небольшой прямоугольный контур длины a и ширины b , который частично проходит в первом диэлектрике, а частично – во втором. Ось τ проходит через середины сторон b . Пусть \vec{E}_1 и \vec{E}_2 – вектора напряженности электрического поля в первом и втором диэлектрике соответственно. Циркуляция электростатического поля $\oint_L \vec{E}_l dl = 0$, поскольку оно является потенциальным. Поэтому $E_{1\tau} \cdot a - E_{2\tau} \cdot a = 0$. Здесь мы

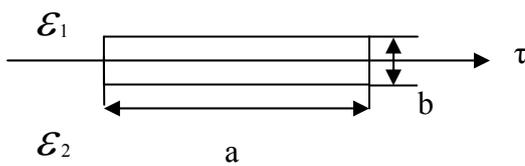


Рис.6

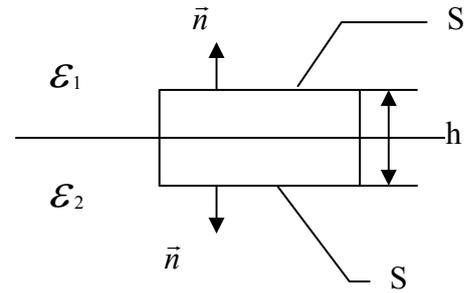


Рис.7

считаем, что соответствующие интегралы, взятые по ширине b , равны нулю, поскольку $b \rightarrow 0$. Таким образом $E_{1\tau} = E_{2\tau}$, (15) т.е. тангенциальные составляющие вектора \vec{E} при переходе из одной среды в другую не испытывают изменений. Учитывая выражение (13), выразим $E_{1\tau}$ и $E_{2\tau}$ в (15) через $D_{1\tau}$ и $D_{2\tau}$, в результате получим:

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (16).$$

Теперь возьмем на границе диэлектриков цилиндрическую поверхность высоты h , оба основания равны ($S_1 = S_2 = S$) и настолько малы, что в их пределах поле можно считать однородным (см. рис.7). Считаем, что на границе раздела диэлектриков свободных зарядов нет. Тогда согласно теореме Остроградского–Гаусса

$$D_{1n} = D_{2n} \quad (17),$$

т.е. при переходе через границу раздела двух диэлектриков, на которой нет свободных зарядов, нормальная составляющая вектора электрического смещения не изменяется. По этой причине для описания электрического поля в

неоднородных диэлектриках гораздо удобнее пользоваться электрическим смещением \vec{D} вместо напряженности поля \vec{E} , и в этом заключается основной смысл введения электрического смещения. С учетом (13) последнее равенство можно записать в виде $\varepsilon_1 \cdot E_{1n} = \varepsilon_2 \cdot E_{2n}$ или $\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ (18).

Полученные нами уравнения (15) – (18), связывающие тангенциальные и нормальные составляющие векторов \vec{D} и \vec{E} являются эффективным средством расчета характеристик электростатического поля (ЭСП) в неоднородных диэлектрических средах.

Граничные условия являются следствием, конкретизацией основных теорем ЭСП - теоремы Остроградского - Гаусса (теоремы о потоке вектора \vec{E} или \vec{D}) и теоремы о циркуляции вектора \vec{E} применительно к границе раздела двух диэлектриков. На такой границе *появляются связанные заряды, создающие дополнительное поле \vec{E}' , нормальное к границе раздела, в результате этого нормальная составляющая результирующего вектора напряженности \vec{E} испытывает на границе раздела сред скачок. Касательная же составляющая этого вектора на границе раздела двух сред остается неизменной. Из условий (15)- (18) следует, что линии векторов \vec{E} и \vec{D} на границе двух диэлектриков преломляются.*

Найдем связь между углами α_1 и α_2 (см. рис.8); в рассматриваемом случае

$\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ Из этого рисунка следует, что $\text{tg} \alpha_1 = \frac{E_{1r}}{E_{1n}}$, $\text{tg} \alpha_2 = \frac{E_{2r}}{E_{2n}}$, тогда, с учетом

(15) и (18), $\frac{\text{tg} \alpha_1}{\text{tg} \alpha_2} = \frac{E_{1r}}{E_{1n}} \cdot \frac{E_{2n}}{E_{2r}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$. Итак, $\frac{\text{tg} \alpha_1}{\text{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ (19). Соотношение (19) на-

зывается законом *преломления линий напряженности электростатического поля*. Такое же уравнение справедливо и для вектора \vec{D} . В этом случае оно носит название *закона преломления линий электрического смещения*.

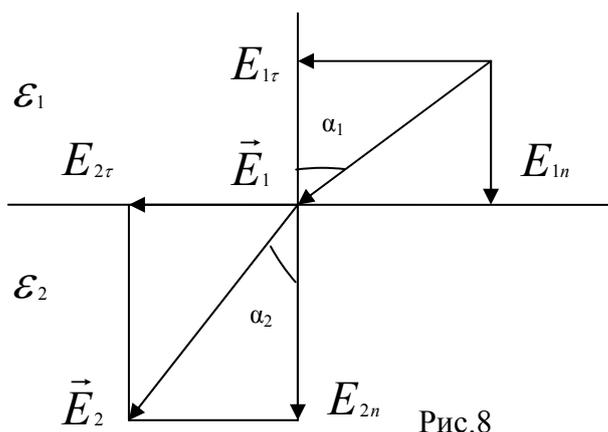


Рис.8

4.3 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

4.3.1 Сегнетоэлектрики и их свойства

Диэлектрики, которые обладают поляризацией в отсутствие внешнего электрического поля, т.е. спонтанной или самопроизвольной поляризацией, *называются сегнетоэлектриками*. Это свойство обусловлено внутренним строением вещества. Им обладают только кристаллические диэлектрики, у которых отсутствует центр симметрии. Взаимодействие частиц в сегнетоэлектриках приводит к тому, что в некоторых областях кристалла дипольные моменты спонтанно устанавливаются параллельно друг другу (рис.9 а), однако направления поляризации разных таких областей отличаются. Поэтому результирующий вектор поляризации кристалла обычно равен нулю. Области самопроизвольной поляризации *называются доменами*. Под воздействием внешнего поля векторы поляризации доменов приобретают преимущественно одинаковую ориентацию, в результате чего суммарный момент сегнетоэлектрика становится отличным от нуля (рис.9 б).

Сегнетоэлектрики имеют свойства, выделяющие их в отдельный класс из других диэлектриков.

1). Они обладают высокой диэлектрической проницаемостью (для сегнетовой соли, например, $\epsilon \sim 10000$). Для обычных диэлектриков ϵ составляет несколько единиц, достигая в виде исключения нескольких десятков.

2) Зависимость P от E (а значит и D от E) не является линейной (рис.10), следовательно, диэлектрическая проницаемость зависит от величины напряженности электрического поля.

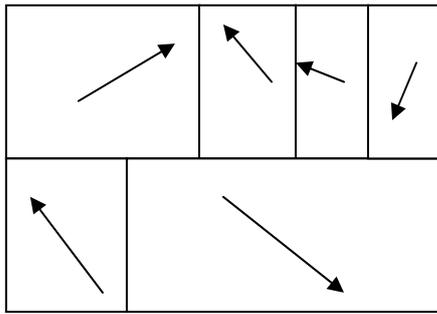


Рис. 9а

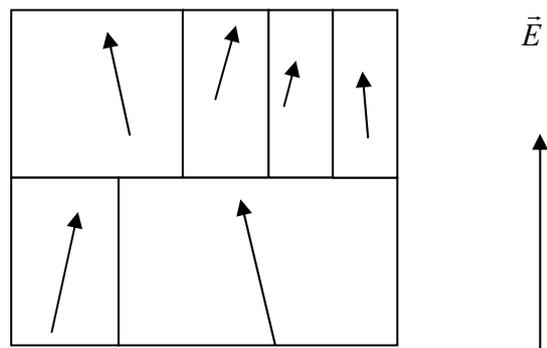


Рис.9б

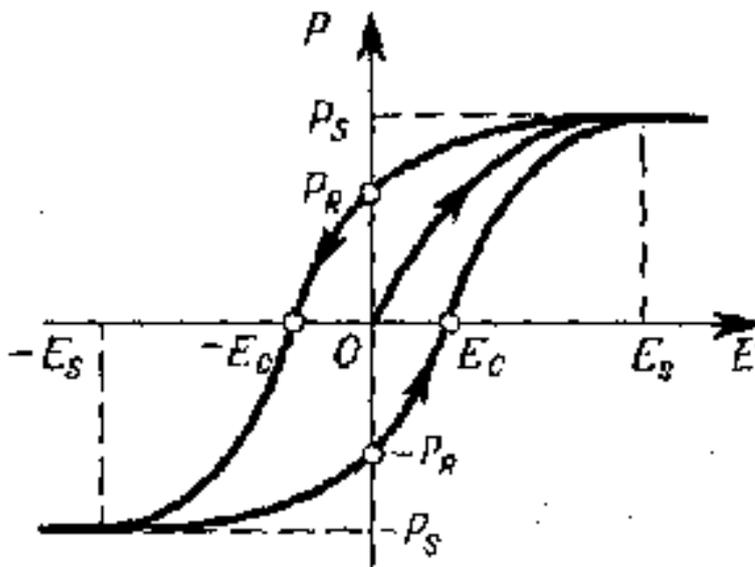


Рис. 10

3). Величина P и D определяются не только величиной E в данный момент времени, но и предшествующими значениями E , т.е. зависят от предыстории

диэлектрика. Это явление называется *гистерезисом* (от греческого «гистерезис» - запаздывание). Как видно из рис.10, рост напряженности поля в изначально неполяризованном сегнетоэлектрике до некоторого значения E_S вызывает рост поляризации образца до величины P_S , называемой *поляризованностью насыщения*; дальнейшее увеличение напряженности поля не приводит к изменению поляризации. Последующее уменьшение поля E до нуля сопровождается снижением поляризации сегнетоэлектрика, однако, его дипольный момент отличается от нуля; соответствующее значение P_R называется *остаточной поляризованностью*. Поляризация образца становится равной нулю лишь под действием электрического поля противоположного направления, величина которого $-E_c$ называется *коэрцитивной силой* (от лат. coercitio – удерживание).

Для каждого диэлектрика существует температура, выше которой сегнетоэлектрик теряет свои характерные свойства и становится обычным диэлектриком. Эта температура называется *точкой Кюри* или *температурой Кюри* (в честь французского физика Пьера Кюри). Как правило, сегнетоэлектрики имеют одну точку Кюри, исключение составляет сегнетова соль ($KNaC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$ - калиево-натриевая соль винной кислоты) и изоморфные с ней соединения, которые имеют две точки Кюри. В сегнетоэлектриках вблизи точки Кюри наблюдается резкое возрастание теплоемкости. Превращение сегнетоэлектрика в диэлектрик, происходящее вблизи точки Кюри, сопровождается фазовым переходом второго рода.

Свое название класс веществ сегнетоэлектрики получили в связи с тем, что впервые необычные свойства были обнаружены у сегнетовой соли. Детально свойства сегнетовой соли впервые исследовали советские физики Курчатов и Кобеко. Примерами сегнетоэлектриков являются фосфат калия (KH_2PO_4) и KH_2AsO_4 . Практически важным диэлектриком является метатитанат бария $BaTiO_3$, открытый советским физиком Вулом (1903-1985). Он сохраняет сег-

нетоэлектрические свойства в широком диапазоне температур, обладает высокой механической прочностью и имеет диэлектрическую проницаемость порядка 6000-7000. Он применяется в качестве генератора и приемника ультразвуковых волн.

4.3.2 Силы, действующие на заряд в диэлектрике.

Сила, с которой действует электростатическое поле в вакууме на заряженное тело таких размеров, что внешнее поле в пределах тела можно считать однородным (в этом случае тело можно рассматривать как точечный заряд) определяется выражением $f=qE$ (1).

Поместим заряженное тело в поле, созданное в диэлектрике. Для этого в нем надо сделать полость. В жидком и газообразном диэлектрике такую полость образует само тело, вытесняя диэлектрик. На поверхности полости возникают связанные заряды, поэтому поле внутри полости будет отличаться от среднего поля E в сплошном диэлектрике. Значит силу, действующую на заряженное тело в диэлектрике нельзя в общем случае вычислять по формуле (1).

При поляризации диэлектрики слегка деформируются. Такое явление *называется электрострикцией*. Вследствие электрострикции на границе с телом в жидком и газообразном диэлектрике возникают механические напряжения, что приводит к появлению дополнительной механической силы, действующей на тело.

В случае, когда заряженное тело погружено в однородный диэлектрик, заполняющий все пространство, где поле отлично от нуля, результирующая электрических и механических сил равна силе (1). Поэтому сила взаимодей-

ствия двух точечных зарядов, помещенных в жидкий или газообразный однородный диэлектрик, определяется формулой:

$$f = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} \quad (2).$$

Рассмотрим несколько случаев, когда точечный заряд q помещен в полость твердого диэлектрика.

1. Узкая поперечная щель. Пусть в однородно поляризованном диэлектрике сделана узкая щель, перпендикулярная векторам \mathbf{E} и \mathbf{P} (рис.1). На поверхностях, диэлектрика, ограничивающих щель, возникают связанные заряды с поверхностной плотностью $\sigma' = P$. Они создают дополнительное поле внутри щели $E_d = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$, которое имеет такое же направление, как усредненное поле

сплошного диэлектрика. Таким образом, результирующее поле в рассматриваемой полости диэлектрика равно $E_{рез} = E + \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = E + \frac{P}{\epsilon_0} = \frac{D}{\epsilon_0}$. Тогда

$$f = qE_{рез} = q \cdot \frac{D}{\epsilon_0} = q\epsilon E. \quad \text{Таким образом, } \vec{f} = q\epsilon \vec{E} \quad (3).$$

2. Узкая продольная щель. Пусть полость в диэлектрике представляет собой узкий длинный цилиндр с образующими, параллельными векторам \mathbf{E} и \mathbf{D} (рис.2). Связанные заряды на основаниях цилиндра малы, вследствие малости их площадей; они далеко отстоят друг от друга, поэтому создаваемое ими поле внутри полости много меньше среднего поля в диэлектрике E . Другими словами, поле внутри такой полости равно полю в окружающей эту полость диэлектрике. Значит, на заряд в рассматриваемом случае будет действовать сила $\vec{f} = q\vec{E}$.

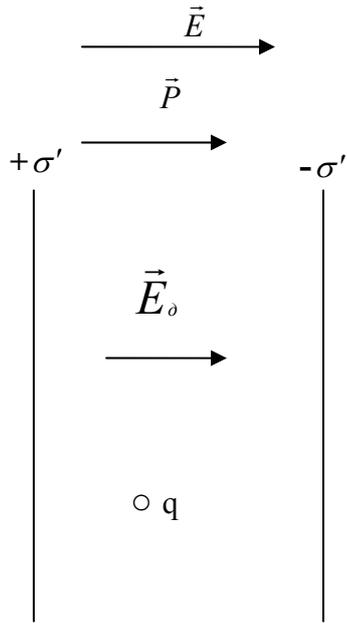


Рис.1

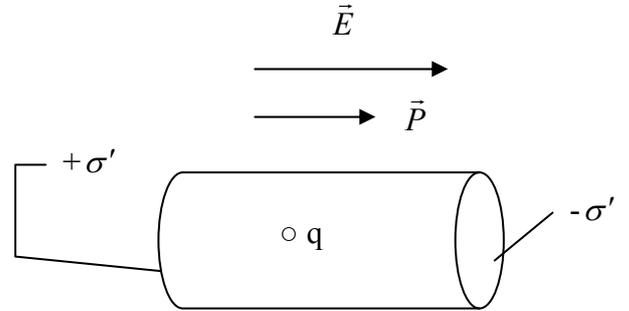


Рис.2

3. Полость сферической формы. Вычислим напряженность дополнительного поля в центре сферической полости радиусом R (рис.3). Нормальная составляющая вектора поляризации \mathbf{P} к поверхности сферы изменяется от P до 0 . Соответственно изменяется и поверхностная плотность связанных зарядов σ' . Точки поверхности характеризуем полярным углом θ , отсчитываемым от направления, противоположного \mathbf{E} и азимутальным углом α . $\sigma' = P_n = P \cos \theta$. Из соображения симметрии ясно, что дополнительное поле в сферической полости имеет такое же направление, как и поле в окружающем ее диэлектрике. Поэтому для его вычисления нужно от каждого вектора напряженности $d\mathbf{E}_{\text{доп}}$, созданного связанными зарядами площадки dS , взять ее составляющую $d\mathbf{E}_{\parallel}$ в направлении \mathbf{E} , а затем сложить эти составляющие для всех элементов поверхности.

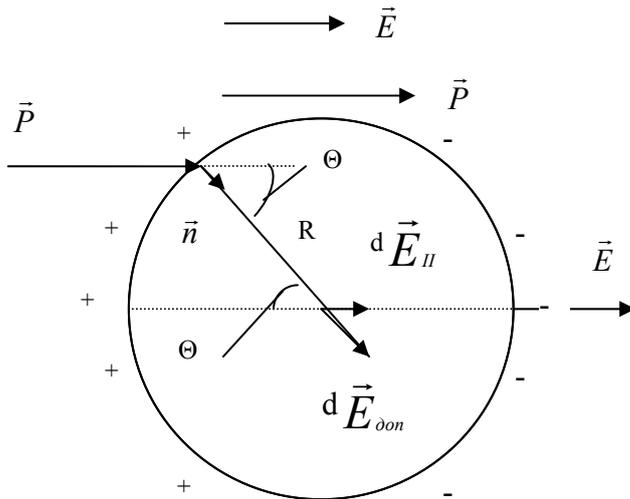


Рис.3

Элемент сферической поверхности $dS=R^2\sin\theta d\theta d\alpha$. Заряд этой поверхности создает в центре сферы поле напряженности $dE_{\text{доп}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma' dS}{R^2} =$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{P \cos\theta R^2 \sin\theta d\theta d\alpha}{R^2} =$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot P \cos\theta \sin\theta d\theta d\alpha. E_{\text{пар}} = dE_{\text{доп}} \cdot \cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot P \cos^2\theta \sin\theta d\theta d\alpha. \text{ Отсюда полу-}$$

чаем

$$E_{\text{доп}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot P \int_0^\pi \cos^2\theta \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{1}{3} \cdot \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}. \text{ Таким образом, напряженность поля в}$$

центре сферической полости равна $\vec{E} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$ (4).

Каждая молекула диэлектрика помещается как бы в центре сферической полости. Поэтому действующее на нее поле ближе к значению, определяемому формулой (4), чем к значению E . В случае кристаллического диэлектрика, обладающего кубической симметрией поле, действующее на отдельно взятую молекулу, точно совпадает со значением, получаемым по формуле (4). Для жидких и газообразных диэлектриков – лишь приблизительно.

5. МАТЕРИАЛЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

5.1 МАТЕРИАЛЫ К ЛЕКЦИИ

План лекции

Тема: «Электростатическое поле в диэлектрике».

1. Явление поляризации диэлектриков.
2. Вектор поляризации диэлектриков.
3. Поток вектора поляризации.
4. Теорема Остроградского Гаусса для диэлектриков.
5. Вектор электрического смещения.
6. Явления преломления линий электрического смещения и напряженности электростатического поля.

Вопросы для самоконтроля.

1 уровень (репродуктивный)

1. Какие вещества называются диэлектриками?
2. Какие диэлектрики являются однородными? Какие – изотропными?
3. В чем состоит отличие связанных или поляризационных зарядов от свободных или сторонних зарядов?
4. Какие молекулы относятся к полярным молекулам, а какие - к неполярным?
5. Какие типы диэлектриков Вам известны?
6. Назовите виды поляризации.
7. Что такое поляризуемость молекулы? Что такое диэлектрическая восприимчивость? Что такое диэлектрическая проницаемость?

8. Что называется вектором поляризации (или поляризованности) диэлектрика?
9. Какова связь между нормальной составляющей вектора поляризации диэлектрика и поверхностной плотностью связанных зарядов;
10. Какова связь между напряженностью электрического поля внутри диэлектрика, имеющего диэлектрическую проницаемость ϵ и напряженностью внешнего поля?
11. Какова связь между векторами напряженности электрического поля (\mathbf{E}), электрического смещения (\mathbf{D}), поляризации диэлектрика (\mathbf{P})?
12. Как связаны между собой тангенциальные составляющие вектора напряженности электрического поля на границе раздела двух диэлектриков?
13. Как связаны между собой нормальные составляющие вектора напряженности электрического поля на границе раздела двух диэлектриков?
14. Как связаны между собой тангенциальные составляющие вектора электрического смещения на границе раздела двух диэлектриков?
15. Как связаны между собой нормальные составляющие вектора электрического смещения на границе раздела двух диэлектриков?
16. Что называется потоком вектора поляризации?
17. Сформулируйте теорему Остроградского – Гаусса для диэлектриков.

II уровень (продуктивный)

1. Каков физический смысл диэлектрической проницаемости?
2. Получить связь между нормальной составляющей вектора поляризации диэлектрика и поверхностной плотностью связанных зарядов;
3. Получить связь между нормальными и тангенциальными составляющими векторов \mathbf{E} и \mathbf{D} на границе раздела двух диэлектриков;

4. Получить связь между углами падения и преломления на границе двух диэлектриков векторов **E** и **D** и диэлектрическими проницаемостями этих диэлектриков;
5. Назовите характерные для сегнетоэлектриков свойства.
6. Уметь качественно объяснить зависимость диэлектрической проницаемости полярных диэлектриков от температуры.

III уровень (творческий)

1. Уметь объяснять и находить связь между напряженностью поля в однородном диэлектрике и силой, действующей на точечный заряд, помещенный в полость такого твердого диэлектрика.

5.2 ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ К ПРАКТИЧЕСКОМУ ЗАНЯТИЮ «ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ДИЭЛЕКТРИКАХ»

4.2.1. Основные понятия и формулы

Вектор поляризованности или вектор поляризации диэлектрика

$\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{\Delta V} = \frac{1}{\Delta V} \cdot \sum_{\Delta V} \vec{p}_i$, где \vec{p}_V - дипольный момент, которым обладает физически бесконечно малый объем ΔV диэлектрика, \vec{p}_i - дипольный момент i -ой молекулы диэлектрика.

$\vec{p}_i = \beta \epsilon_0 \vec{E}$, где β – называется поляризуемостью молекулы.

$\vec{P} = n\beta \epsilon_0 \vec{E}$, величина $\kappa = n\beta$ называется диэлектрической восприимчивостью

$\vec{P} = \kappa \epsilon_0 \vec{E}$

$\sigma' = \vec{P}_n$, где σ' – поверхностная плотность связанных зарядов, а \vec{P}_n – нормальная составляющая вектора поляризации.

$\oint \vec{P}_n dS = q_{\text{пол}}$, где величина, стоящая слева, называется потоком вектора поляризации.

$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}$ называется вектором электрического смещения или вектором электрической индукции.

Теорема Остроградского-Гаусса для диэлектриков имеет вид: $\oint_S \vec{D}_n dS = q_0$, где

q_0 – сумма всех свободных зарядов, заключенных внутри поверхности S .

$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$, где величина $\epsilon = 1 + k$ называется диэлектрической проницаемостью.

Связь между нормальными и тангенциальными составляющими на границе раздела двух диэлектриков:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}; \quad \frac{D_{1n}}{D_{2n}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}; \quad \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}.$$

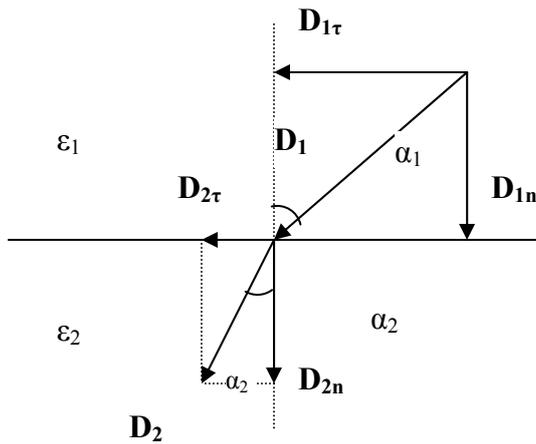
$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$, где α_1 и α_2 – соответственно углы падения и преломления вектора

\vec{E} или вектора \vec{D} , а ϵ_1 и ϵ_2 – диэлектрические проницаемости, соответственно, среды в которой падает вектор и преломляется.

4. 2. 2 Примеры решения задач

1 уровень.

Пример 1 На границе раздела двух диэлектриков вектор электрического смещения $D_1=4 \cdot 10^{-8}$ Кл/м² в первом диэлектрике составляет угол 60° с нормалью границы раздела. Отношение диэлектрических проницаемостей первого и второго диэлектриков $\epsilon_1/\epsilon_2=2$. Найти вектор электрического смещения D_2 во втором диэлектрике и угол, который он составляет с нормалью к границе раздела диэлектриков. ($2,65 \cdot 10^{-8}$ Кл/м²; $40,9^\circ$).



Дано:

$$D_1=4 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2$$

$$\alpha_1=60^\circ$$

$$\epsilon_1/\epsilon_2=2$$

D_2 -?

α_2 -?

Решение: $\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$, отсюда находим $\operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = 1,73 \cdot 0,5 = 0,866$, $\alpha_2 =$

$$\arctg 0,866 = 40,9^\circ$$

$$D_2 = \sqrt{D_{2\tau}^2 + D_{2n}^2} \quad (1). \quad D_{1n} = D_{2n} = D_1 \cdot \cos \alpha_1 = 4 \cdot 10^{-8} \cdot 0,5 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ (Кл/м}^2) \quad (2)$$

$$D_{2\tau} = D_{1\tau} \cdot \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = D_1 \cdot \sin \alpha_1 \cdot \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = 4 \cdot 10^{-8} \cdot 0,866 \cdot 0,5 = 1,732 \cdot 10^{-8}$$

$$\text{Кл/м}^2 \quad (3)$$

Подставляем найденные значения D_{2n} и $D_{2\tau}$ в формулу (1) и находим

$$D_2 = 2,65 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2$$

Ответ: $2,65 \cdot 10^{-8}$ Кл/м²; $40,9^\circ$.

Пример 2. Найти относительную диэлектрическую проницаемость газа и поляризуемость его молекул при температуре $T=300$ К и давлении $8 \cdot 10^5$ Па, если дипольный момент молекулы в электрическом поле $E=15$ кВ/м, равен $1,03 \cdot 10^{-35}$ Кл·м.

Дано:

$$T=300 \text{ К,}$$

$$P_d=8 \cdot 10^5 \text{ Па,}$$

$$E=15 \text{ кВ/м,}$$

$$p_i=1,03 \cdot 10^{-35} \text{ Кл} \cdot \text{м}$$

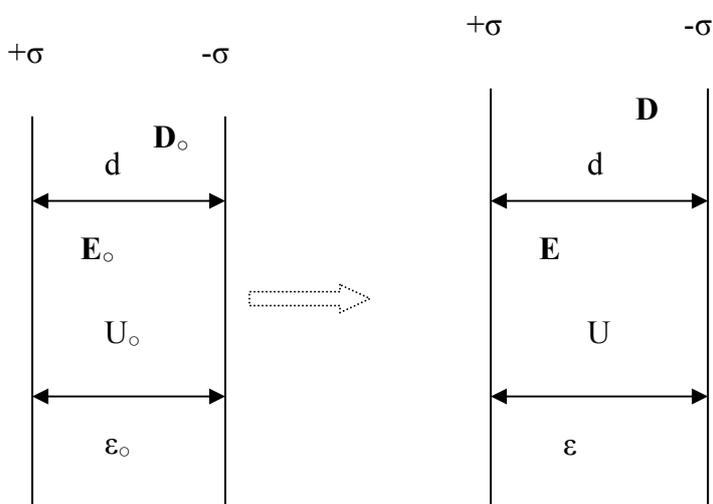
$$\varepsilon=? \beta=?$$

Решение: $\beta = p_i / \varepsilon_0 E$ (1), $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ - электрическая постоянная. Подстановка численных значений величин, входящих в формулу (1) дает, $\beta = 7,76 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$. $\varepsilon = 1 + \kappa$, $\kappa = n\beta$, где n - число молекул воздуха в единице объема. Ее найдем из уравнения состояния идеального газа: $n = P_d / kT$, здесь $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ - постоянная Больцмана. Тогда $\varepsilon = (1 + \frac{\beta P_d}{kT})$. Подстановка численных значений дает

$$\varepsilon = 1,015.$$

Ответ: $\varepsilon = 1,015$; , $\beta = 7,76 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$.

Пример 3. Имеются две бесконечные параллельные плоскости, заряженные с плотностями $+\sigma$ и $-\sigma$. Первоначально они находятся в вакууме. Затем зазор между ними заполняется однородным изотропным диэлектриком с проницаемостью ε . Что происходит при этом с: а) напряженностью E поля в зазоре,



б) смещением D , в) разностью потенциалов U между плоскостями?

Дано:

$$+\sigma; -\sigma; U_0; E_0; D_0$$

$$U=? E=? D=?$$

Решение: $E = \frac{\bar{E}_0}{\varepsilon}$;

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}; \vec{E} = \varepsilon_0 E_0 = D_0; U_0 = dE_0; U = dE = d \frac{E_0}{\varepsilon} = \frac{U_0}{\varepsilon}.$$

Ответ: $E = \frac{\bar{E}_0}{\varepsilon}$; $D = D_0$; $U = \frac{U_0}{\varepsilon}$.

II уровень

Пример 1. Длинная равномерно заряженная, с поверхностной плотностью зарядов $\sigma=10^{-8}$ Кл/м², трубка радиусом $r_1=1,5$ см расположена вдоль оси толстостенной диэлектрической трубы с внутренним радиусом $r_2=2,2$ см. Диэлектрическая проницаемость среды между заряженной трубкой и внутренним радиусом толстостенной трубы - $\epsilon_1=1$, а диэлектрическая проницаемость толстостенной трубы - $\epsilon_2=6$. Определить напряженности электростатического поля, созданного заряженной трубкой, в точках, находящихся соответственно на расстояниях $R_1=1,6$ см и $R_2=2,5$ см.

Дано:

$$\sigma=10^{-8} \text{ Кл/м}^2$$

$$r_1=1,5 \text{ см}, r_2=2,2 \text{ см}$$

$$\epsilon_1=1, \epsilon_2=6$$

$$R_1=1,6 \text{ см}, R_2=2,5 \text{ см}$$

$$E(R_1) - ? \quad E(R_2) - ?$$

Решение:

Для решения этой задачи используем теорему

Остроградского-Гаусса для диэлектриков:

$$\oint_S (\vec{D} \cdot d\vec{S}) = \oint_S D_n dS = \sum_i q_i^{cm}$$

В качестве охватывающей поверхности возьмем коаксиальный с заряженной поверхностью цилиндр радиуса $r > r_1$ и образующей l . В силу симметрии задачи поток вектора \mathbf{D} будет идти только через боковую поверхность, которая равна $2\pi r l$, тогда $D(r) \cdot 2\pi r l$ – поток вектора \mathbf{D} через выбранную охватывающую поверхность. Внутри ее заключен свободный заряд $\sum_i q_i^{cm} = \sigma \cdot 2\pi r_1 l$. тогда согласно теореме Остроград-

ского-Гаусса $D(r) \cdot 2\pi r l = \sigma \cdot 2\pi r_1 l$. Следовательно $D(r) = \frac{\sigma r_1}{r}$. Известно, что

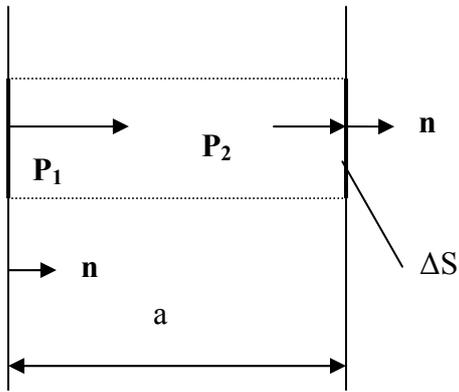
$$E = \frac{D}{\epsilon \epsilon_0}, \text{ тогда получаем } E(r) = \frac{\sigma r_1}{\epsilon \epsilon_0 r}.$$

Для нахождения $E(R_1)$ в полученную

формулу вместо r и ϵ подставляем соответственно R_1 и ϵ_1 , для нахождения $E(R_2)$ - R_2 и ϵ_2 . В результате получим $E(R_1) = 1059$ В/м и $E(R_2) = 113$ В/м.

Пример 2. Бесконечная пластина толщины a из изотропного диэлектрика поляризована так, что поляризованность вблизи одной границы пластины равна

$\mathbf{P}_1 = P_1 \mathbf{n}$, а вблизи другой границы $\mathbf{P}_2 = P_2 \mathbf{n}$, где \mathbf{n} – единичный вектор, перпендикулярный к пластине и направленный от первой границы ко второй. Найти среднюю по объему плотность связанных зарядов $\langle \rho' \rangle$.



Дано:

a

$$\mathbf{P}_1 = P_1 \mathbf{n}$$

$$\mathbf{P}_2 = P_2 \mathbf{n}$$

$$\langle \rho' \rangle = ?$$

Решение: Поток вектора поляризации через замкнутую поверхность равен сумме связанных зарядов, находящихся в объеме, охваченном этой поверхностью $\oint_S \mathbf{P}_n \cdot d\mathbf{S} = q_{\text{связ}} \quad (1)$. В качестве замкнутой поверхности возьмем

прямой цилиндр с образующими, перпендикулярными границам пластины из диэлектрика (см. рис.). Поскольку вектор поляризации перпендикулярен поверхности пластины, то его поток через боковую поверхность цилиндра будет равен нулю, тогда суммарный поток вектора поляризации через замкнутую поверхность цилиндра равен $\oint_S \mathbf{P}_n \cdot d\mathbf{S} = (P_{1n} - P_{2n}) \cdot \Delta S \quad (2)$, где ΔS – площадь основания цилиндра.

Связанный заряд, заключенный внутри выделенного объема $q_{\text{связ}} = \langle \rho' \rangle V_{\text{цил}} = \langle \rho' \rangle \cdot a \Delta S \quad (3)$. Подставим (2) и (3) в (1) и получим $\langle \rho' \rangle = (P_{1n} - P_{2n})/a$.

Ответ: $\langle \rho' \rangle = (P_{1n} - P_{2n})/a$.

4. 2. 3. Аудиторные задачи

I уровень

1. В однородное электрическое поле напряженностью E_0 помещена бесконечная плоскопараллельная пластина из однородного и изотропного диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon=2,6$. Грани пластины перпендикулярны E_0 . Напряженность поля E внутри диэлектрика равна 120 В/м. Найти электрическое смещение внутри диэлектрика, поляризованность диэлектрика, поверхностную плотность связанных зарядов на грани диэлектрика и внешнее электрическое поле E_0 . ($2,76 \cdot 10^{-9}$ Кл/м², $1,7 \cdot 10^{-9}$ Кл/м², $1,7 \cdot 10^{-9}$ Кл/м², 312 В/м).

2. На границе раздела двух диэлектриков вектор электрического смещения D_1 в первом диэлектрике составляет угол 53° с нормалью границы раздела, вектор электрического смещения $D_2=4 \cdot 10^{-8}$ Кл/м² во втором диэлектрике – угол 24° с нормалью к границе раздела диэлектриков. Найти отношение диэлектрических проницаемостей первого и второго диэлектриков и вектор электрического смещения D_1 ($6,07 \cdot 10^{-8}$ Кл/м²; 2,98).

3. В однородное электростатическое поле напряженностью $E_0=700$ В/м перпендикулярно полю помещается бесконечная плоскопараллельная стеклянная пластина ($\epsilon=7$). Определить: 1) напряженность электростатического поля внутри пластины; 2) электрическое смещение внутри пластины; 3) поляризованность стекла; 4) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле. (1) 100 В/м; 2) 6,19 нКл/ м²; 3) 5,31 нКл/ м²; 4) 5,31 нКл/ м²).

4. Найти давление идеального газа и поляризуемость его молекул, если при температуре 300 К его диэлектрическая проницаемость ϵ равна 1,02, а дипольный момент молекулы p_i в электрическом поле $E=18$ кВ/м, равен $4,4 \cdot 10^{-36}$ Кл·м ($3 \cdot 10^6$ Па, $2,76 \cdot 10^{-29}$ м³).

II уровень

1. Имеется бесконечно протяженная, равномерно заряженная плоскость с поверхностной плотностью зарядов $\sigma = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл/м². По одну сторону находится среда с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1=81$, по другую – с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_2=4,5$. Определить напряженности электростатического поля, созданного заряженной плоскостью, в точках, находящихся соответственно на расстояниях $R_1=2$ см и $R_2=20$ см в первой и во второй средах. (1,4 В/м; 25,1 В/м)
2. Поверхностно заряженный шарик ($\sigma=5 \cdot 10^{-8}$ Кл/м²) радиусом $r_1=2$ см расположен в центре заполненной жидкостью сферической полости радиусом $r_2=3,5$ см, диэлектрическая проницаемость этой жидкости $\epsilon_1=81$. Сама сфера находится в диэлектрике с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_2=6$. Определить напряженность поля в точках, находящихся соответственно на расстояниях R_1 и R_2 от центра сфер в первом и во втором диэлектриках. ($E(R_1) = 31$ В/м, $E(R_2) = 235$ В/м).

4. 2. 4. Задачи для самостоятельного решения

I уровень

1. Определить поток Φ_E вектора напряженности электростатического поля через сферическую поверхность, охватывающую точечные заряды $q_1=5$ нКл и $q_2= -2$ нКл (339 В·м).
2. В однородное электростатическое поле напряженностью $E_0=700$ В/м перпендикулярно полю помещается бесконечная плоскопараллельная стеклянная пластина ($\epsilon=7$). Определить: 1) напряженность электростатического поля внутри пластины; 2) электрическое смещение внутри пластины; 3) по-

ляризованность стекла; 4) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле. (1) 100 В/м; 2) 6,19 нКл/ м²; 3) 5,31 нКл/ м²; 4) 5,31 нКл/ м²).

3. В однородное электрическое поле напряженностью E_0 помещена бесконечная плоскопараллельная пластина из однородного и изотропного диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon=2,6$. Грани пластины перпендикулярны E_0 . Напряженность поля E внутри диэлектрика равна 120 В/м. Найти электрическое смещение внутри диэлектрика, поляризованность диэлектрика, поверхностную плотность связанных зарядов на грани диэлектрика и внешнее электрическое поле E_0 .

($2,76 \cdot 10^{-9}$ Кл/м², $1,7 \cdot 10^{-9}$ Кл/м², $1,7 \cdot 10^{-9}$ Кл/м², 312 В/м).

4. В однородное электрическое поле напряженностью E_0 помещена бесконечная плоскопараллельная пластина из однородного и изотропного диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ . Грани пластины перпендикулярны E_0 . Напряженность поля E внутри диэлектрика равна 35 В/м, электрическое смещение внутри диэлектрика равно $1,36 \cdot 10^{-9}$ Кл/м². Найти поляризованность диэлектрика, поверхностную плотность связанных зарядов на грани диэлектрика, внешнее электрическое поле E_0 и диэлектрическую проницаемость диэлектрика ϵ . (1,05·10⁻⁹ Кл/м², 10⁻⁸ Кл/м², 153,7 В/м, 4,39).

5. В однородное электрическое поле напряженностью E_0 помещена бесконечная плоскопараллельная пластина из однородного и изотропного диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon=4$. Грани пластины перпендикулярны E_0 . Найти поляризованность диэлектрика, внешнее электрическое поле E_0 , электрическое поле E внутри диэлектрика и вектор электрического смещения, если поверхностная плотность связанных зарядов на грани диэлектрика $\sigma' = 6,64 \cdot 10^{-10}$ Кл/м². (100 В/м, 25 В/м, $8,85 \cdot 10^{-10}$ Кл/м², $6,64 \cdot 10^{-10}$ Кл/м²)

6. На границе раздела двух диэлектриков вектор электрического смещения D_1 в первом диэлектрике составляет угол 60° с нормалью границы раздела, а вектор электрического смещения D_2 во втором диэлектрике, равный $8 \cdot 10^{-9}$ Кл/м² – угол 16° . Отношение диэлектрических проницаемостей первого и второго диэлектриков $\epsilon_1/\epsilon_2 = 2,6$. Найти величину вектора D_1 и отношение диэлектрических проницаемостей первого и второго диэлектриков ϵ_1/ϵ_2 . (6; $1,53 \cdot 10^{-8}$ Кл/м²).
7. На границе раздела двух диэлектриков вектор электрического смещения в первом диэлектрике $D_1 = 3 \cdot 10^{-9}$ Кл/м², а вектор электрического смещения D_2 во втором диэлектрике составляет угол 9° с нормалью границы раздела. Отношение диэлектрических проницаемостей первого и второго диэлектриков $\epsilon_1/\epsilon_2 = 7$. Найти величину вектора D_2 и угол, который составляет вектор D_1 с нормалью к границе раздела сред. ($2,04 \cdot 10^{-9}$ Кл/м², 48°).
8. На границе раздела двух диэлектриков вектор электрического смещения в первом диэлектрике $D_1 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл/м² и составляет угол 54° с нормалью границы раздела, а вектор электрического смещения D_2 во втором диэлектрике составляет с нормалью границы раздела угол 9° . Найти величину вектора D_2 и отношение диэлектрических проницаемостей первого и второго диэлектриков ϵ_1/ϵ_2 . ($1,53 \cdot 10^{-8}$ Кл/м², 1,64).
9. Найти давление идеального газа и напряженность электрического поля в котором находится этот газ при температуре 300 К, если его диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 1,005$, а поляризуемость и дипольный момент молекулы газа соответственно равны $4,14 \cdot 10^{-36}$ Кл·м²/В и $7,36 \cdot 10^{-36}$ Кл·м ($5 \cdot 10^5$ Па, 20 кВ/м).
10. Относительная диэлектрическая проницаемость газа при температуре 300 К и давлении $3 \cdot 10^5$ Па равна 1,0009; дипольный момент его молекулы,

находящейся при этих условиях во внешнем электростатическом поле, равен $1,32 \cdot 10^{-36}$ Кл·м. Найти напряженность этого поля и поляризуемость молекулы этого газа. ($1,24 \cdot 10^{-29}$ м³; 12 кВ/м).

II уровень

1. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин плотностью $0,8$ г/см³. Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в керосине был один и тот же? Диэлектрическая проницаемость керосина $\epsilon=2$. ($1,6$ г/см³).
2. Определить поверхностную плотность связанных зарядов на слюдяной пластинке ($\epsilon=7$), толщиной $d=1$ мм, служащей изолятором плоского конденсатора, если разность потенциалов между пластинками конденсатора $U=300$ В. ($15,9$ мкКл/ м²).
3. Внутренний цилиндрический проводник длинного прямолинейного коаксиального провода радиусом $R_1=1,5$ мм заряжен с линейной плотностью $\tau_1=0,20$ нКл/м. Внешний цилиндрический проводник этого провода радиусом $R_2=3$ мм заряжен с линейной плотностью $\tau_2= -0,15$ нКл/м. Пространство между проводниками заполнено резиной ($\epsilon=3$). Определить напряженность электростатического поля в точках, лежащих от оси провода на расстояниях: 1) $r_1=1$ мм; 2) $r_2=2$ мм; 3) $r_3=5$ мм; (1) 0; 2) 800 В/м; 3) 180 В/м).
4. Длинная равномерно заряженная нить с линейной плотностью $\lambda= 4 \cdot 10^{-10}$ Кл/м расположена по оси цилиндрического отверстия радиусом $r_1=2$ см в длинном бруске из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $2,6$; диэлектрическая проницаемость вещества внутреннего цилиндра соответственно равна 1. Определить напряженности поля в точках, находящихся соответственно на расстояниях R_1 и R_2 .

III уровень

1. Стекло́нная пластинка с проницаемостью $\epsilon_2=6,00$ внесена в однородное электрическое поле с напряженностью $E_1=10,0$ В/м и расположена так, что угол α_1 между нормалью к пластинке и направлением внешнего поля равен 30° . Найти напряженность E_2 поля в пластинке, угол α_2 , который это поле образует с нормалью к пластинке, а также плотность σ' связанных зарядов, возникших на поверхностях пластинки. Считать диэлектрическую проницаемость среды вне пластинки $\epsilon_1=1$ ($E_2=5.2$ В/м, $\alpha_2=74^\circ$, $\sigma'=64$ пКл/м²).

4.3 ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ К ЛАБОРАТОРНОМУ ЗАНЯТИЮ

Лабораторная работа «Определение диэлектрической проницаемости плоской пластины из диэлектрика»

Цель работы: определить диэлектрическую постоянную плоской пластины из диэлектрика.

Вопросы для допуска к проведению лабораторной работы

1. Расскажите ход выполнения работы.
2. Каков физический смысл диэлектрической проницаемости?
3. Как определяется вектор электрического смещения?
4. Сформулируйте теорему Остроградского-Гаусса для электростатического поля в диэлектрике.
5. Какое устройство называется конденсатором?
6. Что такое электрическая емкость конденсатора? От чего она зависит?
7. Что показывает ΔC ? В связи с чем мы ее должны определить?

Теоретическая часть.

Величину $C = \frac{q}{\varphi}$ (1) называют электроемкостью проводника, где q – заряд проводника; φ – его потенциал. За единицу электроемкости принимают емкость такого проводника, потенциал которого изменится на 1 В при сообщении ему заряда в 1 Кл. Эту единицу называют фарадой (Ф): $1 \text{ Ф} = \frac{1 \text{ Кл}}{1 \text{ В}}$.

Если заряженный проводник не уединен. То его емкость будет увеличиваться при приближении к нему других тел. Это происходит потому, что поле заряженного проводника вызывает перераспределение зарядов на окружающих телах. На подносимых проводниках возникают индуцированные заряды. Пусть заряд проводника $q > 0$. Тогда отрицательные индуцированные заряды оказываются ближе к рассматриваемому проводнику, чем положительные. Поэтому его потенциал, являющийся алгебраической суммой потенциала собственных зарядов и зарядов, индуцированных на других телах, уменьшится при приближении к нему незаряженных тел. В связи с этим, как видно из формулы (1), емкость проводника увеличится.

Система проводников, электроемкость которой значительно больше электроемкости уединенного проводника и не зависит от окружающих тел, называется конденсатором. Простейший конденсатор состоит из двух проводников, называемых обкладками, и расположенных на малом расстоянии друг от друга. Заряды на обкладках конденсатора равны по величине и противоположны по знаку (q и $-q$). Электроемкостью конденсатора называется величина $C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U}$ (2), где $\Delta\varphi$ и U – соответственно разность потенциалов и напряжение между обкладками конденсатора. Электроемкость (или емкость) конденсатора зависит от его геометрии и от свойств среды между обкладками. Известно, что емкость плоского конденсатора (его обкладки представ-

ляют собой плоские пластины, расположенные параллельно друг другу; промежуток между ними заполнен диэлектриком) $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$ (3), где S – площадь обкладки конденсатора, d – расстояние между ними, ϵ – диэлектрическая проницаемость среды между обкладками конденсатора, ϵ_0 – электрическая постоянная.

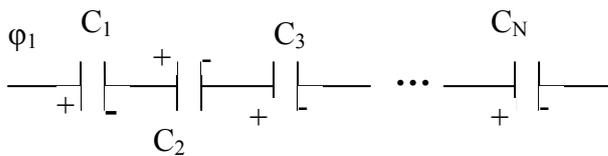


Рис.1

Рассмотрим последовательное соединение конденсаторов (рис.1).

Вторая обкладка первого конденсатора образует с первой обкладкой второго конденсатора единый проводник, на котором при подаче на-

пряжения на всю батарею конденсаторов возникают индуцированные заряды такой же величины, как заряд на крайних обкладках 1-ого и N-ого конденсаторов. То же самое происходит и на обкладках 3-го, 4-го и т.д. конденсаторов. Т.е. все последовательно включенные конденсаторы несут одинаковый

заряд q . Поэтому $U_i = \frac{q}{C_i}$ (*), $C_{\text{посл}} = q / \sum U_i$, откуда находим $\frac{1}{C_{\text{посл}}} = \frac{1}{\sum C_i}$ (**)

Рассмотрим конденсатор, (рис.2), расстояние между обкладками которого заполнено тремя различными диэлектриками, расположенными в виде слоев, параллельных обкладкам. Найдем его емкость.

Напряжение между его обкладками $U = U_1 + U_2 + U_3 = E_1 d_1 + E_2 d_2 + E_3 d_3$ (4). Как известно, нормальная составляющая вектора электрического смещения D на границе раздела диэлектриков не испытывает скачка. В нашем случае ее направление совпадает с направлением самого вектора D . Поэтому $D_1 = D_2 = D_3$ или $\epsilon_1 E_1 = \epsilon_2 E_2 = \epsilon_3 E_3$. Из известных соотношений нормальных составляющих

вектора напряженности на границе двух диэлектриков получаем $E_{2n} = E_{1n} \cdot \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$,

$E_{3n} = E_{2n} \cdot \frac{\epsilon_2}{\epsilon_3} = E_{1n} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot \frac{\epsilon_2}{\epsilon_3} = E_{1n} \cdot \frac{\epsilon_1}{\epsilon_3}$. Учтем, что в нашем случае $E_i = E_{in}$, тогда вы-

ражение (4) запишется в виде $C = \frac{q}{U} = \frac{q}{E_1(d_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}d_2 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_3}d_3)}$ (5).

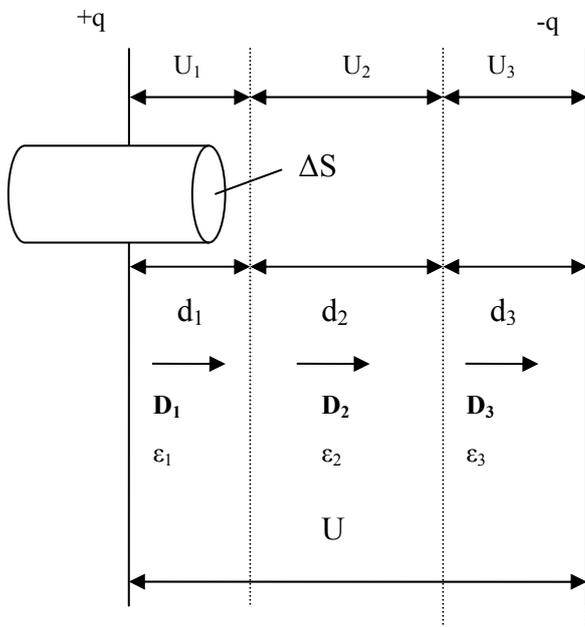


Рис.2.

Величину вектора E_1 найдем, применяя теорему Остроградского-Гаусса для диэлектрика. Для этого в качестве замкнутой поверхности выберем поверхность прямого цилиндра с образующими, перпендикулярными пластинам конденсатора, пересекающего левую обкладку конденсатора (см. рис.2). Электрическое поле вне конденсатора отсутствует, а внутри него – между

пластинами – вектор D направлен перпендикулярно пластинам. Поэтому его поток через поверхность цилиндра равен потоку вектора D через его правое основание: $\int_{\Delta S} D_{1n} dS = \sigma \Delta S$, где σ – поверхностная плотность зарядов пластины

конденсатора, а ΔS – площадь основания цилиндра. $\sigma = \frac{q}{S}$; тогда $D_1 \cdot S = q$, т.е.

$D_1 = \epsilon_0 \epsilon E_1 = \frac{q}{S}$, откуда $E_1 = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon S}$ (6). Подставим (6) в (5) и получим

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} d_2 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_3} d_3} = \frac{\epsilon_0 S}{\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} + \frac{d_3}{\epsilon_3}} \quad (7).$$

Электрическая схема и рабочие формулы лабораторной работы.

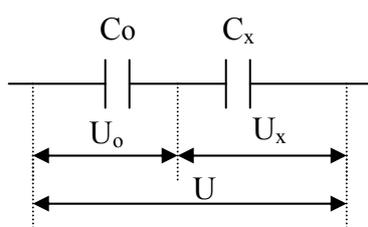


Схема 1.

Пусть конденсатор неизвестной емкости C_x последовательно соединен с конденсатором известной емкости C_0 . Согласно формуле (*) $C_x = C_0 \cdot \frac{U_0}{U_x}$ или $C_x =$

$$C_0 \cdot \frac{U_0}{U - U_0} \quad (8).$$

В лабораторной работе в качестве конденсатора C_x будут использоваться:

а) воздушный конденсатор (диэлектриком служит окружающий воздух). Расстояние между его обкладками (d) – известно; известна также площадь пластин – S , тогда его емкость $C_B = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ (9).

б) конденсатор, полученный в результате внесения в зазор между обкладками воздушного конденсатора пластины диэлектрика толщиной $d^1 < d$ и имеющей диэлектрическую проницаемость ϵ , которую надо найти. В результате этого образуется трехслойный конденсатор с некоторой емкостью C_d . Эту емкость можно найти, используя формулу (7), и заменив d_2 на d^1 , ϵ_1 и $\epsilon_3 - \epsilon_B = 1$, а $d_1 + d_3$ – на $d - d^1$:

$$C_d = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d^1 + (d - d^1)\epsilon} \quad (10) \text{ или } C_d = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d^1 + (d - d^1)\epsilon} \cdot \frac{d}{d} \text{ и учтем (9), в результате полу-}$$

чим

$$C_d = \frac{C_\epsilon \epsilon d}{d^1 + (d - d^1)\epsilon}. \text{ Разделим числитель и знаменатель последнего выражения,}$$

$$\text{сделаем несложные преобразования и получим } \epsilon = \frac{C_0 d^1}{C_\epsilon d - (d - d^1) C_0} \quad (11).$$

Используя схему 1, необходимо экспериментально определить емкости воздушного и трехслойного конденсаторов, которые обозначим соответственно

C_B^1 и C_D^1 . Расчетная формула (8) соответственно примет вид $C_B^1 = C_0 \cdot \frac{U_0}{U - U_0}$

(12) и $C_D^1 = C_0 \cdot \frac{U_0^1}{U - U_0^1}$ (13),

где U_0 и U_0^1 – соответственно напряжение на конденсаторе известной емкости C_0 до введения диэлектрической пластины в зазор воздушного конденсатора и после. Измеряемые емкости C_B^1 и C_D^1 достаточно малы, они отличаются от C_B и C_D на величину монтажной емкости ΔC , которую находим как разность $C_B^1 - C_B = \Delta C$ (14), тогда $C_D = C_D^1 - \Delta C$ (15).

Практическая часть. Порядок выполнения работы.

Используя формулы (11) – (15), необходимо рассчитать значение ϵ , проводя необходимые измерения при трех значениях U , которые задаются преподавателем. Результаты занести в таблицу:

№ п/п	U	U_0	U_0^1	C_B	C_B^1	ΔC	C_D^1	C_D	ϵ
1									
2									
3									

Известные параметры лабораторной установки, необходимые для вычисления (d, d^1, S, C_0), приведены на рабочем месте.

По формуле (9) рассчитываем значение C_B , проведя необходимые измерения, по формуле (12) находим C_B^1 , после этого определяем по формуле (14) монтажную емкость схемы. Проведя измерения, по формуле (13) находим C_D^1 , затем по формуле (15) вычисляем C_D , после этого, используя рабочую формулу (11) находим искомое значение диэлектрической проницаемости пластины.

Вопросы и задания для защиты лабораторной работы

1. Что можно сказать о соотношении величин U и U_0 ?
2. Какой диэлектрик называется однородным? Какова связь в нем между E и D ?
3. Что называется вектором поляризации и что он характеризует?
4. Получить расчетные формулы (12) и (13) лабораторной работы.
5. Вывести формулу для плоского конденсатора, пространство между обкладками которого заполнено тремя слоями различных диэлектриков.
6. Пространство между пластинами одного конденсатора заполнено обычным диэлектриком, пространство второго конденсатора, имеющего такую же геометрию, как и первый, заполнено сегнетоэлектриком. Какой конденсатор имеет большую емкость?

4.4 МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Задание №1

Сегнетоэлектрики и их свойства (см. П. 3.3.1 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ).

Задание №2

Понятие емкости и расчет емкости конденсатора, имеющего между пластинами три слоя различных диэлектрика, расположенных в виде слоев, параллельных обкладкам. (см. Теоретическую часть в п. 4.3).

5. РЕЗЮМЕ ПО МОДУЛЮ

В начале модуля введено понятие связанных и свободных зарядов, осмысление которого необходимо для усвоения последующего материала модуля.

Электростатическое поле оказывает воздействие на состояние диэлектрика – он поляризуется в электростатическом поле. Рассмотрены три вида поляризации диэлектрика и соответствующие им три типа диэлектриков. Количественной макроскопической характеристикой поляризации диэлектрика служит вектор поляризации – дипольный момент единицы его объема. Выявлена связь между нормальной составляющей вектора поляризации и поверхностной плотностью связанных зарядов.

Электростатическое поле не только влияет на диэлектрики, но и само также претерпевает изменения в диэлектрике. Эти изменения зависят от свойств диэлектрика, которые характеризуются его диэлектрической проницаемостью.

Сформулирована теорема Остроградского-Гаусса для диэлектриков. Основываясь на ней и на теореме о циркуляции вектора напряженности электростатического поля, получены соотношения, устанавливающие связь между нормальными и тангенциальными составляющими векторов электрического смещения \vec{D} и напряженности \vec{E} на границе раздела двух диэлектриков, имеющих разные диэлектрические проницаемости. Получен закон преломления линий вектора электрического смещения.

Теорема Остроградского-Гаусса, граничные условия векторов \vec{D} и \vec{E} , закон преломления линий этих векторов являются эффективным инструментом при расчете электростатического поля в диэлектрике. Приведены примеры решения соответствующих задач.

При выполнении лабораторной работы, студенты, используя теорему Остроградского-Гаусса и граничные условия для векторов \vec{D} и \vec{E} , находят емкость трехслойного конденсатора. Получают навыки работы с электроиз-

мерительными приборами и экспериментально находят диэлектрическую проницаемость исследуемого вещества.

В целом модуль служит базой для дальнейшего изучения разделов «Электричество» и «Магнетизм» курса физики, необходимого для становления инженера, умеющего ориентироваться в достижениях современной техники и находить оптимальные решения возникающих задач.

6. ОБРАЗЕЦ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРКИ

РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

I уровень (репродуктивный)

1. Какие вещества называются диэлектриками?
2. Какие диэлектрики называются однородными?
3. Какие диэлектрики называются изотропными? Какие – анизотропными?
4. Какие заряды называются свободными или сторонними?
5. Какие заряды называются связанными или поляризационными?
6. В чем состоит отличие связанных зарядов от сторонних?
7. Какие молекулы называются полярными, а какие - неполярными?
8. Какие типы диэлектриков Вы знаете?
9. Какие виды поляризации Вам известны?
10. Что такое поляризуемость молекулы?
11. Что называется диэлектрической восприимчивостью вещества?
12. Что показывает диэлектрической проницаемости вещества?
13. Какова связь между дипольным моментом молекулы и ее поляризуемостью?
14. Какова связь между диэлектрической восприимчивостью и диэлектрической проницаемостью вещества?

Задача

На границе раздела двух диэлектриков вектор электрического смещения D_1 в первом диэлектрике составляет угол 50° с нормалью границы раздела, вектор электрического смещения D_2 во втором диэлектрике равен $8 \cdot 10^{-10}$ Кл/м². Отношение диэлектрических проницаемостей первого и второго диэлектриков $\epsilon_1/\epsilon_2 = 2,6$. Найти величину вектора D_1 и угол, который составляет вектор D_2 с нормалью к границе раздела диэлектриков. ($1,13 \cdot 10^{-9}$ Кл/м²; $24,6^\circ$).

II уровень усвоения

1. На основании какого свойства электростатического поля находится связь между тангенциальными составляющими вектора напряженности на границе раздела двух диэлектриков?
2. Какую теорему используют при нахождении связи нормальных составляющих вектора электрического смещения на границе раздела двух диэлектриков?
3. Найдите связь между нормальными и тангенциальными составляющими векторов E и D на границе раздела двух диэлектриков.
4. Найти связь между углами падения и преломления на границе двух диэлектриков векторов E и D и диэлектрическими проницаемостями этих диэлектриков.
5. Одинаковые полярные диэлектрики находятся в одинаковом внешнем электрическом поле. Первый находится при температуре 300 К, а второй – при 350 К. Вектор поляризации какого диэлектрика будет больше?
6. Чему равен поток вектора поляризации через некоторую замкнутую поверхность?
7. Чему равен поток вектора поляризации через замкнутую поверхность, находящуюся внутри однородного диэлектрика?

III уровень усвоения.

1. Всегда ли справедливо соотношение $f = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}$ для силы взаимодействия двух точечных зарядов, находящихся в полости твердого диэлектрика, имеющего проницаемость ϵ ?
2. На точечный заряд, помещенный в вакуум, действует электростатическое поле напряженностью E . Такое же усредненное поле создано в однородном диэлектрике с диэлектрической проницаемостью ϵ . Этот же заряд поместили в полость, созданную внутри данного диэлектрика и представляющую собой узкую щель, перпендикулярную вектору E в диэлектрике. Охарактеризуйте соотношение сил, действующих на точечный заряд в вакууме и в полости диэлектрика?

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Ветрова В.Т. Сборник задач по физике, Минск: «Высшая школа», 1991 - 386 с.
2. Детлаф А. А., Яворский Б.М. Курс физики: Учебник Пособие для вузов.- М.: Высш. шк.1989.-608с.
3. Савельев И.В. Курс общей физики, т.2, М.: «Наука», 1968 - 335 с.
4. Савельев И.В. Курс общей физики. Книга 2 Электричество и магнетизм, М.: Астрель·АСТ, 2005 – 336 с.
5. Трофимова Т.И. Курс физики, М.: Высшая школа, 1990 -478 с.
6. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики, М.: Высшая. школа, 1991 – 303 с.

Дополнительная:

1. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике, М.: «Наука», 1988 – 288 с.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Электричество, М.: «Наука», 1983 - 687 с.

МОДУЛЬ №3

ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ. ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ ЗАРЯДОВ, ЗАРЯЖЕННЫХ ПРОВОДНИКОВ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ.

1. КОМПЛЕКСНАЯ ЦЕЛЬ.

Студент должен:

а) знать (описывать и формулировать)

понятия и определения: распределение зарядов в проводнике, поведение электростатического поля внутри заряженного проводника и вблизи его поверхности вне проводника, поведение незаряженного проводника во внешнем электростатическом поле, понятие электростатической защиты, емкости уединенного проводника, емкости двух проводников, определение емкости плоского конденсатора и емкости системы конденсаторов при последовательном и параллельном их соединении, понятия энергии взаимодействия системы неподвижных точечных зарядов, энергии уединенного проводника, заряженного конденсатора, объемной плотности энергии электростатического поля.

б) доказывать (получать) и характеризовать: формулы для расчета емкости уединенного шара, плоского, сферического и цилиндрического конденсаторов, энергии взаимодействия системы неподвижных точечных зарядов, энергии уединенного проводника, заряженного конденсатора, объемной плотности энергии электростатического поля.

в) прогнозировать и оценивать: величину емкости и энергии заряженных проводников и конденсаторов при различном их соединении и при учете дополнительных условий;

уметь:

– применять навыки логического мышления при описании и анализе физических процессов;

– применять полученные теоретические сведения к решению типовых задач, задач нестандартного характера и научно - исследовательских задач;

– проверять на эксперименте закономерности определения емкости при последовательном и параллельном соединении конденсаторов.

формировать социально-личностные качества: организованность, точность.

2. ВВЕДЕНИЕ. БАЗОВЫЕ ПРОБЛЕМЫ МОДУЛЯ

В модуле рассматриваются следующие **базовые проблемы**:

– **Проводники в электростатическом поле.** Распределение зарядов в проводнике. Электростатическое поле внутри проводника и вблизи его поверхности вне проводника. Незаряженный проводник во внешнем электростатическом поле. Электростатическая защита. Емкость уединенного проводника. Емкость двух проводников. Конденсаторы и их соединение. Расчет емкости конденсаторов различной геометрической конфигурации. Соединение конденсаторов.

– **Энергия системы зарядов, заряженных проводников и электростатического поля.** Энергия взаимодействия системы неподвижных точечных зарядов. Энергия уединенного проводника, заряженного конденсатора. Энергия электростатического поля. Объемная плотность энергии электростатического поля.

3. УЧЕБНО-ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ МОДУЛЯ

№ , тема занятия	Тип занятия	Вид занятия	Кол-во часов на одно занятие
Занятие № 1 Проводники в электростатическом поле. Энергия системы зарядов, заряженных проводников и электростатического поля.	Знакомство с новым материалом	Лекция	2
Занятие № 2 Конденсаторы, их соединение и использование	Углубление, обобщение	Управляемая самостоятельная работа	2
Занятие № 3 Последовательное и параллельное соединение конденсаторов	Обобщение, систематизация, предварительный контроль	Лабораторное занятие	1
Занятие № 4 Проводники в электростатическом поле	Рубежный контроль	Контрольное занятие	1

4. НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

4.1 СЛОВАРЬ ПОНЯТИЙ

4.1.1 Новые понятия

1. Перераспределение зарядов в проводнике под влиянием внешнего электростатического поля называется явлением *электростатической индукции*. Возникающие при этом на проводнике заряды, численно равные друг другу, но противоположные по знакам, называются *индуцированными* или наведенными зарядами. Индуцированные заряды исчезают, как только проводник удаляется из электрического поля.
2. *Уединенным проводником* называется проводник, который находится

столь далеко от других тел, что влиянием их электрических полей можно пренебречь.

3. Коэффициент пропорциональности $C = \frac{q}{\varphi}$ между потенциалом φ и зарядом q уединенного проводника называется *емкостью* (сокращенно просто емкостью) уединенного проводника. Емкость численно равна заряду, сообщенному проводнику, который повышает его потенциал на единицу.

4. *Конденсатор* — это система из двух проводников с одинаковыми по модулю, но противоположными по знаку зарядами, форма и расположение которых таковы, что поле сосредоточено в узком зазоре между обкладками.

5. *Электрическая емкость плоского конденсатора* $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$.

6. *Электрическая емкость цилиндрического конденсатора*, состоящего из двух соосных тонкостенных металлических цилиндров высотой h и радиусов R_1 и $R_2 > R_1$:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon h}{\ln(R_2/R_1)}.$$

7. *Электрическая емкость сферического конденсатора*, состоящего из двух concentрических металлических обкладок сферической формы, радиусы которых соответственно равны R_1 и $R_2 > R_1$:

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

8. *Потенциальная энергия* взаимодействия системы, состоящей из N

точечных зарядов, $W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i$, где φ_i — потенциал, создаваемый

всеми точечными зарядами, кроме q_i , в той точке, где находится заряд q_i .

9. **Энергию заряженного проводника** можно выразить следующим обра-

зом:
$$W_p = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}.$$

10. **Энергия заряженного конденсатора:**
$$W_p = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

11. **Объемная плотность энергии** электрического поля, заключенного

между обкладками конденсатора:
$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}.$$

4.1.2 Понятия для повторения

1. **Линиями напряженности** (силовыми линиями) называются линии, проведенные в электростатическом поле так, что касательные к ним в каждой точке совпадают по направлению с вектором напряженности поля.
2. **Потенциалом** электростатического поля называется физическая величина, равная отношению потенциальной энергии пробного точечного электрического заряда, помещенного в рассматриваемую точку поля, к этому заряду:
$$\varphi = \frac{W_p}{q}.$$
3. **Потенциал** электростатического поля неподвижного точечного заряда q на расстоянии r от него $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, где ε_0 – электрическая постоянная.
4. **Элементарным потоком** вектора напряженности электрического поля сквозь элементарный участок поверхности, проведенной в поле, назы-

вается величина $d\Phi_E = \vec{E}d\vec{S} = EdS \cos \alpha$, где α – угол между направлением вектора \vec{E} и нормалью к элементарной поверхности dS .

5. **Теорема Остроградского-Гаусса** для электростатического поля в вакууме: поток напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен отношению алгебраической суммы электрических зарядов, охватываемых этой поверхностью, к электрической постоянной ϵ_0 .
6. Напряженность электростатического поля между двумя бесконечными плоскостями, заряженными разноименно с поверхностными плотностями зарядов $+\sigma = |-\sigma| = \frac{q}{S}$: $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}$, где ϵ – диэлектрическая проницаемость вещества, заполняющего пространство между плоскостями.
7. Напряженность электрического поля бесконечно длинного, заряженного с поверхностной плотностью заряда σ цилиндра радиуса R , находящегося в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ , на расстоянии $r > R$ от оси цилиндра: $E = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 \epsilon r}$.
8. Напряженность электрического поля на расстоянии r от центра заряженного с поверхностной плотностью σ проводящего шара радиуса R ($r > R$), находящегося в однородной изотропной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ , определяется выражением

$$E_r = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 \epsilon r^2} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2}, \text{ где } q = 4\pi \sigma R^2 \text{ – заряд шара.}$$

4.2 ОСНОВНОЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

4.2.1. Равновесие зарядов на проводнике

В металлических проводниках имеются свободные носители заряда — электроны проводимости (свободные электроны), которые могут перемещаться по всему проводнику (электронный газ в металле). В отсутствие внешнего поля электрические поля электронов проводимости и «атомных остатков» — положительных ионов металла — взаимно компенсируются.

При помещении проводника во внешнее электростатическое поле или сообщении ему некоторого заряда на заряды проводника будет действовать электростатическое поле, в результате чего они начнут перемещаться. Перемещение зарядов (ток) продолжается до тех пор, пока не установится равновесное распределение зарядов, при котором электростатическое поле внутри проводника обращается в нуль (в любой точке внутри проводника электрическое поле электронов проводимости и положительных ионов компенсирует внешнее поле). Перераспределение зарядов в проводнике под влиянием внешнего электростатического поля называется явлением электростатической индукции.

Возникающие при этом на проводнике заряды, численно равные друг другу, но противоположные по знакам, называются индуцированными или наведенными зарядами. Индуцированные заряды исчезают, как только проводник удаляется из электрического поля.

Итак, напряженность поля во всех точках внутри проводника равна нулю: $\vec{E} = 0$. На этом основывается электростатическая защита.

На рисунке 1 показана картина силовых линий поля вблизи проводника до начала процесса электростатической индукции (а) и в установившемся режиме (б). Длительность процесса поляризации проводника оценивается в пределах одной микросекунды. Таким образом, нейтральный

проводник, внесенный в электрическое поле, разрывает часть линий напряженности — они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных.

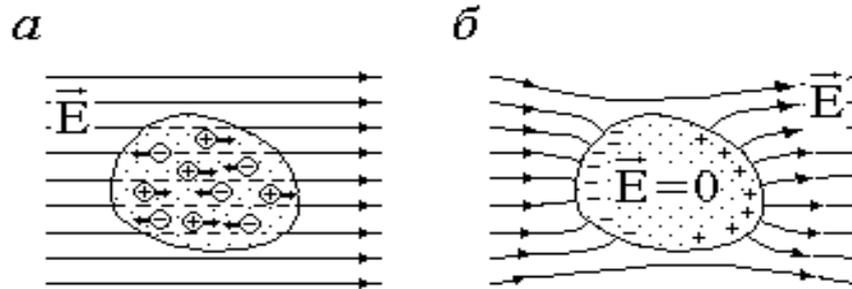


Рис. 1

Поскольку $\vec{E} = -grad\varphi$, то отсутствие поля внутри проводника означает, что потенциал во всех точках внутри проводника постоянен ($\varphi = const$), т. е. **весь объем проводника эквипотенциален**.

Электростатическое поле на внешней поверхности проводника направлено по нормали к каждой точке его поверхности $\vec{E} = \vec{E}_n$. Если бы это было не так, то под действием касательной составляющей \vec{E}_τ заряды начали бы по поверхности проводника перемещаться, что, в свою очередь, противоречило бы равновесному распределению зарядов. Отсюда следует, что поверхность проводника в электростатическом поле также является эквипотенциальной.

Если проводнику сообщить некоторый заряд q , то нескомпенсированные заряды располагаются только на поверхности проводника, поскольку одноименные элементарные заряды, образующие данный заряд q , взаимно отталкиваются и, следовательно, стремятся расположиться на наибольшем расстоянии друг от друга. Представим себе произвольную замкнутую поверхность, полностью заключенную в пределах тела. При равновесии зарядов поле в каждой точке внутри проводника отсутствует $\vec{E} = 0$; поэтому поток вектора электрического смещения через замкнутую

поверхность равен нулю. Тогда согласно теореме Остроградского–Гаусса $q = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = 0$, т.е. сумма зарядов внутри поверхности также будет равна нулю. Это справедливо для поверхности любых размеров, проведенной внутри проводника произвольным образом. Следовательно, при равновесии ни в каком месте внутри проводника не может быть избыточных зарядов — все они распределятся по поверхности проводника с некоторой плотностью σ .

Поскольку в состоянии равновесия внутри проводника избыточных зарядов нет, удаление вещества из некоторого объема, взятого внутри проводника, никак не отразится на равновесном расположении зарядов. Таким образом, избыточный заряд распределяется на полой проводнике так же, как и на сплошном, т. е. по его наружной поверхности.

Напряженность E и электрическое смещение D электростатического поля вблизи поверхности проводника связаны с поверхностной плотностью σ свободных (сторонних) зарядов на проводнике. Эту связь можно найти с помощью теоремы Остроградского—Гаусса.

Мысленно выделим малый цилиндр, расположенный как показано на рис. 2. Пусть образующая боковой поверхности $S_{\text{бок}}$ перпендикулярна по-

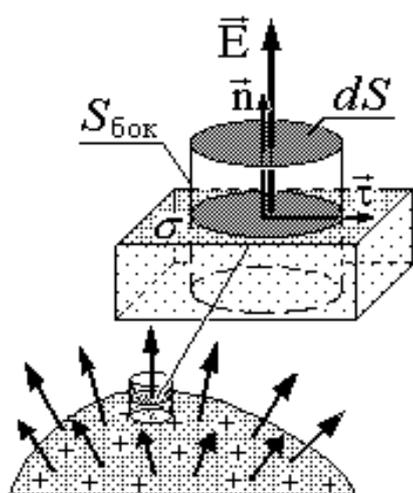


Рис. 2

верхности проводника. Применим к поверхности этого цилиндра теорему Остроградского–Гаусса. Поток напряженности через боковую поверхность цилиндра равен нулю, т.к. на поверхности проводника напряженность электростатического поля направлена нормально к поверхности, поскольку касательная компонента \vec{E}_τ вектора \vec{E} равна нулю.

Поток вектора напряженности поля через то основание цилиндра, которое находится внутри проводника, также равен нулю, т.к. внутри проводника $\vec{E} = 0$. Следовательно, полный поток напряженности $d\Phi$ через поверхность цилиндра равен потоку через его верхнее основание dS , причем поле на верхнем основании можно считать таким же, как на поверхности проводника ввиду малости высоты цилиндра. Таким образом, получим:

$$d\Phi_E = \vec{E} d\vec{S} = E_n dS = \frac{dq}{\epsilon_0} = \frac{\sigma dS}{\epsilon_0},$$

где dq – заряд на части поверхности проводника, ограниченной боковой поверхностью цилиндра (ее площадь также равна dS). В итоге имеем граничные условия на поверхности проводника, находящегося в вакууме или воздухе:

$$E_\tau = 0, \quad E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Если проводник находится в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ , граничные условия приобретают вид:

$$E_\tau = 0, \quad E_n = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (1)$$

Поскольку вектор электрического смещения $\vec{D} = \epsilon_0\epsilon\vec{E}$, то

$$D_\tau = 0, \quad D_n = \sigma.$$

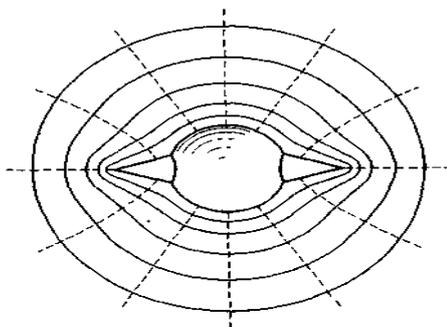


Рис. 3

Рассмотрим поле, создаваемое изображенным на рис. 3 заряженным проводником. На больших расстояниях от проводника эквипотенциальные поверхности имеют характерную для точечного заряда форму сферы (на рисунке из-за недостатка места сферическая поверх-

ность изображена на небольшом расстоянии от проводника; пунктиром показаны линии напряженности поля). По мере приближения к проводнику эквипотенциальные поверхности становятся все более сходными с поверхностью проводника, которая является эквипотенциальной. Вблизи выступов эквипотенциальные поверхности располагаются гуще, значит, и напряженность поля здесь больше. Отсюда следует, что плотность зарядов на выступах особенно велика. К такому же выводу можно прийти, учтя, что из-за взаимного отталкивания заряды стремятся расположиться как можно дальше друг от друга.

Вблизи углублений в проводнике эквипотенциальные поверхности расположены реже. Соответственно напряженность поля и плотность зарядов в этих местах будут меньше. Вообще, плотность зарядов при данном потенциале проводника определяется кривизной поверхности — она растет с увеличением положительной кривизны (выпуклости) и убывает с увеличением отрицательной кривизны (вогнутости). Особенно велика бывает плотность зарядов на остриях. Поэтому напряженность поля вблизи остриев может быть настолько большой, что возникает ионизация молекул газа, окружающего проводник. Ионы иного знака, чем q , притягиваются к проводнику и нейтрализуют его заряд. Ионы того же знака, что и q , начинают двигаться от проводника, увлекая с собой нейтральные молекулы газа. В результате возникает ощутимое движение газа, называемое электрическим ветром. Заряд проводника уменьшается, он как бы стекает с острия и уносится ветром. Поэтому такое явление называют истечением заряда с острия.

4.2.2 Электрическая емкость уединенного проводника

Уединенным проводником называется проводник, который находится столь далеко от других тел, что влиянием их электрических полей мож-

но пренебречь. Характер распределения зарядов по поверхности заряженного уединенного проводника, находящегося в однородной, изотропной диэлектрической среде, зависит только от формы поверхности проводника. Каждая новая порция зарядов, сообщаемых проводнику, распределяется по его поверхности подобно предыдущей.

Если вблизи данного проводника находятся другие тела, сообщение проводнику новой порции заряда вызовет изменение поляризации этих тел либо изменение индуцированных зарядов на этих телах. В результате подобие в распределении различных порций заряда на данном проводнике будет нарушено.

Итак, различные по величине заряды распределяются на уединенном проводнике подобным образом (отношение плотностей заряда в двух произвольных точках поверхности проводника при любой величине заряда будет одним и тем же). Отсюда вытекает, что потенциал уединенного проводника пропорционален находящемуся на нем заряду. Действительно, увеличение в некоторое число раз заряда приводит к увеличению в то же число раз напряженности поля в каждой точке окружающего проводник пространства. Соответственно в такое же число раз возрастет работа переноса единичного заряда из бесконечности на поверхность проводника, т. е. потенциал проводника. Таким образом, для уединенного проводника

$$q = C\varphi. \quad (2)$$

Коэффициент пропорциональности $C = \frac{q}{\varphi}$ между потенциалом и зарядом уединенного проводника называется емкостью (сокращенно просто емкостью) уединенного проводника. Емкость численно равна заряду, сообщению которого проводнику повышает его потенциал на единицу.

Емкость проводника зависит от его размеров и формы, но не зависит от материала, агрегатного состояния, формы и размеров полостей внутри

проводника. Это связано с тем, что избыточные заряды распределяются на внешней поверхности проводника. Емкость не зависит также ни от заряда проводника, ни от его потенциала.

Емкость уединенного проводника зависит также от диэлектрических свойств окружающей его среды. Если среда однородна и изотропна, то емкость проводника пропорциональна относительной диэлектрической проницаемости среды.

Найдем емкость уединенного проводящего шара радиуса R , находящегося в однородной изотропной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ . Между разностью потенциалов и напряженностью поля существует соотношение

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{\ell}.$$

Напряженность электрического поля на расстоянии r от центра заряженного с поверхностной плотностью σ проводящего шара радиуса R ($r > R$), находящегося в однородной изотропной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ , определяется выражением

$$E_r = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 \epsilon r^2} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2}, \quad (3)$$

где $q = 4\pi\sigma R^2$ – заряд шара.

Поэтому потенциал шара φ можно найти, проинтегрировав последнее выражение по r от R до ∞ (потенциал на бесконечности полагаем равным нулю $\varphi_2 = \varphi_\infty = 0$):

$$\varphi = \int_R^\infty E_r dr = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon R}. \quad (4)$$

Поскольку $C = \frac{q}{\varphi}$, то емкость уединенного шара радиуса R , погру-

женного в однородный безграничный диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ε , равна

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R. \quad (5)$$

Единица емкости — фарад (Φ): 1 Φ — емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 V при сообщении ему заряда в 1 $Kл$.

Емкостью в 1 Φ обладал бы уединенный шар радиуса $9 \cdot 10^9$ m (при $\varepsilon = 1$), т. е. радиуса, в 1500 раз большего радиуса Земли. Следовательно, фарад — очень большая величина. Поэтому на практике пользуются единицами, равными долям фарада: миллифарадом ($m\Phi$), микрофарадом ($\mu\Phi$), нанофарадом ($n\Phi$) и пикофарадом ($p\Phi$). Например, емкость Земли равна 700 $\mu\Phi$.

4.2.3 Взаимная электрическая емкость двух проводников. Конденсаторы

Для того чтобы проводник обладал большой емкостью, он должен иметь очень большие размеры. На практике, однако, необходимы устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды, иными словами, обладать большой емкостью. Если к проводнику с зарядом q приблизить другое незаряженное тело, то на поверхности последнего возникнут индуцированные заряды. Эти заряды ослабляют поле, создаваемое зарядом q , тем самым, понижая потенциал проводника и повышая его емкость. Заряды, противоположные по знаку заряду проводника q , располагаются ближе к проводнику, чем одноименные с q , и, следовательно, оказывают большое влияние на его потенциал. Поэтому при поднесении к заряженному проводнику какого-либо тела потенциал проводника уменьшается по абсолютной величине. Это означает увеличе-

ние емкости проводника.

Конденсатор — это система из двух проводников с одинаковыми по модулю, но противоположными по знаку зарядами, форма и расположение которых таковы, что поле сосредоточено в узком зазоре между ними.

Конденсаторы делают в виде двух проводников, помещенных близко друг к другу. Образующие конденсатор проводники называют его обкладками. Чтобы внешние тела не оказывали влияния на емкость конденсатора, обкладкам придают такую форму и так располагают их друг относительно друга, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми на них зарядами, было сосредоточено внутри конденсатора. Этому условию, например, удовлетворяют две пластинки, расположенные близко друг к другу, два коаксиальных цилиндра и две концентрические сферы. Соответственно различают плоские, цилиндрические и сферические конденсаторы.

Основной характеристикой конденсатора является его емкость. Емкость конденсатора — физическая величина, равная отношению заряда q , накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов между его обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ называют напряжением между обкладками. Тогда емкость конденсатора:

$$C = \frac{q}{U}. \quad (6)$$

4.2.4 Емкость плоского конденсатора.

Величина емкости определяется геометрией конденсатора (формой и размерами обкладок и величиной зазора между ними), а также диэлектрическими свойствами среды, заполняющей пространство между обкладками.

ми. Найдем формулу для емкости плоского конденсатора.

Плоский конденсатор состоит из двух параллельных металлических пластин площадью S каждая, расположенных на близком расстоянии d одна от другой и несущих заряды $+q$ и $-q$ (рис.4а). Если расстояние между пластинами мало по сравнению с их линейными размерами, то краевыми эффектами можно пренебречь и поле между обкладками считать однородным. Электростатическое поле между обкладками можно считать таким же, как поле между двумя бесконечными плоскостями, заряженными разноименно с поверхностными плотностями зарядов $+\sigma = |-\sigma| = \frac{q}{S}$:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S},$$

где ε – диэлектрическая проницаемость вещества, заполняющего пространство между плоскостями.

Тогда разность потенциалов (напряжение) между обкладками конденсатора равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0 \varepsilon S} = \frac{q}{C}.$$

Таким образом, электрическая емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \quad (7)$$

Отметим, что емкость реального плоского конденсатора определяется полученной формулой с тем большей точностью, чем меньше зазор d по сравнению с линейными размерами обкладок.

Плоские конденсаторы с гибкими обкладками (обычно изготавливаемыми из тонкой фольги с промасленной бумагой в качестве изолятора) часто сворачивают в рулончик для экономии места. Из-за этого конденса-

тор промышленного выпуска выглядит как цилиндрическая деталь. Емкость от этой процедуры меняется незначительно.

4.2.5 Емкость цилиндрического конденсатора.

Цилиндрический конденсатор состоит из двух соосных тонкостенных металлических цилиндров высотой h и радиусов R_1 и $R_2 > R_1$, вставленных друг в друга (рис.4б). Пусть заряд внутренней обкладки радиуса R_1 $q > 0$, а внешней обкладки $q < 0$. Если $h \gg R_2$, то пренебрегая искажениями поля вблизи краев конденсатора, можно приближенно считать, что

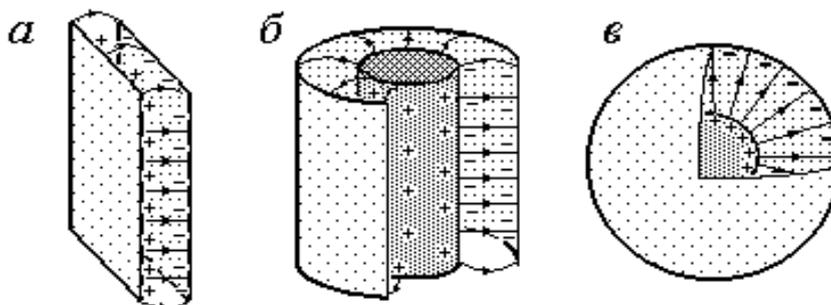


Рис. 4 Типы конденсаторов: а) плоский; б) цилиндрический; в) сферический

поле конденсатора такое же, как поле двух соосных цилиндров бесконечной длины. Напряженность электрического поля бесконечно длинного, заряженного с поверхностной плотностью заряда σ цилиндра радиуса R , находящегося в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ , на расстоянии $r > R$ от оси цилиндра

$$E = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 \epsilon r}. \quad (8)$$

Внутри конденсатора поле создается только внутренней обкладкой. Отсюда следует, что напряженность поля в диэлектрике с относительной

диэлектрической проницаемостью ε , заполняющем пространство между обкладками конденсатора равна

$$E = \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon_0 \varepsilon r} = \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon_0 \varepsilon r} \frac{2\pi R_1 h}{2\pi R_1 h} = \frac{q}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon h r}, \quad (9)$$

где σ_1 – поверхностная плотность заряда цилиндра радиуса R_1 ; ε – относительная диэлектрическая проницаемость вещества, находящегося между обкладками конденсатора; $S_1 = 2\pi R_1 h$ – площадь боковой поверхности внутреннего цилиндра; $q = \sigma_1 S_1 = \sigma_1 2\pi R_1 h$ – заряд, находящийся на боковой поверхности S_1 ; r – расстояние оси цилиндров ($R_1 \leq r \leq R_2$).

Тогда разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ между обкладками цилиндрического конденсатора:

$$U = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \frac{q}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon h} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon h} (\ln R_2 - \ln R_1) = \frac{q}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon h} \ln \frac{R_2}{R_1} \quad (10)$$

Так как емкость конденсатора $C = \frac{q}{U}$, то емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon h}{\ln(R_2/R_1)}. \quad (11)$$

4.2.6 Емкость сферического конденсатора.

Сферический конденсатор состоит из двух концентрических металлических обкладок сферической формы, радиусы которых соответственно равны R_1 и $R_2 > R_1$ (рис. 4в). Пусть заряд внутренней обкладки радиуса R_1 $q > 0$, а внешней обкладки радиуса R_2 $q < 0$.

Напряженность электрического поля сферической поверхности радиуса R , заряженной с поверхностной плотностью заряда σ и, находя-

щейся в среде с диэлектрической проницаемостью ε , на расстоянии $r > R$ от ее центра равна

$$E = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 \varepsilon r^2}. \quad (12)$$

На расстояниях $r < R$, т.е. внутри сферы, напряженность электрического поля равна нулю. Следовательно, поле внутри сферического конденсатора, т.е. между обкладками, создается только зарядом q внутренней обкладки радиуса R_1 , заряженной с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \frac{q}{S_1} = \frac{q}{4\pi R_1^2}$, где $S_1 = 4\pi R_1^2$ – площадь поверхности внутренней сферической обкладки. Поэтому напряженность поля между обкладками сферического конденсатора ($R_1 \leq r \leq R_2$) равна

$$E = \frac{\sigma_1 R_1^2}{\varepsilon_0 \varepsilon r^2} = \frac{\sigma_1 R_1^2}{\varepsilon_0 \varepsilon r^2} \frac{4\pi}{4\pi} = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2}. \quad (13)$$

Тогда разность потенциалов между обкладками сферического конденсатора

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (14)$$

Отсюда емкость сферического конденсатора

$$C = \frac{q}{U} = \frac{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \quad (15)$$

Как следует из полученных выражений, емкость конденсаторов любой формы прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости диэлектрика, заполняющего пространство между обкладками. Поэтому применение в качестве прослойки диэлектриков с большой величиной диэлектрической проницаемости, например, сегнетоэлектриков, позволяет значительно увеличить емкость конденсаторов.

Конденсаторы характеризуются пробивным напряжением — минимальной разностью потенциалов между обкладками конденсатора, при которой происходит пробой — электрический разряд через слой диэлектрика в конденсаторе. Пробивное напряжение зависит от формы обкладок, свойств диэлектрика и его толщины.

4.2.7 Энергия системы неподвижных точечных зарядов.

Найдем потенциальную энергию системы двух неподвижных точечных зарядов q_1 и q_2 , находящихся на расстоянии r друг от друга. Каждый из этих зарядов в поле другого обладает потенциальной энергией:

$$W_{p1} = q_1\varphi_{12} = q_1 \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \text{и} \quad W_{p2} = q_2\varphi_{21} = q_2 \cdot \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (16)$$

где φ_{12} и φ_{21} — соответственно потенциалы, создаваемые зарядом q_2 в точке нахождения заряда q_1 и зарядом q_1 в точке нахождения заряда q_2 . Из полученных выражений видно, что $W_{p1} = W_{p2} = W_p$.

Полная потенциальная энергия системы становится равной нулю при удалении любого одного из зарядов на бесконечно большое расстояние. Поэтому потенциальная энергия взаимодействия системы из двух точечных зарядов

$$W_p = \frac{W_{p1} + W_{p2}}{2} = \frac{1}{2} \left(q_1 \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r} + q_2 \cdot \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} \right). \quad (17)$$

Тогда для системы, состоящей из N точечных зарядов взаимная потенциальная энергия i -го и k -го зарядов

$$W_{pik} = \frac{q_i q_k}{4\pi\epsilon_0 r_{ik}}, \quad (18)$$

где r_{ik} – расстояние между этими зарядами. Полная энергия всей системы из N точечных зарядов

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{q_i q_k}{4\pi\epsilon_0 r_{ik}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \sum_{k=1}^N \frac{q_k}{4\pi\epsilon_0 r_{ik}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i \quad (i \neq k), \quad (19)$$

где $\varphi_i = \sum_{k=1}^N \frac{q_k}{4\pi\epsilon_0 r_{ik}}$ – потенциал, создаваемый всеми точечными зарядами, кроме q_i , в той точке, где находится заряд q_i .

Например, потенциальная энергия взаимодействия трех точечных зарядов

$$W_p = \frac{1}{2} \left[q_1 (\varphi_{12} + \varphi_{13}) + q_2 (\varphi_{21} + \varphi_{23}) + q_3 (\varphi_{31} + \varphi_{32}) \right] \quad (20)$$

где $\varphi_1 = \varphi_{12} + \varphi_{13}$, $\varphi_2 = \varphi_{21} + \varphi_{23}$ и $\varphi_3 = \varphi_{31} + \varphi_{32}$ – потенциалы, создаваемые всеми точечными зарядами в тех точках, в которых находятся заряды q_1 , q_2 и q_3 соответственно.

$$\text{Поскольку } \varphi_{12} = k \frac{q_2}{r_{12}}, \quad \varphi_{13} = k \frac{q_3}{r_{13}}, \quad \varphi_{21} = k \frac{q_1}{r_{12}}, \quad \varphi_{23} = k \frac{q_3}{r_{23}},$$

$$\varphi_{31} = k \frac{q_1}{r_{13}}, \quad \varphi_{32} = k \frac{q_2}{r_{23}}, \quad \text{где } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \text{ и } r_{12}, r_{13} \text{ и } r_{23} \text{ – расстояния между со-}$$

ответствующими точечными зарядами, то, подставив данные выражения в (20), получим:

$$\begin{aligned} W_p &= \frac{1}{2} \left[\left(k \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + k \frac{q_1 q_3}{r_{13}} \right) + \left(k \frac{q_2 q_1}{r_{12}} + k \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right) + \left(k \frac{q_3 q_1}{r_{13}} + k \frac{q_3 q_2}{r_{23}} \right) \right] = \\ &= k \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + k \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \end{aligned}$$

4.2.8 Энергия заряженного уединенного проводника.

Заряд q , находящийся на некотором проводнике, можно рассматривать как систему точечных зарядов q_i : $q = \sum_i q_i$. Энергия взаимодействия системы точечных зарядов $W_p = \frac{1}{2} \sum_i q_i \varphi_i$, где φ_i – потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме q_i , в той точке, где помещается заряд q_i . Поскольку поверхность проводника является эквипотенциальной, то потенциалы всех точек φ_i , в которых находятся точечные заряды q_i , одинаковы и равны потенциалу заряженного проводника $\varphi_i = \varphi$. Тогда энергия заряженного проводника

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_i q_i \varphi = \frac{1}{2} \varphi \sum_i q_i = \frac{q\varphi}{2}. \quad (21)$$

Приняв во внимание соотношение $q = C\varphi$, энергию заряженного проводника можно выразить следующим образом:

$$W_p = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}. \quad (22)$$

4.2.9 Энергия заряженного конденсатора. Энергия электростатического поля.

Пусть потенциал обкладки конденсатора, на которой находится заряд $+q$, равен φ_1 , а потенциал обкладки, на которой находится заряд $-q$, равен φ_2 . Энергия такой системы зарядов

$$W_p = \frac{1}{2} [(+q)\varphi_1 + (-q)\varphi_2].$$

Поскольку заряды обкладок по модулю одинаковы ($+q = |-q| = q$), то

$$W_p = \frac{1}{2}q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2}qU$$

Тогда с учетом соотношения $q = CU$ энергию заряженного конденсатора можно выразить следующим образом:

$$W_p = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (23)$$

Энергию заряженного конденсатора можно выразить через величины, характеризующие электрическое поле между обкладками. Поскольку емкость плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$, то энергия заряженного конденсатора

$$W_p = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon U^2}{2} Sd.$$

Напряженность электрического поля между обкладками конденсатора $E = \frac{U}{d}$. Объем пространства между обкладками $V = Sd$. Тогда

$$W_p = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V \quad (24)$$

Отсюда следует, что объемная плотность энергии электрического поля, заключенного между обкладками конденсатора

$$w = \frac{W_p}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}. \quad (25)$$

Поскольку в однородном изотропном диэлектрике вектор электрического смещения \vec{D} связан с напряженностью электрического поля соотношением $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$, то объемную плотность энергии можно выразить следующим образом:

$$w = \frac{DE}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon}. \quad (26)$$

4.3 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

4.3.1 Электростатический генератор Ван-де-Граафа.

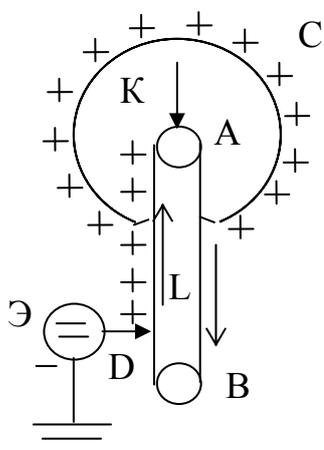


Рис. 5

Если заряженный металлический шарик привести в соприкосновение с внешней поверхностью другого проводника, то заряд перераспределяется между шариком и проводником так, чтобы их потенциалы стали равными. Иначе обстоит дело, если шарик привести в соприкосновение с внутренней поверхностью полого проводника. При этом также происходит выравнивание потенциалов шарика и проводника, но так как внутри проводника не может быть избыточных зарядов, то весь заряд шарика передается проводнику и распределяется по внешней поверхности последнего.

Многokrатно повторяя передачу зарядов по ленте проводнику, можно значительно повысить его потенциал.

Этот принцип был использован в электростатическом генераторе Ван-де-Граафа (рис. 5). Бесконечная лента L из шелка или прорезиненной ткани движется на двух шкивах A и B , расположенных друг над другом. Верхний шкив помещен внутри полого, изолированного от земли шара C . Лента заряжается в результате стекания на нее электрических зарядов с остриев D , соединенных с одним из полюсов электростатической машины \mathcal{E} . Через острия K этот заряд полностью передается шару C . Заряд и потенциал шара увеличиваются до тех пор, пока заряд, уходящий с наружной поверхности шара из-за возникновения электрического разряда в окружающем шар воздухе, не станет равным заряду, поступающему за то же время через острия K . Имея два таких генератора с шарами диаметром в несколько метров и заряжая эти шары разноименно, можно получить разность потенциалов между ними порядка нескольких мегавольт.

5. МАТЕРИАЛЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

5.1. МАТЕРИАЛЫ К ЛЕКЦИИ

Тема: " Проводники в электростатическом поле. Энергия системы зарядов, заряженных проводников и электрического поля."

План лекции

1. Равновесие зарядов на проводнике
2. Электрическая емкость уединенного проводника
3. Взаимная электрическая емкость двух проводников. Конденсаторы.
4. Емкость плоского конденсатора.
5. Емкость цилиндрического конденсатора.
6. Емкость сферического конденсатора.
7. Энергия системы неподвижных точечных зарядов.
8. Энергия заряженного уединенного проводника.
9. Энергия заряженного конденсатора. Энергия электростатического поля.

Контрольные вопросы

1. Что можно сказать о напряженности и потенциале электростатического поля внутри и у поверхности проводника?
2. Чему равна напряженность электрического поля вблизи поверхности проводника?
3. В чем заключается явление электростатической индукции в проводнике?
4. Какая связь существует между поверхностной плотностью заряда проводника и электрическим смещением вблизи его поверхности?
5. От чего зависит электрическая емкость уединенного проводника?
6. Чему равна электроемкость уединенного проводящего шара?

7. От чего зависит электрическая емкость плоского, цилиндрического и сферического конденсаторов?
8. Каким выражением определяется энергия системы неподвижных точечных зарядов?
9. Какими выражениями определяется энергия системы неподвижных точечных зарядов, заряженного уединенного проводника, заряженного конденсатора?
10. Какими выражениями определяется объемная плотность энергии электростатического поля?

Вопросы и задания для самоконтроля

1 уровень (репродуктивный)

1. Какие заряды называются индуцированными?
2. В чем заключается явление электростатической индукции?
3. В чем заключается принцип электростатической защиты?
4. Чему равна напряженность электрического поля внутри заряженного проводника?
5. Отличаются ли потенциалы внутри заряженного проводника и на его поверхности?
6. Как направлен вектор напряженности электрического поля вблизи внешней поверхности заряженного проводника?
7. Каким выражением определяется напряженность электрического поля вблизи внешней поверхности заряженного проводника?
8. Чему равно численное значение электрического смещения вблизи внешней поверхности заряженного проводника?
9. Чем определяется форма эквипотенциальных поверхностей вокруг заряженного проводника?
10. В чем заключается явление истечения заряда с острия заряженного проводника?

11. Какой проводник называется уединенным?
12. От чего зависит емкость уединенного проводника?
13. Какая связь существует между следующими единицами измерения: кулон, вольт, фарад?
14. Чем определяется емкость уединенного проводящего шара?
15. Как изменится емкость уединенного проводящего шара при переносе его из вакуума в среду с относительной диэлектрической проницаемостью ε ?
16. Какую систему из двух проводников можно назвать конденсатором?
17. Какая физическая величина называется емкостью конденсатора?
18. Какими параметрами определяется емкость плоского конденсатора?
19. Каким путем можно увеличить емкость плоского конденсатора?
20. Что представляет собой цилиндрический конденсатор?
21. Какие параметры цилиндрического конденсатора надо знать, чтобы рассчитать его емкость?
22. Какой конденсатор называется сферическим?
23. Какие параметры сферического конденсатора надо знать, чтобы рассчитать его емкость?
24. Что такое "пробивное напряжение"?
25. Точечные заряды q_1 и q_2 находятся в вакууме на расстоянии r друг от друга. Чему равна потенциальная энергия их взаимодействия?
26. По каким уравнениям можно рассчитать полную потенциальную энергию взаимодействия системы, состоящей из N точечных неподвижных зарядов?
27. Какие параметры заряженного проводника надо знать, чтобы определить его энергию?
28. По каким уравнениям можно рассчитать энергию заряженного конденсатора?
29. По каким уравнениям можно рассчитать объемную плотность энергии

в однородном изотропном диэлектрике?

II уровень (продуктивный)

1. С помощью теоремы Остроградского–Гаусса выведите связь напряженности электрического поля E и электрического смещения D электростатического поля вблизи внешней поверхности заряженного проводника с поверхностной плотностью σ свободных (сторонних) зарядов на проводнике.
2. Выведите выражение для расчета величины емкости шара радиуса R .
3. Выведите выражение для расчета величины емкости плоского конденсатора.
4. Выведите выражение для расчета величины емкости цилиндрического конденсатора.
5. Выведите выражение для расчета величины емкости сферического конденсатора.
6. Выведите выражение для расчета потенциальной энергии взаимодействия системы, состоящей N точечных неподвижных зарядов.
7. Выведите выражения для расчета энергии заряженного конденсатора.
8. Получите выражения для расчета величины объемной плотности энергии электростатического поля в однородном изотропном диэлектрике.

III уровень (творческий)

1. Радиусы внутреннего и внешнего соосных цилиндров заряженного цилиндрического конденсатора равны R_1 и R_2 соответственно. Выведите зависимость напряженности электрического поля E между цилиндрами от расстояния x до оси цилиндров ($R_1 < x < R_2$), если на конденсатор подано напряжение U .
2. Вывести зависимость напряженности электростатического поля E от расстояния x до центра сферического конденсатора, образованного

двумя шарами радиусами R_1 и R_2 ($R_1 < R_2$), между которыми приложена разность потенциалов U ($R_1 < x < R_2$).

3. Докажите, что работа, затрачиваемая на поляризацию единицы объема однородного изотропного диэлектрика, находящегося между обкладками конденсатора, определяется выражением $A = \frac{\vec{E}\vec{P}}{2}$, где \vec{E} - вектор напряженности электрического поля в диэлектрике, \vec{P} - вектор поляризованности диэлектрика.

5.2. МАТЕРИАЛЫ К ЛАБОРАТОРНОМУ ЗАНЯТИЮ

5.2.1 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

"Измерение емкости при параллельном и последовательном соединении конденсаторов"

Основные понятия, определения и формулы

1. **Конденсатор** — это система из двух проводников с одинаковыми по модулю, но противоположными по знаку зарядами, форма и расположение которых таковы, что поле сосредоточено в узком зазоре между обкладками.
2. **Емкость конденсатора** — физическая величина, равная отношению заряда q , накопленного на обкладках конденсатора, к разности потенциалов между его обкладками: $C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$. Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ называют **напряжением** между обкладками. Тогда емкость конденсатора: $C = \frac{q}{U}$.

3. Электрическая емкость плоского конденсатора $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$.

4. Энергия заряженного конденсатора: $W_p = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$.

Описание лабораторной работы

Параллельное соединение конденсаторов

У параллельно соединенных конденсаторов разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова: $U = U_1 = U_2 = \dots = U_n$ (рис. 6). Если емкости отдельных конденсаторов C_1, C_2, \dots, C_n то заряды на обкладках

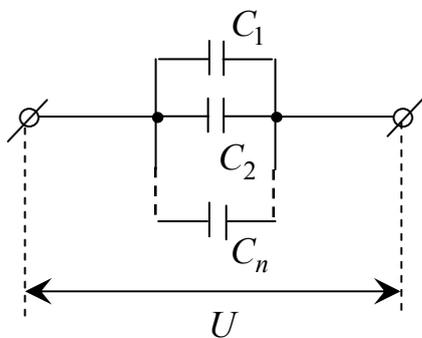


Рис. 6

конденсаторов

$$q_1 = C_1 U_1, \quad q_2 = C_2 U_2, \quad \dots, \quad q_n = C_n U_n. \quad (1)$$

Заряд батареи конденсаторов

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n. \quad \text{Поскольку } U = U_1 = U_2 = \dots = U_n, \text{ то}$$

$$q = (C_1 + C_2 + \dots + C_n)U. \quad (2)$$

Тогда общая емкость батареи конденса-

торов

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n. \quad (3)$$

Таким образом, при параллельном соединении конденсаторов она равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.

Последовательное соединение конденсаторов.

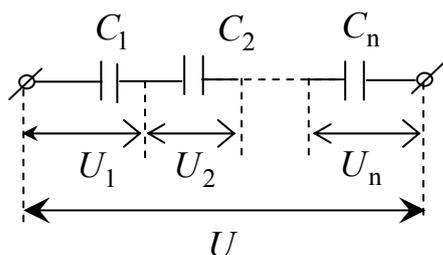


Рис. 7

У последовательно соединенных конденсаторов (рис. 7) заряды всех обкладок равны по модулю

$$q = q_1 = q_2 = \dots = q_n, \quad (4)$$

а разность потенциалов на зажимах батареи

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n, \quad (5)$$

где $U_1, U_2 \dots U_n$ – разность потенциалов на обкладках конденсаторов $C_1, C_2, \dots C_n$ соответственно. Поскольку для любого из рассматриваемых конденсаторов

$$q_1 = C_1 U_1, q_2 = C_2 U_2, \dots q_n = C_n U_n, \quad (6)$$

то напряжение на зажимах батареи

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \dots + \frac{q_n}{C_n}. \quad (7)$$

Тогда общую емкость C батареи последовательно соединенных конденсаторов можно найти из выражения

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}. \quad (8)$$

Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов результирующая емкость C всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.

Если последовательно соединить конденсатор известной емкости C_o с конденсатором неизвестной емкости C_x последовательно и подать на них

напряжение U , то величина зарядов на обкладках конденсаторов будет одинаковой $q_x = q_o$. Поэтому $C_x U_x = C_o U_o$, где U_x и U_o – напряжения на конденсаторах C_x и C_o соответственно (рис. 8).

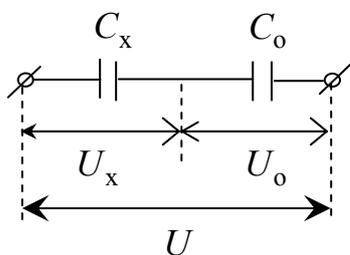


Рис.8

Поскольку $U = U_x + U_o$, то емкость неизвестного конденсатора

$$C_x = \frac{C_o U_o}{U_x} = \frac{C_o U_o}{U - U_o}. \quad (9)$$

В лабораторной работе переменное напряжение подается от регулируемого источника В–24 и вольтметром измеряются напряжения U и U_0

Задания

Уровень

1). Составить поочередно две схемы соединения конденсаторов (рис.9 а,б).

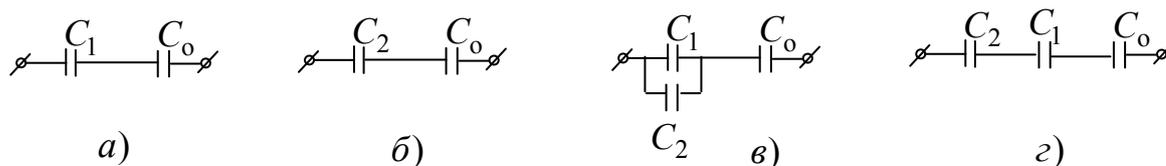


Рис. 9

2). К каждой схеме (а, б) составить таблицу, аналогичную таблице 1.

Таблица 1.

		схема а)				
№	П\П	C_0	U	U_0	C_x	ΔC_x
1						
2						
3						
среднее значение						

3). На каждую из схем подать три различных по величине напряжения U от источника В–24 (по указанию преподавателя) и замерить вольтметром три соответствующие значения U_0 . Занести результаты измерений трех пар значений U и U_0 в соответствующую схему таблицы.

4). По формуле (9) произвести расчет величины емкости неизвестных конденсаторов C_1 и C_2 для схем (а) и (б) при различной величине напряжений U и U_0 соответственно. Рассчитать средние значения емкостей неизвестных конденсаторов. Занести результаты расчетов в соответствующие схемам таблицы.

5). Рассчитайте теоретически величину общей емкости конденсаторов C_1 и C_2 при их параллельном и последовательном соединениях по формулам (3) и (8).

6). Рассчитайте теоретически величину зарядов (см. формулы (5) и (6)) на обкладках конденсаторов C_1 и C_2 при подаче постоянного напряжения $U = 100$ В на схемы (а) и (б). При расчетах использовать известное значение емкости конденсатора C_0 .

7) Рассчитайте теоретически величину энергии заряженных конденсаторов C_1 и C_2 при подаче постоянного напряжения $U = 100$ В на схемы (в) и (г). При расчетах использовать известное значение емкости конденсатора C_0 .

II уровень

1). Составить поочередно две схемы соединения конденсаторов (рис.9 в, г).

2). К каждой схеме (в, г) составить таблицу, аналогичную таблице 1.

3). На каждую из схем подать три различных по величине напряжения U от источника В-24 (по указанию преподавателя) и замерить вольтметром три соответствующие значения U_0 . Занести результаты измерений трех пар значений U и U_0 в соответствующие схемам таблицы.

4). По формуле (9) произвести расчет величины неизвестной емкости C_x для схем (в) и (г) при различной величине напряжений U и U_0 соответственно. Рассчитать средние значения емкостей C_x неизвестных конденсаторов. Занести результаты расчетов в соответствующие схемам таблицы.

5). Исходя из полученных средних значений C_x для схем (в) и (г) рассчитайте значения емкостей конденсаторов C_1 и C_2 , используя формулы (3) и (8).

6). Рассчитайте теоретически величину зарядов (см. формулы (5) и (6)) на обкладках конденсаторов C_1 и C_2 при подаче постоянного напряжения $U = 100$ В на схемы (в) и (г). При расчетах использовать извест-

ное значение емкости конденсатора C_0 .

7) Рассчитайте теоретически величину энергии заряженных конденсаторов C_1 и C_2 при подаче постоянного напряжения $U = 100$ В на схемы (в) и (г). При расчетах использовать известное значение емкости конденсатора C_0 .

5.2.2 Контрольные вопросы и задания к лабораторной работе

5.2.2.1 Вопросы предварительного контроля

1. Какую систему из двух проводников можно назвать конденсатором?
2. Какая физическая величина называется емкостью конденсатора?
3. Какими параметрами определяется емкость плоского конденсатора?
4. Каким путем можно увеличить емкость плоского конденсатора?
5. Поданное напряжение на батарею соединенных между собой конденсаторов различной емкости равно сумме напряжений на каждом из конденсаторов. Как соединены конденсаторы между собой?
6. После зарядки батареи соединенных между собой конденсаторов различной емкости общий заряд равен сумме зарядов на каждом из конденсаторов. Как соединены конденсаторы между собой?
7. Поданное напряжение на батарею соединенных между собой конденсаторов различной емкости равно напряжению на каждом из конденсаторов. Как соединены конденсаторы между собой?
8. После зарядки батареи соединенных между собой конденсаторов различной емкости величина заряда на каждом из конденсаторов оказалась одинаковой. Как соединены конденсаторы между собой?
9. При каком соединении конденсаторов между их общая емкость равна сумме емкостей каждого из них?

5.2.2.2 Контрольные вопросы и задания для защиты лабораторной работы

Уровень (репродуктивный)

1. Два последовательно соединенных конденсатора подключены к источнику постоянного напряжения с $U = 12$ В. Отношение емкостей конденсаторов $C_1/C_2 = 3$. Определить напряжение на конденсаторе емкостью C_1 . [3]
2. Конденсатор емкостью $C_1 = 1$ мкФ зарядили до напряжения $U_1 = 500$ В и отключили от источника. Затем к конденсатору C_1 подключили параллельно второй незаряженный конденсатор емкостью $C_2 = 4$ мкФ. Определить напряжение на конденсаторах после подключения. [100]
3. Два последовательно соединенных конденсатора подключены к источнику постоянного напряжения. Отношение емкостей конденсаторов $C_1/C_2 = 2$. Определить отношение соответствующих энергий W_1/W_2 этих конденсаторов. [0,5]
4. К предварительно заряженному и отключенному от источника плоскому конденсатору подключили параллельно второй такой же незаряженный конденсатор. Во сколько раз уменьшилась энергия первого конденсатора? [4]
5. Обкладки предварительно заряженного плоского конденсатора емкостью C_1 соединили с обкладками незаряженного конденсатора емкостью C_2 . Определить отношение C_1/C_2 , если в результате такого соединения напряжение между обкладками конденсатора C_1 уменьшилось в 3 раза. [0,5]

6. Чему равна общая емкость системы конденсаторов, показанных на рис. 10, если $C_1 = C_2 = C_3 = C$? [C/3]

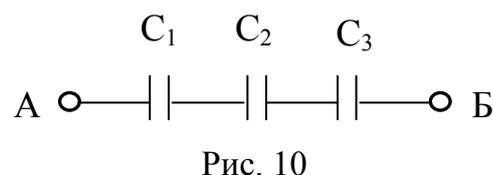


Рис. 10

7. Разность потенциалов между точками А и Б (рис. 10) равна 24 В. Определите напряжение на конденсаторе C_1 , если $C_1 = 2C_2 = 3C_3$. [4]

8. Разность потенциалов между точками А и Б (рис. 10) равна 24 В. Определите величину заряда на конденсаторе C_2 , если $C_1 = 2C_2 = 3C_3 = 4$ мкФ. [16 мкКл]
9. Разность потенциалов между точками А и Б (рис. 10) равна 24 В. Определите энергию электрического поля конденсатора C_3 , если $C_1 = 2C_2 = 3C_3 = 3$ мкФ. [72 мкДж]
10. Разность потенциалов между точками А и Б (рис. 10) равна 24 В. Определите энергию батареи конденсаторов, если $C_1 = 2C_2 = 3C_3 = 3$ мкФ. [144 мкДж]
11. Батарею, состоящую из четырех параллельно соединенных конденсаторов одинаковой емкостью 4 мкФ, зарядили от источника с ЭДС 100 В. Определить энергию заряженной батареи конденсаторов. [0,08]
12. Батарею, состоящую из четырех последовательно соединенных конденсаторов одинаковой емкостью 40 мкФ, зарядили от источника с ЭДС 100 В. Определить энергию заряженной батареи конденсаторов. [0,05]
13. При каком соединении двух конденсаторов между собой их общая емкость окажется меньше емкости любого из этих конденсаторов? [при последовательном соединении]
14. При последовательном соединении двух конденсаторов их общая емкость равна 0,75 мкФ. При параллельном – общая емкость 4 мкФ. Какова емкость каждого из конденсаторов? [1 мкФ и 3 мкФ]

II уровень (продуктивный)

1. Чему равна общая емкость системы конденсаторов, показанных на рис. 11, если емкость каждого конденсатора равна C ? [C]

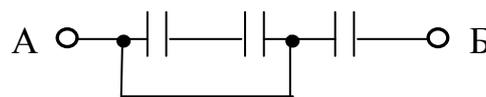


Рис. 11.

2. Чему равна общая емкость системы конденсаторов, показанных на рис.12, если $C_1 = C_2 = C_3 = 1$ мкФ? [3 мкФ]

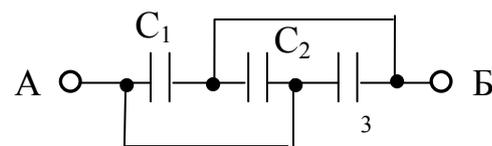


Рис. 12

3. Чему равна общая емкость системы конденсаторов, показанных на рис.13, если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 3$ мкФ? [5 мкФ]

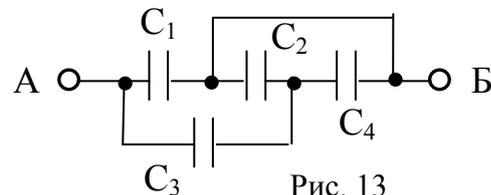


Рис. 13

4. Разность потенциалов между точками А и Б (рис. 12) равна 12 В. Определите величину заряда на конденсаторе C_1 , если $C_1 = 2C_2 = 3C_3 = 4$ мкФ. [48 мкКл]
5. Разность потенциалов между точками А и Б (рис. 12) равна 12 В. Определите величину заряда на конденсаторе C_2 , если $C_1 = 2C_2 = 3C_3 = 4$ мкФ. [24 мкКл]
6. Разность потенциалов между точками А и Б (рис. 13) равна 9 В. Определите **энергию заряженной батареи конденсаторов**, если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 6$ мкФ. [405 мкДж]
7. Разность потенциалов между точками А и Б (рис. 13) равна 10 В. Определите **энергию электрического поля конденсатора C_1** , если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 6$ мкФ. [300 мкДж]
8. Разность потенциалов между точками А и Б (рис. 13) равна 18 В. Определите **напряжение на конденсаторе C_3** , если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4$. [12 В]
9. Разность потенциалов между точками А и Б (рис. 13) равна 24 В. Определите **напряжение на конденсаторе C_4** , если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4$. [6 В]
10. Разность потенциалов между точками А и Б (рис. 13) равна 30 В. Определите **величину заряда на обкладках конденсатора C_2** , если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 2$ мкФ. [20 мкКл]

III уровень (творческий)

1. Чему равна общая емкость системы конденсаторов, показанных на рис. 14, если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C$? [C]

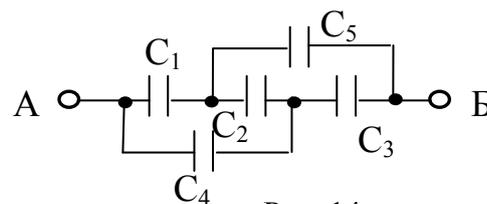


Рис. 14

2. Чему равна общая емкость системы конденсаторов, показанных на рис. 14, если $C_1 = 3C$, $C_2 = C_5 = C_4 = 6C$ и $C_3 = 12C$? [6C]
3. Разность потенциалов между точками А и Б (рис. 14) равна 20 В. Определите **величину заряда на обкладках конденсатора C_1** , если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = 10$ мкФ? [100 мкКл]
4. Разность потенциалов между точками А и Б (рис. 14) равна 20 В. Определите **величину заряда на обкладках конденсатора C_2** , если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = 10$ мкФ? [0]
5. Разность потенциалов между точками А и Б (рис. 14) равна 20 В. Определите **энергию заряженной батареи конденсаторов**, если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = 1,5$ мкФ? [300]

5.3. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Задание №1

Вывести формулы для расчета величины **емкости цилиндрического и сферического конденсаторов** (законспектировать; см. пп. 3.2.5 и 3.2.6).

Задание №2

Получить формулы для расчета величины **общей емкости конденсаторов, соединенных параллельно и последовательно между собой** (законспектировать; см. п. 4.2.1).

Задание №3

Решить задачи индивидуального задания из п. 4.3.2 по теме данного модуля (оформление решений - по аналогии с приведенными в п.4.3.1 примерами решения задач).

5.3.1. Примеры решения задач

I уровень

Пример 1. Диэлектрическая проницаемость вещества, полностью заполняющего пространство между обкладками плоского конденсатора, равна 2. Расстояние между обкладками 0,5 см. Величина электрического смещения в конденсаторе равна 10^{-6} Кл/м². Найти поверхностную плотность зарядов на обкладках конденсатора, объемную плотность энергии, напряженность электрического поля и разность потенциалов между ними.

Дано: $\varepsilon = 2$

$$d = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

$$D = 3,54 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2$$

$$\sigma, w, E, \Delta\varphi = ?$$

Решение. Электрическое смещение численно равно поверхностной плотности зарядов на пластинах конденсатора:

$$D = \sigma = 3,54 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2. \quad (1)$$

Объемная плотность энергии электрического поля, заключенного между обкладками конденсатора,

$$w = \frac{D^2}{2\varepsilon_0\varepsilon}. \quad (2)$$

Подставляя в (2) значения физических величин, получим:

$$w = \frac{(3,54 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2} = 0,354 \text{ Дж/м}^3.$$

Напряженность электрического поля между обкладками плоского конденсатора можно определить различными способами:

$$E = \sqrt{\frac{2w}{\varepsilon_0 \varepsilon}}, \quad (3)$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon}. \quad (4)$$

Подставив значения физических величин в (4), получим:

$$E = \frac{3,54 \cdot 10^{-6}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2} = 2 \cdot 10^5 \text{ В/м}.$$

Разность потенциалов между обкладками конденсатора:

$$\Delta\varphi = Ed = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} = 10^3 \text{ В/м}.$$

Ответ: $\sigma = 3,54 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2$, $w = 0,354 \text{ Дж/м}^3$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ В/м}$,

$$\Delta\varphi = 10^3 \text{ В/м}$$

Пример 2. Найти радиус уединенного шарика, находящегося в однородном изотропном диэлектрике, относительная диэлектрическая проницаемость которого равна 3, если поверхностная плотность заряда шарика 10^{-6} Кл/м^2 , а потенциал его равен 900 В.

Дано: $\varepsilon = 3$

$$\sigma = 17,7 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2$$

$$\varphi = 900 \text{ В}$$

$$R = ?$$

Решение. Заряд шара q , его емкость C

и потенциал φ связаны соотношением

$$q = C\varphi, \quad (1)$$

где

$$q = \sigma \cdot 4\pi R^2. \quad (2)$$

Емкость шара определяется выражением

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R, \quad (3)$$

где электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$.

Из уравнений (1)–(3) получим:

$$R = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \varphi}{\sigma}. \quad (4)$$

Сделаем расчет величины радиуса шарика:

$$R = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 900}{17,7 \cdot 10^{-7}} = 1,35 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 1,35 \text{ см}$$

Ответ: $R = 1,35 \text{ см}$

II уровень

Пример 1. Металлический шар радиуса R_1 , имеющий потенциал φ_1 , окружают сферической проводящей оболочкой радиуса R_2 . Чему будет равен потенциал шара, если шар на некоторое время соединить с оболочкой?

Решение

Заряд шара $Q = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1\varphi_1$ ($\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – электрическая постоянная, диэлектрическая проницаемость воздуха $\varepsilon = 1$). После соединения шара с оболочкой заряд шара перераспределяется между ними таким образом, что потенциалы шара и оболочки будут равны. Потенциал оболочки (и шара) $\varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_2} = \frac{\varphi_1 R_1}{R_2}$.

$$\text{Ответ: } \varphi_2 = \frac{\varphi_1 R_1}{R_2}$$

Пример 2. Конденсатор емкостью $C_1 = 2 \text{ мкФ}$ зарядили до разности потенциалов $U_1 = 500 \text{ В}$ и отключили от источника питания. К этому конденсатору подключили параллельно второй незаряженный конденсатор

емкостью $C_2 = 8 \text{ мкФ}$. Какая энергия ΔW израсходована на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

Дано: $C_1 = 2 \text{ мкФ}$
$C_2 = 8 \text{ мкФ}$
$U_1 = 500 \text{ В}$
$\Delta W = ?$

Решение. Энергия, израсходованная на образование искры, равна разности энергии W_1 первого конденсатора, которой он обладал до присоединения второго конденсатора, и энергии $W_{1,2}$, которой

обладают оба конденсатора после их соединения:

$$\Delta W = W_1 - W_{1,2}$$

Энергия первого конденсатора до подключения второго

$$W_1 = \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{Q^2}{2C_1},$$

где $Q = C_1 U$ – заряд первого конденсатора. Поскольку при параллельном соединении конденсаторов их общая емкость равна сумме емкостей каждого из них, а заряд остается неизменным, энергия батареи конденсаторов

$$W_{1,2} = \frac{Q^2}{2(C_1 + C_2)} = \frac{(C_1 U)^2}{2(C_1 + C_2)}.$$

Тогда энергия, израсходованная на образование искры

$$\Delta W = \frac{C_1 U^2}{2} - \frac{(C_1 U)^2}{2(C_1 + C_2)} = \frac{C_1 C_2 U^2}{2(C_1 + C_2)}.$$

Произведем вычисление:

$$\Delta W = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot 500^2}{2(2 \cdot 10^{-6} + 8 \cdot 10^{-6})} = 0,2 \text{ Дж}.$$

Ответ: $\Delta W = 0,2 \text{ Дж}$

Ш уровень

Пример 1. N одинаковых заряженных капелек ртути соединяют в одну каплю. Определить потенциал φ большой капли, поверхностную плотность заряда на ней σ и изменение электрической энергии ΔW , если потенциал каждой маленькой капли φ_1 , а радиус r . Считать форму большой капли шарообразной. До соединения капельки находились далеко друг от друга.

Дано: N, φ_1, r	
$\varphi, \sigma, \Delta W = ?$	

Решение.

Заряд большой капли $Q = Nq$, где $q = C_1\varphi_1 = 4\pi\varepsilon_0 r\varphi_1$ — заряд маленькой капельки ($C_1 = 4\pi\varepsilon_0 r$ — ее емкость). Объем большой капли равен сумме объемов малых капелек: $V = NV_1$, где $V_1 = \frac{4\pi r^3}{3}$ и $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ — объемы малой и большой каплей соответственно. Отсюда радиус большой капли $R = rN^{1/3}$. Тогда потенциал большой капли

$$\varphi = \frac{Q}{C} = \frac{Nq}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Nq}{4\pi\varepsilon_0 rN^{1/3}} = \frac{qN^{2/3}}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

где $C = 4\pi\varepsilon_0 R$ — емкость большой капли ($\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ — электрическая постоянная). Поскольку потенциал малой капельки $\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, то $\varphi = \varphi_1 N^{2/3}$.

Поверхностная плотность заряда на большой капле:

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2} = \frac{C\varphi}{4\pi R^2} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R \cdot \varphi_1 N^{1/3}}{4\pi R^2} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varphi_1 N^{2/3}}{R} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varphi_1 N^{2/3}}{rN^{1/3}} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varphi_1 N^{1/3}}{r}.$$

Изменение электрической энергии при соединении капелек:

$$\Delta W = Q\varphi - Nq\varphi_1 = Nq(\varphi - \varphi_1) = N4\pi\varepsilon_0 r\varphi_1(\varphi_1 N^{2/3} - \varphi_1) = 4\pi\varepsilon_0 rN\varphi_1^2(N^{2/3} - 1)$$

$$\text{Ответ: } \varphi = \varphi_1 N^{2/3}; \quad \sigma = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varphi_1 N^{1/3}}{r}; \quad \Delta W = 4\pi\varepsilon_0 rN\varphi_1^2(N^{2/3} - 1)$$

Пример 2. Металлический шар радиуса R_1 , имеющий потенциал φ_1 , окружают сферической проводящей оболочкой радиуса R_2 . Чему будет равен потенциал шара, если заземлить оболочку?

Решение

Заряд шара $Q_1 = C_1\varphi_1 = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1\varphi_1$ ($\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – электрическая постоянная, диэлектрическая проницаемость воздуха $\varepsilon = 1$). При заземлении оболочки на ней будет индуцироваться заряд Q_2 . Потенциал заземленной оболочки φ' будет складываться из обусловленного наведенным зарядом потенциала $\varphi_2 = Q_2/C_2 = Q_2/4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_2$ и потенциала электрического поля, созданного зарядом шара, $\varphi'_1 = Q_1/4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_2$:

$$\varphi' = \varphi_2 + \varphi'_1 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_2} + \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_2} = 0.$$

Отсюда $Q_2 = -Q_1$.

Потенциал шара будет складываться из потенциала φ_1 , обусловленного его собственным зарядом Q_1 и потенциалом φ_2 , обусловленного наведенным на оболочке зарядом $Q_2 = -Q_1$:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_2} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1} \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right) = \varphi_1 \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)$$

$$\text{Ответ: } \varphi = \varphi_1 \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right)$$

5.3.2 Задачи для самостоятельного решения

Уровень

1. Найти емкость уединенного металлического шара радиусом $R = 1 \text{ см}$. [1,11 пФ]
2. Определить емкость металлической сферы радиусом $R = 2 \text{ см}$, погруженной в воду, диэлектрическая проницаемость которой равна 81. [180 пФ]
3. Определить емкость Земли, принимая ее за шар радиусом $R = 6400 \text{ км}$. [712 мкФ]
4. Шар радиусом 1 м заряжен до потенциала 30 кВ. Найти энергию заряженного шара. [0,05 Дж]
5. Определить емкость плоского слюдяного конденсатора, площадь пластин которого равна 100 см^2 , а расстояние между ними равно 0,1 мм. Диэлектрическая проницаемость слюды равна 7. [6,2 нФ]
6. Определить расстояние между пластинами плоского конденсатора, если между ними приложена разность потенциалов 150 В, причем площадь каждой пластины 100 см^2 , ее заряд 10 нКл. Диэлектриком служит слюда ($\epsilon = 7$). [9,29 мм]
7. Между пластинами плоского конденсатора находится плотно прилегающая стеклянная пластинка ($\epsilon = 7$). Конденсатор заряжен до разности потенциалов 77 В и отключен от источника. Какова будет разность потенциалов, если вытащить стеклянную пластинку из конденсатора? [539 В]
8. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов 500 В. Площадь пластины 200 см^2 , расстояние между пластинами 1,5 мм. После отключения конденсатора от источника напряжения в пространство между пластинами внесли парафин

- (($\varepsilon = 2$). Определить разность потенциалов между пластинами после внесения диэлектрика. Определить также емкости конденсатора C_1 и C_2 до и после внесения диэлектрика. [250 В, $C_1 = 118$ нФ, $C_2 = 236$ нФ]
9. Решить предыдущую задачу для случая, когда парафин вносится в пространство между пластинами при включенном источнике напряжения. [500 В, $C_1 = 118$ нФ, $C_2 = 236$ нФ]
10. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора $U = 90$ В. Площадь каждой пластины $S = 60$ см², ее заряд $q = 1$ нКл. На каком расстоянии друг от друга находятся пластины? [4,8 мм]
11. Шарик радиусом $R = 2$ см заряжается отрицательно до потенциала $\varphi = 2$ кВ. Найти массу всех электронов, составляющих заряд, сообщенный шару. [$2,5 \cdot 10^{-20}$ кг]
12. В каких пределах может изменяться емкость системы, состоящей из двух конденсаторов переменной емкости, если емкость каждого из них изменяется от 10 до 450 нФ? [20-900 нФ; 5-225 нФ]
13. Конденсатор емкостью 20 мкФ заряжен до разности потенциалов 100 В. Найти энергию этого конденсатора. [0,1 Дж]
14. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора 0,01 м², расстояние между ними 1 мм. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов 0,1 кВ. Пластины раздвигаются до расстояния 25 мм. Найти энергии конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением: а) не отключается; б) отключается. [443 нДж; 17,8 нДж; 50 мкДж]
15. Найти емкость сферического конденсатора, состоящего из двух концентрических сфер с радиусами 10 см и 10,5 см. Пространство между сферами заполнено маслом. Какой радиус должен иметь шар, помещенный в масло, чтобы иметь такую же емкость? [1,17 нФ; 2,1 м]

16. **Сферический** конденсатор состоит из двух концентрических **сфер** радиусами $r_1 = 5 \text{ см}$ и $r_2 = 5,5 \text{ см}$. Пространство между обкладками конденсатора заполнено маслом ($\varepsilon = 2,2$). Определить: 1) емкость этого конденсатора; 2) шар какого радиуса, помещенный в масло, обладает такой емкостью? [1) 135 нФ ; 2) $0,55 \text{ м}$]
17. Вычислить энергию электростатического поля металлического **шара**, которому сообщен заряд $Q = 100 \text{ нКл}$, если диаметр шара равен 20 см . [450 мкДж]
18. **Коаксиальный** электрический кабель состоит из центральной жилы и концентрической цилиндрической оболочки, между которыми находится диэлектрик ($\varepsilon = 3,2$). Найти емкость единицы длины такого кабеля, если радиус жилы $r = 1,3 \text{ см}$, радиус оболочки $R = 3,0 \text{ см}$. [214 нФ/м]

II уровень

1. Найти потенциальную энергию системы трех точечных зарядов $Q_1 = 10 \text{ нКл}$, $Q_2 = 20 \text{ нКл}$ и $Q_3 = -30 \text{ нКл}$, расположенных в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 10 \text{ см}$. [−63 мкДж]
2. Какова потенциальная энергия системы четырех одинаковых точечных зарядов $Q = 10 \text{ нКл}$, расположенных в вершинах квадрата со стороной $a = 10 \text{ см}$? [48,8 мкДж]
3. Площадь пластин **плоского** воздушного конденсатора 1 м^2 , расстояние между ними $1,5 \text{ мм}$. Конденсатор заряжен до разности потенциалов 300 В . Найти поверхностную плотность заряда на его пластинах. [1,77 мкКл/м^2]
4. Конденсатор емкостью $0,2 \text{ мкФ}$ был заряжен до разности потенциалов 320 В . После того как его **соединили** параллельно со вторым конденсатором, заряженным до разности потенциалов 450 В , напряже-

- ние на нем изменилось до 400 В. Вычислить емкость второго конденсатора. [0,32 мкФ]
5. Конденсатор электроемкостью 0,6 мкФ был заряжен до разности потенциалов 300 В и **соединен** со вторым конденсатором электроемкостью 0,4 мкФ, заряженным до разности потенциалов 150 В. Найти заряд перетекший с пластин первого конденсатора на второй. [36 мкКл]
 6. Три одинаковых плоских конденсатора **соединены** последовательно. Электроемкость такой батареи конденсаторов равна 89 нФ. Площадь каждой пластины равна 100 см². Диэлектрик — стекло ($\epsilon = 7$). Какова толщина стекла? [2,32 мм]
 7. Расстояние d между пластинами **плоского** конденсатора равно 1,33 мм, площадь S пластин равна 20 см². В пространстве между пластинами конденсатора находятся два слоя диэлектриков: слюды ($\epsilon_1 = 7$) толщиной $d_1 = 0,7$ мм и эбонита ($\epsilon_2 = 3$) толщиной $d_2 = 0,3$ мм. Определить электроемкость конденсатора. [35,4 нФ]
 8. Площадь пластин **плоского** воздушного конденсатора 0,01 м², расстояние между ними 5 мм. К пластинам приложена разность потенциалов 300 В. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами **заполняется** эбонитом ($\epsilon = 2,6$). Какова будет разность потенциалов между пластинами после заполнения? Найти емкости конденсатора и поверхностные плотности заряда и на пластинах до и после заполнения. [17,7 нФ; 46 нФ; 531 нКл/м²].
 9. Решить **предыдущую** задачу для случая, когда заполнение пространства между пластинами изолятором производится при включенном источнике напряжения. [17,7 нФ; 46 нФ; 531 нКл/м²; 1,38 мкКл/м²].
 10. Какое количество теплоты выделится при разряде **плоского** конденсатора, если разность потенциалов между пластинами равна 15 кВ, расстояние между ними 1 мм, диэлектрик — слюда ($\epsilon = 7$) и площадь каждой пластины равна 300 см²? [0,209 Дж]

11. Два металлических шара радиусами $R_1 = 2 \text{ см}$ и $R_2 = 6 \text{ см}$ соединены проводником, емкостью которого можно пренебречь. Шарам сообщен заряд $Q = 1 \text{ нКл}$. Найти поверхностную плотность зарядов на втором шаре. $[16,6 \text{ нКл/м}^2]$
12. Заряженный шар 1 радиусом $R_1 = 2 \text{ см}$ приводится в соприкосновение с незаряженным шаром 2, радиус которого $R_2 = 3 \text{ см}$. После того как шары разъединили, энергия шара 2 оказалась равной $W_2 = 0,4 \text{ Дж}$. Какой заряд был на шаре 1 до соприкосновения с шаром 2? $[2,7 \text{ мкКл}]$
13. Во сколько раз энергия электростатического взаимодействия двух частиц с зарядом q и массой m каждая больше энергии их гравитационного взаимодействия? Задачу решить для; а) электронов; б) протонов. $[4,17 \cdot 10^{42}; 1,24 \cdot 10^{36}]$
14. Два металлических одинаково заряженных шарика массой $m = 0,2 \text{ кг}$ каждый находятся на некотором расстоянии друг от друга. Найти заряд q шариков, если известно, что на этом расстоянии энергия их электростатического взаимодействия в миллион раз больше энергии их гравитационного взаимодействия. $[17 \text{ нКл}]$
15. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобретает скорость $v = 10^6 \text{ м/с}$. Расстояние между пластинами $d = 5,3 \text{ мм}$. Найти разность потенциалов между пластинами, напряженность электрического поля внутри конденсатора и поверхностную плотность заряда на пластинах. $[2,8 \text{ В}; 530 \text{ В/м}; 4,7 \text{ нКл/м}^2]$
16. Шарик массой $m = 40 \text{ мг}$, имеющий положительный заряд $q = 1 \text{ нКл}$, движется из бесконечности со скоростью $v = 10 \text{ см/с}$. На какое расстояние r может приблизиться шарик к положительному точечному заряду $q_0 = 1,33 \text{ нКл}$? $[6 \text{ см}]$
17. До какого расстояния r могут сблизиться два электрона, если они движутся из бесконечности навстречу друг другу с относительной скоростью $v_0 = 10^8 \text{ м/с}$? $[5,1 \cdot 10^{-10} \text{ м}]$

18. Два шарика с зарядами $q_1 = 6,66 \text{ нКл}$ и $q_2 = 13,33 \text{ нКл}$ находятся на расстоянии $r_1 = 40 \text{ см}$. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния $r_2 = 25 \text{ см}$? [1,2 мкДж]
19. Какая работа совершается при перенесении точечного заряда $q = 20 \text{ нКл}$ из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $r = 1 \text{ см}$ от поверхности шара емкостью $C = 1,11 \text{ пФ}$ с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10 \text{ мкКл/м}^2$? [113 мкДж]
20. Шар, погруженный в керосин, имеет потенциал $4,5 \text{ кВ}$ и поверхностную плотность заряда $11,3 \text{ мкКл/м}^2$. Найти радиус, заряд, емкость и энергию шара. [7 мм; 7 нКл; 1,55 пФ; 15,8 мкДж]
21. Каким будет потенциал шара радиусом 3 см , если: а) сообщить ему заряд $q = 1 \text{ нКл}$, б) окружить его концентрическим шаром радиусом 4 см , соединенным с землей? [300 В; 75 В]
22. Пластины плоского конденсатора площадью $S = 0,01 \text{ м}^2$ каждая притягиваются друг к другу с силой $F = 30 \text{ мН}$. Пространство между пластинами заполнено слюдой ($\epsilon = 6$). Найти заряды, находящиеся на пластинах, напряженность поля между пластинами и объемную плотность энергии поля. [17,7 мкКл; 333 кВ/м; 2,94 Дж/м³]
23. Между пластинами плоского конденсатора помещено два слоя диэлектрика — слюдяная пластинка ($\epsilon_1 = 7$) толщиной $d_1 = 1 \text{ мм}$ и парафин ($\epsilon_2 = 2$) толщиной $d_2 = 0,5 \text{ мм}$. Разность потенциалов между пластинами конденсатора 500 В . Определить напряженности электростатических полей в слоях диэлектрика и электрическое смещение [$E_1 = 182 \text{ кВ/м}$, $E_2 = 637 \text{ кВ/м}$; $D = 113 \text{ мкКл/м}^2$]

Ш уровень

1. Площадь пластин плоского конденсатора $0,01 \text{ м}^2$, расстояние между ними 1 см . К пластинам приложена разность потенциалов 300 В . В

- пространстве между пластинами находятся плоскопараллельная пластинка стекла ($\varepsilon_1 = 6$) толщиной $d_1 = 0,5$ см и плоскопараллельная пластинка парафина ($\varepsilon_2 = 2$) толщиной $d_2 = 0,5$ см. Найти напряженности электрического поля и падения потенциала в каждом слое. Каковы будут при этом емкость конденсатора и поверхностная плотность заряда на пластинах? [15 кВ/м; 45 кВ/м; 75 В; 225 В; 26,6 нФ; 0,8 мкКл/м²].
2. Между пластинами **плоского** конденсатора, находящимися на расстоянии 1 см друг от друга, приложена разность потенциалов 100 В. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная пластинка кристаллического бромистого таллия ($\varepsilon = 173$) толщиной 9,5 мм. После отключения конденсатора от источника напряжения пластинку кристалла вынимают. Какова будет после этого разность потенциалов между пластинами конденсатора? [1,8 кВ]
3. Между пластинами **плоского** конденсатора, заряженного до разности потенциалов 600 В, находятся два слоя диэлектриков: стекла ($\varepsilon_1 = 7$) толщиной $d_1 = 7$ мм и эбонита ($\varepsilon_2 = 3$) толщиной $d_2 = 3$ мм. Площадь каждой пластины конденсатора равна 200 см². Найти: 1) емкость конденсатора; 2) смещение D, напряженность E поля и падение потенциала $\Delta\varphi$ в каждом слое. [88,5 нФ; 2,66 мкКл; 42,8 кВ/м; 100 кВ/м; 300 В]
4. Пространство между пластинами **плоского** конденсатора заполнено парафином ($\varepsilon = 2$). Расстояние между пластинами $d = 8,85$ мм. Какую разность потенциалов необходимо подать на пластины, чтобы поверхностная плотность связанных зарядов на парафине составляла 0,1 нКл/см²? [1 кВ]
5. Между пластинами **плоского** конденсатора, находящимися на расстоянии 5 мм друг от друга, приложена разность потенциалов 150 В. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная пластинка фарфора ($\varepsilon =$

- б) толщиной 3 мм. Найти напряженности электрического поля в воздухе и фарфоре. [60 кВ/м; 10 кВ/м]
6. Радиус центральной жилы **коаксиального** кабеля $r = 1,5$ см, радиус оболочки $R = 3,5$ см. Между центральной жилой и оболочкой приложена разность потенциалов $U = 2,3$ кВ. Найти напряженность E электрического поля на расстоянии $x = 2$ см от оси кабеля. [136 кВ/м]
7. Вакуумный **цилиндрический** конденсатор имеет радиус внутреннего цилиндра $r = 1,5$ см и радиус внешнего цилиндра $R = 3,5$ см. Между цилиндрами приложена разность потенциалов $U = 2,3$ кВ. Какую скорость и получит электрон под действием поля этого конденсатора, двигаясь с расстояния $d_1 = 2,5$ см до расстояния $d_2 = 2$ см от оси цилиндра? [$1,46 \cdot 10^7$ м/с]
8. Определить напряженность электростатического поля на расстоянии 1 см от оси **коаксиального** кабеля, если радиус его центральной жилы 0,5 см, а радиус оболочки 1,5 см. Разность потенциалов между центральной жилой и оболочкой 1 кВ. [91 кВ/м]
9. Определить напряженность электростатического поля на расстоянии $x = 2$ см от центра воздушного **сферического** конденсатора, образованного двумя шарами (внутренний радиус $R_1 = 1$ см, внешний радиус $R_2 = 3$ см), между которыми приложена разность потенциалов $U = 1$ кВ. [37,5 кВ/м]
10. Радиус внутреннего шара воздушного **сферического конденсатора** 1 см, радиус внешнего шара 4 см. Между шарами приложена разность потенциалов 3 кВ. Найти напряженность электрического поля на расстоянии 3 см от центра шаров. [44,5 кВ/м]

11. Чему равна общая емкость системы конденсаторов, показанных на рис.15, если $C_5 = C_4 = 2C_3 = 2C_2 = 4C_1 = 14$ мкФ?

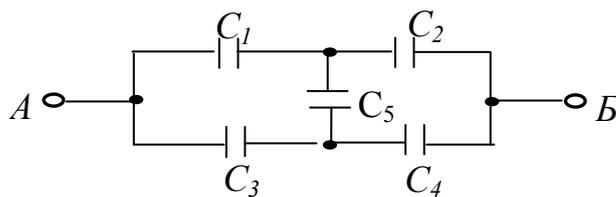


Рис. 15

- [7 мкФ]
12. Разность потенциалов между точками A и B (рис. 15) равна 33 В. Определите величину напряжения на обкладках конденсатора C_4 , если $C_5 = C_4 = 2C_3 = 2C_2 = 4C_1$? [11 В]
13. Разность потенциалов между точками A и B (рис. 15) равна 27 В. Определите величину заряда на обкладках конденсатора C_3 , если $C_5 = C_4 = 2C_3 = 2C_2 = 4C_1 = 5$ мкФ? [45 мкКл]
14. Разность потенциалов между точками A и B (рис. 15) равна 10 В. Определите энергию заряженной батареи конденсаторов, если $C_5 = C_4 = 2C_3 = 2C_2 = 4C_1 = 20$ мкФ? [500 мкДж]
15. Разность потенциалов между точками A и B (рис. 15) равна 30 В. Определите энергию заряженного конденсатора C_1 , если $C_5 = C_4 = 2C_3 = 2C_2 = 4C_1 = 20$ мкФ? [1 мДж]

16. Найдите разность потенциалов между точками A и B (рис. 16), если $\varepsilon = 36$ В, $C_1 = C_4 = 4$ мкФ и $C_2 = C_3 = 2$ мкФ. [$\varphi_A - \varphi_B = 4$ В]

17. Найдите разность потенциалов между точками A и B (рис. 16), если $\varepsilon = 24$ В, $C_1 = 6$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ и $C_4 = 5$ мкФ. [$\varphi_A - \varphi_B = 9$ В]

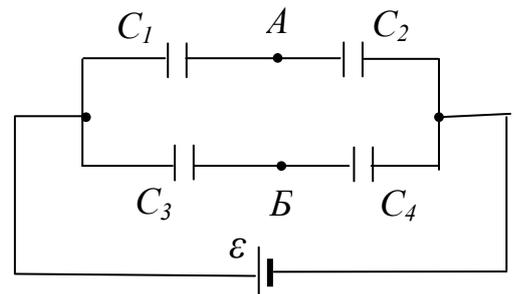


Рис. 16.

6. ОБРАЗЕЦ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

I уровень (репродуктивный)

1. Модуль потенциальной энергии взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 , находящихся в вакууме на расстоянии r друг от друга, определяется выражением: 1

$$1) W_p = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad 2) W_p = \sqrt{\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}} \quad 3) W_p = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$4) W_p = \sqrt{\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}} \quad 5) W_p = \frac{q_1 q_2}{2\pi\epsilon_0 r}$$

2. Заряд уединенного проводника q , его потенциал φ и емкость C связаны между собой соотношением: 4

$$1) q = C\varphi^2 \quad 2) \varphi = Cq^2 \quad 3) C = q\varphi \quad 4) C = q/\varphi \quad 5) C = \varphi/q$$

3. Емкость уединенного проводящего шара радиуса R , находящегося в однородной изотропной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ равна: 1

$$1) C = 4\pi\epsilon_0 \epsilon R \quad 2) C = 2\pi\epsilon_0 \epsilon R \quad 3) C = 1/4\pi\epsilon_0 \epsilon R$$

$$4) C = 1/2\pi\epsilon_0 \epsilon R \quad 5) C = R/4\pi\epsilon_0 \epsilon$$

4. Радиус земного шара $R = 6400$ км. На сколько изменится потенциал земного шара, если ему сообщить заряд $q = 1$ Кл? 3

$$1) 140 \text{ В} \quad 2) 280 \text{ В} \quad 3) 1400 \text{ В} \quad 4) 2800 \text{ В} \quad 5) 4200 \text{ В}$$

5. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора 1 м^2 , расстояние между ними $1,5$ мм. Найти емкость этого конденсатора. 3

$$1) 3,9 \text{ нФ} \quad 2) 4,9 \text{ нФ} \quad 3) 5,9 \text{ нФ} \quad 4) 6,9 \text{ нФ} \quad 5) 7,9 \text{ нФ}$$

6. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов 50 В. После отключения конденсатора от источника напряжения в пространство между пластинами внесли парафин ($\varepsilon = 2$). Определить разность потенциалов между пластинами после внесения диэлектрика. 2

- 1) 12,5 В 2) 25 В 3) 50 В 4) 100 В 5) 200 В

7. Разность потенциалов между обкладками заряженного плоского воздушного конденсатора площадью S , расстояние между которыми d и модуль заряда на каждой из которых q , равна: 2

- 1) $\Delta\varphi = \varepsilon_0 q / dS$ 2) $\Delta\varphi = qd / \varepsilon_0 S$ 3) $\Delta\varphi = \varepsilon_0 S / qd$
 4) $\Delta\varphi = \varepsilon_0 d / qS$ 5) $\Delta\varphi = qS / \varepsilon_0 d$

8. Потенциальная энергия взаимодействия системы из N точечных зарядов определяется выражением: 1

- 1) $W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i$ 2) $W_p = \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i$ 3) $W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i^2$
 4) $W_p = \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i^2$ 5) $W_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i$

9. Энергия заряженного проводника (q – заряд проводника, φ – его потенциал) определяется выражением: 2

- 1) $W = 0,25q\varphi$ 2) $W = 0,5q\varphi$ 3) $W = q\varphi$
 4) $W = 0,25q\varphi^2$ 5) $W = 0,5q\varphi^2$

10. Энергия заряженного проводника (q – заряд проводника, C – его емкость) определяется выражением: 4

- 1) $W = 0,5qC^2$ 2) $W = qC^2$ 3) $W = 0,5q^2C$
 4) $W = 0,5q^2/C$ 5) $W = q^2/C$

11. Объемная плотность энергии поля напряженностью E , созданного в среде с диэлектрической проницаемостью ε , определяется выражением: 2

1) $w = \varepsilon_0 \varepsilon E^2$ 2) $w = 0,5 \varepsilon_0 \varepsilon E^2$ 3) $w = \varepsilon_0 \varepsilon E$

4) $w = E^2 / \varepsilon_0 \varepsilon$ 5) $w = E^2 / 2 \varepsilon_0 \varepsilon$

12. \vec{D} и \vec{E} – вектора электрического смещения и напряженности электрического поля, созданного в однородном изотропном диэлектрике. Объемная плотность энергии поля равна: 5

1) $w = 0,5 \vec{E} \vec{D}^2$ 2) $w = 0,5 \vec{D} \vec{E}^2$ 3) $w = \vec{D} \vec{E}^2$

4) $w = \vec{D} \vec{E}$ 5) $w = 0,5 \vec{E} \vec{D}$

13. Две концентрические металлические **сферы** радиусами 2 см и 2,1 см образуют сферический конденсатор. Пространство между сферами заполнено парафином ($\varepsilon = 2$). Электроемкость этого конденсатора равна: 3

1) 31,1 нФ 2) 62,2 нФ 3) 93,3 нФ 4) 124,4 нФ 5) 155,5 нФ

14. Определить емкость **коаксиального** кабеля длиной 10 м, если радиус его центральной жилы 1 см, радиус оболочки 1,5 см, а изоляционным материалом служит резина ($\varepsilon = 2,5$).

1) 1,43 нФ 2) 2,43 нФ 3) 3,43 нФ

4) 4,43 нФ 5) 5,43 нФ

15. Энергия заряженного проводника ($q = 0,1$ мкКл – заряд проводника, $C = 10^{-9}$ Ф – его емкость) равна: 1

1) $W = 5$ мкДж 2) $W = 10$ мкДж 3) $W = 50$ мкДж

4) $W = 100$ мкДж 5) $W = 500$ мкДж

II уровень (продуктивный)

1. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить два точечных заряда $q_1 = q_2 = 20$ мкКл, находящихся в вакууме на расстоянии $r_1 = 10$ см друг от друга, до расстояния $r_2 = 5$ см? Коэффициент в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф. 4

1) 4,5 Дж 2) 9 Дж 3) 18 Дж 4) 36 Дж 5) 72 Дж

2. Потенциальная энергия взаимодействия системы из трех точечных положительных одинаковых зарядов $q_1 = q_2 = q_3 = q$, находящихся в вершинах равностороннего треугольника со стороной r , равна: 4

1) $W_p = \frac{q^2}{\pi\epsilon_0 r^2}$ 2) $W_p = \frac{0,25q^2}{\pi\epsilon_0 r}$ 3) $W_p = \frac{0,5q^2}{\pi\epsilon_0 r}$

4) $W_p = \frac{0,75q^2}{\pi\epsilon_0 r}$ 5) $W_p = \frac{q^2}{\pi\epsilon_0 r}$

3. Потенциальная энергия взаимодействия системы из трех точечных зарядов $q_1 = q_2 = 10^{-5}$ Кл и $q_3 = -10^{-5}$ Кл, находящихся в вершинах равностороннего треугольника со стороной $r = 1$ м (коэффициент в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф), равна: 3

1) -0,3 Дж 2) -0,9 Дж 3) -1,8 Дж 4) +0,9 Дж 5) +1,8 Дж

4. Сила притяжения между пластинами плоского воздушного конденсатора равна 50 мН. Площадь каждой пластины равна 200 см². Найти объемную плотность энергии поля конденсатора. 2

- 1) $1,0 \text{ Дж} / \text{м}^3$ 2) $2,5 \text{ Дж} / \text{м}^3$ 3) $10 \text{ Дж} / \text{м}^3$
4) $25 \text{ Дж} / \text{м}^3$ 5) $100 \text{ Дж} / \text{м}^3$

5. Металлический шарик диаметром $d = 2 \text{ см}$ заряжен отрицательно до потенциала $\varphi = 150 \text{ В}$. Сколько электронов находится на поверхности шарика? 1

- 1) $1,04 \cdot 10^9$ 2) $2,08 \cdot 10^9$ 3) $3,12 \cdot 10^9$ 4) $4,16 \cdot 10^9$ 5) $5,2 \cdot 10^9$

6. Шар радиусом $R_1 = 6 \text{ см}$ заряжен до потенциала $\varphi_1 = 300 \text{ В}$, а шар радиусом $R_2 = 4 \text{ см}$ — до потенциала $\varphi_2 = 500 \text{ В}$. Потенциал шаров после того, как их соединили металлическим проводником (ёмкостью соединительного проводника пренебречь), равен: 4

- 1) 420 В 2) 410 В 3) 400 В 4) 380 В 5) 360 В

7. Требуется изготовить конденсатор ёмкостью 250 пФ . Для этого на парафинированную бумагу толщиной $0,05 \text{ мм}$ наклеивают с обеих сторон кружки станиоля. Каким должен быть диаметр кружков станиоля? 5

- 1) 1 см 2) $1,5 \text{ см}$ 3) 2 см 4) $2,5 \text{ см}$ 5) 3 см

6. При изучении фотоэлектрических явлений используется сферический конденсатор, состоящий из металлического шарика диаметром $1,5 \text{ см}$ (катода) и внутренней поверхности посеребренной изнутри сферической колбы диаметром 11 см (анода). Воздух из колбы откачивается. Ёмкость такого конденсатора: 1

- 1) $0,96 \text{ нФ}$ 2) $1,92 \text{ нФ}$ 3) $2,88 \text{ нФ}$ 4) $3,84 \text{ нФ}$ 5) $4,80 \text{ нФ}$

7. Поверхностная плотность зарядов на пластинах плоского слюдяного ($\epsilon = 7$) конденсатора, заряженного до разности потенциалов 200 В, если расстояние между его пластинами 0,5 мм, равна: 2

- 1) $1,77 \text{ мкКл/м}^2$ 2) $3,54 \text{ мкКл/м}^2$ 3) $5,31 \text{ мкКл/м}^2$
4) $7,08 \text{ мкКл/м}^2$ 5) $8,85 \text{ мкКл/м}^2$

8. На пластинах плоского конденсатора равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $0,2 \text{ мкКл/м}^2$. Расстояние между пластинами равно 1 мм. На сколько изменится разность потенциалов на его обкладках при увеличении расстояния между пластинами до 3 мм? 2

- 1) 11,3 В 2) 22,6 В 3) 33,9 В 4) 45,2 В 5) 56,5 В

9. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора 1 м^2 , расстояние между ними 1,5 мм. Конденсатор заряжен до разности потенциалов 300 В. Поверхностная плотность заряда на его пластинах равна: 1

- 1) $1,77 \text{ мкКл/м}^2$ 2) $3,54 \text{ мкКл/м}^2$ 3) $5,31 \text{ мкКл/м}^2$
4) $7,08 \text{ мкКл/м}^2$ 5) $8,85 \text{ мкКл/м}^2$

III уровень (творческий)

1. Сто одинаковых капель ртути, заряженных до потенциала $\varphi_1 = 20 \text{ В}$, сливаются в одну большую каплю. Каков потенциал φ образовавшейся капли? 3

- 1) 108 В 2) 216 В 3) 432 В 4) 864 В 5) 2000 В

2. Восемь заряженных водяных капель радиусом $r = 1$ мм и зарядом $q = 0,1$ нКл каждая сливаются в одну каплю. Найти потенциал φ большой капли. 2
- 1) 1,8 кВ 2) 3,6 кВ 3) 5,4 кВ 4) 7,2 кВ 5) 9,0 кВ
3. Чему равна общая емкость системы конденсаторов, показанных на рис.15, если $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 3$ мкФ, $C_5 = 5$ мкФ? 1
- 1) 3,0 мкФ 2) 7,0 мкФ 3) 7,5 мкФ 4) 11,0 мкФ 5) 17,0 мкФ
4. Разность потенциалов между точками A и B (рис. 15) равна 27 В. Определите величину напряжения на обкладках конденсатора C_3 , если $C_5 = C_4 = 2C_3 = 2C_2 = 4C_1$? 5
- 1) 7,5 В 2) 12,0 В 3) 15,0 В 4) 18,0 В 5) 22,0 В
5. Разность потенциалов между точками A и B (рис. 15) равна 27 В. Определите величину заряда на обкладках конденсатора C_4 , если $C_5 = C_4 = 2C_3 = 2C_2 = 4C_1 = 5$ мкФ? 3
- 1) 15 мкКл 2) 30 мкКл 3) 45 мкКл 4) 67,5 мкКл 5) 135 мкКл
6. Разность потенциалов между точками A и B (рис. 15) равна 30 В. Определите энергию заряженного конденсатора C_2 , если $C_5 = C_4 = 2C_3 = 2C_2 = 4C_1 = 20$ мкФ? 4
- 1) 200 мкДж 2) 250 мкДж 3) 400 мкДж
- 4) 500 мкДж 5) 800 мкДж
7. Разность потенциалов между точками A и B (рис. 15) равна 30 В. Определите энергию заряженного конденсатора C_3 , если $C_5 = C_4 = 2C_3 = 2C_2 = 4C_1 = 20$ мкФ? 1
- 1) 2 мДж 2) 2,5 мДж 3) 3 мДж 4) 4,5 мДж 5) 9 мДж

8. Найдите разность потенциалов $\varphi = \varphi_A - \varphi_B$ между точками A и B (рис. 17), если $\varepsilon_1 = 12 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 8 \text{ В}$, $C_1 = 4 \text{ мкФ}$ и $C_2 = 6 \text{ мкФ}$. 1

1) $\varphi = 0 \text{ В}$ 2) $\varphi = 2 \text{ В}$ 3) $\varphi = 4 \text{ В}$

4) $\varphi = 6 \text{ В}$ 5) $\varphi = 20 \text{ В}$

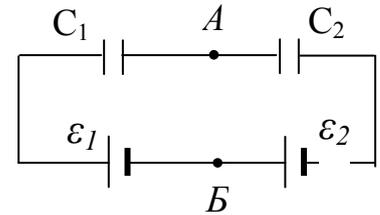


Рис. 17

9. Найдите разность потенциалов $\varphi = \varphi_A - \varphi_B$ между точками A и B (рис. 17), если $\varepsilon_1 = 12 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 8 \text{ В}$, $C_1 = 4 \text{ мкФ}$ и $C_2 = 1 \text{ мкФ}$. 3

1) $\varphi = 4 \text{ В}$ 2) $\varphi = 6 \text{ В}$ 3) $\varphi = 8 \text{ В}$ 4) $\varphi = 12 \text{ В}$ 5) $\varphi = 20 \text{ В}$

10. Цилиндрический конденсатор состоит из внутреннего цилиндра радиусом $r = 3 \text{ мм}$, двух слоев диэлектрика и внешнего цилиндра радиусом $R = 1 \text{ см}$. Первый слой диэлектрика толщиной $d_1 = 3 \text{ мм}$ примыкает к внутреннему цилиндру. Отношение падений потенциала U_1/U_2 в этих слоях будет равно: 5

1) 6,75 2) 5,40 3) 4,05 4) 2,70 5) 1,35

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бабко** Г.И. Учебно-методический комплекс: теория и практика проектирования / Г.И. **Бабко**. – Мн.: РИВШ, 2004.
2. Ветрова В.Т. Сборник задач по физике / В.Т. Ветрова. – Мн.: Высш. шк., 1991.
3. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн – М.: Наука, 1989.
4. Детлаф А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Е.М. Яворский. – М.: Высш. шк., 1989.
5. Козик В.А., Неманова И.Т. Методическая разработка к лабораторным занятиям по теме “Электрическое поле в диэлектриках. Конденсаторы”/ Мн.: БГАТУ, 1988.
6. Савельев И.В. Курс общей физики: Т. 2 / И.В. Савельев. - М.: Наука, 1989.
7. Трофимова Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высш. шк.,1985.
8. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высш. шк.,1991.

СОДЕРЖАНИЕ

МОДУЛЬ 3 ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ. ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ ЗАРЯДОВ, ЗАРЯЖЕННЫХ ПРОВОДНИКОВ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ.....	3
1. КОМПЛЕКСНАЯ ЦЕЛЬ.....	3
2. ВВЕДЕНИЕ. БАЗОВЫЕ ПРОБЛЕМЫ МОДУЛЯ.....	4
3. УЧЕБНО-ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ МОДУЛЯ.....	5
4. НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ.....	5
4.1 СЛОВАРЬ ПОНЯТИЙ.....	5
4.1.1 Новые понятия.....	5
4.1.2 Понятия для повторения.....	7
4.2 ОСНОВНОЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ.....	9
4.2.1 Равновесие зарядов на проводнике.....	9
4.2.2 Электрическая емкость уединенного проводника.....	13
4.2.3 Взаимная электрическая емкость двух проводников. Конденсаторы.....	16
4.2.4 Емкость плоского конденсатора.....	17
4.2.5 Емкость цилиндрического конденсатора.....	19
4.2.6 Емкость сферического конденсатора.....	20
4.2.7 Энергия системы неподвижных точечных зарядов.....	22
4.2.8 Энергия заряженного уединенного проводника.....	24
4.2.9 Энергия заряженного конденсатора. Энергия электростатического поля.....	24
4.3 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ.....	26
4.3.1 Электростатический генератор Ван-де-Граафа.....	26
5. МАТЕРИАЛЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ.....	27
5.1. МАТЕРИАЛЫ К ЛЕКЦИИ.....	27
5.2. МАТЕРИАЛЫ К ЛАБОРАТОРНОМУ ЗАНЯТИЮ.....	31
5.2.1 Лабораторная работа "Измерение емкости при параллельном и последовательном соединении конденсаторов".....	31
5.2.2 Контрольные вопросы и задания к лабораторной работе.....	36
5.2.2.1 Вопросы предварительного контроля.....	36
5.2.2.2 Контрольные вопросы и задания для защиты лабораторной работы.....	37
5.3. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ.....	40
5.3.1 Примеры решения задач.....	41
5.3.2 Задачи для самостоятельного решения.....	47
6. ОБРАЗЕЦ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ.....	56
ЛИТЕРАТУРА.....	64

МОДУЛЬ 4

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

1 КОМПЛЕКСНАЯ ЦЕЛЬ

Студент должен:

- а) знать (описывать и формулировать) понятия и определения:* электрический ток (конвекционный, ток проводимости, ток в вакууме); сила тока, плотность тока, поток вектора плотности тока; постоянный электрический ток, условия его существования; сторонние силы; циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил; электродвижущая сила.
- б) характеризовать:* закон Ома в интегральной форме для неоднородного участка цепи, замкнутой цепи; закон Ома в дифференциальной форме. Электрический ток в электролитах; электрический ток в газах.
- в) моделировать и анализировать* различные варианты электрических цепей.
- г) уметь:* применять полученные теоретические знания для решения задач по расчету электрических цепей; провести лабораторный эксперимент.

2 БАЗОВЫЕ ПРОБЛЕМЫ МОДУЛЯ

Электрический ток (конвекционный, ток проводимости, ток в вакууме). Сила тока. Плотность тока. Поток вектора плотности тока. Постоянный электрический ток, условия его существования. Сторонние силы. Циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил. Электродвижущая сила, падение напряжения и связь между ними. Закон Ома в интегральной форме для неоднородного участка цепи, замкнутой цепи. Основные положения классической теории электропроводности металлов и ее опытное обоснование. Законы Ома и Джоуля-Ленца в дифференциальной форме. Недостатки классической теории электропроводности металлов. Зависимость сопротивления металлов от температуры. Остаточное сопротивление металлов и сплавов и их зависимость

от химической чистоты. Сверхпроводимость. Практическое использование сверхпроводимости. Электрический ток в электролитах.

Дополнительный материал. Электрический ток в газах. Плазма и ее практическое применение.

3 УЧЕБНО-ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ МОДУЛЯ

Номер и тема занятия	Тип занятия	Вид занятия	К-во часов на 1 занятие
<p>Занятие 1. Постоянный электрический ток.</p> <p>1. Электрический ток и его характеристики.</p> <p>2. Сторонние силы. Электродвижущая сила. Законы Ома и Джоуля–Ленца.</p> <p>3. Классическая теория электропроводности металлов.</p>	Знакомство с новым материалом	Лекция	2
<p>Занятие 2. Электрические явления в электролитах.</p> <p>1. Электрический ток в электролитах.</p> <p>2. Решение задач индивидуального задания.</p>	Углубление, обобщение	УСРС	2
<p>Занятие 3. Применение законов постоянного тока к расчету электрических цепей.</p> <p>1. Электрический ток. Закон Ома. Соединение проводников.</p> <p>2. Работа и мощность тока.</p>	Углубление, обобщение	Практическое занятие	2
<p>Занятие 4. Изучение зависимости напряжения, мощности и КПД от внешнего сопротивления и силы тока. Экспериментальное изучение зависимостей:</p> <p>1. Напряжения на зажимах источника от сопротивления и тока;</p> <p>2. Полезной мощности от сопротивления и тока;</p> <p>3. КПД источника от сопротивления и тока.</p>	Обобщение, систематизация, предварительный контроль	Лабораторное занятие	1
<p>Занятие 5. Постоянный электрический ток.</p>	Проверка результатов обучения	Комбинированный зачет	1

4 НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

4.1 СЛОВАРЬ ПОНЯТИЙ

4.1.1 Новые понятия

1. **Электрический ток** — упорядоченное движение носителей заряда.
2. **Носители тока** — упорядочено движущиеся носители заряда определенного знака.
3. **Конвекционный ток** — движение заряженных тел или пучков заряженных частиц в пространстве.
4. **Ток проводимости** — упорядоченное движение свободных носителей заряда в сплошных средах (**проводниках**).
5. **Сила тока** – скалярная физическая величина, равная заряду, переносимому через поперечное сечение проводника за единицу времени.
6. **Ампер (А)** — единица силы тока в СИ (основная единица СИ).
7. **Плотность тока** — векторная физическая величина, численно равная отношению силы тока, протекающего через площадку, перпендикулярную к направлению движения носителей к площади этой площадки.
8. **Сторонние силы** — силы неэлектростатического происхождения, действующие на свободные носители заряда со стороны **источников тока**.
9. **Источник тока** — устройство, способное создавать и поддерживать в электрической цепи разность потенциалов за счет сил неэлектростатического происхождения.
10. **Электродвижущая сила (ЭДС)** — величина, численная равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда.
11. **Падение напряжения** или просто **напряжение** — величина, численно равная работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи.

12. **Однородный** участок цепи — участок, на котором не действуют сторонние силы.
13. **Закон Ома** утверждает, что сила тока в каком либо участке цепи (проводника) пропорциональна напряжению между концами этого участка цепи (проводника). Величина, обратная коэффициенту пропорциональности, называется **электрическим сопротивлением** участка цепи (проводника).
14. **Резистор** — проводник, обладающий электрическим сопротивлением.
15. **Ом (Ом)** — единица электрического сопротивления в СИ.
16. **Удельное электрическое сопротивление** вещества — сопротивление однородного куска вещества, имеющего длину, равную единице, и площадь поперечного сечения, равную единице.
17. **Удельная электрическая проводимость** вещества — величина, обратная удельному электрическому сопротивлению.
18. **Сверхпроводимость** — явление уменьшения сопротивления проводника при охлаждении до температуры, близкой к абсолютному нулю.
19. **Закон Джоуля–Ленца** определяет количество тепла, выделяющееся в проводнике при прохождении через него электрического тока.
20. **Вольтметр** — устройство, предназначенное для измерения разности потенциалов, приложенной к его клеммам.
21. **Амперметр** — Устройство, предназначенное для измерения силы тока в цепи.

4.1.2 Понятия для повторения

1. Электрический заряд.
2. Напряженность электростатического поля.
3. Линии напряженности электрического поля
4. Поток вектора напряженности электростатического поля.
5. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля.
6. Потенциал электростатического поля.

4.2 ОСНОВНОЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

4.2.1 Электрический ток и его характеристики

Электрическим током называется упорядоченное движение зарядов. При таком движении за конечное время через некоторую площадку переносится отличный от нуля электрический заряд. Движущиеся упорядочено носители заряда определенного знака называются *носителями тока*.

Движение нейтральных тел (хоть они и содержат огромное число положительных и отрицательных зарядов) не имеет отношения к току. Тепловое движение зарядов также нельзя назвать током. Движение заряженных тел или пучков заряженных частиц в пространстве называется *конвекционным током*. Конвекционные токи пучков частиц (например, электронов) обычно имеют место в разреженной среде, близкой по свойствам к вакууму. Поэтому конвекционные токи в электровакуумных приборах (например, радиолампах) часто выделяют в особый разряд *вакуумных токов*.

Ток возможен не только в разреженных средах, но и в сплошных средах (металлах, электролитах), имеющих в своем составе свободные носители заряда, способные перемещаться на расстояния намного превышающие размеры атома. Ток в таких средах называется *током проводимости*, а сама среда – проводником. Чтобы поддерживать токи проводимости длительное время (см. ниже *однородный и стационарный токи*), необходимо, чтобы источник электрического поля находился внутри самой среды. Иначе, как следует из граничных условий для проводящих тел, установившееся электрическое поле внутри проводника будет равно нулю, и поддержание тока невозможно. Если через проводник течет ток, это не значит, что проводник заряжен. Так, например, в металле электроны проводимости движутся (под действием электрического поля) в пространстве между ионами кристаллической решетки, причем концентрация электронов проводимости равна концентрации ионов. Количественной мерой электрического тока служит *сила тока I* – скалярная физическая величина, равная отношению заряда dq , переносимого через по-

перечное сечение проводника (рис. 4.1) за интервал времени dt , к этому интервалу времени: $I = \frac{dq}{dt}$.

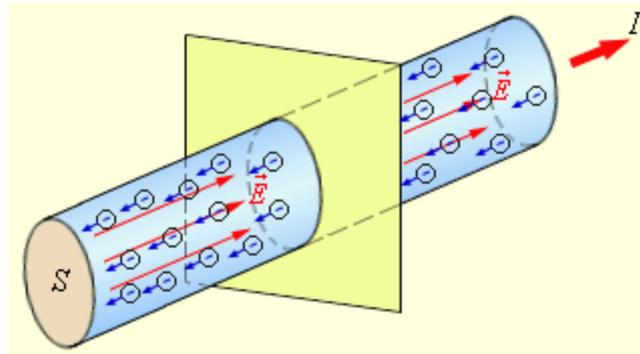


рис. 4.1. Упорядоченное движение электронов в металлическом проводнике и ток I . S – площадь поперечного сечения проводника, \vec{E} – электрическое поле.

В образовании тока могут участвовать как положительные, так и отрицательные носители; электрическое поле перемещает их в противоположных направлениях. *За направление тока принимается направление, в котором перемещаются положительные носители.* Если в электрическом поле одновременно движутся положительные и отрицательные заряды, это происходит, например, в электролитах, то полный ток определяется как сумма токов,

образованных носителями каждого знака: $I = \frac{dq^+}{dt} + \left| \frac{dq^-}{dt} \right|$.

Если сила тока и его направление не изменяются со временем, то такой ток называется *постоянным*. Для постоянного тока $I = \frac{q}{t}$, где q – заряд, перенесимый за конечное время t сквозь рассматриваемую поверхность. Постоянство электрического тока свидетельствует о том, что заряды в такой электрической цепи нигде не накапливаются и не убывают. Это значит, что цепь постоянного тока должна быть замкнутой, а сила тока — одинаковой во всех поперечных сечениях цепи.

Для характеристики направления тока в разных точках рассматриваемой поверхности и распределения тока по этой поверхности вводится *вектор плот-*

ности тока. Плотностью тока называется величина, численно равная отношению силы тока dI , протекающего через площадку dS , перпендикулярную к направлению движения носителей к площади этой площадки $|\vec{j}| = \frac{dI}{dS_{\perp}}$. За направление вектора \vec{j} принимается направление вектора скорости \vec{u}^+ упорядоченного движения положительных носителей (или направление, противоположное направлению \vec{u}^-). Размерность плотности тока — ампер на метр в квадрате (A/m^2).

Поле вектора плотности тока можно изобразить с помощью линий тока, которые строятся так же, как и линии вектора напряженности электростатического поля. Зная вектор \vec{j} в каждой точке пространства, можно найти силу тока через любую поверхность S : $I = \int_S \vec{j} \cdot \vec{dS}$, где $\vec{dS} = \vec{n} \cdot dS$ (\vec{n} — единичный

вектор нормали к площадке dS , составляющей с вектором \vec{j} угол α).

То есть сила тока — это поток вектора плотности тока через поверхность.

Пусть в единице объема содержится n^+ положительных и n^- отрицательных носителей зарядов, абсолютная величина которых соответственно равна q^+ и q^- . Если под действием поля носители приобретают средние скорости \vec{u}^+ и \vec{u}^- , то за единицу времени через единичную площадку пройдет $n^+ \vec{u}^+$ положительных носителей, которые перенесут заряд $q^+ n^+ \vec{u}^+$. Аналогично носители отрицательного заряда перенесут в противоположную сторону заряд $q^- n^- \vec{u}^-$. Таким образом, плотность тока $\vec{j} = q^+ n^+ \vec{u}^+ + q^- n^- \vec{u}^-$.

4.2.2 Сторонние силы. Электродвижущая сила.

Законы Ома и Джоуля–Ленца

4.2.2.1 Электродвижущая сила

Одним из условий протекания тока является поддержание в нем электрического поля. Действие электростатических (кулоновских) сил приводит к та-

кому перераспределению зарядов, что поле внутри проводника становится равным нулю, а потенциалы во всех его точках выравниваются. Отсюда следует, что для поддержания в цепи постоянного тока проводимости необходимо, чтобы на носители тока помимо кулоновских сил действовали силы какой-то другой, неэлектростатической, природы. Причем, если кулоновские силы вызывают соединение разноименных зарядов и выравнивание потенциала проводника, то эти силы, называемые *сторонними*, должны наоборот разделять разноименные заряды и поддерживать разность потенциалов на концах проводника. Они могут быть обусловлены химическими процессами (аккумуляторы), диффузией носителей заряда в неоднородной среде или через границу двух разнородных веществ (контактная разность потенциалов), электрическими (но не электростатическими) полями, порождаемыми меняющимся во времени магнитным полем и т.д. Устройства, способные создавать и поддерживать в электрической цепи разность потенциалов за счет сил неэлектростатического происхождения называются *источниками тока*.

Сторонние силы можно охарактеризовать работой, которую они совершают по перемещению зарядов. Величина, численная равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда, **называется электродвижущей силой (ЭДС) \mathcal{E}** . Следовательно, если работа сторонних сил по перемещению некоторого заряда q равна A , то ЭДС $\mathcal{E} = \frac{A}{q}$. Размерность ЭДС

совпадает с размерностью потенциала (В).

Стороннюю силу, действующую на заряд q , можно представить как

$\vec{F}_{\text{ст}} = q\vec{E}_{\text{ст}}$, где $\vec{E}_{\text{ст}}$ — напряженность поля сторонних сил. Тогда работа сторонних сил по перемещению заряда q по всей замкнутой цепи:

$A = \oint \vec{F}_{\text{ст}} \cdot \vec{dl} = q \oint \vec{E}_{\text{ст}} \cdot \vec{dl}$. Разделив эту работу на q , получим ЭДС, действующую в цепи: $\mathcal{E} = \oint \vec{E}_{\text{ст}} \cdot \vec{dl}$. Таким образом, циркуляция вектора напряженности сторонних сил равна ЭДС, действующей в замкнутой цепи.

Кроме сторонних сил, на носители тока действуют силы электростатического поля $q\vec{E}$. Работа, совершаемая результирующей кулоновских и сторонних сил над зарядом q , на некотором участке цепи 1-2 будет равна

$$A_{12} = q \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} + q \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\mathcal{E}_{12}.$$

Величина, численно равная работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда называется *падением напряжения или просто напряжением* U на данном участке цепи. Следовательно, $U_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\mathcal{E}_{12}$.

Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы, называется *однородным*. Участок, на котором на носители тока действуют сторонние силы, называется *неоднородным*.

4.2.2.2 Закон Ома для однородного участка цепи.

Сопротивление проводников

Немецкий физик Г.С. Ом (1787-1854 гг.) экспериментально установил, что сила тока, текущего по однородному (т.е. проводнику, в котором не действуют сторонние силы) металлическому проводнику, пропорциональна падению напряжению на этом проводнике: $I = \frac{U}{R}$. Величина, обозначенная буквой R , называется *электрическим сопротивлением проводника*. Единицей сопротивления служит Ом. 1 Ом равен сопротивлению такого проводника, в котором при напряжении 1 В течет ток в 1 А. Само выражение $I = \frac{U}{R}$ называется законом Ома для однородного участка цепи.

Величина сопротивления зависит от формы, размеров и свойств материала проводника. Для однородного цилиндрического проводника $R = \rho \frac{l}{S}$, где l — длина проводника, S — площадь его поперечного сечения, а ρ зависит от

свойств материала проводника и называется *удельным электрическим сопротивлением вещества*. В СИ ρ измеряется в Ом·м.

Найдем связь между вектором плотности тока \vec{j} и результирующим вектором напряженности \vec{E} в произвольной точке проводника. Для изотропного проводника направление этих векторов совпадает. Мысленно выделим в окрестности выбранной точки элементарный цилиндрический объем с образующими dl , параллельными векторам \vec{j} и \vec{E} , и площадью поперечного сечения dS . Через это сечение течет ток $I = jdS$; напряжение, приложенное к выделенному цилиндру, равно $U = Edl$, сопротивление выделенного участка — $R = \rho \frac{dl}{dS}$. Подстановка этих значений в закон Ома дает $j = \frac{1}{\rho} E$. Векторы

\vec{j} и \vec{E} имеют одинаковое направление. Поэтому можно написать

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}. \text{ Эта формула выражает закон Ома в дифференциальной форме.}$$

Величина $\sigma = 1/\rho$ называется *удельной электрической проводимостью вещества*. Единица, обратная ому, получила название *сименс* (См) в честь немецкого электротехника Э.В.Сименса (1816-1892 гг.). Соответственно единицей σ является сименс на метр (См/м). Сравнение формул $\vec{j} = qn\vec{u}$ и $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ приводит к заключению, что скорость упорядоченного движения носителей тока $\vec{u} \propto \vec{E}$, т.е. силе, сообщающей носителям упорядоченное движение. Пропорциональность скорости приложенной к телу силе соблюдается тогда, когда на него кроме силы, вызвавшей движение, действует сила сопротивления среды. В нашем случае эта сила вызвана взаимодействием носителей тока с частицами, из которых построено вещество; для металлов — это ионы металлической решетки.

Поскольку скорость упорядоченного движения носителей тока пропорциональна напряженности поля, то можно записать $\vec{u}^+ = b^+ \vec{E}$, $\vec{u}^- = b^- \vec{E}$. Величины b^+ и b^- называются *подвижностью* соответствующего носителя тока.

Подвижность численно равна скорости упорядоченного движения носителя тока при напряженности поля, равной единице.

Опыт показывает, что для большинства металлов при не слишком низких температурах ρ изменяется пропорционально термодинамической температуре: $\rho \propto T$. При низких температурах наблюдается отклонение от этой зависимости (рис. 4.2).

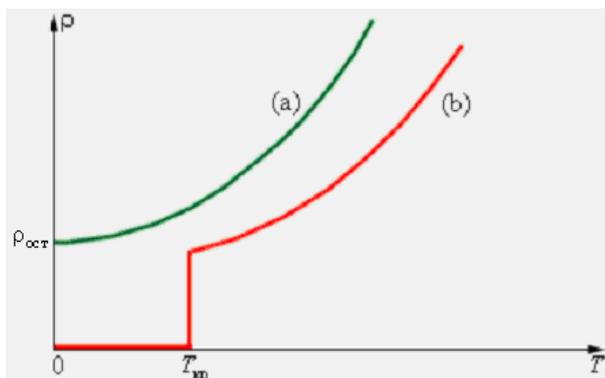


Рис. 4.2. Зависимость удельного сопротивления ρ от абсолютной температуры T при низких температурах: а – нормальный металл; б – сверхпроводник.

Зависимость электрического сопротивления проводника от температуры положена в основу действия термометров сопротивления, которые позволяют по градуированной взаимосвязи сопротивления от температуры измерять температуру с точностью 0,003 К. В большинстве случаев зависимость ρ от T следует кривой (а). Остаточное сопротивление $\rho_{ост}$ в сильной степени зависит от чистоты материала и наличия остаточных механических напряжений в образце.

У большой группе металлов при температуре порядка нескольких кельвинов сопротивление скачком обращается в нуль (кривая (b) на рис. 4.2). Это явление, названное *сверхпроводимостью* было впервые обнаружено в 1911 г. голландским физиком Камерлинг-Оннесом для ртути. В дальнейшем сверхпроводимость была обнаружена и для других веществ. Температура, при которой происходит переход вещества в сверхпроводящее состояние, называется критической ($T_{кр}$); она для каждого вещества имеет свое значение.

Сверхпроводимость обнаружена для ртути ($T_{кр} = 4,1$ К), для свинца ($T_{кр} = 1,2$ К), для алюминия ($T_{кр} = 3,7$ К).

Вещества в сверхпроводящем состоянии обладают исключительными свойствами. Практически наиболее важным из них является способность длительное время (многие годы) поддерживать без затухания электрический ток, возбужденный в сверхпроводящей цепи.

Классическая электронная теория не способна объяснить явление сверхпроводимости. Объяснение механизма этого явления было дано только через 60 лет после его открытия на основе квантово-механических представлений.

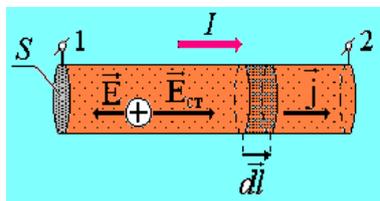
Научный интерес к сверхпроводимости возрастал по мере открытия новых материалов с более высокими критическими температурами. Значительный шаг в этом направлении произошел в 1986 году, когда было обнаружено, что у одного сложного керамического соединения $T_{кр} = 35$ К. Уже в следующем 1987 году физики сумели создать новую керамику с критической температурой 98 К, превышающей температуру жидкого азота (77 К). Явление перехода веществ в сверхпроводящее состояние при температурах, превышающих температуру кипения жидкого азота, было названо высокотемпературной сверхпроводимостью. В 1988 году было создано керамическое соединение на основе элементов Тl–Са–Ва–Сu–О с критической температурой 125 К.

В настоящее время ведутся интенсивные работы по поиску новых веществ с еще более высокими значениями $T_{кр}$. Ученые надеются получить вещество в сверхпроводящем состоянии при комнатной температуре. Если это произойдет, это будет настоящей революцией в науке, технике и вообще в жизни людей.

Следует отметить, что до настоящего времени механизм высокотемпературной сверхпроводимости керамических материалов до конца не выяснен.

4.2.2.3 Обобщенный закон Ома

Рассмотрим неоднородный (т.е. содержащий источник тока) участок электрической цепи. Запишем для него закон Ома в дифференциальной форме:



$\vec{\rho} \vec{j} = \vec{E} + \vec{E}_{ct}$ (здесь \vec{E} и \vec{E}_{ct} — соответственно напряженности электростатического поля и поля сторонних сил). Умножим скалярно обе части последнего равенства на вектор \vec{dl} , численно

равный длине dl и направленный вдоль проводника в направлении тока, т.е. совпадающий по направлению с \vec{j} . Тогда выражение для закона Ома можно переписать в виде: $\rho j dl = \vec{E} \cdot \vec{dl} + \vec{E}_{ct} \cdot \vec{dl}$. Учтем связь между I и \vec{j} , тогда

$\frac{I \rho dl}{S} = \vec{E} \cdot \vec{dl} + \vec{E}_{ct} \cdot \vec{dl}$. Проинтегрируем полученное выражение по длине участка цепи 1-2 и учтем, что сила постоянного тока во всех сечениях цепи одинакова. В результате получим:

$$I \int_1^2 \frac{\rho dl}{S} = \int_1^2 \vec{E} \cdot \vec{dl} + \int_1^2 \vec{E}_{ct} \cdot \vec{dl} (*).$$

Рассмотрим физический смысл всех слагаемых, входящих в последнее выражение. Первый интеграл, стоящий в правой части представляет собой работу электростатических сил по перемещению единичного положительного заряда вдоль участка цепи 1-2. $\int_1^2 \vec{E} \cdot \vec{dl} = \varphi_1 - \varphi_2$, где φ_1 и φ_2 — потенциалы в сечениях 1 и 2; $\varphi_1 - \varphi_2$ — падение потенциала вдоль участка цепи 1-2. Второй интеграл

правой части уравнения представляет собой ЭДС $\int_1^2 \vec{E}_{ct} \cdot \vec{dl} = \mathcal{E}_{12}$, действующую на выбранном участке 1-2. Интеграл, стоящий в левой части выражения представляет собой все электрическое сопротивление R_{12} участка 1-2, которое включает в себя и внутреннее сопротивление источника тока (r), действующего на нем и сопротивление цепи, не содержащей источника тока (R),

т.е. $R_{12} = R + r$. Таким образом, формулу (*) можно переписать в следующем

$$\text{виде: } I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R_{12}}.$$

Это уравнение является математической записью *обобщенного закона Ома* или *закона Ома для неоднородного участка цепи*. В случае замкнутой цепи

$$(\varphi_1 = \varphi_2, \quad \mathcal{E}_{12} = \mathcal{E}), \text{ закон Ома приобретает вид: } I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Ома выражает закон сохранения и превращения энергии применительно к участку цепи электрического тока.

Отметим, что вольтметр, подключенный параллельно какому-либо участку электрической цепи постоянного тока, измеряет разность потенциалов на концах этого участка цепи, а не напряжение (рассмотреть участок цепи, содержащий последовательно соединенное с источником тока сопротивление, а затем участок цепи вольтметра).

Пользуясь выражением обобщенного закона Ома необходимо соблюдать следующие правила знаков для ЭДС источников, включенных на участке цепи 1-2. Если напряженность поля сторонних сил в источнике совпадает с направлением обхода участка (т.е. внутри источника обход связан с перемещением от катода к аноду), то при подсчете ЭДС этого источника следует считать положительной, а в противном случае – отрицательной.

4.2.2.4 Закон Джоуля-Ленца

При прохождении тока по проводнику он нагревается. Английский физик Д. Джоуль в 1841 г. и независимо от него русский физик Э.Х. Ленц в 1842 г. экспериментально обнаружили, что количество теплоты (Q), выделяющегося в проводнике, пропорционально его сопротивлению, квадрату силы тока и времени его протекания: $Q = RI^2t$.

Это утверждение называется законом Джоуля–Ленца. Если сила тока изменяется со временем, то этот закон запишется в виде:

$$Q = \int_0^t Ri^2 dt.$$

Учитывая за-

кон Ома выражение для закона Джоуля–Ленца можно записать в виде:

$$Q = UI t = \frac{U^2}{R} t.$$

Закон Джоуля можно объяснить следующим образом. Рассмотрим неподвижный однородный металлический проводник, разность потенциалов на концах которого равна U . Тогда поле совершает работу dA по перемещению заряда dq , прошедшего по проводнику за время dt : $dA = Udq = Uidt$. Т.е. работа, совершенная полем за время t , определяется выражением:

$$A = \int_0^t Ri^2 dt = Q.$$

Формула определяет количество теплоты, выделившееся во всем проводнике.

От нее можно перейти к выражению, характеризующему выделение тепла в различных местах проводника. Для этого выделим (так же, как и в предыдущем параграфе) в окрестности выбранной точки проводника элементарный объем в виде прямого цилиндра, ось которого параллельна вектору плотности тока \vec{j} . Согласно закону Джоуля–Ленца за время dt выделится

$$dQ = Ri^2 dt = \frac{\rho dl}{dS} j^2 dS^2 dt = \rho j^2 dV dt \quad (dV = dl dS \text{ — объем выделенного цилиндра}).$$

Количество теплоты, выделившееся в единицу времени в единице объема

назовем удельной мощностью тока: $P_{уд} = \frac{dQ}{dV dt} = \rho j^2$. Учтем закон Ома в

дифференциальной форме, тогда последнее выражение примет вид:

$$P_{уд} = \sigma E^2.$$

Эта формула выражают закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме.

Количество теплоты, выделившееся в единицу времени, т.е. мощность тока:

$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}.$$

Плотность электрического тока в СИ выражается в джоулях

(Дж), мощность — в ваттах (Вт).

4.2.3 Классическая теория электропроводности металлов.

Классическую теорию электропроводности металлов разработали немецкий физик П. ДрUDE (1863–1906 гг.) и голландский физик Х. Лоренц (1853–1928 гг.).

Основные положения классической теории электропроводности сводятся к следующему:

Носителями тока в металлах служат электроны, которые рассматриваются как электронный газ, обладающий свойствами одноатомного идеального газа.

При соударении с ионами решетки электроны полностью теряют скорость упорядоченного движения.

Электроны одновременно принимают участие в тепловом движении, средняя скорость $\langle v \rangle$ которого определяется температурой проводника; величина ее при $T=273$ К составляет $\sim 10^5$ м/с, и в направленном движении, обусловленном электрическим полем, скорость такого движения $\langle u \rangle$ (скорость дрейфа электронов) на несколько порядков меньше $\langle v \rangle$. При самых больших значениях плотности тока, допустимых по технике безопасности в проводах, она, исходя из выражения для плотности тока $\vec{j} = qn\vec{u}$, имеет величину порядка 10^{-3} м/с.

Экспериментальной основой классической теории электропроводности послужили:

Опыты немецкого физика К. Рике (1845–1915 гг.). Он в течение года (1901 г) пропускал электрический ток через цепь, состоящую из трех последовательно расположенных цилиндров: медного, алюминиевого и снова медного.

Торцы их были тщательно отшлифованы и имели одинаковый диаметр. Общий заряд, прошедший за время эксперимента составлял порядка 3,5 МКл, однако никаких следов переноса вещества не было обнаружено. Отсюда следовало, что ионы металлов не принимают участие в переносе заряда. Носителями заряда служат частицы, присущие всем металлам, не связанные с раз-

личиями их физических и химических свойств. Такими частицами могли быть открытые в 1897 г. Томсоном электроны.

Для доказательства этого предположения необходимо было определить знак носителей заряда и их удельный заряд q/m . Идея такого опыта состоит в том, что при движении проводника, за которым следует резкое его торможение, носители проводника по инерции некоторое время еще продолжают двигаться вперед. Результатом такого движения должен быть импульс тока. По направлению тока можно определить знак носителей заряда. Этот эксперимент позволяет также найти и величину удельного заряда носителей. Идея эта была высказана в 1913 г. российскими, а затем — советскими физиками С.Л. Мандельштамом (1879–1944 гг.) и Н.Д. Папалекси (1881–1847 гг), они же их качественно осуществили: концы намотанного на катушку провода были подключены к неподвижной телефонной трубке. При быстрых крутильных колебаниях катушки вокруг ее оси в цепи появлялся переменный ток, вызывавший треск в телефонной трубке.

Американский физик Р.Толмен (1881-1948 гг.) и шотландский физик Стюарт в 1916 г. вместо телефонной трубки подключили гальванометр. В результате было показано, что носители тока имеют отрицательный заряд. Удельный заряд их для различных металлов оказался примерно одинаковым и близким к удельному заряду электронов, равному $\frac{e}{m} = 1,75882 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

Несмотря на то, что допущения Друде–Лоренца являются весьма приближенными, классическая электронная теория качественно объясняет законы электрического тока в металлических проводниках.

Закон Ома. В промежутке между соударениями на электрон действует сила, равная по модулю eE , в результате чего он приобретает ускорение $\frac{eE}{m}$. По-

этому к концу свободного пробега дрейфовая скорость электрона равна

$u = u_{\max} = \frac{eE}{m} \tau$, где τ – время свободного пробега, которое для упрощения

расчетов предполагается одинаковым для всех электронов. Среднее значение скорости дрейфа $\langle u \rangle$ равно половине максимального значения:

$$\langle u \rangle = \frac{1}{2} u_{\max} = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} \tau.$$

Рассмотрим проводник длины l и сечением S с концентрацией электронов n .

Ток в проводнике может быть записан в виде:

$$I = enS \langle u \rangle = \frac{1}{2} \frac{e^2 \tau n S}{m} E = \frac{e^2 \tau n S}{2ml} U, \text{ где } U = El - \text{напряжение на концах проводника.}$$

Полученная формула выражает закон Ома для металлического проводника.

Электрическое сопротивление проводника равно: $R = \frac{2m}{e^2 n \tau} \frac{l}{S}$, а удель-

ное сопротивление ρ и удельная проводимость σ выражаются соотношения-

$$\text{ми: } \rho = \frac{2m}{e^2 n \tau}; \quad \sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{e^2 n \tau}{2m}.$$

Учтем, что $\tau = \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle v \rangle}$, где $\langle \lambda \rangle$ — средняя длина свободного пробега электронов,

а $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ — средняя скорость теплового движения электронов; тогда по-

$$\text{лучим } \sigma = \frac{e^2 n \langle \lambda \rangle}{2m \langle v \rangle}.$$

Закон Джоуля–Ленца. К концу свободного пробега электроны приобретают

под действием поля кинетическую энергию $\frac{1}{2} m u_{\max}^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2 \tau^2}{m} E^2$.

Согласно сделанным предположениям, вся эта энергия передается решетке при соударении и переходит в тепло.

За время t каждый электрон испытывает t / τ соударений. В проводнике сечением S и длины l имеется nSl электронов. Отсюда следует, что выделяемое в

проводнике за время t тепло равно: $Q = \frac{nSl t}{\tau} \frac{e^2 \tau^2}{2m} E^2 = \frac{ne^2 \tau S}{2m l} U^2 t = \frac{U^2}{R} t$

Это соотношение выражает закон Джоуля–Ленца.

Таким образом, классическая электронная теория объясняет существование электрического сопротивления металлов, законы Ома и Джоуля–Ленца. Однако в ряде вопросов классическая электронная теория приводит к выводам, находящимся в противоречии с опытом.

Недостатки классической теории электропроводности металлов состоят в следующем:

Классическая электронная теория не может объяснить температурную зависимость удельного сопротивления металлов. Теория дает $\rho \sim \sqrt{T}$, в то время как из эксперимента получается зависимость $\rho \sim T$.

Эта теория не может, например, объяснить, почему молярная теплоемкость металлов, также как и молярная теплоемкость диэлектрических кристаллов, равна $3R$, где R — универсальная газовая постоянная (закон Дюлонга и Пти). Наличие свободных электронов не сказывается на величине теплоемкости металлов.

Возникли трудности при оценке средней длины свободного пробега $\langle \lambda \rangle$ электронов в металле. Согласно теории удельная электропроводность металлов $\sigma = \frac{e^2 n \langle \lambda \rangle}{2m \langle v \rangle}$. Чтобы получить согласующееся с экспериментом значение

удельной электропроводности, необходимо было предположить, что электрон проходит без соударений с ионами решетки сотни межузельных расстояний. Это предположение, однако, непонятно в рамках теории Дрude–Лоренца.

В 1853 г. немецкие физики Видеман и Франц экспериментально установили, что для всех металлов при одной и той же температуре отношение теплопроводности κ к удельной электрической проводимости σ одинаково. Дальнейшие исследования показали, что $\frac{\kappa}{\sigma} = \beta T$, это выражение называется *законом*

Видемана–Франца. С учетом распределения теплового движения электронов по статистике Максвелла–Больцмана, наблюдается количественное расхождение коэффициента пропорциональности β , полученного из эксперимента и

из теории Друде–Лоренца. Однако, качественно закон Видемана–Франца эта теория успешно объясняет.

Противоречия эксперимента и теории электропроводности металлов были устранены в 1928 г. А. Зоммерфельдом (1868-1951 гг.). Он учел квантовые свойства электронов: электронный газ подчиняется не классическому статистическому распределению Максвелла–Больцмана, а квантовому – Ферми–Дирака; движение электронов в металле рассматривается как распространение волн де Бройля, рассеивание которых на примесях и на флуктуациях плотности, возникающих в результате тепловых колебаний узлов решетки, и является причиной электрического сопротивления металлов.

4.3 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

4.3.1 Электрический ток в газах.

Плазма и ее практическое применение

Газы при не слишком высоких температурах и при давлениях, близких к атмосферному, являются хорошими изоляторами. Если поместить в сухой атмосферный воздух заряженный электромметр с хорошей изоляцией, то его заряд долго остается неизменным. Это объясняется тем, что газы при обычных условиях состоят из нейтральных атомов и молекул и не содержат свободных зарядов (электронов и ионов). Газ становится проводником электричества, когда некоторая часть его молекул ионизируется, т. е. произойдет расщепление нейтральных атомов и молекул на ионы и свободные электроны. Для этого газ надо подвергнуть действию какого-либо ионизатора (например, поднеся к заряженному электромметру пламя свечи, наблюдаем спад его заряда; здесь электропроводность газа вызвана нагреванием).

При ионизации газов, таким образом, под действием какого-либо ионизатора происходит вырывание из электронной оболочки атома или молекулы одного или нескольких электронов, что приводит к образованию свободных электронов и положительных ионов. Электроны могут присоединяться к ней-

тральным молекулам и атомам, превращая их в отрицательные ионы. Следовательно, в ионизованном газе имеются положительные и отрицательные ионы и свободные электроны. Прохождение электрического тока через газы называется **газовым разрядом**.

Ионизация газов может происходить под действием различных ионизаторов: сильный нагрев (столкновения быстрых молекул становятся настолько сильными, что они разбиваются на ионы), коротковолновое электромагнитное излучение (ультрафиолетовое, рентгеновское и γ -излучения), корпускулярное излучение (потоки электронов, протонов, α -частиц) и т. д. Для того чтобы выбить из молекулы (атома) один электрон, необходимо затратить определенную энергию, называемую энергией ионизации, значения которой для атомов различных веществ лежат в пределах $4 \div 25$ эВ.

Одновременно с процессом ионизации газа всегда идет и обратный процесс — процесс рекомбинации: положительные и отрицательные ионы, положительные ионы и электроны, встречаясь, воссоединяются между собой с образованием нейтральных атомов и молекул. Чем больше ионов возникает под действием ионизатора, тем интенсивнее идет и процесс рекомбинации.

Строго говоря, электропроводность газа нулю не равна никогда, так как в нем всегда имеются свободные заряды, образующиеся в результате действия на газы излучения радиоактивных веществ, имеющих на поверхности Земли, а также космического излучения. Эта незначительная электропроводность воздуха (интенсивность ионизации под действием указанных факторов невелика) служит причиной утечки зарядов наэлектризованных тел даже при хорошей их изоляции.

Характер газового разряда определяется составом газа, его температурой и давлением, размерами, конфигурацией и материалом электродов, приложенным напряжением, плотностью тока. Рассмотрим цепь, содержащую газовый промежуток (рис. 4.3), подвергающийся непрерывному, постоянному по интенсивности воздействию ионизатора.

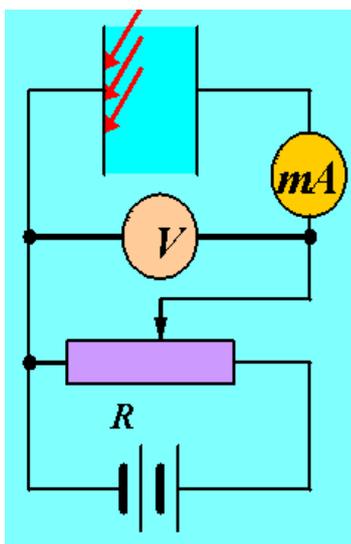


Рис. 4.3. Электрическая схема для исследования газового разряда.

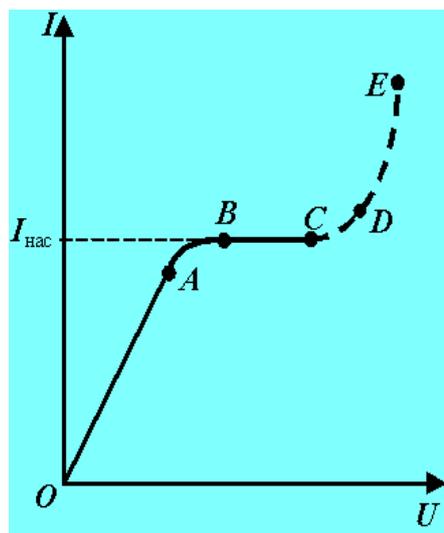


Рис. 4.4. Вольт-амперная характеристика газового разряда.

В результате действия ионизатора газ приобретает некоторую электропроводность и в цепи потечет ток, зависимость которого от приложенного напряжения дана на рис. 4.4.

На участке кривой OA сила тока возрастает пропорционально напряжению, т. е. выполняется закон Ома. При дальнейшем увеличении напряжения закон Ома нарушается: рост силы тока замедляется (участок AB) и наконец прекращается совсем (участок BC). Это достигается в том случае, когда ионы и электроны, создаваемые внешним ионизатором за единицу времени, за это же время достигают электродов. В результате получаем ток насыщения ($I_{\text{нас}}$), значение которого определяется мощностью ионизатора. Ток насыщения, таким образом, является мерой ионизирующего действия ионизатора. Если в режиме OC прекратить действие ионизатора, то прекращается и разряд. Разряды, существующие только под действием внешних ионизаторов, называются несамостоятельными. При дальнейшем увеличении напряжения между электродами сила тока вначале медленно (участок CD), а затем резко (участок DE) возрастает.

Разряд в газе, сохраняющийся после прекращения действия внешнего ионизатора, называется самостоятельным. Рассмотрим условия возникновения самостоятельного разряда. При больших напряжениях возникающие под действием внешнего ионизатора электроны, сильно ускоренные электрическим

полем, сталкиваясь с нейтральными молекулами газа, ионизируют их, в результате чего образуются вторичные электроны и положительные ионы. Положительные ионы движутся к катоду, а электроны — к аноду. Вторичные электроны вновь ионизируют молекулы газа, и, следовательно, общее количество электронов и ионов будет возрастать по мере продвижения электронов к аноду лавинообразно. Это является причиной увеличения электрического тока на участке CD. Описанный процесс называется ударной ионизацией.

Наконец, при значительных напряжениях между электродами газового промежутка наступает момент, когда положительные ионы, обладающие меньшей длиной свободного пробега, чем электроны, приобретают энергию, достаточную для ионизации молекул газа, и к отрицательной пластине устремляются ионные лавины. Когда возникают кроме электронных лавин еще и ионные, сила тока растет уже практически без увеличения напряжения (участок DE). Лавинообразное размножение электронов и ионов приводит к тому, что разряд становится самостоятельным, т. е. сохраняется после прекращения действия внешнего ионизатора. Напряжение, при котором возникает самостоятельный разряд, называется напряжением пробоя. В зависимости от давления газа, конфигурации электродов, параметров внешней цепи можно говорить о четырех типах самостоятельного разряда: тлеющем, искровом, дуговом и коронном.

1. Тлеющий разряд возникает при низких давлениях (<10 кПа). Тлеющий разряд широко используется в технике. Так как свечение имеет характерный для каждого газа цвет, то его используют в газосветных трубках для светящихся надписей и реклам (например, неоновые газоразрядные трубки дают красное свечение, аргоновые — синевато-зеленое). В лампах дневного света, более экономичных, чем лампы накаливания, излучение тлеющего разряда, происходящее в парах ртути, поглощается нанесенным на внутреннюю поверхность трубки флуоресцирующим веществом (люминофором), начинающим под воздействием поглощенного излучения светиться. Спектр свечения

при соответствующем подборе люминофоров близок к спектру солнечного излучения. Тлеющий разряд используется для катодного напыления металлов. Вещество катода в тлеющем разряде вследствие бомбардировки положительными ионами, сильно нагреваясь, переходит в парообразное состояние. Помещая вблизи катода различные предметы, их можно покрыть равномерным слоем металла.

2. Искровой разряд возникает при больших напряженностях электрического поля ($\sim 3 \cdot 10^6$ В/м) в газе, находящемся под давлением порядка атмосферного. Искра имеет вид ярко светящегося тонкого канала, сложным образом изогнутого и разветвленного.

Искровой разряд используется для воспламенения горючей смеси в двигателях внутреннего сгорания и предохранения электрических линий передачи от перенапряжений (искровые разрядники). При малой длине разрядного промежутка искровой разряд вызывает разрушение (эрозию) поверхности металла, поэтому он применяется для электроискровой точной обработки металлов (резание, сверление). Его используют в спектральном анализе для регистрации заряженных частиц (искровые счетчики).

3. Дуговой разряд. Если после зажигания искрового разряда от мощного источника постепенно уменьшать расстояние между электродами, то разряд становится непрерывным — возникает дуговой разряд. При этом сила тока резко возрастает, достигая сотен ампер, а напряжение на разрядном промежутке падает до нескольких десятков вольт. Дуговой разряд можно получить от источника низкого напряжения, минуя стадию искры. Для этого электроды (например, угольные) сближают до соприкосновения, они сильно раскаляются электрическим током, потом их разводят и получают электрическую дугу (именно так она была открыта В. В. Петровым). При атмосферном давлении температура катода приблизительно равна 3900 К. По мере горения дуги угольный катод заостряется, а на аноде образуется углубление — кратер, являющийся наиболее горячим местом дуги. По современным представлениям, дуговой разряд поддерживается за счет высокой температуры катода

из-за интенсивной термоэлектронной эмиссии, а также термической ионизации молекул, обусловленной высокой температурой газа.

Дуговой разряд находит широкое применение в народном хозяйстве для сварки и резки металлов, получения высококачественных сталей (дуговая печь) и освещения (прожекторы, проекционная аппаратура). Широко применяются также дуговые лампы с ртутными электродами в кварцевых баллонах, где дуговой разряд возникает в ртутном паре при откачанном воздухе. Дуга, возникающая в ртутном паре, является мощным источником ультрафиолетового излучения и используется в медицине (например, кварцевые лампы).

Дуговой разряд при низких давлениях в парах ртути используется в ртутных выпрямителях для выпрямления переменного тока.

4. Коронный разряд — высоковольтный электрический разряд при высоком (например, атмосферном) давлении в резко неоднородном поле вблизи электродов с большой кривизной поверхности (например, острия). Когда напряженность поля вблизи острия достигает 30 кВ/см , то вокруг него возникает свечение, имеющее вид короны, чем и вызвано название этого вида разряда. В зависимости от знака коронирующего электрода различают отрицательную или положительную корону. В случае отрицательной короны рождение электронов, вызывающих ударную ионизацию молекул газа, происходит за счет эмиссии их из катода под действием положительных ионов, в случае положительной — вследствие ионизации газа вблизи анода. В естественных условиях корона возникает под влиянием атмосферного электричества у вершин мачт (на этом основано действие молниеотводов), деревьев (это явление получило в древности название огня святого Эльма). Вредное действие короны вокруг проводов высоковольтных линий передачи проявляется в возникновении вредных токов утечки. Для их снижения провода высоковольтных линий делают толстыми. Коронный разряд, являясь прерывистым, становится также источником радиопомех.

Используется коронный разряд в электрофильтрах, применяемых для очистки промышленных газов от примесей. Газ, подвергаемый очистке, движется

снизу вверх в вертикальном цилиндре, по оси которого расположена коронирующая проволока. Ионы, имеющиеся в большом количестве во внешней части короны, оседают на частицах примеси и увлекаются полем к внешнему некоронирующему электроду и на нем оседают. Коронный разряд применяется также при нанесении порошковых и лакокрасочных покрытий.

Плазма и ее свойства

Плазмой называется сильно ионизованный газ, в котором концентрации положительных и отрицательных зарядов практически одинаковы. Различают высокотемпературную плазму, возникающую при сверхвысоких температурах, и газоразрядную плазму, возникающую при газовом разряде. Плазма характеризуется степенью ионизации α — отношением числа ионизованных частиц к полному их числу в единице объема плазмы. В зависимости от величины α говорят о слабо (α составляет доли процента), умеренно (α — несколько процентов) и полностью (α близко к 100 %) ионизованной плазме. Заряженные частицы (электроны, ионы) газоразрядной плазмы, находясь в ускоряющем электрическом поле, обладают различной средней кинетической энергией. Это означает, что температура T_e электронного газа одна, а ионного T_i — другая, причем $T_e > T_i$. Несоответствие этих температур указывает на то, что газоразрядная плазма является неравновесной, поэтому она называется также неизотермической. Убыль числа заряженных частиц в процессе рекомбинации в газоразрядной плазме восполняется ударной ионизацией электронами, ускоренными электрическим полем. Прекращение действия электрического поля приводит к исчезновению газоразрядной плазмы.

Высокотемпературная плазма является равновесной, или изотермической, т. е. при определенной температуре убыль числа заряженных частиц восполняется в результате термической ионизации. В такой плазме соблюдается равенство средних кинетических энергий составляющих плазму различных частиц. В состоянии подобной плазмы находятся звезды, звездные атмосферы, Солнце. Их температура достигает десятков миллионов градусов.

Плазма обладает следующими основными свойствами: высокой степенью ионизации газа, в пределе — полной ионизацией; равенством нулю результирующего пространственного заряда (концентрация положительных и отрицательных частиц в плазме практически одинакова); большой электропроводностью, причем ток в плазме создается в основном электронами, как наиболее подвижными частицами; свечением; сильным взаимодействием с электрическим и магнитным полями; колебаниями электронов в плазме с большой частотой ($\sim 10^8$ Гц), вызывающими общее вибрационное состояние плазмы; «коллективным» — одновременным взаимодействием громадного числа частиц (в обычных газах частицы взаимодействуют друг с другом парно). Эти свойства определяют качественное своеобразие плазмы, позволяющее считать ее особым, четвертым, состоянием вещества.

Изучение физических свойств плазмы позволяет, с одной стороны, решать многие проблемы астрофизики, поскольку в космическом пространстве плазма — наиболее распространенное состояние вещества, а с другой — открывает принципиальные возможности осуществления управляемого термоядерного синтеза. Основным объектом исследований по управляемому термоядерному синтезу является высокотемпературная плазма ($\sim 10^8$ К) из дейтерия и трития.

Низкотемпературная плазма ($< 10^5$ К) применяется в газовых лазерах, в термоэлектронных преобразователях и магнитогидродинамических генераторах (МГД-генераторах) — установках для непосредственного преобразования тепловой энергии в электрическую, в плазменных ракетных двигателях, весьма перспективных для длительных космических полетов. Низкотемпературная плазма, получаемая в плазмотронах, используется для резки и сварки металлов, для получения некоторых химических соединений (например, галогенидов инертных газов), которые не удается получить другими способами) и т. д.

5 МАТЕРИАЛЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

5.1 МАТЕРИАЛЫ К ЛЕКЦИИ

План лекции

1. Электрический ток (определение, единицы измерения). Характеристики электрического тока (сила тока, плотность тока, поток вектора плотности тока).
2. Сторонние силы. Электродвижущая сила, падение напряжения и связь между ними.
3. Закон Ома в интегральной и дифференциальной формах. Сопротивление проводников. Закон Джоуля–Ленца.
4. Классическая теория электропроводности металлов (опытное обоснование, вывод законов Ома и Джоуля–Ленца, недостатки теории).

Вопросы для самоконтроля

1 уровень усвоения

1. Назовите условия возникновения и существования электрического тока.
2. Что называется силой тока? плотностью тока? Каковы их единицы? (Дать определения.)
3. Что такое сторонние силы? Какова их природа?
4. В чем заключается физический смысл электродвижущей силы, действующей в цепи? напряжения? разности потенциалов?
5. Сформулируйте и запишите закон Ома для однородного участка цепи.
6. Какова связь между сопротивлением и проводимостью, удельным сопротивлением и удельной проводимостью? Каковы их единицы? (Дать определения.)
7. На чем основано действие термометров сопротивления?
8. В чем заключается явление сверхпроводимости? Каковы его перспективы?
9. Сформулируйте и запишите закон Джоуля–Ленца.

10. В чем заключается физический смысл удельной тепловой мощности тока?
11. Какие опыты были поставлены для выяснения природы носителей электрического тока в металлах?
12. Каковы основные идеи теории Друде — Лоренца?
13. Почему тепловое движение электронов не может привести к возникновению электрического тока?

II уровень усвоения

14. Как, зная плотность тока в каждой точке некоторой поверхности, найти силу тока, текущего через эту поверхность?
15. Почему напряжение является обобщенным понятием разности потенциалов?
16. Какую роль играют силы электрического поля и сторонние силы в процессе выделения тепла в замкнутой цепи?
17. Выведите законы Ома и Джоуля—Ленца в дифференциальной форме.
18. Проанализируйте обобщенный закон Ома. Какие частные законы можно из него получить?
19. Сравните порядок средних скоростей теплового и упорядоченного движения электронов в металлах (при условиях, близких к нормальным и приемлемых в электротехнике).
20. Выведите на основе классической теории электропроводности металлов дифференциальную форму законов Ома и Джоуля—Ленца.
21. Как классическая теория электропроводности металлов объясняет зависимость сопротивления металлов от температуры?
22. В чем заключаются трудности элементарной классической теории электропроводности металлов? Каковы границы ее применения?

III уровень усвоения

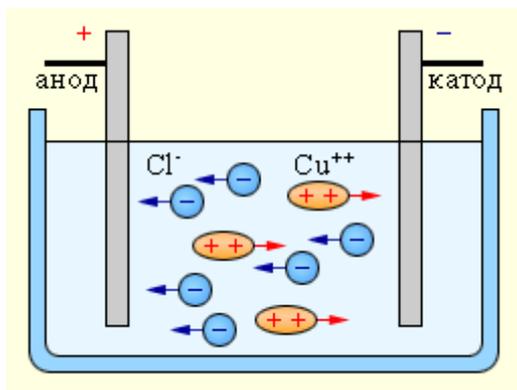
23. Можно ли вместо вольтметра пользоваться электрометром для измерения напряжения? Если можно, то как его нужно включать и как градуировать?
24. Вольтметр со шкалой 0–120 В имеет сопротивление 12000 Ом. Какое сопротивление и каким способом нужно приключить к этому вольтметру, чтобы им можно было измерять напряжение до 240 В? Начертите схему включения.
25. Для освещения елки от сети в 220 В хотят использовать гирлянды маленьких лампочек, рассчитанные на напряжение в 110 В, включив их последовательно. Можно ли сделать это *а)* если гирлянды одинаковы, *б)* если одна гирлянда составлена из 6-вольтовых, а другая из 8-вольтовых ламп одинаковой мощности? *в)* если гирлянды составлены из 6-вольтовых и 8-вольтовых ламп различной мощности, подобранных так, чтобы общая мощность, потребляемая каждой из гирлянд, была одной и той же?

5.2 МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Задание 1. Получить (законспектировать) выражение для удельной электрической проводимости электролита.

Электролитами принято называть проводящие среды, в которых протекание электрического тока сопровождается переносом вещества. Носителями свободных зарядов в электролитах являются положительно и отрицательно заряженные ионы. К электролитам относятся многие соединения металлов с металлоидами в расплавленном состоянии, а также некоторые твердые вещества. Однако основными представителями электролитов, широко используемыми в технике, являются водные растворы неорганических кислот, солей и оснований.

Прохождение электрического тока через электролит сопровождается выделением веществ на электродах. Это явление получило название электролиза.



Электрический ток в электролитах представляет собой перемещение ионов обоих знаков в противоположных направлениях. Положительные ионы движутся к отрицательному электроду (катоде), отрицательные ионы – к положительному электроду (аноду). Ионы обоих знаков появляются в

водных растворах солей, кислот и щелочей в результате расщепления части нейтральных молекул. Это явление называется электролитической диссоциацией. Например, хлорид меди CuCl_2 диссоциирует в водном растворе на ионы меди и хлора: $\text{CuCl}_2 \rightleftharpoons \text{Cu}^{++} + 2\text{Cl}^-$

При подключении электродов к источнику тока ионы под действием электрического поля начинают упорядоченное движение: положительные ионы меди движутся к катоду, а отрицательно заряженные ионы хлора – к аноду (см. рисунок).

Достигнув катода, ионы меди нейтрализуются избыточными электронами катода и превращаются в нейтральные атомы, оседающие на катоде. Ионы хлора, достигнув анода, отдают по одному электрону. После этого нейтральные атомы хлора соединяются попарно и образуют молекулы хлора Cl_2 . Хлор выделяется на аноде в виде пузырьков.

Наряду с диссоциацией молекул происходит и обратный процесс – воссоединение ионов при их столкновениях (рекомбинация). При каждой температуре устанавливается определенное равновесное состояние, при котором число ионов в единице объема приблизительно постоянно. Отношение концентрации ионов (n) к концентрации молекул растворенного вещества (n_0) $\alpha = \frac{n}{n_0}$

называется коэффициентом диссоциации; он показывает, какая доля молекул растворенного вещества распалась. Коэффициент диссоциации зависит от

концентрации раствора, от рода растворителя и от температуры. С повышением температуры α увеличивается. Молекулы растворителя обволакивают ион, образуя вокруг него сольватную оболочку. Это, во-первых затрудняет рекомбинацию ионов, во-вторых затрудняет движение ионов – фактически в растворе движется сольват – шарик, состоящий из иона и сольватной оболочки вокруг него.

При наличии внешнего электрического поля плотность тока в электролите определяется выражением: $j = q^+ n^+ u^+ + q^- n^- u^-$, где q^+, q^- - величина зарядов положительных и отрицательных ионов, n^+, n^- - их концентрация, u^+, u^- - их скорости направленного движения. Из закона сохранения электрического заряда следует $q^+ n^+ = q^- n^- = qn$, и плотность тока $j = qn(u^+ + u^-)$.

Скорость упорядоченного движения сольвата можно найти из следующих соображений. В электрическом поле на сольват вдоль направления движения действуют электрическая сила $F_e = qE$ и сила внутреннего трения жидкости $F_c = 6\pi\eta r u$, где r - радиус сольвата, η - коэффициент вязкости жидкости.

При установившемся движении $F_e = F_c$, откуда $u = \frac{q}{6\pi\eta r} E = bE$, где

$b = \frac{q}{6\pi\eta r}$ - подвижность иона.

Выражение для плотности тока принимает вид $j = qn(b^+ + b^-)E$. Отсюда следует, что для электролитов также выполняется закон Ома $j = \sigma E$, где удельная электропроводность $\sigma = qn(b^+ + b^-) = \alpha qn_0(b^+ + b^-)$. Удельное сопротивление электролита $\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\alpha qn_0(b^+ + b^-)}$. С повышением температуры сопротивление электролита довольно быстро убывает, поскольку возрастает степень диссоциации и уменьшается вязкость электролита.

Вопросы для самоконтроля

I уровень усвоения

1. Какие вещества называются электролитами?
2. Какими носителями электрического заряда создается электрический ток в растворах или расплавах электролитов?
3. Как происходит процесс электролитической диссоциации молекул?
4. Что называется коэффициентом диссоциации и от чего он зависит?
5. Какой процесс называется рекомбинацией?
6. Что называется подвижностью иона? В каких единицах она измеряется?
7. Одинаковая ли подвижность положительных и отрицательных ионов в электролитах? Ответ поясните.
8. Чему равна удельная электропроводность электролита?

II уровень усвоения

9. Как зависит сопротивление электролита от температуры? Какими причинами обусловлена эта зависимость?
10. Может ли в электролите наблюдаться явление сверхпроводимости?
11. Выполняется ли для электролита закон Ома?

III уровень усвоения

12. Почему вокруг электролита, например, вокруг раствора поваренной соли, нет электрического поля и он представляется нам незаряженным, хотя внутри него имеются заряженные ионы?
13. Для определения знака полюсов источника употребляют «полюсоискатели», представляющие собой стеклянную ампулу с двумя введенными в нее проволоками. Ампулу заполняют раствором поваренной соли с добавленным к нему фенолфталеином, краснеющим под действием щелочи. На каком из полюсов будет появляться красная окраска?

Задание 2.

Примеры решения задач.

I уровень

Пример 1. Определить плотность тока j в алюминиевой проволоке длиной $l = 20$ м, находящейся под напряжением $U = 5,06$ В. Удельное сопротивление алюминия $\rho = 2,53 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

Решение

По закону Ома в дифференциальной форме $j = \sigma E$, где E — напряженность поля в проволоке $E = \frac{U}{l}$.

Решая совместно уравнения, получим $j = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{U}{l}$.

Подставляя числовые значения в СИ, получим: $j = \frac{5,6}{2,53 \cdot 10^{-8} \cdot 20} = 10^7$ А/м²

Пример 2. Аккумулятор с внутренним сопротивлением $r = 0,08$ Ом при токе $I_1 = 4,0$ А отдает нагрузке мощность $P_1 = 8,0$ Вт. Какую мощность отдает аккумулятор во внешнюю цепь при токе $I_2 = 6,0$ А?

Решение

При токе I_1 мощность P_1 , отдаваемая аккумулятором во внешнюю цепь, равна $P_1 = \mathcal{E}I_1 - I_1^2 r$, где \mathcal{E} — ЭДС аккумулятора; произведение $\mathcal{E}I_1$ есть полная мощность, развиваемая аккумулятором; $I_1^2 r$ — мощность, рассеиваемая на внутреннем сопротивлении.

Аналогично во втором случае мощность P_2 , отдаваемая аккумулятором во внешнюю цепь при токе I_2 , равна $P_2 = \mathcal{E}I_2 - I_2^2 r$.

Исключая из этих соотношений ЭДС аккумулятора \mathcal{E} , получим:

$$P_2 = \left(P_1 + I_1^2 r \right) \frac{I_2}{I_1} - I_2^2 r = 11 \text{ Вт.}$$

II уровень

Пример 3. Пространство между пластинами плоского конденсатора имеет объем $V = 375 \text{ см}^3$ и заполнено водородом, который частично ионизирован. Площадь пластины $S = 250 \text{ см}^2$. При каком напряжении U сила тока достигает значения $I = 2 \text{ мкА}$, если концентрация ионов равна $n = 5,3 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$, подвижность ионов $b^+ = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$, $b^- = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$.

Решение

Напряжение на пластинах конденсатора U и расстояние между ними d связано с напряженностью поля E соотношением: $U = \frac{E}{d}$.

Плотность тока в газе выражается формулой $j = nq(b^+ + b^-)E$. Поскольку

$$j = \frac{I}{S} \quad d = \frac{V}{S}, \text{ то } \frac{I}{S} = nq(b^+ + b^-) \frac{US}{V} \text{ и } U = \frac{IV}{nq(b^+ + b^-)S^2}.$$

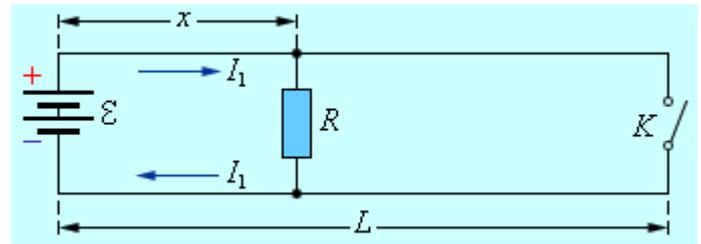
Подстановка числовых значений дает

$$U = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3,75 \cdot 10^{-4}}{5,3 \cdot 10^{13} \cdot (5,4 \cdot 7,4) \cdot 10^{-4} \cdot (2,5 \cdot 10^{-2})^2} = 110 \text{ В}.$$

Пример 4. Чтобы определить место повреждения изоляции двухпроводного кабеля телефонной линии длиной $L = 4 \text{ км}$, к одному ее концу подсоединили батарею с ЭДС $\mathcal{E} = 15 \text{ В}$. При этом оказалось, что если провода у другого конца линии разомкнуть, ток через батарею равен $I_1 = 1 \text{ А}$, а если замкнуты накоротко, то ток через батарею равен $I_2 = 1,8 \text{ А}$. Определите по этим данным место повреждения и сопротивление R изоляции в этом месте. Сопротивление каждого провода линии $R_0 = 5 \text{ Ом}$. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

Решение

Нарушение изоляции в каком-либо месте линии эквивалентно включению в этом месте резистора с некоторым



сопротивлением R (см. рис.). Если конец линии разомкнут, то согласно зако-

ну Ома, $\mathcal{E} = (2x\rho + R)I_1$, откуда $x = \frac{\mathcal{E}}{2\rho I_1} - \frac{R}{2\rho}$. Здесь $\rho = R_0 / L = 1,25$ Ом/км –

сопротивление единицы длины провода, x – расстояние до поврежденного участка.

При замыкании ключа K на конец линии параллельно сопротивлению R подключается короткозамкнутый участок линии. Закон Ома для этого случая да-

$$\text{ет: } \mathcal{E} = \left[2x\rho + \frac{R \cdot 2(L-x)\rho}{R + 2(L-x)\rho} \right] I_2.$$

Подставив в эту формулу выражение для x , получим квадратное уравнение для определения R :

$$I_2 R^2 - 2\mathcal{E} \left(\frac{I_2}{I_1} - 1 \right) R + \left(\frac{I_2}{I_1} - 1 \right) \left(\frac{\mathcal{E}}{I_1^2} - 2L\rho \mathcal{E} \right) = 0.$$

Подстановка данных задачи (в системе СИ) в коэффициенты уравнения приводит к уравнению: $1,8R^2 - 24R + 60 = 0$, решение которого дает $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 3,3$ Ом

Соответствующие значения координаты x точки повреждения:

$$x_1 = 2 \text{ км}, \quad x_2 = 4,7 \text{ км}.$$

Очевидно, что значение $x_2 = 4,7$ км не соответствует условию задачи, так как вся длина линии $L = 4$ км. Следовательно, не подходит и второе значение $R_2 = 3,3$ Ом. Таким образом, в соответствии с условием задачи, повреждение изоляции произошло точно посередине линии ($x = 2$ км), а сопротивление изоляции в этом месте стало равным $R = 10$ Ом.

Задачи для закрепления материала

I уровень

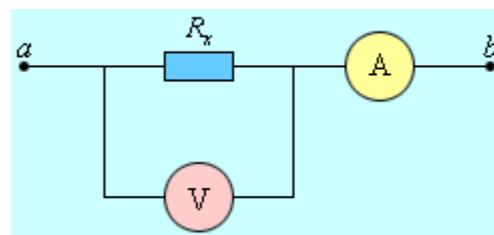
1. Сколько электронов n проходит за секунду через единицу площади поперечного сечения алюминиевой проволоки ($\rho = 2,53 \cdot 10^{-8}$ Ом·м) длиной $l = 20$ м, находящейся под напряжением $U = 10$ В? [Ответ: $n = 1,1 \cdot 10^{26}$ м⁻²с⁻¹].
2. Вольтметр, включенный в сеть последовательно с сопротивлением R_1 , показал напряжение $U_1 = 198$ В, а при включении последовательно с сопротивлением $R_2 = 2$ Ом, $U_2 = 180$ В. Определить сопротивление R_1 и напряжение в сети U , если сопротивление вольтметра $r = 900$ Ом. [Ответ: $R_1 = 100$ Ом, $U = 220$ В].

II уровень

3. Оцените среднюю дрейфовую скорость $\langle u \rangle$ электронов в медной проволоке радиусом $r = 0,8$ мм, по которой течет ток $I = 1$ А, в предположении, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон. Плотность меди $\rho_{\text{Cu}} = 8,93$ г/см³, молярная масса меди $M_{\text{Cu}} = 63,5$ г/моль, число Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹, заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. [Ответ:

$$\langle u \rangle = \frac{I}{\pi r^2 n e} \approx 3,7 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}.$$

4. Для измерения неизвестного сопротивления R_x резистор был включен в электрическую цепь (см. рис.) параллельно с неидеальным вольтметром, имеющим внутреннее сопротивление $R_B = 5$ кОм, и последовательно с неидеальным амперметром, сопротивление которого $R_A = 2,0$ Ом. Вольтметр показал напряжение $U = 12,0$ В, показания амперметра – $I = 0,10$ А. Определите



$$R_x. \text{ [Ответ: } R_x = \frac{R_B U}{R_B I - U} = 123 \text{ Ом].}$$

Задачи для индивидуальных заданий

В квадратных скобках даны номера задач по книге «Ветрова В.Т. Сборник задач по физике: С индивидуал. заданиями: Учеб. пособие для вузов. — Мн.: Выш. шк., 1991. — 386 с.: ил.». Там же Вы найдете ответы ко всем задачам.

I уровень

Задача 2.1 [11.1]. Заряженная частица влетает в плоский конденсатор с горизонтально расположенными пластинами параллельно его пластинам со скоростью v_x . Напряженность поля в конденсаторе — E , длина пластин конденсатора — l . Частица вылетает из конденсатора с некоторой скоростью v , отклонившись от горизонтального направления на угол α . Определить искомые величины согласно номеру задания.

Номер задания	Движущаяся частица	v_x , м/с	E , В/м	l , м	v , м/с	α , град
1	Электрон	10^7	10^4	0,05	?	?
2		10^7	10^4	?	?	30
3		?	10^3	?	10^6	45
4		?	?	0,1	10^6	60
5	Протон	10^6	$5 \cdot 10^4$	0,1	?	?
6		10^6	$5 \cdot 10^4$?	?	60
7		?	10^4	?	10^5	30
8		?	?	0,1	10^5	45
9	Позитрон	10^7	10^4	0,05	?	?
10		10^7	10^4	?	?	45
11		?	100	?	10^6	60
12		?	?	0,1	10^7	30
13	Электрон	10^6	500	0,1	?	?
14		10^6	500	?	?	45
15		?	100	?	10^6	60
16		?	?	0,1	10^6	30
17	Протон	10^5	10^4	0,05	?	?
18		10^5	10^3	?	?	30
19		?	10^3	?	10^5	45
20		?	?	0,1	10^6	60
21	Позитрон	10^6	500	0,1	?	?
22		10^6	500	?	?	60
23		?	100	?	10^6	30
24		?	?	0,1	10^6	45
25	α -частица	10^5	10^4	0,1	?	?
26		10^5	10^4	?	?	30
27		?	10^4	?	10^5	45
28		?	?	0,1	10^5	60

Задача 2.2 [11.3]. Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $i = f(t)$. Какое количество электричества проходит через поперечное сечение проводника за время от t_1 до t_2 ? При какой силе постоянного тока I через поперечное сечение проводника за это же время проходит такое же количество электричества? Построить график зависимости $q = f(t)$.

Номер задания	$i = f(t)$	$t_1, \text{с}$	$t_2, \text{с}$
1		1	2
2		1	3
3	$i = 4 + 2t$	1	4
4		1	5
5		0	2
6		0	3
7	$i = 3t^2 + 1$	0	4
8		0	5
9		2	3
10		2	4
11	$i = t + 3t^2$	2	5
12		2	6
13		1	2
14		1	3
15	$i = 2 + 6t$	1	4
16		1	5
17		0	2
18		0	3
19	$i = 5 + t$	0	4
20		0	5
21		1	2
22		1	3
23	$i = 2t + 3t^2$	1	4
24		1	5
25		2	3
26		2	4
27	$i = 3 + 4t$	2	5
28		2	6

Задача 2.3 [11.5]. Определить силу тока, показываемую амперметром в схеме. Напряжение на зажимах элемента в замкнутой цепи равно U . Сопротивления R_1, R_2, R_3 известны. Сопротивлением амперметра пренебречь.

Номер задания	Схема	U В	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом
1		2,1	5	6	3
2		3,0	7	2	3
3		4,2	6	4	6
4		2,8	3	4	9
5		4,0	4	8	12
6		12,0	10	6	8
7		20,0	8	7	6
8		8,0	12	10	8
9		5,0	7	3	8
10		10,0	14	5	6
11		2,5	8	5	12
12		2,0	6	4	10
13		4,0	4	8	12
14		2,5	6	3	9
15		1,2	8	2	6
16		3,6	4	5	10
17		12,0	2	4	8
18		20,0	6	8	10
19		8,0	8	6	4
20		6,0	12	5	10
21		2,2	4	2	6
22		3,6	6	10	4
23		4,8	10	8	12
24		6,0	14	6	8
25		4,0	6	4	10
26		6,2	8	6	4
27		10,0	10	4	8
28		8,4	12	10	6

Задача 2.4 [11.6]. Для нагревания воды массой m от температуры t_1 до кипения нагреватель потребляет W электрической энергии. КПД нагревателя равен η . Определить неизвестную величину.

Номер задания	m , кг	t_1 , °С	W , кДж	η , %
1	?	30	1257	80
2	2,2	?	921,8	58
3	2,38	23	?	77
4	2	20	838	?
5	?	20	900	74,5
6	1,8	?	754,2	67
7	3,58	45	?	55
8	3	40	1250	?
9	?	25	1400	78,6
10	1,6	?	670,4	83
11	3,58	28	?	72
12	2,5	30	1047,5	?
13	?	42	1676	58
14	1,25	?	523,75	66
15	2,86	22	?	78
16	1,8	25	754,2	?
17	?	22	1257	78
18	2,3	?	963,7	81
19	2,34	26	?	74
20	1,5	0	1047,5	?
21	?	32	502,8	68
22	1,5	?	628,5	79
23	1,98	18	?	82
24	2	10	1676	?
25	?	27	712,3	73
26	0,8	?	335,2	84
27	1,43	10	?	60
28	0,5	12	419	?

Задача 2.5 [11.9]. Трубка длиной l с газом, ионизированным так, что в 1 см^3 находится n пар ионов, обладает сопротивлением R . Ионы одновалентны. Подвижность положительных ионов равна b^+ , отрицательных — b^- . Поперечное сечение трубки — S . Определить неизвестную величину согласно номеру задания.

Номер задания	$l, \text{ м}$	$S, \text{ мм}^2$	$n, \text{ см}^{-3}$	$R, \text{ Ом}$	$b^+, \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$	$b^-, \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$
1	?	5	$2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^{14}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$	$2,9 \cdot 10^{-4}$
2	0,6	?	$3 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^{14}$	$0,7 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$
3	0,48	4	?	$3 \cdot 10^{14}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-4}$
4	0,84	5	$1 \cdot 10^7$?	$1,3 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$
5	?	2	$4 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^{14}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$
6	0,9	?	$3 \cdot 10^7$	$1,5 \cdot 10^{14}$	$0,9 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
7	0,8	10	?	$2 \cdot 10^{14}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-4}$
8	1,2	4	$20 \cdot 10^7$?	$0,1 \cdot 10^{-4}$	$0,19 \cdot 10^{-4}$
9	?	5	$1 \cdot 10^7$	$4 \cdot 10^{14}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-4}$
10	1,2	?	$4 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^{14}$	$0,9 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$
11	1,8	2	?	$3 \cdot 10^{14}$	$0,7 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$
12	0,6	3	$2 \cdot 10^7$?	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$
13	?	4	$1 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^{14}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$	$2,9 \cdot 10^{-4}$
14	1,2	?	$3 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^{14}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-4}$
15	0,8	2	?	$0,04 \cdot 10^{14}$	$0,6 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$
16	1,6	10	$4 \cdot 10^7$?	$0,8 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$
17	?	4	$2 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^{14}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$
18	0,8	?	$1 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^{14}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$2,4 \cdot 10^{-4}$
19	1,2	2	?	$0,03 \cdot 10^{14}$	$0,9 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
20	0,9	3	$1 \cdot 10^7$?	$1,3 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$
21	?	5	$2 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^{14}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$
22	0,6	?	$2 \cdot 10^7$	$1,5 \cdot 10^{14}$	$0,7 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$
23	0,8	4	?	$1 \cdot 10^{14}$	$0,8 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$
24	1,2	10	$3 \cdot 10^7$?	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$
25	?	3	$1 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^{14}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$
26	0,9	?	$3 \cdot 10^7$	$1,5 \cdot 10^{14}$	$0,9 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
27	0,8	4	?	$5 \cdot 10^{14}$	$0,6 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$
28	1,0	5	$2 \cdot 10^7$?	$2,3 \cdot 10^{-4}$	$2,7 \cdot 10^{-4}$

II уровень

Задача 2.6 [11.2]. В электронно-лучевой трубке пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов U , при прохождении через незаряженный горизонтальный плоский конденсатор параллельно его пластинам дает светящееся пятно на экране осциллографа, расположенном на расстоянии L от конца конденсатора. При зарядке конденсатора пятно на экране смещается на величину y . Разность потенциалов, приложенная к пластинам конденсатора, равна U_1 , длина пластин конденсатора — l , расстояние между пластинами — d . Определить неизвестную величину.

Номер задания	U , В	L , м	y , м	U_1 , В	l , м	d , м
1	?	0,1	0,02	200	0,04	0,03
2	320	0,1	0,03	80	0,04	?
3	400	0,16	?	100	0,08	0,04
4	300	0,12	0,03	?	0,06	0,014
5	240	0,12	?	80	0,04	0,02
6	600	0,125	0,03	120	0,05	?
7	?	0,2	0,03	150	0,01	0,025
8	400	0,15	0,045	?	0,06	0,03
9	240	0,13	?	80	0,06	0,02
10	200	0,1	0,04	?	0,04	0,02
11	?	0,125	0,06	120	0,05	0,015
12	240	0,09	0,015	100	0,06	?
13	?	0,15	0,05	300	0,02	0,03
14	450	0,125	0,035	150	0,03	?
15	300	0,12	?	60	0,04	0,02
16	250	0,2	0,03	?	0,05	0,01
17	360	0,13	?	120	0,06	0,04
18	300	0,17	0,03	90	0,06	?
19	?	0,1	0,05	100	0,04	0,02
20	450	0,175	0,04	?	0,05	0,01
21	210	0,15	?	70	0,06	0,03
22	300	0,1	0,023	?	0,03	0,01
23	?	0,16	0,03	90	0,08	0,04
24	600	0,1	0,02	120	0,04	?
25	?	0,17	0,04	80	0,06	0,02
26	480	0,13	0,05	100	0,06	?
27	360	0,13	?	120	0,04	0,01
28	150	0,1	0,025	?	0,05	0,03

Задача 2.7 [11.4]. Имеется измерительный прибор с внутренним сопротивлением r , предназначенный для измерения тока или напряжения, шкала которого разделена на n делений. Какое сопротивление надо взять и как его подключить, чтобы можно было производить необходимые измерения, если известны предельно допустимые ток $I_{пр}$ или напряжение $U_{пр}$? Определить цену деления используемого прибора.

Номер задания	Что необходимо измерить	Какой прибор имеется	r , Ом	n	$I_{пр}$, мА	$U_{пр}$, В
1	Силу тока до 100 мА	Амперметр	0,18	100	10	
2			0,2	75	15	
3			0,1	150	15	
4			0,1	50	10	
5	Разность потенциалов до 75 В	Вольтметр	2000	150		30
6			1000	75		15
7			3000	100		50
8			1500	50		15
9	Разность потенциалов до 300 В	Амперметр	0,5	150	2,5	
10			0,4	30	5	
11			0,3	50	2	
12			0,2	75	1,5	
13	Силу тока до 150 мА	Амперметр	5	75	20	
14			4	50	50	
15			3	25	75	
16			2	100	5	
17	Силу тока до 75 мА	Амперметр	0,2	25	5	
18			0,1	50	10	
19			0,2	75	15	
20			0,1	15	20	
21	Разность потенциалов до 1000 В	Вольтметр	1000	50		100
22			2000	100		500
23			3000	25		50
24			4000	150		25
25	Разность потенциалов до 150 В	Амперметр	2	30	5	
26			3	75	2	
27			4	15	1	
28			5	50	15	

Задача 2.8 [11.7]. Элемент, ЭДС которого \mathcal{E} и внутреннее сопротивление r , дает максимальную силу тока I_{\max} . Максимальная полезная мощность, которую можно получить от этого элемента, равна P_{\max} . Определить неизвестные величины по двум известным согласно номеру задания.

Номер задания	\mathcal{E} , В	r , Ом	I_{\max} , А	P_{\max} , Вт
1	6	?	3	?
2	4	2	?	?
3	?	2	4	?
4	4	?	?	2
5	?	2	?	8
6	10	?	2	?
7	?	?	4	6
8	2	5	?	?
9	4	?	?	2
10	?	1	4	?
11	6	3	?	?
12	?	?	2	3
13	6	2	?	?
14	?	?	6	4,5
15	8	?	4	?
16	?	2	?	4,5
17	4	?	1	?
18	8	4	?	?
19	?	3	12	?
20	6	?	?	12
21	?	3	?	3
22	6	?	3	?
23	?	?	4	2
24	10	2	?	?
25	?	4	?	1
26	?	?	3	4,5
27	?	2	8	?
28	6	?	?	9

Задача 2.9 [11.8]. Реостат из проволоки с сопротивлением при $t = 0$ °С равным R_0 , миллиамперметр с внутренним сопротивлением R_A и генератор тока, сопротивлением которого можно пренебречь, включены последовательно. При 0 °С миллиамперметр показывает ток, равный I_0 . Если реостат нагреется на Δt , миллиамперметр покажет ток I_1 . Температурный коэффициент сопротивления проволоки реостата равен α . Определить неизвестную величину.

Номер задания	R_0 , Ом	R_A , Ом	I_0 , мА	Δt , К	I_1 , мА	α , 1/К
1	?	5	10	100	9,2	$5 \cdot 10^{-3}$
2	100	?	31	80	22	$6 \cdot 10^{-3}$
3	120	20	?	50	20	$6 \cdot 10^{-3}$
4	80	4	102	?	95	$7 \cdot 10^{-3}$
5	80	5	25	60	?	$5 \cdot 10^{-3}$
6	120	8	83	16,4	76	?
7	?	4	132	40	120	$6 \cdot 10^{-3}$
8	60	?	20	80	18	$2 \cdot 10^{-3}$
9	90	2	?	50	102	$7 \cdot 10^{-3}$
10	80	6	84	?	75	$2 \cdot 10^{-3}$
11	120	20	22	50	?	$6 \cdot 10^{-3}$
12	60	10	58	40	51	?
13	?	12	36	100	31	$5 \cdot 10^{-3}$
14	80	?	59	70	42	$6 \cdot 10^{-3}$
15	75	10	?	50	78	$2 \cdot 10^{-3}$
16	150	20	44	?	39	$5 \cdot 10^{-3}$
17	130	10	120	80	?	$2 \cdot 10^{-3}$
18	80	3	52	31,4	44	?
19	?	25	28	100	22	$5 \cdot 10^{-3}$
20	90	?	53	30	46	$6 \cdot 10^{-3}$
21	80	2	?	40	39	$3 \cdot 10^{-3}$
22	60	4	68	?	61	$2 \cdot 10^{-3}$
23	20	0,5	12	80	?	$4 \cdot 10^{-3}$
24	120	10	39	59,25	32	?
25	?	18	21	50	17	$6 \cdot 10^{-3}$
26	40	?	103	60	94	$2 \cdot 10^{-3}$
27	120	10	?	70	112	$3 \cdot 10^{-3}$
28	90	6	41	?	34	$5 \cdot 10^{-3}$

Задача 2.10 [11.10]. К электродам разрядной трубки приложена разность потенциалов U . Расстояние между электродами — d . Газ, находящийся в трубке, однократно ионизован и число пар ионов в 1 м^3 равно n , причем подвижность положительных ионов равна b^+ , а отрицательных — b^- . Определить: а) плотность тока в трубке; б) какая часть полного тока (в процентах) переносится положительными ионами.

Номер задания	U , В	d , м	n , м^{-3}	b^+ , $\text{м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$	b^- , $\text{м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$
1	50	0,1	$1\cdot 10^8$	0,03	300
2	100	0,15	$2\cdot 10^8$	0,03	60
3	150	0,2	$4\cdot 10^8$	0,06	30
4	200	0,25	$3\cdot 10^8$	0,06	60
5	200	0,1	$4\cdot 10^9$	0,01	50
6	400	0,15	$2\cdot 10^9$	0,02	80
7	600	0,2	$3\cdot 10^9$	0,015	100
8	800	0,25	$1\cdot 10^8$	0,03	30
9	700	0,1	$1\cdot 10^8$	0,006	5
10	800	0,2	$1\cdot 10^9$	0,008	8
11	900	0,3	$1\cdot 10^{10}$	0,01	12
12	1000	0,4	$1\cdot 10^{11}$	0,005	14
13	50	0,05	$2\cdot 10^{10}$	0,015	450
14	100	0,1	$3\cdot 10^{10}$	0,012	600
15	150	0,3	$5\cdot 10^{10}$	0,04	80
16	200	0,2	$1\cdot 10^{10}$	0,01	500
17	2500	0,4	$2\cdot 10^{11}$	0,008	4
18	2000	0,3	$4\cdot 10^{11}$	0,006	6
19	1500	0,2	$6\cdot 10^{11}$	0,012	8
20	1000	0,1	$8\cdot 10^{11}$	0,015	10
21	450	0,05	$1\cdot 10^{12}$	0,002	0,1
22	300	0,06	$2\cdot 10^{12}$	0,003	0,2
23	200	0,08	$4\cdot 10^{12}$	0,003	0,3
24	450	0,09	$5\cdot 10^{12}$	0,002	0,4
25	1000	0,12	$1\cdot 10^{12}$	0,002	0,1
26	1200	0,15	$1\cdot 10^{11}$	0,008	1,0
27	1400	0,18	$1\cdot 10^{10}$	0,03	10
28	1600	0,20	$1\cdot 10^9$	0,05	100

5.3 МАТЕРИАЛЫ К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ

5.3.1 Лабораторная работа

Изучение зависимости напряжения на зажимах, мощности и КПД источника от внешнего сопротивления и силы тока

Цель работы: выработка навыков составления и анализа электрических цепей; проведения эксперимента по изучению законов постоянного тока;

Задачи эксперимента:

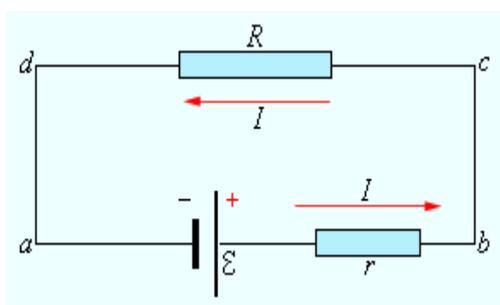
Изучение зависимостей:

- напряжения на зажимах источника от сопротивления и тока;
- полезной мощности от сопротивления и тока;
- КПД источника от сопротивления и тока.

Теоретическое обоснование лабораторной работы.

Ознакомьтесь с теорией п. 3.2.2 данного модуля.

Рассмотрим замкнутую цепь постоянного тока, изображенную на рисунке.



Участок цепи (cd) является однородным. По закону Ома, $IR = \Delta\varphi_{cd}$.

Участок (ab) содержит источник тока с ЭДС, равной \mathcal{E} . По закону Ома для неоднородного участка, $Ir = \Delta\varphi_{ab} + \mathcal{E}$.

Сложив оба равенства, получим: $I(R + r) = \Delta\varphi_{cd} + \Delta\varphi_{ab} + \mathcal{E}$. Но

$$\Delta\varphi_{cd} = \Delta\varphi_{ba} = -\Delta\varphi_{ab}. \text{ Поэтому } I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Эта формула выражает закон Ома для полной цепи: **сила тока в полной цепи равна электродвижущей силе источника, деленной на сумму сопротивлений однородного и неоднородного участков цепи.**

Сопротивление r неоднородного участка на рис. можно рассматривать как внутреннее сопротивление источника тока. В этом случае участок (ab) на рис.

является внутренним участком источника. Если точки a и b замкнуть проводником, сопротивление которого мало по сравнению с внутренним сопротивлением источника ($R \ll r$), тогда в цепи потечет ток короткого замыкания

$$I_{\text{кз}} = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

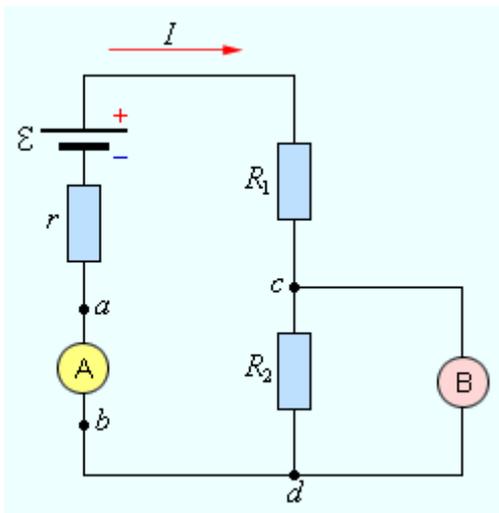
Сила тока короткого замыкания — максимальная сила тока, которую можно получить от данного источника с электродвижущей силой \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r . У источников с малым внутренним сопротивлением ток короткого замыкания может быть очень велик и вызывать разрушение электрической цепи или источника.

Если внешняя цепь разомкнута, то $\Delta\varphi_{ba} = -\Delta\varphi_{ab} = \mathcal{E}$, т. е. разность потенциалов на полюсах разомкнутой батареи равна ее ЭДС.

Если внешнее нагрузочное сопротивление R включено и через батарею протекает ток I , разность потенциалов на ее полюсах становится равной

$$\Delta\varphi_{ab} = \mathcal{E} - Ir.$$

Для измерения напряжений и токов в электрических цепях постоянного тока используются специальные приборы — **вольтметры и амперметры**.



Вольтметр предназначен для измерения разности потенциалов, приложенной к его клеммам. Он подключается **параллельно** участку цепи, на котором производится измерение разности потенциалов. Любой вольтметр обладает некоторым внутренним сопротивлением R_B . Для того, чтобы вольтметр не вносил заметного перераспределения токов при подключении к измеряемой

цепи, его внутреннее сопротивление должно быть велико по сравнению с сопротивлением того участка цепи, к которому он подключен. Для цепи, изображенной на рис., это условие записывается в виде: $R_B \gg R_1$. Это условие

означает, что ток $I_B = \Delta\varphi_{cd} / R_B$, протекающий через вольтметр, много меньше тока $I = \Delta\varphi_{cd} / R_1$, который протекает по измеряемому участку цепи.

Поскольку внутри вольтметра не действуют сторонние силы, разность потенциалов на его клеммах совпадает по определению с напряжением. Поэтому можно говорить, что вольтметр измеряет напряжение.

Амперметр предназначен для измерения силы тока в цепи. Амперметр включается **последовательно** в разрыв электрической цепи, чтобы через него проходил весь измеряемый ток. Амперметр также обладает некоторым внутренним сопротивлением R_A . В отличие от вольтметра, внутреннее сопротивление амперметра должно быть достаточно малым по сравнению с полным сопротивлением всей цепи. Для цепи на рисунке сопротивление амперметра должно удовлетворять условию $R_A \ll (r + R_1 + R_2)$, чтобы при включении амперметра ток в цепи не изменялся.

Проводники в электрических цепях могут соединяться последовательно и параллельно.

При последовательном соединении проводников сила тока во всех проводниках одинакова: $I_1 = I_2 = I$.

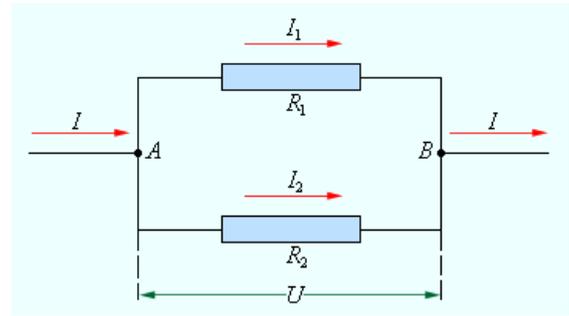
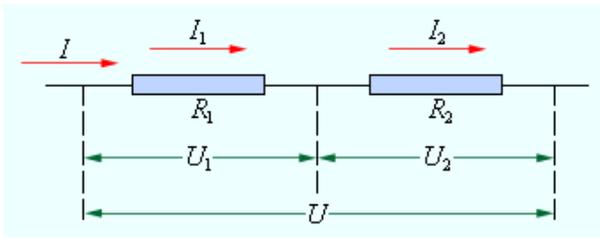
По закону Ома, напряжения U_1 и U_2 на проводниках равны $U_1 = IR_1$, $U_2 = IR_2$. Общее напряжение U на обоих проводниках равно сумме напряжений U_1 и U_2 : $U = U_1 + U_2 = I(R_1 + R_2) = IR$, где R – электрическое сопротивление всей цепи. Отсюда следует: $R = R_1 + R_2$.

При последовательном соединении полное сопротивление цепи равно сумме сопротивлений отдельных проводников.

Этот результат справедлив для любого числа последовательно соединенных проводников.

При параллельном соединении напряжения U_1 и U_2 на обоих проводниках одинаковы: $U_1 = U_2 = U$. Сумма токов $I_1 + I_2$, протекающих по обоим проводникам, равна току в неразветвленной цепи: $I = I_1 + I_2$. Этот результат следует из того, что в точках разветвления токов (узлы A и B) в цепи постоянного тока не могут накапливаться заряды. Например, к узлу A за время Δt подтекает

заряд $I\Delta t$, а утекает от узла за то же время заряд $I_1\Delta t + I_2\Delta t$. Следовательно,
 $I = I_1 + I_2$.



Последовательное соединение проводников. Параллельное соединение проводников.

Записывая на основании закона Ома $I_1 = \frac{U}{R_1}$, $I_2 = \frac{U}{R_2}$, $I = \frac{U}{R}$, где R – элек-

трическое сопротивление всей цепи, получим $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.

При параллельном соединении проводников величина, обратная общему сопротивлению цепи, равна сумме величин, обратных сопротивлениям параллельно включенных проводников.

Этот результат справедлив для любого числа параллельно включенных проводников.

Рассмотрим полную цепь постоянного тока, состоящую из источника с электродвижущей силой \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r и внешнего однородного участка с сопротивлением R . Закон Ома для полной цепи записывается в виде $I(R + r) = \mathcal{E}$.

В замкнутой цепи при изменении внешнего сопротивления от нуля до бесконечности, напряжение на зажимах источника будет меняться от нуля до максимального значения, равного ЭДС источника.

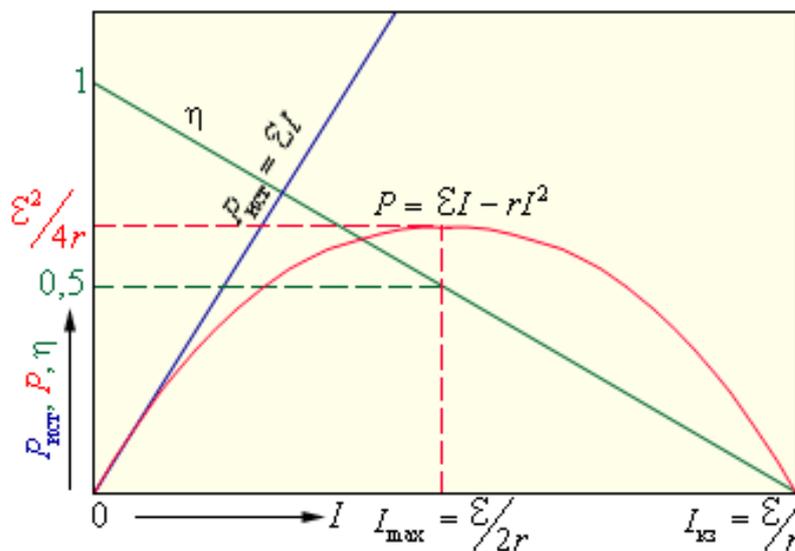
Полная мощность источника, то есть работа, совершаемая сторонними сила-

ми за единицу времени, равна $P_{\text{ист}} = \mathcal{E}I = \frac{\mathcal{E}^2}{R + r}$.

Во внешней цепи выделяется мощность $P = RI^2 = \mathcal{E}I - rI^2 = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^2}$

Отношение $\eta = \frac{P}{P_{\text{ист}}}$, равное $\eta = \frac{P}{P_{\text{ист}}} = 1 - \frac{rI}{\mathcal{E}} = \frac{R}{R+r}$, называется **коэффициентом полезного действия источника**.

На рисунке графически представлены зависимости мощности источника $P_{\text{ист}}$, полезной мощности P , выделяемой во внешней цепи, и коэффициента полезного действия η от тока в цепи I для источника с ЭДС, равной \mathcal{E} , и внутренним сопротивлением r . Ток в цепи может изменяться в пределах от $I = 0$ (при $R = \infty$) до $I = I_{\text{кз}} = \frac{\mathcal{E}}{r}$ (при $R = 0$).



Зависимость мощности источника $P_{\text{ист}}$, мощности во внешней цепи P и КПД источника η от силы тока.

Из приведенных графиков видно, что максимальная мощность во внешней

цепи P_{max} , равная $P_{\text{max}} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$, достигается при $R = r$. При этом ток в цепи

$I_{\text{max}} = \frac{1}{2} I_{\text{кз}} = \frac{\mathcal{E}}{2r}$, а КПД источника равен 50 %. Максимальное значение КПД

источника достигается при $I \rightarrow 0$, т. е. при $R \rightarrow \infty$. В случае короткого замыкания полезная мощность $P = 0$ и вся мощность выделяется внутри источника, что может привести к его перегреву и разрушению. КПД источника при этом обращается в нуль.

Вопросы для входного контроля.

1. Как движутся свободные электроны в проводнике при наличии в нем электрического поля?

- | | | | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|---------------------------------|
| 1. Участвуют в тепловом, хаотическом движении и дрейфуют к точкам с большим потенциалом | 2. Участвуют в тепловом, хаотическом движении и дрейфуют к точкам с меньшим потенциалом | 3. Участвуют только в упорядоченном движении под действием электрического поля | 4. Участвуют только в тепловом, хаотическом движении | 5. Правильный ответ не приведен |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|---------------------------------|

2. Оцените скорость направленного движения электронов по проводам осветительной проводки в вашей комнате.

- | | | | | |
|------------------|----------|------------|---------------|-----------------------|
| 1. 10^{-3} м/с | 2. 1 м/с | 3. 100 м/с | 4. 10^3 м/с | 5. $3 \cdot 10^8$ м/с |
|------------------|----------|------------|---------------|-----------------------|

3. Электрический ток течет по двум последовательно соединенным проводникам разного сечения S_1 и S_2 ($S_1 > S_2$). Сравните силы токов в этих проводниках и плотности токов.

- | | | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1. $I_1 = I_2, j_1 = j_2$ | 2. $I_1 = I_2, j_1 > j_2$ | 3. $I_1 = I_2, j_1 < j_2$ | 4. $I_1 < I_2, j_1 < j_2$ | 5. $I_1 > I_2, j_1 < j_2$ |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|

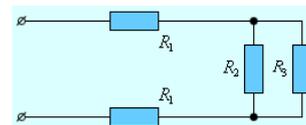
4. Как изменится сопротивление проводника, если его разрезать на две равные части и соединить эти части параллельно?

- | | | | | |
|-----------------|------------------------|------------------------|---------------------------------|------------------------|
| 1. Не изменится | 2. Увеличится в 2 раза | 3. Уменьшится в 2 раза | 4. Правильный ответ не приведен | 5. Уменьшится в 4 раза |
|-----------------|------------------------|------------------------|---------------------------------|------------------------|

5. Как изменится сила тока, протекающего через проводник, если увеличить в 2 раза напряжение на его концах, а длину проводника уменьшить в 2 раза?

- | | | | | |
|-----------------|------------------------|------------------------|---------------------------------|------------------------|
| 1. Не изменится | 2. Увеличится в 4 раза | 3. Уменьшится в 2 раза | 4. Правильный ответ не приведен | 5. Уменьшится в 4 раза |
|-----------------|------------------------|------------------------|---------------------------------|------------------------|

6. Определите общее сопротивление электрической цепи. $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 6$ Ом.

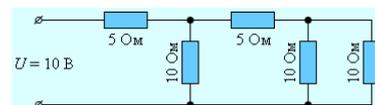


- | | | | | |
|------|------|-------|-------|-------|
| 4 Ом | 6 Ом | 11 Ом | 13 Ом | 20 Ом |
|------|------|-------|-------|-------|

7. Два резистора с сопротивлениями $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 10$ Ом соединены последовательно. Чему равно отношение падений напряжений U_1 / U_2 на этих резисторах?

- | | | | | |
|------|----------|--------|------|----------|
| 1. 1 | 2. 1 / 2 | 3. 1,5 | 4. 2 | 5. 1 / 4 |
|------|----------|--------|------|----------|

8. Чему равна сила тока, протекающего через общую часть электрической цепи?

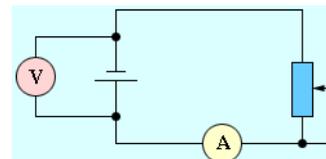


1. 0,25 А 2. 0,33 А 3. 0,5 А 4. 1 А 5. 2 А

9. Рассчитайте силу тока в цепи источника тока с ЭДС, равной 4,5 В, и внутренним сопротивлением 1 Ом при подключении во внешней цепи резистора с сопротивлением 3,5 Ом.

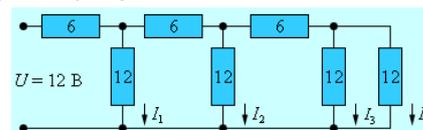
1. 0,5 А 2. 1 А 3. 1,5 А 4. 2 А 5. 3 А

10. В цепи, изображенной на рисунке, ползунок реостата перемещают вверх. Как изменились показания амперметра и вольтметра?



1. Показания обоих приборов увеличились 2. Показания обоих приборов уменьшились 3. Показания амперметра увеличились, вольтметра уменьшились 4. Показания амперметра уменьшились, вольтметра увеличились 5. Показания обоих приборов не изменились

11. На рисунке представлена схема электрической цепи. Чему равны силы токов I_1, I_2, I_3, I_4 ?



1. 1 А, 1/2 А, 1/4 А, 1/4 А 2. 1 А, 1/2 А, 1/4 А, 1/8 А 3. 1/2 А, 1/4 А, 1/8 А, 1/8 А 4. 1/2 А, 1/4 А, 1/8 А, 1/16 А 5. Среди ответов 1 – 4 нет правильного

12. Два резистора, имеющие сопротивления $R_1 = 3$ Ом и $R_2 = 6$ Ом, включены последовательно в цепь постоянного тока. Сравните работы электрического тока на этих резисторах за одинаковое время.

1. $A_1 = A_2$ 2. $A_1 = 2A_2$ 3. $A_2 = 2A_1$ 4. $A_1 = 4A_2$ 5. Правильный ответ не приведен

13. Два резистора, имеющие сопротивления $R_1 = 3$ Ом и $R_2 = 6$ Ом, включены параллельно в цепь постоянного тока. Сравните мощности электрического тока на этих резисторах.

1. $P_1 = P_2$ 2. $P_1 = 2P_2$ 3. $P_2 = 2P_1$ 4. $P_2 = 4P_1$ 5. Правильный ответ не приведен

14. Чему равно в номинальном режиме сопротивление лампы накаливания, на которой написано: $U = 220$ В, $P = 100$ Вт?

1. 0,45 Ом 2. 2,2 Ом 3. 484 Ом 4. 1100 Ом 5. $2,2 \cdot 10^4$ Ом

15. \mathcal{E}_{12} – ЭДС, действующая на участке цепи 1–2; $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов на концах этого участка. Падение напряжения на этом участке равно:

1. $U_{12} = \Delta\varphi$ 2. $U_{12} = \mathcal{E}_{12}$ 3. $U_{12} = \Delta\varphi - \mathcal{E}_{12}$ 4. $U_{12} = \mathcal{E}_{12} - \Delta\varphi$ 5. $U_{12} = \Delta\varphi + \mathcal{E}_{12}$

16. К источнику тока с ЭДС 9 В и внутренним сопротивлением 1,5 Ом подключены два параллельно соединенных резистора, сопротивления которых $R_1 = 10$ Ом и $R_2 = 30$ Ом. Разность потенциалов на клеммах источника равна:

1. 7 В 2. 7,5 В 3. 8 В 4. 8,5 В 5. 9 В

17. Два резистора сопротивлениями R_1 и $R_2 = 4R_1$ соединены параллельно и подключены к источнику тока. В первом резисторе за некоторое время выделилось 8 Дж теплоты. Какое количество теплоты выделилось во втором резисторе за это же время?

1. 0,5 Дж 2. 2 Дж 3. 4 Дж 4. 16 Дж 5. 32 Дж

18. Под действием электростатического поля напряженностью \vec{E} в металле, удельное сопротивление которого ρ и удельная электропроводность σ , возникает электрический ток плотностью \vec{j} . Количество теплоты, выделяемое в единице объема металла в единицу времени равно:

1. $P_{\text{уд}} = \rho j$ 2. $P_{\text{уд}} = \rho E$ 3. $P_{\text{уд}} = \rho E^2$ 4. $P_{\text{уд}} = \sigma E$ 5. $P_{\text{уд}} = \vec{j} \vec{E}$

19. Имеются две лампы, рассчитанные на напряжение 220 В каждая. Мощности этих ламп равны $P_1 = 50$ Вт, $P_2 = 100$ Вт. Сравните электрические сопротивления этих ламп в рабочем режиме.

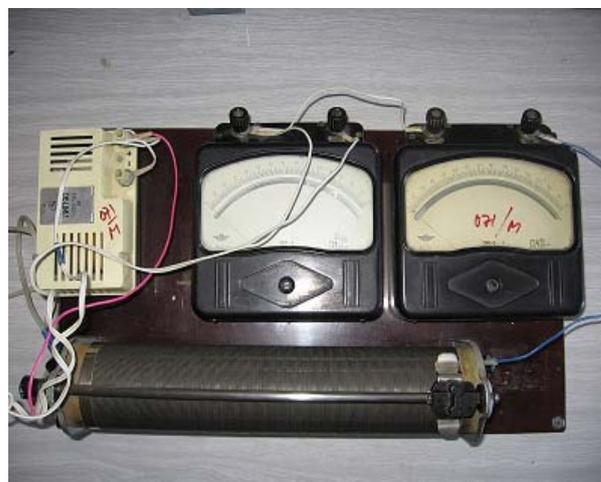
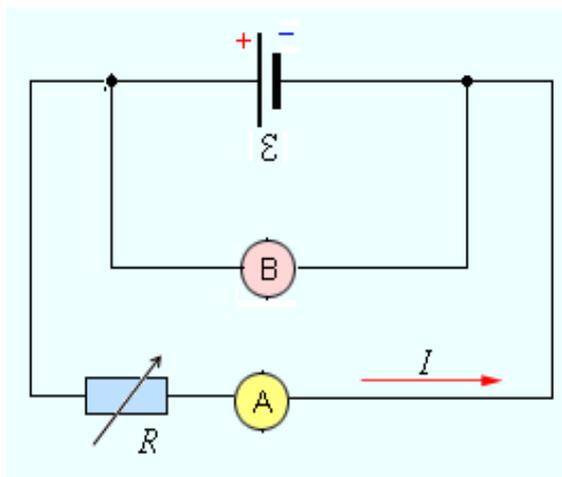
1. $R_1 = 2R_2$ 2. $R_1 = 4R_2$ 3. $R_2 = 2R_1$ 4. $R_2 = 4R_1$ 5. Правильный ответ не приведен

20. Две лампы, рассчитанные на 220 В и имеющие номинальные мощности $P_1 = 40$ Вт, $P_2 = 200$ Вт, включены в сеть $U = 220$ В последовательно. Какая из ламп будет гореть ярче?

1. Первая 2. Вторая 3. Одинаково 4. Лампы гореть не будут 5. Ответ неоднозначен

Методика и порядок измерений

1. Ознакомьтесь с принципиальной схемой лабораторной установки, проверьте правильность ее сборки.



- Принципиальная схема и общий вид лабораторной установки. \mathcal{E} - исследуемый источник тока, R - реостат, **В** – вольтметр, **А** – амперметр.
2. Включите в сеть источник постоянного тока \mathcal{E} . Если он регулируемый, установите напряжение по указанию преподавателя.

3. Изменяйте сопротивление реостата в соответствии с рекомендациями преподавателя, записывая при этом показания амперметра и вольтметра в таблицу.

4. Закончив измерения, рассчитайте соответствующие значения $R = \frac{U}{I}$ и $P = IU$.

5. Выберите два значения тока I_1 и I_2 , существенно отличающихся друг от друга, и определите ЭДС (\mathcal{E}) и внутреннее сопротивление (r) источника, решив систему уравнений:

$$\begin{cases} U_1 = \mathcal{E} - I_1 r \\ U_2 = \mathcal{E} - I_2 r \end{cases}$$

6. Рассчитайте значения КПД источника $\eta = \frac{R}{R + r}$ в каждой точке.

7. По полученным данным постройте графики зависимостей:

- напряжения от сопротивления;
- напряжения от тока;

- полезной мощности от сопротивления;
- полезной мощности от от тока;
- КПД от сопротивления
- КПД от тока.

8. Сравните рассчитанное значение ЭДС с максимальным измеренным напряжением, рассчитанное значение внутреннего сопротивления с определенным по графику $P(R)$.

№ измерения	U , В	I , А	R , Ом	P , Вт	η
1					
⋮					
15					

9. Запишите ответ. Сформулируйте выводы по ответу.

Контрольные вопросы и задания для защиты лабораторной работы

I уровень

1. Как практически измерить напряжение и силу тока на участке цепи?
2. Каким образом могут соединяться проводники в электрических цепях?
3. Как определить общее сопротивление цепи при последовательном соединении проводников?
4. Как определить общее сопротивление цепи при параллельном соединении проводников?
5. Что такое ток короткого замыкания и от чего зависит его величина?
6. Как избежать разрушительного действия тока короткого замыкания?
7. Что такое вольт-амперная характеристика (ВАХ)? Приведите примеры ВАХ. Все ли материалы и устройства подчиняются закону Ома?
8. Сформулируйте и запишите формулу закона Джоуля-Ленца.
9. Что такое работа и мощность электрического тока? В каких единицах они измеряются?
10. Дайте определение полезной мощности и коэффициента полезного действия (КПД) электрической цепи.

II уровень

11. Изобразите схематически электрические цепи при работе источника тока в различных режимах – «холостого хода», работы на нагрузку и короткого замыкания.
12. Получите выражение для КПД электрической цепи.
13. За счет каких сил совершается полезная работа при движении зарядов по замкнутой цепи?
14. При каком внешнем сопротивлении от источника тока можно получить максимальную полезную мощность?

III уровень

15. При включении в квартире очень сильной лампы, потребляющей ток в несколько ампер, горящие лампочки в момент включения внезапно уменьшают свою яркость. Почему? Если взять в качестве мощной лампочки старинную лампочку с угольным волоском вместо металлического, то особо резкого спада в первый момент при этом не наблюдается. Почему?
16. Начертите схему электрической проводки в вашей комнате.
17. Сила тока в цепи изменяется со временем по закону $I = I_0 e^{i\alpha t}$. Определить количество теплоты, которое выделится в проводнике сопротивлением $R = 20$ Ом за время, в течение которого ток уменьшится в e раз. Коэффициент α принять равным $2 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$.
18. Э.д.с. элемента 1,6 В и внутреннее его сопротивление 0,5 Ом. Чему равен к.п.д. элемента при силе тока 2,4 А?

5.4 МАТЕРИАЛЫ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

5.4.1 Электрический ток. Закон Ома. Соединение проводников.

Работа и мощность тока

Сила тока I — скалярная физическая величина, равная отношению заряда dq , переносимого через поперечное сечение проводника за интервал времени

dt , к этому интервалу времени: $I = \frac{dq}{dt}$.

Плотность тока \vec{j} — величина, численно равная отношению силы тока dI , протекающего через площадку dS , перпендикулярную к направлению движения носителей к площади этой площадки $|\vec{j}| = \frac{dI}{dS_{\perp}}$. За направление вектора

\vec{j} принимается направление вектора скорости \vec{u}^+ упорядоченного движения положительных носителей (или направление, противоположное направлению \vec{u}^-).

$\vec{j} = q^+ n^+ \vec{u}^+ + q^- n^- \vec{u}^-$, где n^+ и n^- — концентрация положительных и отрицательных носителей зарядов, абсолютная величина которых соответственно равна q^+ и q^- . \vec{u}^+ и \vec{u}^- — средние скорости направленного движения соответствующих носителей. Скорость упорядоченного движения носителей тока пропорциональна напряженности поля $\vec{u}^+ = b^+ \vec{E}$, $\vec{u}^- = b^- \vec{E}$. Величины b^+ и b^- называются **подвижностью** соответствующего носителя тока. Подвижность численно равна скорости упорядоченного движения носителя тока при напряженности поля, равной единице.

Величина, численная равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда, называется **электродвижущей силой (ЭДС)**

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q}.$$

Сила тока, текущего по однородному (т.е. проводнику, в котором не действуют сторонние силы) металлическому проводнику, пропорциональна падению напряжению на этом проводнике: $I = \frac{U}{R}$ (закон Ома). Сопротивление однородного цилиндрического проводника $R = \rho \frac{l}{S}$, где l — длина проводника, S — площадь его поперечного сечения, а ρ зависит от свойств материала проводника и называется удельным электрическим сопротивлением вещества.

Закон Ома в дифференциальной форме $\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}$. Величина $\sigma = 1/\rho$ называется

удельной электрической проводимостью вещества.

Для большинства металлов при температуре t , близкой к комнатной $\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$, где $\alpha [K^{-1}]$ — температурный коэффициент сопротивления, а $\rho_0 [Om \cdot m]$ — удельное сопротивление вещества при $t_0 = 0 \text{ } ^\circ C$.

Обобщенный закон Ома или закон Ома для неоднородного участка цепи

$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R_{12}}$. В случае замкнутой цепи ($\varphi_1 = \varphi_2$, $\mathcal{E}_{12} = \mathcal{E}$), он приобретает

вид: $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$.

Количество теплоты, выделяющееся в проводнике, пропорционально его сопротивлению, квадрату силы тока и времени его протекания: $Q = RI^2 t$ (закон Джоуля–Ленца). Если сила тока изменяется со временем, то этот закон запи-

шется в виде: $Q = \int_0^t Ri^2 dt$. Количество теплоты, выделившееся в единицу

времени в единице объема называется удельной мощностью тока:

$$P_{уд} = \frac{dQ}{dVdt} = \rho j^2 = \sigma E^2.$$

Количество теплоты, выделившееся в единицу времени, т.е. мощность тока:

$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

Проводники в электрических цепях могут соединяться последовательно и параллельно.

При последовательном соединении проводников сила тока во всех проводниках одинакова, а полное сопротивление цепи равно сумме сопротивлений отдельных проводников.

При параллельном соединении проводников напряжения на всех проводниках одинаковы, а величина, обратная общему сопротивлению цепи, равна сумме величин, обратных сопротивлениям параллельно включенных проводников.

Полная мощность источника тока, то есть работа, совершаемая сторонними

силами за единицу времени, равна $P_{\text{ист}} = \mathcal{E}I = \frac{\mathcal{E}^2}{R+r}$.

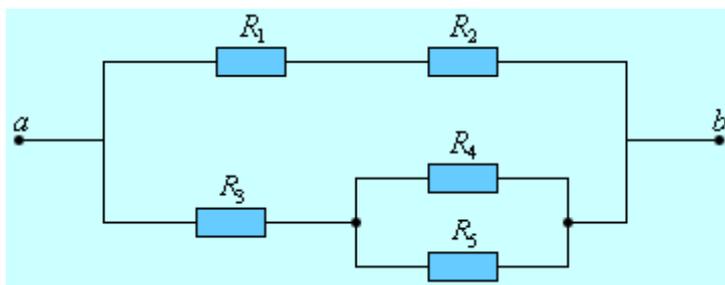
Во внешней цепи выделяется мощность $P = RI^2 = \mathcal{E}I - rI^2 = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2}$

Отношение $\eta = \frac{P}{P_{\text{ист}}}$, равное $\eta = \frac{P}{P_{\text{ист}}} = 1 - \frac{rI}{\mathcal{E}} = \frac{R}{R+r}$, называется коэффициентом полезного действия источника.

Примеры решения задач.

I уровень

Пример 1. Определите эквивалентное сопротивление между точками *a* и *b* цепи, изображенной на рисунке.



Численный расчет проведите

при следующих значениях сопротивлений: $R_1 = R_4 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$, $R_5 = 12 \text{ Ом}$.

Решение

Вычисление сопротивления сложной цепи, состоящей из многих параллельно и последовательно соединенных резисторов, в общем виде приводит, как правило, к громоздким выражениям. Задачи подобного рода рекомендуется решать путем последовательного (пошагового) численного расчета сопротивлений отдельных звеньев цепи. В данной задаче целесообразно сначала рассчитать эквивалентное сопротивление R_{45} параллельно включенных резисторов R_4 и R_5 : $R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = 3 \text{ Ом}$.

Теперь можно найти сопротивления параллельно включенных звеньев, состоящих из резисторов R_1 и R_2 и резисторов R_3 и R_{45} :

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 24 \text{ Ом}, \quad R_{345} = R_3 + R_{45} = 8 \text{ Ом}.$$

Искомое сопротивление R_{ab} всей цепи находится по формуле параллельного

$$\text{сопротивления резисторов } R_{12} \text{ и } R_{345}: R_{ab} = \frac{R_{12} R_{345}}{R_{12} + R_{345}} = 6 \text{ Ом}.$$

Пример 2. В цепь, состоящую из последовательно

соединенных резисторов с сопротивлением

$r = 1 \text{ кОм}$ и термистора – полупроводникового

прибора, электрическое сопротивление которого

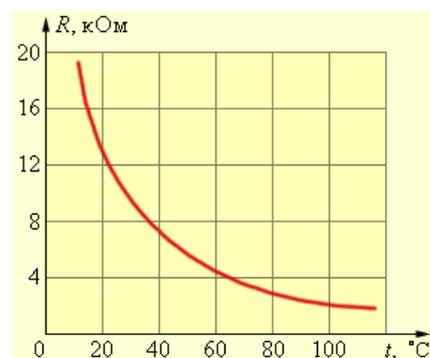
сильно зависит от температуры, включен

источник постоянного тока. Температурная

характеристика термистора приведена на рисунке. Во сколько раз изменится

сила тока I в цепи, если термистор, находившийся первоначально при ком-

натной температуре $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, нагреть до $100 \text{ }^\circ\text{C}$?



Решение

Сопротивление термистора при комнатной температуре $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ равно

$R_1 = 12 \text{ кОм}$. При температуре $t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ сопротивление термистора равно

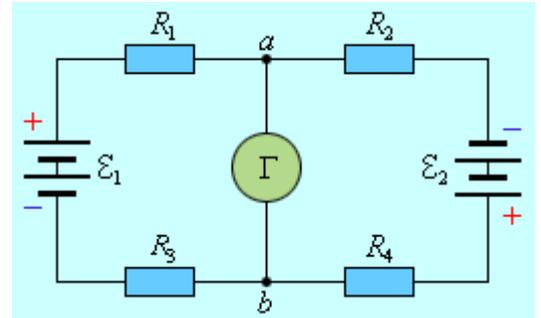
$R_2 = 2 \text{ кОм}$. Из закона Ома следует, что ток в цепи обратно пропорционален

полному сопротивлению цепи. Таким образом,

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r + R_1}{r + R_2} = \frac{13}{3} \approx 4,3.$$

II уровень

Пример 3. В электрической цепи, указанной на рисунке, сопротивления резисторов $R_1 = 10$ Ом и $R_2 = 20$ Ом. ЭДС источников тока одинаковы: $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}$. При каких значениях R_3 можно подобрать такое R_4 , чтобы ток через гальванометр Γ был бы равен нулю? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



Решение

Так как ток через гальванометр Γ равен нулю, через все резисторы протекает

$$\text{один и тот же ток } I = \frac{2\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}.$$

По условию задачи напряжение U_{ab} на гальванометре равно нулю. По закону Ома, для участка цепи, содержащего ЭДС, имеем:

$$U_{ab} = \mathcal{E} - I(R_1 + R_3) = I(R_2 + R_4) - \mathcal{E} = 0.$$

Отсюда следует, $R_4 = R_3 - R_2 + R_1$. Подобрать сопротивление резистора R_4 так, чтобы ток через гальванометр Γ был равен нулю, можно при условии $R_3 - R_2 + R_1 \geq 0$, или $R_3 \geq R_2 - R_1 = 10$ Ом.

Пример 4. Лампа накаливания потребляет ток $I = 0,6$ А. Температура вольфрамовой нити диаметром $d = 0,1$ мм равна $t = 2200$ °С. Ток подводится медным проводом сечением $S = 6$ мм². Определить напряженность электрического поля: а) в вольфраме (удельное сопротивление при 0 °С $\rho_0 = 55$ нОм·м, температурный коэффициент сопротивления $\alpha = 0,0045$ К⁻¹); б) в меди ($\rho = 17$ нОм·м).

Решение

В соответствии с законом Ома в дифференциальной форме $E = \rho j$.

В стационарном режиме температуру подводющих медных проводов можно считать неизменной и равной температуре окружающей среды. Поэтому зависимостью удельного сопротивления меди от температуры пренебрегаем. Зависимость удельного сопротивления вольфрама от температуры определяется выражением $\rho_W = \rho_0 (1 + \alpha t)$.

Получаем а) для меди $E_{Cu} = \rho_{Cu} j_{Cu} = \rho \frac{I}{S} = 1,7 \cdot 10^{-3}$ В/м;

б) для вольфрама $E_W = \rho_W j_W = \frac{4\rho_0 (1 + \alpha t) I}{\pi d^2} = 45,8$ В/м.

Пример 5. Во сколько раз следует повысить ЭДС источника, чтобы потери мощности в линии передачи от источника к нагрузке снизить в $n = 100$ раз при условии постоянства мощности источника (генератора)? Можно считать, что внутреннее сопротивление источника много меньше сопротивления линии передачи.

Решение

Полная мощность P_0 , выделяющаяся во всей цепи, равна $P_0 = \frac{\mathcal{E}^2}{R + r}$, где R – сопротивление нагрузки, r – сопротивление линии передачи.

При $R = R_1$ мощность потерь есть $P_1 = \frac{\mathcal{E}_1^2 r}{(R_1 + r)^2}$, где \mathcal{E}_1 – ЭДС источника в

первом случае.

При повышении ЭДС источника до нового значения \mathcal{E}_2 необходимо изменить и сопротивление нагрузки, так как полная мощность источника должна

оставаться неизменной. Поэтому $P_2 = \frac{\mathcal{E}_2^2 r}{(R_2 + r)^2}$.

Из этих соотношений следует: $n = \frac{P_1}{P_2} = \frac{\mathcal{E}_1^2}{\mathcal{E}_2^2} \left(\frac{R_2 + r}{R_1 + r} \right)^2 = 100$.

Так как в обоих случаях полная мощность источника остается постоянной,

$$\left(\frac{R_2 + r}{R_1 + r}\right)^2 = \frac{\mathcal{E}_2^4}{\mathcal{E}_1^4}.$$

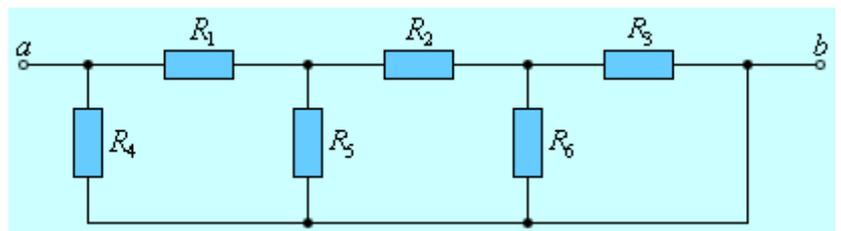
В итоге получим: $n = \frac{\mathcal{E}_1^2}{\mathcal{E}_2^2} \frac{\mathcal{E}_2^4}{\mathcal{E}_1^4} = \frac{\mathcal{E}_2^2}{\mathcal{E}_1^2} = 100, \quad \mathcal{E}_2 = 10\mathcal{E}_1.$

Аудиторные задачи

1 уровень

1. Какой заряд пройдет по проводнику, если в течение $t = 5$ с сила тока равномерно уменьшилась от $I_0 = 20$ А до $I = 5$ А. [Ответ: $q = 62,5$ Кл].
2. Сила тока в проводнике равномерно нарастает от $I_0 = 0$ до $I = 2$ А в течение времени $t = 5$ с. Определить заряд, прошедший по проводнику. [Ответ: $q = 5$ Кл].
3. Определить плотность тока в медной проволоке длиной $l = 10$ м, если разность потенциалов на ее концах $\varphi_1 - \varphi_2 = 12$ В; $\rho_m = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. [Ответ: $j = 70$ А/мм²].

4. Найдите эквивалентное сопротивление R_{ab} цепи, изображенной



на рисунке. Численный расчет проведите при следующих значениях сопротивлений: $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 9$ Ом, $R_3 = R_4 = R_6 = 6$ Ом, $R_5 = 4$ Ом. [Ответ: $R_{ab} = 3$ Ом]

5. Внешнее сопротивление цепи в 4 раза больше внутреннего сопротивления источника. Найти отношение разности потенциалов на клеммах источника к его ЭДС. [Ответ: $U/\mathcal{E} = 0,8$].
6. Электрическая плитка мощностью $P = 1$ кВт с нихромовой спиралью предназначена для включения в сеть с напряжением $U = 220$ В. Сколько метров проволоки диаметром $d = 0,5$ мм надо взять для изготовления спи-

- рали, если температура нити составляет $t = 900 \text{ }^\circ\text{C}$? Удельное сопротивление нихрома при $0 \text{ }^\circ\text{C}$ $\rho_0 = 1 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$, а температурный коэффициент $\alpha = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$. [Ответ: $l = 6,99 \text{ м}$]
7. Плотность электрического тока в медном проводнике равна $j = 10 \text{ А/см}^2$. Определить удельную тепловую мощность тока, если удельное сопротивление меди $\rho = 17 \text{ нОм}\cdot\text{м}$. [Ответ: $P_{\text{уд}} = 170 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$]
8. В нихромовой проволоке поддерживается электрическое поле напряженностью $E = 2 \text{ В/м}$, при этом плотность тока $j = 1,8 \text{ А/мм}^2$. Какая энергия за минуту выделится в проволоке, если ее объем $V = 5 \text{ см}^3$? [Ответ: $Q = 1080 \text{ Дж}$].
9. Какую максимальную мощность P_{max} можно получить на нагрузке от источника постоянного тока с ЭДС $\mathcal{E} = 12 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 0,2 \text{ Ом}$? [Ответ: $P_{\text{max}} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} = 180 \text{ Вт}$]
10. Элемент, ЭДС которого равна $\mathcal{E} = 4 \text{ В}$ имеет внутреннее сопротивление $r = 2 \text{ Ом}$. Найти максимальную силу тока I_{max} и максимальную полезную мощность P_{max} , которые можно получить от этого элемента. [Ответ: $I_{\text{max}} = 2 \text{ А}$; $P_{\text{max}} = 2 \text{ Вт}$]
11. Определить напряженность электрического поля в алюминиевом проводнике объемом $V = 10 \text{ см}^3$, если при прохождении по нему постоянного тока за время $t = 5 \text{ мин}$ выделилось количества теплоты $Q = 2,3 \text{ кДж}$. Удельное сопротивление алюминия $\rho = 26 \text{ нОм}\cdot\text{м}$. [Ответ: $E = 0,141 \text{ В/м}$]

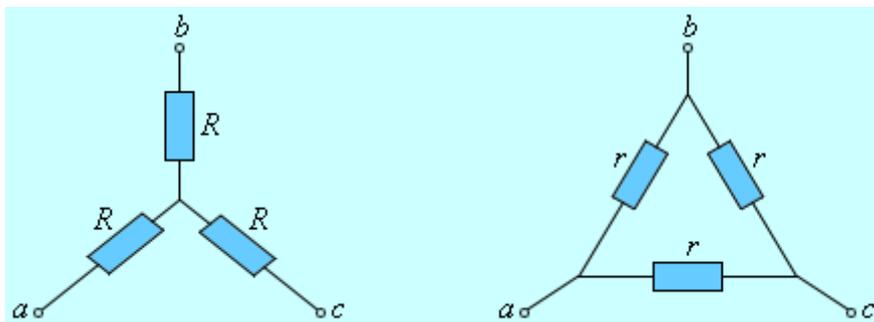
II уровень

12. К гальванометру, сопротивление которого $r = 290 \text{ Ом}$, присоединили шунт, понижающий чувствительность гальванометра в $n = 10$ раз. Какое сопротивление R_0 нужно включить последовательно с шунтированным гальванометром, чтобы общее сопротивление осталось неизменным? [Ответ: $R_0 = \frac{r(n-1)}{n} = 261 \text{ Ом}$]

13. В цепь гальванометра включена термопара, состоящая из медной и из константановой проволоки длиной $L = 1$ м каждая и диаметром $d = 0,2$ мм. Чувствительность гальванометра $i_0 = 10^{-6}$ А/дел, его внутреннее сопротивление $r = 50$ Ом. На сколько делений n отклонится стрелка гальванометра, если спай термопары нагреть на $\Delta T = 50$ °С по отношению к температуре окружающей среды? Чувствительность термопары $\upsilon_0 = 40$ мкВ/град, удельное сопротивление константана $\rho_k = 0,50 \cdot 10^{-4}$ Ом·см, удельное сопротивление меди $\rho_m = 0,17 \cdot 10^{-5}$ Ом·см. [Ответ:

$$n = \frac{\upsilon_0 \Delta T}{i_0 \left[r + \frac{4L}{\pi d^2} (\rho_k + \rho_m) \right]} = 30 \text{ делений]$$

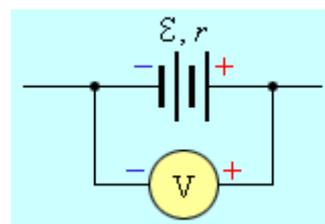
14. На рисунке изображены две схемы, каждая из которых составлена из ре-



- зисторов с одинаковым сопротивлением R или r . Эти схемы принято называть «звездой» или «треугольником». Определите, при каком отношении r / R эти схемы эквивалентны. [Ответ: $\frac{r}{R} = 3$]

15. Определить, во сколько раз уменьшится сила тока, проходящего через платиновую печь, если при постоянном напряжении на зажимах ее температура повышается от $t_1 = 20$ °С до $t_2 = 1200$ °С. Температурный коэффициент сопротивления платины принять равным $\alpha = 3,65 \cdot 10^{-5}$ К⁻¹. [Ответ: в 5 раз]

16. Источник постоянного тока с ЭДС $\mathcal{E} = 10$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом входит в состав неизвестной цепи. К полюсам батареи подклю-



- ключен вольтметр с большим внутренним сопротивлением так, что положительная клемма вольтметра подсоединена

к положительному полюсу батареи (см. рис.). Вольтметр показывает напряжение $U = 12$ В. Определите тепловую мощность, выделяющуюся на внутреннем сопротивлении батареи. [Ответ: $P = \frac{(\mathcal{E} - U)^2}{r} = 20$ Вт]

17. Электрическая плитка мощностью $P = 800$ Вт рассчитана на напряжение $U = 220$ В. Спираль плитки выполнена из нихрома (сплава из никеля, хрома и железа), имеющего температурный коэффициент сопротивления $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$. При работе плитки спираль нагревается до температуры $t = 600$ °С. Определите сопротивление R_0 спирали в нерабочем состоянии при температуре $t_0 = 20$ °С. [Ответ: $R_0 = \frac{1 + \alpha t_0}{1 + \alpha t} \frac{U^2}{P} = 57$ Ом]

18. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом равномерно убывает от $I_0 = 3$ А до $I = 0$ за 30 с. Определить выделившееся за это время в проводнике количество теплоты. [Ответ: $Q = 900$ Дж]

19. Плотность электрического тока в алюминиевом проводе равна $j = 5$ А/см². Определить удельную тепловую мощность тока, если удельное сопротивление алюминия $\rho = 26$ нОм·м. [Ответ: $P_{\text{уд}} = 65$ Дж/(м³·с)]

20. Определить внутреннее сопротивление r источника тока, если во внешней цепи при силе тока $I_1 = 5$ А выделяется мощность $P_1 = 10$ Вт, а при силе тока $I_2 = 8$ А — мощность $P_2 = 12$ Вт. [Ответ: $r = 0,17$ Ом]

21. Электродвигатель постоянного тока, имеющий сопротивление обмотки $R = 2$ Ом, подключен к батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 240$ В и внутренним сопротивлением $r = 4$ Ом. При работе электродвигателя через его обмотку протекает ток $I = 10$ А. Определите КПД электродвигателя. [Ответ:

$$\eta = 1 - \frac{I(R + r)}{\mathcal{E}} = 0,75]$$

22. Оцените время t , необходимое электрону для прохождения пути от аккумулятора автомобиля до стартера (пусковой электродвигатель). Аккумулятор соединен со стартером медным проводом сечением $S = 0,2$ см² и

длиной $L = 0,85$ м. Пусковой ток $I = 300$ А. Концентрация свободных электронов в меди $n = 8,5 \cdot 10^{28}$ м⁻³. [Ответ: $t = \frac{LSne}{I} = 770$ с ≈ 13 мин]

23. По двум металлическим проводникам одинакового сечения, соединенным последовательно, протекает электрический ток. Один из проводников медный, другой – алюминиевый. Найдите отношение средних дрейфовых скоростей электронов в этих проводниках в предположении, что в каждом проводнике на каждый атом приходится по одному свободному электрону. Плотность меди $\rho_{Cu} = 8,93$ г/см³, плотность алюминия $\rho_{Al} = 2,8$ г/см³, молярная масса меди $M_{Cu} = 63,5$ г/моль, молярная масса алюминия

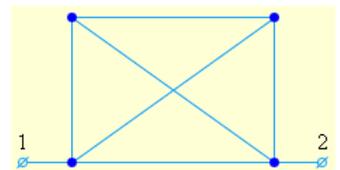
$$M_{Al} = 27 \text{ г/моль. [Ответ: } \frac{\langle u \rangle_{Al}}{\langle u \rangle_{Cu}} = \frac{M_{Al} \rho_{Cu}}{M_{Cu} \rho_{Al}} = 1,4 \text{]}$$

24. По медному проводнику сечением $S = 1$ мм² течет ток; сила тока $I = 1$ А. Определить среднюю скорость упорядоченного движения электронов вдоль проводника, предполагая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон. Плотность меди 8,9 г/см³. [Ответ: $\langle u \rangle = 74$ мкм/с]

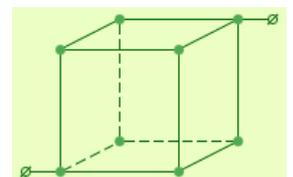
25. По медному проводу сечением $S = 0,3$ мм² течет ток $I = 0,3$ А. Определить силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля. Удельное сопротивление меди $\rho = 17$ нОм·м. [Ответ: $F = 2,72 \cdot 10^{-21}$ Н]

III уровень

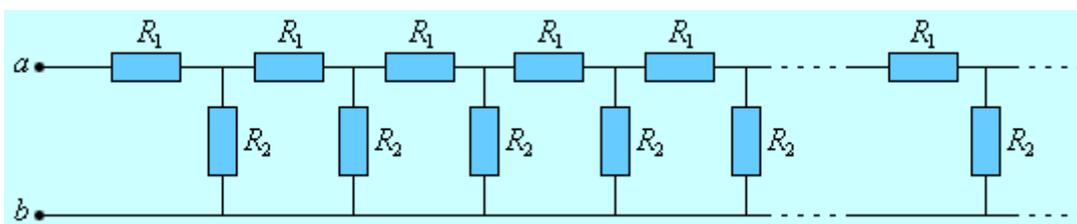
26. Рассчитайте общее сопротивление между точками 1 – 2. Сопротивление каждого элемента цепи равно 1 Ом. [Ответ: $R = 0,5$ Ом]



27. Рассчитайте общее сопротивление цепи, представленной на рисунке. Сопротивление каждого отрезка равно 1 Ом. [Ответ: $R = 5/6$ Ом]



28. Определите эквивалентное сопротивление R_{ab} бесконечной цепочки, состоящей из резисторов $R_1 = 6$ Ом и $R_2 = 12$ Ом.



[Ответ: $R_{ab} = 12$ Ом]

29. Две квадратные пластины со стороной $a = 300$ мм, закрепленные на расстоянии $d = 3$ мм друг от друга, образуют плоский конденсатор, подключенный к источнику постоянного напряжения $U = 250$ В. Расположенные вертикально пластины погружают в сосуд с керосином ($\epsilon = 2$) со скоростью $v = 5,0$ мм/с. Определить силу тока I , текущего при этом по подводящим проводам. [Ответ: $I = 1,1$ нА]

6 ОБРАЗЕЦ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

I уровень (репродуктивный)

1. Что называется электрическим током? Условия существования постоянного тока.
2. Что называется плотностью тока? Какова единица ее измерения? (Дать определения.)
3. В чем заключается физический смысл электродвижущей силы, действующей в цепи? напряжения? разности потенциалов?
4. Что такое ток короткого замыкания и от чего зависит его величина?
5. Как практически измерить напряжение и силу тока на участке цепи?
6. Сформулируйте и запишите закон Джоуля–Ленца.
7. Как движутся свободные электроны в проводнике при наличии в нем электрического поля?
8. Что называется подвижностью иона? В каких единицах она измеряется?

9. Сила тока i в проводнике изменяется со временем по закону $i = 4 + 2t$. Какое количество электричества пройдет через поперечное сечение проводника за время от 1-ой до 4-ой секунды?

II уровень (продуктивный)

10. Какую роль играют силы электрического поля и сторонние силы в процессе выделения тепла в замкнутой цепи?
11. Получить закон Ома в дифференциальной форме и электронных представлениях.

III уровень (творческий)

12. Можно ли включить в сеть с напряжением 220 В последовательно две лампы одинаковой мощности, рассчитанные на 110 В? Можно ли также включить две 110-вольтовые лампы разной мощности, например, лампы в 25 Вт и 100 Вт? каково будет при этом напряжение на каждой из ламп и что произойдет?

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Савельев И.В. Курс физики: Учеб.: В 3-х т. Т. 2: Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. — 464 с.
2. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики: Учеб. пособие для вузов.— 2-е изд., испр. и доп. — М.: Высш. шк., 1999. — 492 с.
3. Трофимова Т. И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов.— 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1990. — 478 с
4. Ветрова В.Т. Сборник задач по физике: С индивидуал. заданиями: Учеб. пособие для вузов. — Мн.: Выш. шк., 1991. — 386 с.
5. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики: Учеб. пособие для студентов втузов. — М.: Высш. шк., 1991. — 303 с.

Дополнительная

6. Иродов И. Е. Электромагнетизм. Основные законы. – 3-е изд., испр. — М.: Лаборатория базовых знаний, 2000. — 335 с.
7. Неманова И.Т., Быкова С.Л. Механика: учебно-методический комплекс. – Ч. I. – Минск: БГАТУ, 2006. – 240 с.
8. Наркевич И.И. и др. Физика для втузов. Электричество и магнетизм. Оптика. Строение вещества: Учеб. пособие / И.И. Наркевич, Э.И. Волмянский, С.И. Лобко. – Мн.: Выш. шк., 1994. – 554 с.
9. Близнюк И. Б., Добрянский В.М., Лугаков Н.Ф., Малишевский В.Ф., Чобот Г.М. Лабораторный практикум по курсу общей физики: Учебно-методич. пособие. — Мн.: БГАТУ, 2004. — 124 с.

СОДЕРЖАНИЕ

МОДУЛЬ 4 ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК.....	3
1 КОМПЛЕКСНАЯ ЦЕЛЬ.....	3
2 БАЗОВЫЕ ПРОБЛЕМЫ МОДУЛЯ.....	3
3 УЧЕБНО-ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ МОДУЛЯ.....	4
4 НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ	5
4.1 СЛОВАРЬ ПОНЯТИЙ	5
4.1.1 Новые понятия.....	5
4.1.2 Понятия для повторения.....	6
4.2 ОСНОВНОЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ	7
4.2.1 Электрический ток и его характеристики.....	7
4.2.2 Сторонние силы. Электродвижущая сила. Законы Ома и Джоуля– Ленца.....	9
4.2.3 Классическая теория электропроводности металлов.	18
4.3 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ	22
4.3.1 Электрический ток в газах. Плазма и ее практическое применение	22
5 МАТЕРИАЛЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ	30
5.1 МАТЕРИАЛЫ К ЛЕКЦИИ.....	30
5.2 МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ	32
5.3 МАТЕРИАЛЫ К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ	50
5.3.1 Лабораторная работа Изучение зависимости напряжения на зажимах, мощности и КПД источника от внешнего сопротивления и силы тока.....	50
5.4 МАТЕРИАЛЫ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ	61
5.4.1 Электрический ток. Закон Ома. Соединение проводников. Работа и мощность тока	61

6 ОБРАЗЕЦ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ	72
ЛИТЕРАТУРА	73
СОДЕРЖАНИЕ	75

МОДУЛЬ 5

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В ВАКУУМЕ

1 КОМПЛЕКСНАЯ ЦЕЛЬ

Студент должен:

- а) знать:* понятия, физические величины и их единицы (магнитное поле, магнитная индукция, линии магнитной индукции, вихревое поле, магнитный поток); законы и формулы (для вычисления силы Ампера и силы Лоренца);
- б) характеризовать:* закон Био-Савара-Лапласа, теорему о циркуляции вектора магнитной индукции (вихревой характер магнитного поля), теорему Остроградского-Гаусса для магнитного поля в вакууме;
- в) моделировать и прогнозировать* магнитные поля с помощью принципа суперпозиции, теоремы о циркуляции и теоремы Остроградского-Гаусса;
- г) уметь:* определять направление и модуль вектора магнитной индукции по действию магнитного поля на рамку с током; чертить линии магнитной индукции прямого проводника с током, витка, постоянных магнитов, магнитного поля Земли; объяснять явление полярных сияний, устройство и принцип действия компаса, циклотрона, масс-спектрометра, датчика Холла, МГД-генератора.

2 ВВЕДЕНИЕ. БАЗОВЫЕ ПРОБЛЕМЫ МОДУЛЯ

Большинство технических применений электричества связано с наличием магнитного поля тока. Магнитное поле — неотделимый спутник всякого электрического тока. Оно не зависит ни от каких специальных свойств того или иного проводника и определяется лишь величиной и направлением тока. При изучении данного раздела мы познакомимся с магнитным полем и его проявлениями; научимся определять характеристики магнитных полей, соз-

даваемых различными токами. Поскольку огромное количество технических применений электромагнитных явлений сводится к воздействию магнитного поля на токи, мы подробно рассмотрим силы, действующие в магнитном поле на проводники, по которым идет ток, и на движущиеся в нем отдельные заряды. Ниже сформулированы базовые проблемы данного модуля.

Магнитное поле постоянного электрического тока в вакууме. Явление магнитного взаимодействия токов. Закон Ампера для силы взаимодействия двух параллельных токов. Магнитный момент плоского замкнутого контура с током. Магнитная индукция. Закон Био-Савара-Лапласа. Применение закона Био-Савара-Лапласа к расчету индукции магнитных полей, создаваемых прямолинейным проводником с током (конечной длины и бесконечно длинным) и круговым контуром с током. Закон полного тока (теорема о циркуляции вектора магнитной индукции) для магнитного поля в вакууме. Применение закона полного тока к расчету индукции магнитного поля длинного соленоида и тороида. Поток магнитной индукции. Теорема Остроградского-Гаусса для магнитного поля. Потокосцепление. Вихревой характер магнитного поля.

Действие магнитного поля на движущиеся заряды и проводники с током. Закон Ампера для элемента проводника с током в магнитном поле. Действие магнитного поля на движущиеся заряды. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в постоянном магнитном поле (радиус траектории, период обращения, шаг винтовой траектории). Фазотрон. Синхрофазотрон. Принцип действия циклических ускорений заряженных частиц. Эффект Холла и его применение в технике. МГД – генератор и его применение в энергетике. Работа перемещения проводника с током в постоянном магнитном поле.

Дополнительный материал. Электронная и ионная оптика.

3 УЧЕБНО-ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ МОДУЛЯ

Номер и тема занятия	Тип занятия	Вид занятия	К-во часов на 1 занятие
<p>Занятие 1. Магнитное поле постоянного электрического тока в вакууме.</p> <p>1. Явление магнитного взаимодействия токов. Магнитная индукция. Закон Био-Савара-Лапласа.</p> <p>2. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции для магнитного поля в вакууме. Теорема Остроградского-Гаусса для магнитного поля в вакууме.</p> <p>3. Действие магнитного поля на движущиеся заряды и проводники с током.</p>	Знакомство с новым материалом	Лекция	4
<p>Занятие 2. Магнитное поле постоянного электрического тока в вакууме.</p> <p>1. Магнитная индукция</p> <p>2. Сила Ампера</p> <p>3. Магнитное поле Земли</p>	Углубление, обобщение	УСРС	2
<p>Занятие 3. Магнитное поле постоянного электрического тока в вакууме.</p> <p>1. Применение закона Био-Савара-Лапласа к расчету индукции магнитных полей.</p> <p>2. Решение задач индивидуального задания.</p>	Углубление, обобщение, предварительный контроль.	Лабораторное занятие	2
<p>Занятие 4. Магнитное поле постоянного электрического тока в вакууме.</p> <p>Решение задач:</p> <p>1. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях</p> <p>2. Работа перемещения проводника с током в магнитном поле.</p>	Обобщение, систематизация	Практическое занятие	2
<p>Занятие 5. Магнитное поле постоянного электрического тока в вакууме.</p>	Рубежный контроль	Контрольное занятие	2

4 НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

4.1 СЛОВАРЬ ПОНЯТИЙ

4.1.1 Новые понятия

- 1. Магнитным полем** называется область пространства, в которой на электрически нейтральный проводник с током действует сила, называемая магнитной.
- 2. Источником** магнитного поля является движущаяся электрически заряженная частица (заряд), которая создает также и электрическое поле.
- 3. Макроскопический ток (ток проводимости)** - электрический ток, протекающий по проводнику в электрической цепи.
- 4. Микроскопический ток (микроток)** – ток, обусловленный движением электронов в атомах и молекулах.
- 5. Магнитная постоянная** в СИ упрощает запись ряда формул. Ее численное значение равно $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2 \approx 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Н/А}^2$ ($1 \text{ Н/А}^2 = 1 \text{ Гн/м}$)
- 6. Ампер (А)** – единица силы тока в системе единиц СИ.
- 7. Пробным контуром** называется замкнутый плоский контур с током (рамка с током), линейные размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле.
- 8. Нормалью** к контуру называется вектор, перпендикулярный к поверхности контура. В качестве положительного направления нормали принимается направление, связанное с направлением тока в контуре правилом *правого винта (правилом буравчика)*: За *положительное* направление нормали принимается направление поступательного движения правого винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в контуре.
- 9. Магнитным моментом** плоского контура с током называется векторная величина, равная произведению силы тока в контуре на площадь поверхности контура и на единичный вектор нормали к поверхности контура.
- 10. Магнитная индукция** равна максимальному вращающему моменту, действующему на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нор-

маль к рамке перпендикулярна направлению поля. Магнитная индукция — **силовая характеристика магнитного поля**. За направление магнитного поля в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к свободно подвешенной рамке с током, или направление, совпадающее с силой, действующей на северный полюс (N) магнитной стрелки, помещенной в данную точку поля.

11. Тесла (Тл) - единица магнитной индукции в системе единиц СИ.

12. Линии магнитной индукции (силовые линии магнитного поля) — линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора магнитной индукции.

13. Вихревое поле – поле, силовые линии которого замкнуты.

14. Принцип суперпозиции магнитных полей утверждает, что, если магнитное поле создается несколькими проводниками с током, то индукция результирующего поля есть векторная сумма индукций полей, создаваемых каждым проводником в отдельности.

15. Закон Био-Савара-Лапласа устанавливает величину и направление вектора магнитной индукции в произвольной точке магнитного поля, создаваемого в вакууме элементом проводника с током.

16. Сила Ампера – сила, с которой магнитное поле действует на элемент проводника с током, находящимся в магнитном поле.

17. Сила Лоренца – сила, с которой магнитное поле действует на движущуюся в магнитном поле заряженную частицу.

18. Правило левой руки – правило, с помощью которого определяют направление силы Ампера и силы Лоренца.

19. Циркуляцией вектора магнитной индукции называют интеграл по замкнутому контуру касательной составляющей вектора магнитной индукции вдоль этого контура (т.е. предел суммы произведений проекции вектора магнитной индукции на направление касательной к малому участку выбранного в пространстве замкнутого контура на длину этого участка, взятой по всему контуру, при стремящейся к нулю длине участка).

20. Законом полного тока для магнитного поля в вакууме называют теорему о циркуляции вектора индукции магнитного поля постоянных токов по любому контуру.

21. Соленоидом называется длинная прямая катушка с током.

22. Тороидом называется кольцевая катушка с витками, намотанными на сердечник, имеющий форму тора, по которой течет ток.

23. Поток вектора магнитной индукции через элемент поверхности (элементарным магнитным потоком) называется скалярная физическая величина, равная произведению перпендикулярной к элементу составляющей вектора магнитной индукции на площадь элемента.

24. Вебер (Вб) – единица магнитного потока в системе СИ.

25. Потокосцеплением контура называется магнитный поток через поверхность, ограниченную замкнутым контуром.

26. Циклотрон – ускоритель тяжелых частиц (протонов, ионов).

27. Масс-спектрометр – устройство, с помощью которого можно измерять массы заряженных частиц – ионов или ядер различных атомов.

28. Магнитогидродинамический (МГД) генератор - энергетическая установка, в которой энергия электропроводящей среды (обычно низкотемпературной плазмы), движущейся в магнитном поле, непосредственно преобразуется в электрическую энергию.

4.1.2 Понятия для повторения

1. Постоянный электрический ток.
2. Сила тока.
3. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля.
4. Поток вектора напряженности электростатического поля.
5. Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме.

4.2 ОСНОВНОЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

4.2.1 Магнитное поле постоянного электрического тока в вакууме

4.2.1.1 Явление магнитного взаимодействия токов. Магнитная индукция. Закон Био-Савара-Лапласа.

Магнитные явления были известны еще в древнем мире. Компас был изобретен более 4500 лет тому назад. Он появился в Европе приблизительно в XII веке новой эры. Однако только в XIX веке была обнаружена связь между электричеством и магнетизмом и возникло представление о *магнитном поле*.

Первыми экспериментами, показавшими, что между электрическими и магнитными явлениями имеется глубокая связь, были опыты датского физика Х. Эрстеда (1820 г.). Эти опыты показали, что на магнитную стрелку, расположенную вблизи проводника с током, действуют силы, которые стремятся повернуть стрелку. В том же году французский физик А. Ампер наблюдал силовое взаимодействие двух проводников с токами и установил закон взаимодействия токов.

По современным представлениям, проводники с током оказывают силовое действие друг на друга не непосредственно, а через окружающие их магнитные поля.

Источниками магнитного поля являются **движущиеся** электрические заряды (токи). Магнитное поле возникает в пространстве, окружающем проводники с током, подобно тому, как в пространстве, окружающем неподвижные электрические заряды, возникает электрическое поле. Магнитное поле постоянных магнитов также создается электрическими микротоками, циркулирующими внутри молекул вещества (гипотеза Ампера).

Ученые XIX века пытались создать теорию магнитного поля по аналогии с электростатикой, вводя в рассмотрение так называемые **магнитные заряды** двух знаков (например, северный N и южный S полюса магнитной стрелки).

Однако опыт показывает, что изолированных магнитных зарядов не существует.

Магнитное поле токов принципиально отличается от электрического поля. Магнитное поле, в отличие от электрического, оказывает силовое действие **только** на движущиеся заряды (токи).

Одним из важных примеров магнитного взаимодействия токов является взаимодействие параллельных токов. Закономерности этого явления были экспериментально установлены Ампером. Если по двум параллельным проводникам электрические токи текут в одну и ту же сторону, то наблюдается взаимное притяжение проводников. В случае, когда токи текут в противоположных направлениях, проводники отталкиваются.

Взаимодействие токов вызывается их магнитными полями: магнитное поле одного тока действует силой Ампера на другой ток и наоборот.

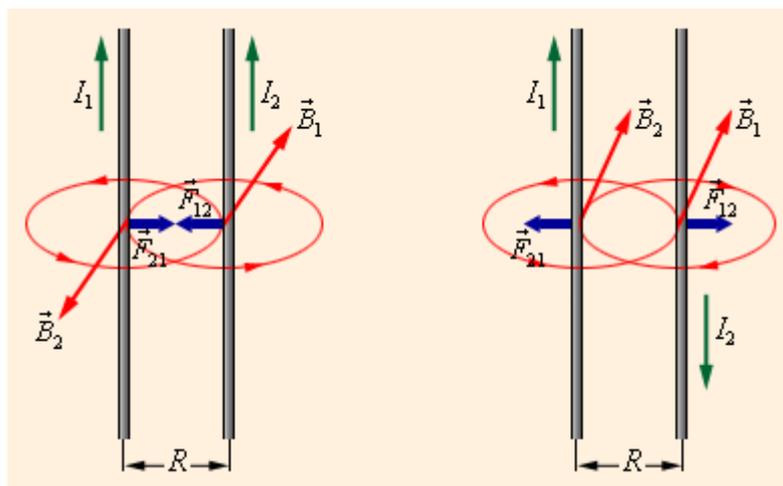
Опыты показали, что модуль силы, действующей на отрезок длиной Δl каждого из проводников, прямо пропорционален силам тока I_1 и I_2 в проводниках, длине отрезка Δl и обратно пропорционален расстоянию R между ними:

$$F = k \frac{I_1 I_2 \Delta l}{R}.$$

В Международной системе единиц СИ коэффициент пропорциональности k принято записывать в виде: $k = \mu_0 / 2\pi$, где μ_0 – постоянная величина, которую называют *магнитной постоянной*. Введение магнитной постоянной в СИ упрощает запись ряда формул. Ее численное значение равно $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/А² $\approx 1,26 \cdot 10^{-6}$ Н/А².

Формула, выражающая закон магнитного взаимодействия параллельных токов, принимает вид:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 \Delta l}{R}.$$



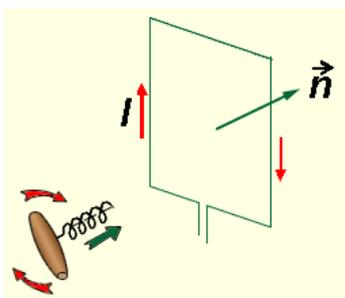
□□. 5.1. Магнитное взаимодействие параллельных и антипараллельных токов.

Рис. 5.1 поясняет закон взаимодействия параллельных токов.

Магнитное взаимодействие параллельных проводников с током используется в Международной системе единиц (СИ) для определения единицы силы тока – ампера:

Ампер – сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу магнитного взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины.

Магнитная индукция. Аналогично тому, как при исследовании электростатического поля использовался точечный пробный заряд, при исследовании магнитного поля используется *замкнутый плоский контур с током (рамка с током)*, линейные размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле. Ориентация контура в пространстве характеризуется направлением *нормали \vec{n}* к контуру.



В качестве **положительного направления нормали** принимается направление, связанное с током **правилом правого винта (правилом буравчика)**:

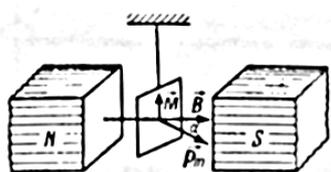
За положительное направление нормали принимается направление посту-

пункта буравчика, направленное в сторону положительного направления нормали.

пательного движения правого винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке.

Магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие, поворачивая ее определенным образом. Это свойство используется для выбора направления магнитного поля.

За направление магнитного поля в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к свободно подвешенной рамке с током, или направление, совпадающее с силой, действующей на северный полюс (N) магнитной стрелки, помещенной в данную точку поля.



Вращающий момент сил зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств рамки с током и определяется векторным произведением $\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$,

где \vec{p}_m — вектор магнитного момента рамки с током, \vec{B} — вектор магнитной индукции — силовая характеристика магнитного поля. По определению векторного произведения скалярная величина момента: $M = p_m B \sin \alpha$, где α — угол между векторами \vec{p}_m и \vec{B} .

Для плоского контура с током I магнитный момент определяется: $\vec{p}_m = IS\vec{n}$, где S — площадь поверхности контура (рамки), \vec{n} — единичный вектор нормали к поверхности рамки.

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, но отношение $\frac{M_{\max}}{p_m}$ для всех контуров одно и то же.

Аналогично тому, как силовая векторная характеристика электростатического поля — напряженность — определялась как сила, действующая на единичный пробный заряд, **силовая характеристика магнитного поля — магнитная индукция \vec{B}** — определяется максимальным вращающим момен-

том, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля.

В системе единиц СИ за единицу магнитной индукции принята индукция такого магнитного поля, в котором на рамку с магнитным моментом, равным $1 \text{ А} \cdot \text{м}^2$ действует максимальный вращающий момент $1 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Эта единица называется **тесла** (Тл). $1 \text{ Тл} = 1 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{м}^2}$.

Тесла – очень крупная единица. Магнитное поле Земли приблизительно равно $0,5 \cdot 10^{-4}$ Тл. Большой лабораторный электромагнит может создать поле не более 5 Тл.

Графически магнитное поле, так же как электрическое, изображают с помощью **линий магнитной индукции** — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \vec{B} .

Пример линий магнитной индукции полей постоянного магнита и катушки с током приведен на рис. 5.2.

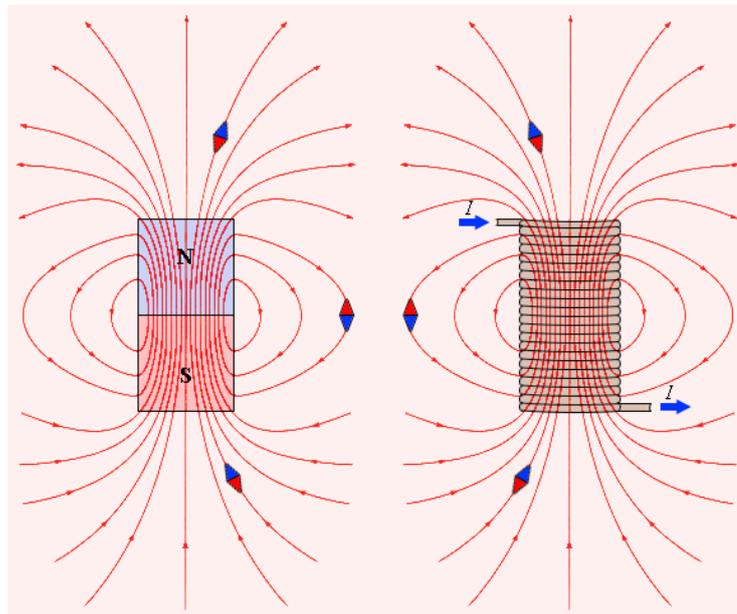


Рис. 5.2. Линии магнитной индукции полей постоянного магнита и катушки с током. Индикаторные магнитные стрелки ориентируются по направлению касательных к линиям индукции.

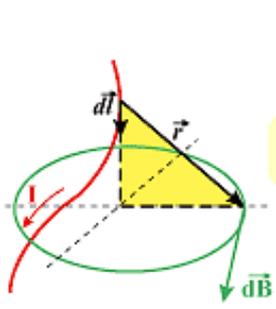
Обратите внимание на аналогию магнитных полей постоянного магнита и катушки с током. Линии магнитной индукции всегда замкнуты, они нигде не обрываются. Это означает, что магнитное поле не имеет источников – маг-

нитных зарядов. Силовые поля, обладающие этим свойством, называются **вихревыми**. Картину магнитной индукции можно наблюдать с помощью мелких железных опилок, которые в магнитном поле намагничиваются и, подобно маленьким магнитным стрелкам, ориентируются вдоль линий индукции.

Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с током, в то время, как линии электростатического поля — разомкнуты (они начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах).

Закон Био–Савара–Лапласа. Магнитное поле постоянных токов различной конфигурации изучалось экспериментально французскими учеными П. Био и Ж. Лапласом (1820 г.). Они пришли к выводу, что индукция магнитного поля токов, текущих по проводнику, определяется совместным действием всех отдельных участков проводника. Магнитное поле подчиняется принципу суперпозиции: магнитное поле, создаваемое несколькими токами, равно сумме магнитных полей, создаваемых каждым током в отдельности.

Вектор \vec{B} магнитной индукции в точке P определяется суммой векторов $d\vec{B}$, создаваемых элементами $d\vec{l}$ проводника. Вектор $d\vec{B}$ перпендикулярен плоскости, образованной векторами $d\vec{l}$ и \vec{r} , и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Закон Био–Савара–Лапласа для элемента $d\vec{l}$ проводника с током I :



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$
 где r — расстояние от элемента $d\vec{l}$ до точки P , μ_0 — магнитная постоянная. Направление вектора $d\vec{B}$ перпендикулярно $d\vec{l}$ и \vec{r} и совпадает с касательной к линии магнитной индукции.

Модуль вектора $d\vec{B}$ определяется выражением

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$$

где α — угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{r} .

4.2.1.2 Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции для магнитного поля в вакууме. Теорема Остроградского-Гаусса для магнитного поля

Рассмотрим произвольное замкнутое контурное замкнутое поле в вакууме, расположенное в области, где отсутствуют токи. В этом случае справедлива **теорема о циркуляции вектора магнитной индукции**, согласно которой циркуляция вектора магнитной индукции по любому замкнутому контуру равна нулю, что и следует из отсутствия токов в области.

Рассмотрим контур (L) (рис. 5.3).

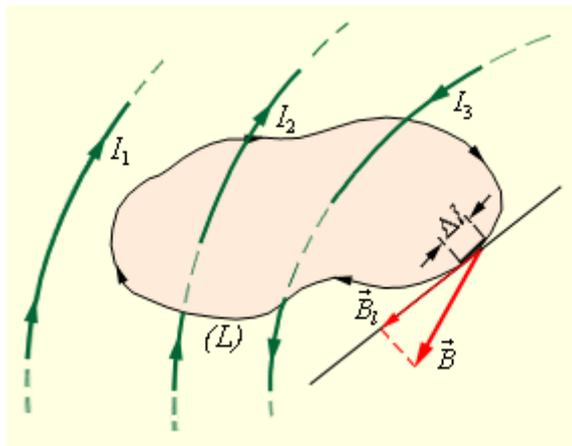


Рис. 5.3. Контур (L) в области с магнитным полем. Ток I_1, I_2 и I_3 , создающий поле, течет в направлении, указанном стрелками. Вектор магнитной индукции \vec{B} направлен по касательной к контуру (L) (по правилу буравчика). Вектор \vec{B}_t — тангенциальная составляющая вектора \vec{B} в направлении \vec{B} по контуру (L) . Вектор \vec{B} — вектор магнитной индукции в направлении \vec{B} по контуру (L) .

Рассмотрим контур (L) в области с магнитным полем $B_t \Delta l$, где B_t — тангенциальная составляющая вектора \vec{B} по контуру (L) при

$$\Delta l \rightarrow 0: \text{Циркуляция вектора } \vec{B} = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \sum_{(L)} B_t \Delta l = \oint_{(L)} B_t dl = \oint_{(L)} \vec{B} d\vec{l}.$$

Согласно рис. 5.3, тангенциальная составляющая вектора \vec{B} по контуру (L) , в направлении \vec{B} по контуру (L) равна $B_t \Delta l$, что и следует из отсутствия токов в области.

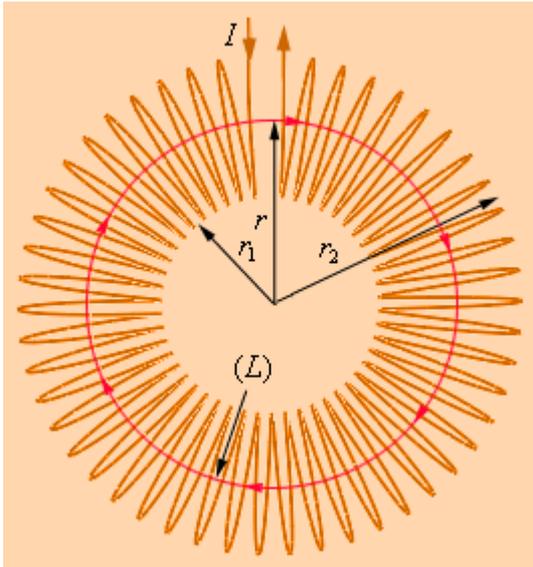


Рис. 5.4. Магнитное поле в соленоиде с тороидальными витками.

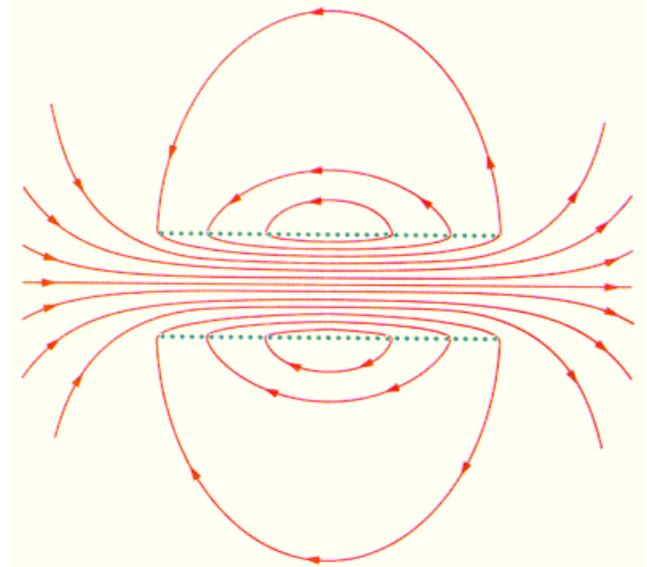


Рис. 5.5. Магнитное поле соленоида с тороидальными витками. В соленоиде магнитное поле направлено вдоль оси соленоида и имеет максимальную величину, а вне соленоида оно равно нулю.

Магнитное поле, как и электрическое поле, является векторным полем, магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида.

В соленоиде магнитное поле направлено вдоль оси соленоида и имеет максимальную величину, а вне соленоида оно равно нулю. Это магнитное поле, как и электрическое поле, является векторным полем, магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида.

Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида $r_1 \leq r < r_2$ магнитное поле по рис. 5.4. Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида L и имеет максимальную величину, магнитное поле тороидального соленоида по рис. 5.4 направлено вдоль оси соленоида.

Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида L и имеет максимальную величину, магнитное поле тороидального соленоида по рис. 5.4 направлено вдоль оси соленоида.

Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида \vec{B} магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида. Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида.

Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида: $B2\pi r = \mu_0 IN$, где N – количество витков соленоида, I – ток, протекающий по соленоиду.

Магнитное поле тороидального соленоида,
$$B = \frac{\mu_0 IN}{2\pi r}.$$

Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида r . Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида.

Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида $r_2 - r_1 \ll r$, магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида.

Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида $n = N / 2\pi r$ магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида. Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида.

Магнитное поле тороидального соленоида
$$B = \mu_0 In.$$

Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида, магнитное поле тороидального соленоида $r \rightarrow \infty$. Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида.

Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида, магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида.

Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида **соленоидами**. Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида.

Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида. Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида.

Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида. Магнитное поле тороидального соленоида направлено вдоль оси соленоида.

в зависимости от знака $\cos \alpha$.

Поток вектора \vec{B} связывают с контуром, по которому течет ток. Положительное направление нормали к контуру связано с направлением тока по правилу правого винта. Поэтому *магнитный поток, создаваемый контуром с током через поверхность, ограниченную им самим, всегда положителен.*

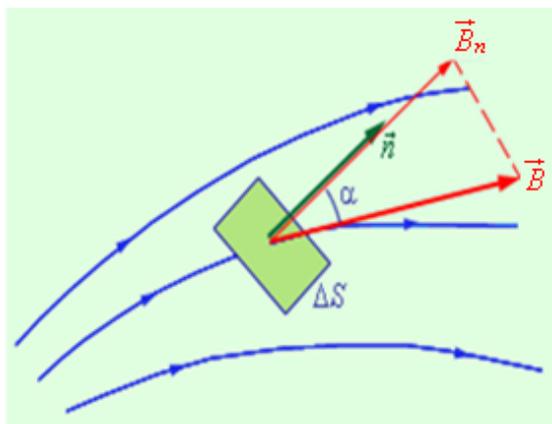


Рис. 5.7. Поток вектора B через площадку ΔS

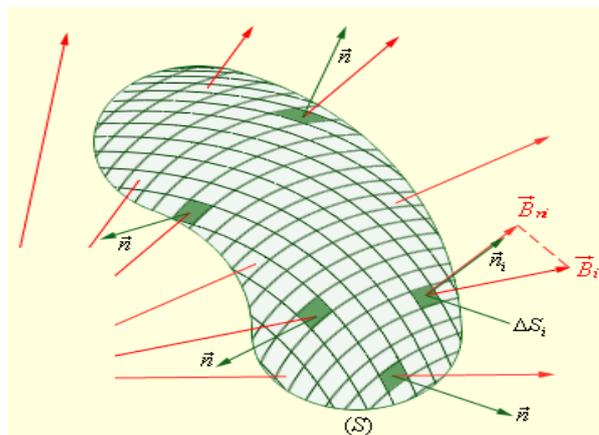


Рис.5.8. Поток вектора B через поверхность S

Поток вектора магнитной индукции через произвольную поверхность S :

$$\Phi_B = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \sum_{(S)} \Delta \Phi_B = \int_{(S)} B_n dS$$

Единица магнитного потока — вебер (Вб): 1 Вб — магнитный поток, проходящий сквозь плоскую поверхность площадью 1 м^2 , расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 Тл

$$\left(1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2 = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{с}^2} \right).$$

Теорема Остроградского-Гаусса для магнитного поля в вакууме. Поток вектора магнитной индукции сквозь любую замкнутую поверхность равен

$$\text{нулю: } \oint_{(S)} B_n dS = 0.$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми.

Потокоцепление. Магнитный поток через поверхность, ограниченную замкнутым контуром, называется *потокоцеплением* Ψ этого контура.

Потокосцепление контура, обусловленное магнитным полем тока в самом этом контуре называется потокосцеплением самоиндукции.

4.2.2 Действие магнитного поля на движущиеся заряды и проводники с током

4.2.2.1 Закон Ампера

Действие магнитного поля на рамку с током — это пример воздействия магнитного поля на проводник с током. Ампер установил, что сила $d\vec{F}$, с которой магнитное поле действует на элемент проводника dl с током I , находящимся в магнитном поле, равна: $d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}]$, где $d\vec{l}$ — вектор по модулю равный dl и совпадающий по направлению с током, \vec{B} — вектор магнитной индукции.

Эта сила называется *силой Ампера*. Она достигает максимального по модулю значения F_{\max} , когда проводник с током ориентирован перпендикулярно линиям магнитной индукции. Сила Ампера направлена перпендикулярно вектору магнитной индукции \vec{B} и направлению тока, текущего по проводнику. Для определения направления силы Ампера обычно используют *правило левой руки*: если расположить левую руку так, чтобы линии индукции \vec{B} входили в ладонь, а вытянутые пальцы были направлены вдоль тока, то отведенный большой палец укажет направление силы, действующей на проводник (рис. 5.9).

Если угол α между направлениями вектора \vec{B} и тока в проводнике отличен от 90° , то для определения направления силы Ампера \vec{F} более удобно пользоваться *правилом буравчика*: воображаемый буравчик располагается перпендикулярно плоскости, содержащей вектор \vec{B} и проводник с током, затем его рукоятка поворачивается от направления тока к направлению вектора \vec{B} . Поступательное перемещение буравчика будет показывать направление силы Ампера \vec{F} (рис. 5.9). Правило буравчика часто называют **правилом правого винта**.

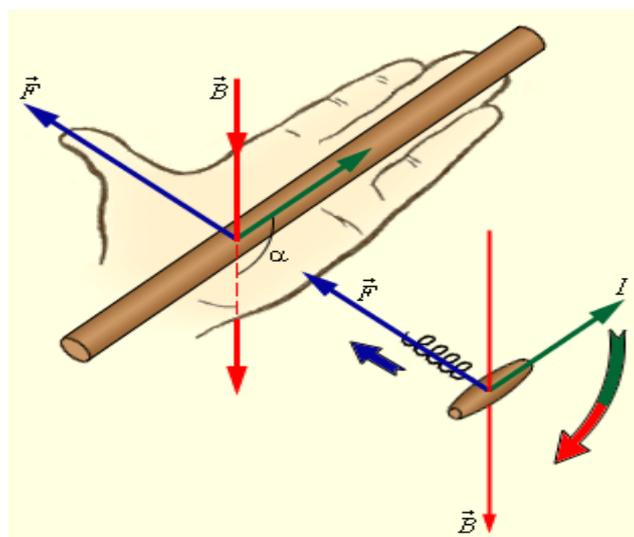


Рис. 5.9. Правило левой руки и правило буравчика.

4.2.2.2 Действие магнитного поля на движущиеся заряды. Сила Лоренца

Сила Ампера, действующая на отрезок проводника длиной Δl с силой тока I , находящийся в магнитном поле B , $F = IB\Delta l \sin \alpha$ может быть выражена через силы, действующие на отдельные носители заряда.

Пусть концентрация носителей свободного заряда в проводнике есть n , а q – заряд носителя. Тогда произведение $nqvS$, где v – модуль скорости упорядоченного движения носителей по проводнику, а S – площадь поперечного сечения проводника, равно току, текущему по проводнику: $I = qnvS$.

Выражение для силы Ампера можно записать в виде: $F = qnS\Delta lvB \sin \alpha$.

Так как полное число N носителей свободного заряда в проводнике длиной Δl и сечением S равно $nS\Delta l$, то сила, действующая на одну заряженную частицу, равна

$$F_{\text{Л}} = qvB \sin \alpha.$$

Эту силу называют **силой Лоренца**. Угол α в этом выражении равен углу между скоростью \vec{v} и вектором магнитной индукции \vec{B} . Направление силы Лоренца, действующей на положительно заряженную частицу, так же, как и направление силы Ампера, может быть найдено по правилу левой руки или по правилу буравчика. Взаимное расположение векторов \vec{v} , \vec{B} и $\vec{F}_{\text{Л}}$ для положительно заряженной частицы показано на рис. 5.10.

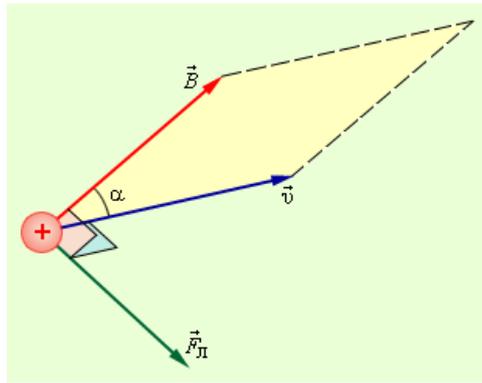


рис. 5.10. Взаимное расположение векторов \vec{v} , \vec{B} и \vec{F}_L . Модуль силы Лоренца \vec{F}_L численно равен площади параллелограмма, построенного на векторах \vec{v} и \vec{B} , помноженной на заряд q .

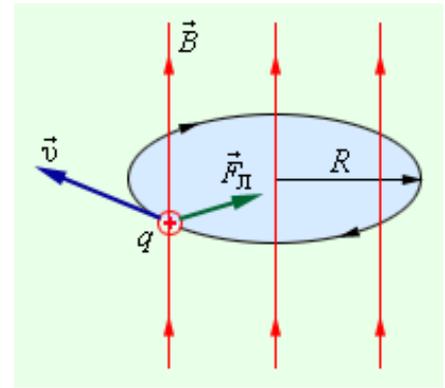


рис. 5.11. Круговое движение заряженной частицы в однородном магнитном поле.

Сила Лоренца направлена перпендикулярно векторам \vec{v} и \vec{B} .

При движении заряженной частицы в магнитном поле сила Лоренца работы не совершает. Поэтому модуль вектора скорости при движении частицы не изменяется.

Если заряженная частица движется в однородном магнитном поле под действием силы Лоренца, а ее скорость \vec{v} лежит в плоскости, перпендикулярной вектору \vec{B} , то частица будет двигаться по окружности радиуса $R = \frac{mv}{qB}$. Сила

Лоренца в этом случае играет роль центростремительной силы (рис. 5.11).

Период обращения частицы в однородном магнитном поле равен

$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$. Это выражение показывает, что для заряженных частиц заданной массы m период обращения не зависит от скорости v и радиуса траектории R .

Угловая скорость движения заряженной частицы по круговой траектории

$\omega = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$ называется **циклотронной частотой**. Циклотронная частота не

зависит от скорости (следовательно, и от кинетической энергии) частицы.

Это обстоятельство используется в **циклотронах** – ускорителях тяжелых

частиц (протонов, ионов). Принципиальная схема циклотрона приведена на рис. 5.12.

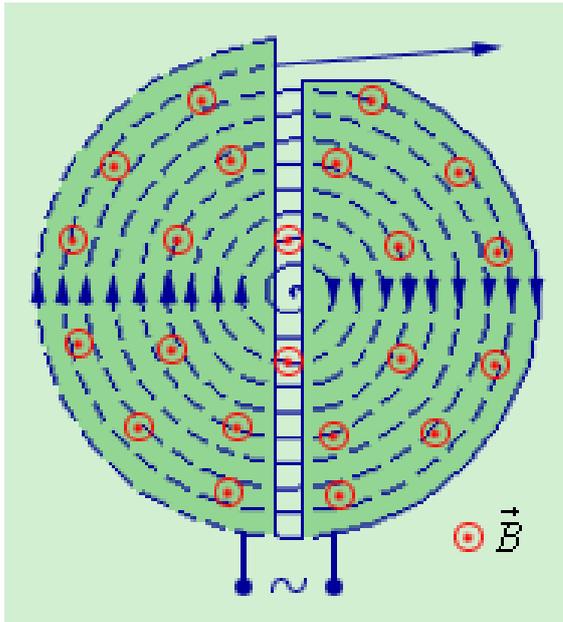


Рис. 5.12. Движение заряженных частиц в вакуумной камере циклотрона.

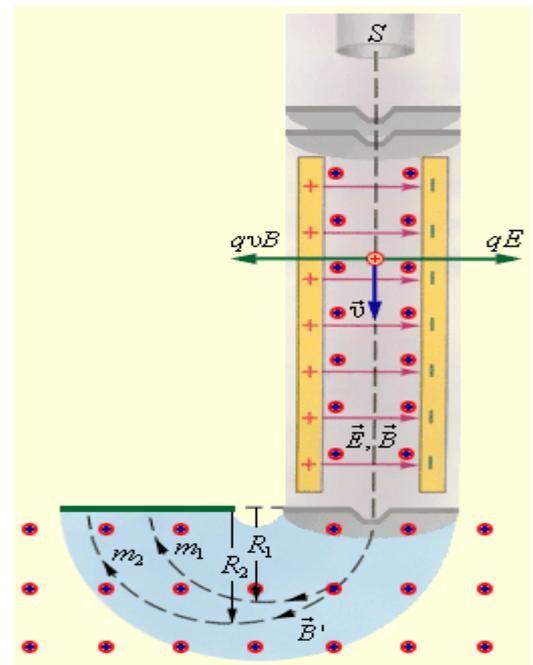


Рис. 5.13. Селектор скоростей и масс-спектрометр.

Между полюсами сильного электромагнита помещается вакуумная камера, в которой находятся два электрода в виде полых металлических полуцилиндров (*дуантов*). К дуантам приложено переменное электрическое напряжение, **частота которого равна циклотронной частоте**. Заряженные частицы инжектируются в центре вакуумной камеры. Частицы ускоряются электрическим полем в промежутке между дуантами. Внутри дуантов частицы движутся под действием силы Лоренца по полуокружностям, радиус которых растет по мере увеличения энергии частиц. Каждый раз, когда частица пролетает через зазор между дуантами, она ускоряется электрическим полем. Таким образом, в циклотроне, как и во всех других ускорителях, заряженная частица ускоряется электрическим полем, а удерживается на траектории магнитным полем. Циклотроны позволяют ускорить протоны до энергии порядка 20 МэВ.

Однородные магнитные поля используются во многих приборах и, в частности, в *масс-спектрометрах* – устройствах, с помощью которых можно измерять массы заряженных частиц – ионов или ядер различных атомов. Масс-спектрометры используются для разделения изотопов, то есть ядер атомов с одинаковым зарядом, но разными массами (например, ^{20}Ne и ^{22}Ne). Простей-

ший масс-спектрометр показан на рис. 5.13. Ионы, вылетающие из источника S , проходят через несколько небольших отверстий, формирующих узкий пучок. Затем они попадают в *селектор скоростей*, в котором частицы движутся в **скрещенных однородных электрическом и магнитном полях**. Электрическое поле создается между пластинами плоского конденсатора, магнитное поле – в зазоре между полюсами электромагнита. Начальная скорость \vec{v} заряженных частиц направлена перпендикулярно векторам \vec{E} и \vec{B} . На частицу, движущуюся в скрещенных электрическом и магнитном полях, действуют электрическая сила $q\vec{E}$ и магнитная сила Лоренца. При условии $E = vB$ эти силы точно уравниваются друг друга. Если это условие выполняется, частица будет двигаться равномерно и прямолинейно и, пролетев через конденсатор, пройдет через отверстие в экране. При заданных значениях электрического и магнитного полей селектор выделит частицы, движущиеся со скоростью $v = E / B$.

Далее частицы с одним и тем же значением скорости попадают в камеру масс-спектрометра, в которой создано однородное магнитное поле \vec{B}' . Частицы движутся в камере в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, под действием силы Лоренца. Траектории частиц представляют собой окружности радиусов $R = mv / qB'$. Измеряя радиусы траекторий при известных значениях v и B' можно определить отношение q / m . В случае изотопов ($q_1 = q_2$) масс-спектрометр позволяет разделить частицы с разными массами. Современные масс-спектрометры позволяют измерять массы заряженных частиц с точностью выше 10^{-4} .

Если скорость частицы \vec{v} имеет составляющую \vec{v}_{\parallel} вдоль направления магнитного поля, то такая частица будет двигаться в однородном магнитном поле по спирали. При этом радиус спирали R зависит от модуля перпендикулярной магнитному полю составляющей \vec{v}_{\perp} вектора \vec{v} , а шаг спирали p – от модуля продольной составляющей v_{\parallel} (рис. 5.14).

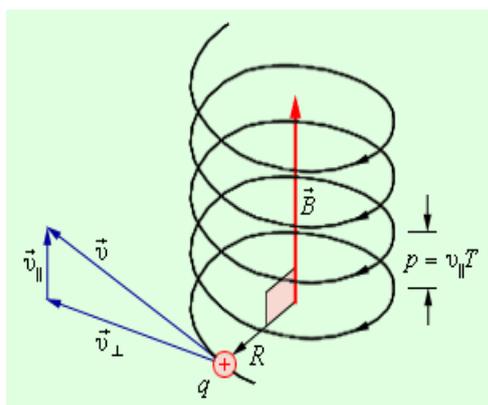


Рис. 5.14. Движение заряженной частицы по спирали в однородном магнитном поле.

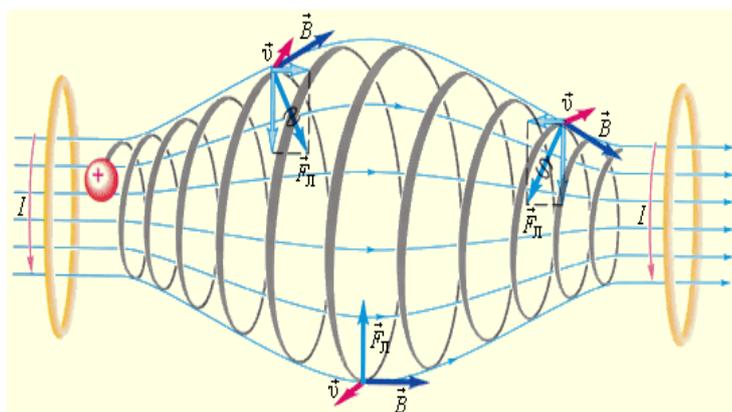


Рис. 5.15. Магнитная «бутылка». Заряженные частицы не выходят за пределы «бутылки». Магнитное поле «бутылки» может быть создано с помощью двух круглых катушек с током.

Таким образом, траектория заряженной частицы как бы навивается на линии магнитной индукции. Это явление используется в технике для **магнитной термоизоляции высокотемпературной плазмы**, то есть полностью ионизированного газа при температуре порядка 10^6 К. Вещество в таком состоянии получают в установках типа «Токамак» при изучении управляемых термоядерных реакций. Плазма не должна соприкасаться со стенками камеры. Термоизоляция достигается путем создания магнитного поля специальной конфигурации. В качестве примера на рис. 5.15 изображена траектория движения заряженной частицы в **магнитной «бутылке»** (или *ловушке*).

Аналогичное явление происходит в магнитном поле Земли, которое является защитой для всего живого от потоков заряженных частиц из космического пространства. Быстрые заряженные частицы из космоса (главным образом от Солнца) «захватываются» магнитным полем Земли и образуют так называемые **радиационные пояса** (рис. 5.16), в которых частицы, как в магнитных ловушках, перемещаются туда и обратно по спиралевидным траекториям между северным и южным магнитными полюсами за времена порядка долей секунды. Лишь в полярных областях некоторая часть частиц вторгается в верхние слои атмосферы, вызывая полярные сияния. Радиационные пояса Земли простираются от расстояний порядка 500 км до десятков земных радиусов. Следует вспомнить, что южный магнитный полюс Земли находится вблизи северного географического полюса (на северо-западе Гренландии).

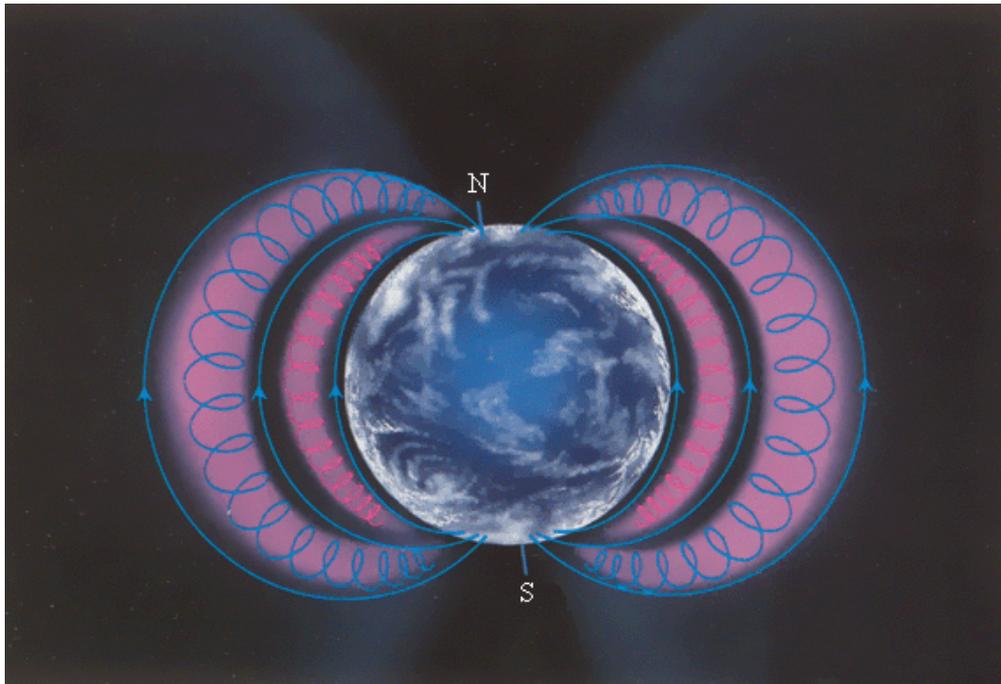


Рис. 5.16. Радиационные пояса Земли. Быстрые заряженные частицы от Солнца (в основном электроны и протоны) попадают в магнитные ловушки радиационных поясов. Частицы могут покидать пояса в полярных областях и вторгаться в верхние слои атмосферы, вызывая полярные сияния.

Эффект Холла — это возникновение в металле (или полупроводнике) с током плотностью \vec{j} , помещенном в магнитное поле \vec{B} , электрического поля в направлении, перпендикулярном \vec{B} и \vec{j} . Поместим металлическую пластинку с током плотностью \vec{j} в магнитное поле \vec{B} , перпендикулярное \vec{j} (см. рис. 5.17). При данном направлении \vec{j} скорость носителей тока в металле — электронов — направлена справа налево. Электроны испытывают действие силы Лоренца, которая в данном случае направлена вверх. Таким образом, у верхнего края пластинки возникнет повышенная концентрация электронов (он зарядится отрицательно), а у нижнего — их недостаток (зарядится положительно). В результате этого между краями пластинки возникнет дополнительное поперечное электрическое поле, направленное снизу вверх. Когда напряженность E_B этого поперечного поля достигнет такой величины, что его действие на заряды будет уравнивать силу Лоренца, то установится стационарное распределение зарядов в поперечном направлении. Тогда

$eE_B = e \frac{\Delta\phi}{d} = e\upsilon B$, или $\Delta\phi = \upsilon Bd$, где d — толщина пластинки, $\Delta\phi = U_x$ — поперечная (холловская) разность потенциалов. Учитывая, что сила тока $I = jS = ne\upsilon S$ (S — площадь поперечного сечения пластинки шириной a , n — концентрация электронов, υ — средняя скорость упорядоченного движения электронов), получим $U_x = \frac{I}{nead} Bd = \frac{1}{en} \frac{IB}{a} = R_x \frac{IB}{a}$, т. е. холловская поперечная разность потенциалов прямо пропорциональна магнитной индукции B , силе тока I и обратно пропорциональна ширине пластинки a . $R_x = \frac{1}{en}$ — постоянная Холла, зависящая от вещества. По измеренному значению постоянной Холла можно: 1) определить концентрацию носителей тока в проводнике (при известных характере проводимости и заряде носителей); 2) судить о природе проводимости полупроводников, так как знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда e носителей тока. Эффект Холла поэтому наиболее эффективный метод изучения энергетического спектра носителей тока в металлах и полупроводниках. Он применяется также для умножения постоянных токов в аналоговых вычислительных машинах, в измерительной технике (датчики Холла) и т. д.

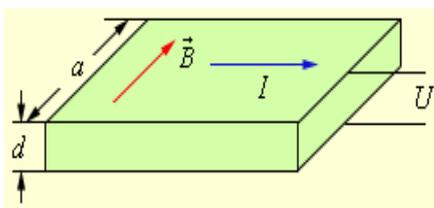


Рис. 5.17. Возникновение эффекта Холла

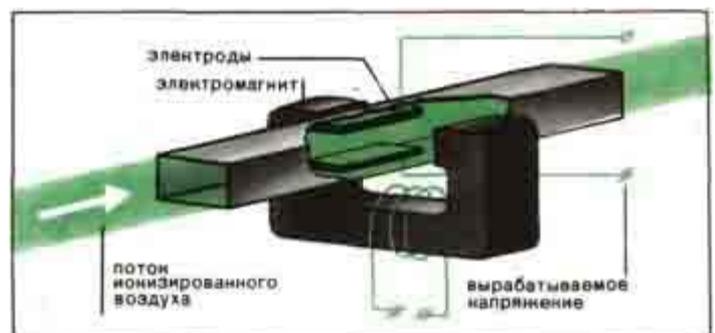


Рис. 5.18. Принципиальная схема МГД-генератора

Магнитогидродинамический генератор (МГД-генератор) — энергетическая установка, в которой энергия электропроводящей среды (обычно низкотемпературной плазмы), движущейся в магнитном поле, непосредственно преобразуется в электрическую энергию. Работы по практическому применению магнитогидродинамического генератора ведутся с конца 50-х гг. 20 в.

Основное преимущество магнитогидродинамического генератора перед машинными генераторами — отсутствие движущихся частей, однако из-за низкого КПД (не св. 40%) промышленного использования они пока не получили.

У МГД-генератора три основные части: *канал, устройства для отвода электроэнергии и электромагнит* (рис 5.18). В камере сгорания, похожей на камеру ракетного двигателя, сжигают уголь, природный газ или мазут. Горячие газы ускоряются в сопле камеры и попадают в канал — длинную, слегка расширяющуюся трубу. В стенки канала вделаны электроды — проводящие пластинки, с которых снимается напряжение, вырабатываемое генератором. Канал помещен в магнитное поле, которое создается электромагнитом.

Нагретый до нескольких тысяч градусов, газ ионизируется, и получается не что иное, как *плазма*, т. е. смесь из оторвавшихся от атомов электронов, ионов (атомов, потерявших один или несколько электронов) и нейтральных атомов, не распавшихся на ионы и электроны. Чем выше температура, тем электронов и ионов больше, однако продукты сгорания обыкновенного топлива становятся плазмой лишь при температуре $10\,000^\circ\text{C}$, вот почему в топливо МГД-генератора сейчас добавляют соли цезия или калия — они ионизируются уже при 2000°C .

Когда плазма попадает в канал и оказывается между полюсами электромагнита, магнитное поле отклоняет электроны к одному из электродов, и тот становится отрицательным полюсом генератора. А из противоположного электрода ионы вырывают электроны, он становится положительным полюсом. Между электродами благодаря этому образуется напряжение и протекает ток, который совершает полезную работу на нагрузке, подключенной к МГД-генератору.

Идею МГД-генератора высказал еще Фарадей, но создавать их стали лишь в начале 60-х годов XX в., да и сейчас это все еще экспериментальные, хотя и довольно мощные, установки. Очень заманчиво то, что теоретически их к.п.д. может достигать 50% и выше, т. е. превышать к.п.д. паротурбинной электростанции. Трудность, однако, заключается в том, что при температуре газа

ниже 2000°C в нем остается так мало свободных электронов, что для использования в генераторе она уже не годится. Чтобы не расходовать зря тепло, поток газа пропускают через теплообменники. В них тепло передается воде, а образовавшийся пар подается в паровую турбину. Такие комбинированные установки считаются наиболее перспективными.

В Российской Федерации действует сейчас опытно-промышленная комбинированная электростанция с МГД-генератором, работающим на природном газе.

4.2.2.3 Работа перемещения проводника с током в постоянном магнитном поле

Элементарная работа δA , совершаемая силой Ампера $d\vec{F}$ при перемещении на $d\vec{r}$ в магнитном поле элемента проводника $d\vec{l}$, равна

$$\delta A = d\vec{F}d\vec{r} = I \left([d\vec{l}, \vec{B}] d\vec{r} \right) = I \left([d\vec{r}, d\vec{l}] \vec{B} \right).$$

Здесь мы, подставив выражение для силы Ампера, вынесли скалярную величину – силу тока I и воспользовались известным свойством смешанного произведения векторов: оно не изменяется при циклической перестановке сомножителей. Векторное произведение перемещения и элемента проводника есть вектор площадки, прочерченной проводником при его перемещении (см. рис. 5.19): $d\vec{S} = [d\vec{r}, d\vec{l}]$.

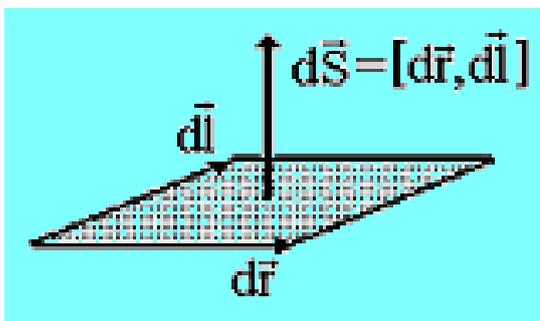


Рис. 5.19. Вектор площадки, прочерченной проводником $d\vec{l}$ при его перемещении на $d\vec{r}$

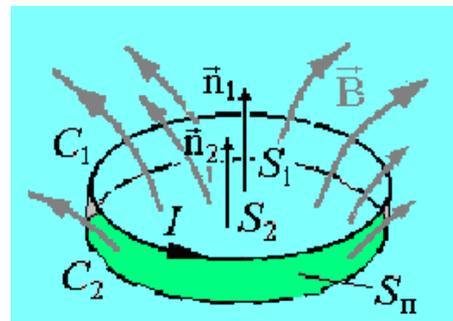


Рис. 5.20. Перемещение контура с током в магнитном поле

Скалярное произведение вектора площадки и вектора магнитной индукции – это магнитный поток через площадку $d\vec{S}$: $d\Phi = \vec{B}d\vec{S}$, поэтому для работы получаем $\delta A = Id\Phi$

Если проводник, сила тока I в котором поддерживается постоянной, совершает конечное перемещение из положения 1 в положение 2, то работа сил

Ампера при таком перемещении $A_{12} = \int_1^2 Id\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi$, где

$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – магнитный поток через поверхность, прочерченную проводником при рассматриваемом перемещении.

Если в постоянном магнитном поле перемещается замкнутый контур, то поток, прочерченный всеми элементами контура, равен изменению потока пронизывающего контур (потокосцепления Ψ). Докажем это.

На рисунке 5.20 изображены два последовательных состояния контура C_1 и C_2 . Поверхности S_1 и S_2 , которые ограничивает контур в положениях C_1 и C_2 и поверхность S_n , прочерченная контуром, составляют замкнутую поверхность. По теореме Остроградского-Гаусса для магнитной индукции суммарный поток через эту замкнутую поверхность равен нулю. Выберем нормали \vec{n}_1 и \vec{n}_2 к поверхностям S_1 и S_2 при вычислении потокосцеплений Ψ_1 и Ψ_2 в каждом из положений так, чтобы они были согласованы с направлением тока в контуре по правилу правого винта (из конца вектора нормали ток в контуре виден идущим против часовой стрелки). При этом поток наружу из замкнутой поверхности складывается из потока через S_1 в направлении \vec{n}_1 (равен Ψ_1), потока через S_2 в направлении противоположном \vec{n}_2 (равен $-\Psi_2$) и потока через прочерченную поверхность S_n (равен $\Delta\Phi$). Таким образом, получаем
$$\oiint_{S_1+S_2+S_n} \vec{B}d\vec{S} = \Psi_1 - \Psi_2 + \Delta\Phi = 0$$
, откуда $\Delta\Phi = \Psi_2 - \Psi_1 = \Delta\Psi$. Следовательно, $A_{12} = I\Delta\Psi$

При выводе этой формулы мы рассмотрели простое перемещение контура, но она оказывается справедливой и при более сложных изменениях состояния

контура, например, при вращении и при деформации. В приведенном виде она выполняется для движения не только одиночного контура, но и катушки, состоящей из нескольких витков, в частности, для катушки из N одинаковых витков. В последнем случае потокосцепление равно $\Psi = N\Phi$, где Φ – магнитный поток через один виток.

4.3 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

4.3.1 Электронная и ионная оптика

Область физики и техники, в которой изучаются вопросы формирования, фокусировки и отклонения пучков заряженных частиц и получения с их помощью изображений под действием электрических и магнитных полей в вакууме, называется электронной оптикой. Зарождение электронной и ионной оптики связано с созданием в конце 19 в. **электроннолучевой трубки (ЭЛТ)**. В первой осциллографической ЭЛТ, изготовленной в 1897 К. Ф. Брауном, электронный пучок отклонялся магнитным полем. Отклонение с помощью электростатического поля осуществил в своих опытах по определению отношения заряда электрона к его массе Дж. Дж. Томсон, пропуская пучок через плоский конденсатор, помещенный внутри ЭЛТ. В 1899 немецкий физик И. Э. Вихерт применил для фокусировки электронного пучка в ЭЛТ катушку из изолированной проволоки, по которой протекал электрический ток. Однако лишь в 1926 немецкий учёный Х. Буш теоретически рассмотрел движение заряженных частиц в магнитном поле такой катушки и показал, что она пригодна для получения правильных электроннооптических изображений и, следовательно, является **электронной линзой**. Последующая разработка электронных линз (магнитных и электростатических) открыла путь к созданию электронного микроскопа, электроннооптического преобразователя и ряда других приборов, в которых формируются правильные электроннооптические изображения объектов — либо испускающих электроны, либо тем или иным образом воздействующих на электронные пучки. Конструирование специализированных ЭЛТ для телевизионной и радиолокационной аппарату-

ры, для записи, хранения и воспроизведения информации и т. п. привело к дальнейшему развитию разделов электронной и ионной оптики, связанных с управлением пучками заряженных частиц. Значительное влияние на развитие электронной и ионной оптики оказала разработка аппаратуры для анализа потоков электронов и ионов (бета-спектрометров, масс-спектрометров и других аналитических приборов).

Для решения большинства задач электронной и ионной оптики достаточно рассматривать движение заряженных частиц в рамках классической механики. В таком приближении электронная и ионная оптика носит название геометрической электронной и ионной оптики, что обусловлено наличием глубокой аналогии между геометрической электронной и ионной оптикой и геометрической оптикой световых лучей, которая выражается в том, что поведение пучков заряженных частиц в электрических и магнитных полях во многом подобно поведению пучков лучей света в неоднородных оптических средах.

Электронные линзы представляют собой устройства, с помощью электрических и магнитных полей которых формируются и фокусируются пучки заряженных частиц. Существуют электростатические и магнитные линзы. В качестве электростатической линзы может быть использовано электрическое поле с вогнутыми и выпуклыми эквипотенциальными поверхностями, например в системах металлических электродов и диафрагм, обладающих осевой симметрией. Магнитная линза обычно представляет собой соленоид с сильным магнитным полем, коаксиальным пучку электронов. бы магнитное поле сконцентрировать на оси симметрии, соленоид помещают в железный кожух с узким внутренним кольцевым разрезом. Если расходящийся пучок заряженных частиц попадает в однородное магнитное поле, направленное вдоль оси пучка, то скорость каждой частицы можно разложить на два компонента: поперечный и продольный. Первый из них определяет равномерное движение по окружности в плоскости, перпендикулярной направлению поля (см. п. 4.2.2.2), второй — равномерное прямолинейное движение вдоль поля.

Результирующее движение частицы будет происходить по спирали, ось которой совпадает с направлением поля. Для электронов, испускаемых под различными углами, нормальные составляющие скоростей будут различны, т. е. будут различны и радиусы описываемых ими спиралей. Однако отношение нормальных составляющих скорости к радиусам спиралей за период вращения (см. п. 4.2.2.2) будет для всех электронов одинаково; следовательно, через один оборот все электроны сфокусируются в одной и той же точке на оси магнитной линзы. «Преломление» электростатических и магнитных линз зависит от их фокусных расстояний, которые определяются устройством линзы, скоростью электронов, разностью потенциалов, приложенной к электродам (электростатическая линза), и индукцией магнитного поля (магнитная линза). Изменяя разность потенциалов или регулируя ток в катушке, можно изменить фокусное расстояние линз. Стигматическое изображение предметов в электронных линзах получается только для параксиальных электронных пучков. Как и в оптических системах, в электронно-оптических элементах также имеют место погрешности: сферическая абберация, кома, дисторсия, астигматизм. При разбросе скоростей электронов в пучке наблюдается также и хроматическая абберация. Абберации ухудшают разрешающую способность и качество изображения, а поэтому в каждом конкретном случае необходимо их устранять.

Комбинируя различные электронно-оптические элементы — электронные линзы, зеркала, призмы, — получают электронно-оптические приборы, например электронно-лучевую трубку, электронный микроскоп, электронно-оптический преобразователь.

Электронный микроскоп — это устройство, предназначенное для получения изображения микрообъектов; в нем в отличие от оптического микроскопа вместо световых лучей используют ускоренные до больших энергий (100 кэВ и более) в условиях глубокого вакуума (примерно 0,1 мПа) электронные пучки, а вместо обычных линз — электронные линзы. Какого же типа объекты могут быть исследованы с помощью электронного микроскопа? Так же

как и в случае оптического микроскопа объекты, во-первых, могут быть «самосветящимися», т. е. служить источником электронов. Это, например, накаленный катод или освещаемый фотоэлектронный катод. Во-вторых, могут быть использованы объекты, «прозрачные» для электронов, обладающих определенной скоростью. Иными словами, при работе на просвет объекты должны быть достаточно тонкими, а электроны достаточно быстрыми, чтобы они проходили сквозь объекты и поступали в систему электронных линз. Кроме того, путём использования отражённых электронных лучей могут быть изучены поверхности массивных объектов (в основном металлов и металлизированных образцов). Такой способ наблюдения аналогичен методам отражательной оптической микроскопии. По характеру исследования объектов электронные микроскопы разделяют на просвечивающие, отражательные, эмиссионные, растровые, теневые и зеркальные. Наиболее распространёнными в настоящее время являются электромагнитные микроскопы просвечивающего типа, в которых изображение создаётся электронами, проходящими

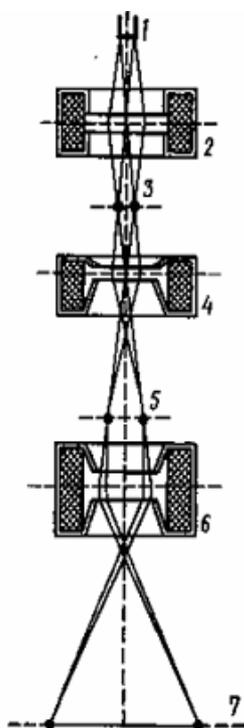


Рис. 5.21. Принципиальная схема просвечивающего электронного микроскопа

идущими сквозь объект наблюдения.

На рис. 5.21. приведена принципиальная схема просвечивающего электронного микроскопа. Электронный пучок, формируемый электронной пушкой 1, попадает в область действия конденсорной линзы 2, которая фокусирует на объекте 3 электронный пучок необходимого сечения и интенсивности. Пройдя объект и испытав в нем отклонения, электроны проходят вторую магнитную линзу — объектив 4 — и собираются ею в промежуточное изображение 5. Затем с помощью проекционной линзы 6 на флуоресцирующем экране достигается окончательное изображение 7. Разрешающая способность электронного микроскопа ограничивается, с одной стороны,

волновыми свойствами (дифракцией) электронов, с другой — абберациями

электронных линз. Согласно теории, разрешающая способность микроскопа пропорциональна длине волны, а так как длина волны применяемых электронных пучков (примерно 1 пм) в тысячи раз меньше длины волны световых лучей, то разрешение электронных микроскопов соответственно больше и составляет 0,01–0,0001 мкм (для оптических микроскопов приблизительно равно 0,2–0,3 мкм). С помощью электронных микроскопов можно добиться значительно больших увеличений (до 10^6 раз), что позволяет наблюдать детали структур размерами 0,1 нм. Величина 10^{-10} м сравнима с размерами отдельных атомов и молекул. Таким образом, научившись видеть и общаться с такими величинами, мы приобретаем возможность «работать» с отдельными атомами и молекулами вещества или по крайней мере с объектами, в которых не очень много атомов. Современные электронные микроскопы позволяют наблюдать и изучать большие органические молекулы.

4.4 РЕЗЮМЕ

Из опыта следует, что электрические токи взаимодействуют между собой.

Это взаимодействие осуществляется через поле, называемое магнитным.

Магнитное поле имеет направленный характер и характеризуется векторной величиной – магнитной индукцией. Для определения величины и направления вектора магнитной индукции используется пробный ток, циркулирующий в плоском замкнутом контуре очень малых размеров.

Величину и направление вектора магнитной индукции в произвольной точке магнитного поля, создаваемого элементом проводника с током, устанавливает закон Био-Савара-Лапласа. Магнитная индукция поля любого тока может быть вычислена как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока.

Графически магнитное поле можно изобразить с помощью линий магнитной индукции. Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с током, создающими поле. Циркуляция вектора магнитной индукции по любому контуру в отличие от циркуляции вектора напряженности

электростатического поля, как правило, отлична от нуля. Поэтому магнитное поле является вихревым или соленоидальным.

На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера. На электрический заряд, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца. Под влиянием силы Ампера проводник с током перемещается в магнитном поле. Работа перемещения проводника или замкнутого контура с током в магнитном поле совершается за счет энергии, затрачиваемой источником тока.

5 МАТЕРИАЛЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

5.1 МАТЕРИАЛЫ К ЛЕКЦИИ

План лекции

1. Опыты Эрстеда. Понятие о магнитном поле. Опыты Ампера. Магнитное взаимодействие параллельных токов (выражение для силы взаимодействия, определение единицы силы тока, магнитной постоянной).
2. Замкнутый плоский контур с током в магнитном поле. Магнитная индукция (определение величины и направления). Графическое изображение магнитных полей.
3. $\vec{H} = \text{rot } \vec{A}$, $\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{[\vec{j}, \vec{r}]}{r^2} dV$ (закон Био–Савара–Лапласа). Принцип суперпозиции магнитных полей.
4. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции для магнитного поля в вакууме (вывод, формулировка, применение). Вихревой характер магнитного поля.
5. Магнитный поток (определение, единицы измерения). Теорема Остроградского–Гаусса для магнитного поля в вакууме. Потокосцепление.
6. Действие магнитного поля на элемент проводника с током (закон Ампера). Правило левой руки, правило правого винта.
7. Действие магнитного поля на движущиеся заряды (сила Лоренца). Траектории заряда. Циклотрон, масс-спектрометр.
8. Работа перемещения проводника с током в постоянном магнитном поле.

Вопросы для самоконтроля

I уровень усвоения

1. Как, пользуясь магнитной стрелкой, можно определить знаки полюсов источников постоянного тока?
2. Чему равен и как направлен магнитный момент рамки с током?
3. Что называют индукцией магнитного поля? Как определяют величину направление вектора магнитной индукции \vec{B} ?
4. Назовите единицу магнитной индукции. Дайте ее определение.
5. Что такое линии магнитной индукции? Как определяется их направление? Чем они отличаются от линий напряженности электростатического поля?
6. Нарисуйте и покажите, как ориентированы линии магнитной индукции поля прямого тока.
7. Почему магнитное поле является вихревым?
8. Записав закон Био–Савар–Лапласа, объясните его физический смысл.
9. В чем заключается теорема о циркуляции вектора магнитной индукции \vec{B} ? Применив ее, рассчитайте магнитное поле прямого тока.
10. Какой вывод можно сделать, сравнивая циркуляцию векторов \vec{E} и \vec{B} ?
11. Какая теорема доказывает вихревой характер магнитного поля? Как она формулируется?
12. Что называют потоком вектора магнитной индукции? Запишите теорему Гаусса для магнитного поля, объяснив ее физический смысл.
13. Какая физическая величина выражается в веберах? Дайте определение вебера.
14. Чему равна и как направлена сила, действующая на отрицательный электрический заряд, движущийся в магнитном поле?
15. Чему равна работа силы Лоренца при движении протона в магнитном поле? Ответ обосновать.
16. Что такое ускорители заряженных частиц? Какие они бывают и чем характеризуются?

17. Чему равна работа по перемещению проводника с током в магнитном поле? замкнутого контура с током? Выведите эти формулы; чем они принципиально отличаются?

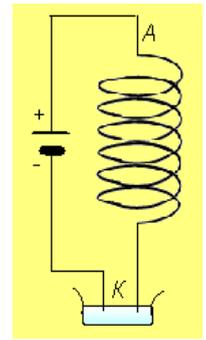
II уровень усвоения

1. Используя теорему о циркуляции вектора магнитной индукции \vec{B} , рассчитайте магнитное поле соленоида.
2. Найдите выражение для силы взаимодействия двух бесконечных прямолинейных одинаковых токов противоположного направления. Начертите рисунок с указанием сил.
3. Определите числовое значение магнитной постоянной.
4. Почему движущийся заряд по своим магнитным свойствам эквивалентен элементу тока?
5. Чему равна работа силы Лоренца при движении протона в магнитном поле? Ответ обосновать.
6. Когда заряженная частица движется в магнитном поле по спирали? От чего зависит шаг спирали? (Ответы подтвердите выводами формул.)
7. Почему циклотроны не применяются для ускорения электронов?
8. В чем заключается принцип автофазировки? Где он используется?
9. В чем заключается эффект Холла? Выведите формулу для холловской разности потенциалов.

III уровень усвоения

1. В некоторых приборах (например, в катушках сопротивлений), содержащих длинный намотанный на катушку провод, нежелательно появление магнитного поля при прохождении тока. Предложите способ намотки катушки, при котором магнитное поле в катушке будет отсутствовать.

2. Объясните опыт с «танцующей пружиной», изображенной на рисунке. Ток подводится к пружине через верхний неподвижный конец A и через чашечку с ртутью K , в которую погружен нижний конец пружины. При включении тока пружина начинает периодически сжиматься и растягиваться, причем конец ее то выскакивает из ртути, то снова погружается в нее. Какой из известных приборов напоминает это устройство? Для какой цели его можно было бы использовать?



5.2 МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Задание 1. Получить выражения для магнитной индукции полей, создаваемых прямыми и круговыми токами

Основные законы и формулы

Вектор магнитной индукции $d\vec{B}$ создается элементарным током $I d\vec{l}$ в точке наблюдения \vec{r} по формуле:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}.$$

Здесь $d\vec{l}$ — элемент длины проводника, μ_0 — магнитная постоянная. Направление вектора $d\vec{B}$ перпендикулярно $d\vec{l}$ и \vec{r} и совпадает с касательной к линии магнитной индукции.

Модуль вектора $d\vec{B}$ определяется выражением $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$

Магнитное поле подчиняется принципу суперпозиции:

Вектор магнитной индукции от нескольких токов равен сумме векторов магнитной индукции от каждого из них.

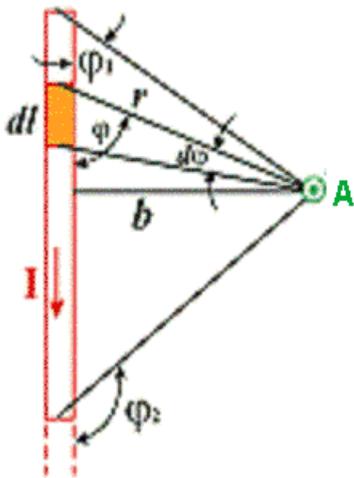
Магнитное поле \vec{B} создается током I в проводнике длиной L при

$\Delta l \rightarrow 0$: Циркуляция вектора $\vec{B} = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \sum_{(L)} B_l \Delta l = \oint_{(L)} B_l dl = \oint_{(L)} \vec{B} d\vec{l}$.

... ..,, L ,

... .. (... ..),

... .. μ_0 ,:
$$\oint_{(L)} \vec{B} d\vec{l} = \oint_{(L)} B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k.$$



1.1. \vec{B} ,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2).$$

... .. \vec{B}

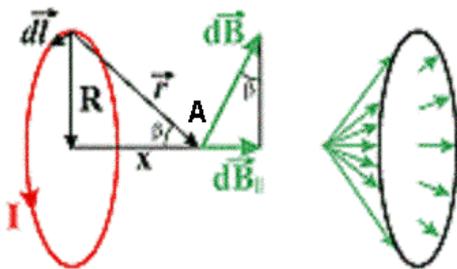
$$d\vec{B} \left(\vec{B} = \int d\vec{B} \right),$$

... .. $d\vec{l}$.

1.2. \vec{B} ,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}.$$

... .. 1.1.



1.3. \vec{B} ,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_m}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

1.4. Используя результат предыдущего задания, определите магнитную ин-

дукцию в центре кругового тока [ответ: $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$]

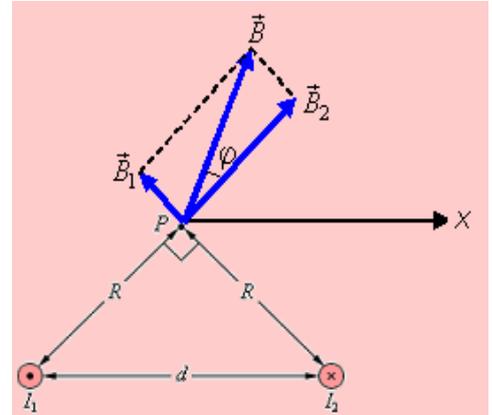
$$B = \frac{\mu_0 p_m}{2\pi x^3}.$$

Задание 2.

Примеры решения задач.

1 уровень

Пример 1. На рисунке изображены два тонких длинных параллельных проводника, по которым текут токи $I_1 = 15$ А и $I_2 = 32$ А в противоположных направлениях. Расстояние между проводниками $d = 5,3$ см. Определите модуль и направление вектора магнитной индукции \vec{B} в точке P , расположенной в вершине прямого угла на равном расстоянии R от проводников.



Решение

На рисунке изображены векторы \vec{B}_1 и \vec{B}_2 индукции магнитного поля, создаваемого токами I_1 и I_2 соответственно. Оба вектора лежат в плоскости, перпендикулярной проводникам. Направления векторов \vec{B}_1 и \vec{B}_2 связано с направлением токов, текущих по прямолинейным проводникам, правилом правого винта (буравчика). Модули векторов \vec{B}_1 и \vec{B}_2 определяются по формуле для магнитного поля прямого тока:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi d} I_1, \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi d} I_2.$$

Результирующее магнитное поле \vec{B} по принципу суперпозиции магнитных полей является векторной суммой $\vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Модуль вектора \vec{B} равен

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi d} \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 1,89 \cdot 10^{-4} \text{ Тл} \approx 190 \text{ мкТл}.$$

Угол φ между векторами \vec{B} и \vec{B}_2 определяется соотношением

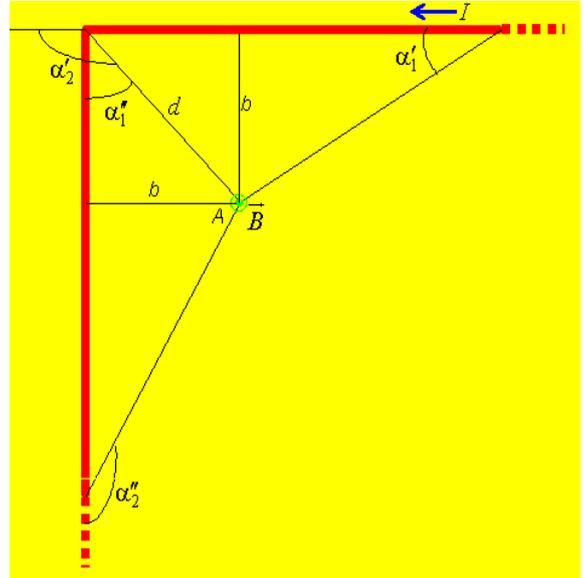
$\text{tg } \varphi = B_1 / B_2 = I_1 / I_2 = 0,469$ или $\varphi = 25^\circ$. Угол между вектором \vec{B} и осью x равен $\varphi + 45^\circ = 70^\circ$.

II уровень

Пример 2. Ток силой $I = 20$ А идет по длинному проводу, согнутому под прямым углом. Найти индукцию магнитного поля в точке A , лежащей на биссектрисе угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии $d = 10$ см.

Решение

Магнитное поле создается как бы двумя проводниками с токами, ограниченными с одного конца и бесконечно длинными у другого. Определим направление и величину индукции \vec{B}_1 и \vec{B}_2 в точке A . Векторы \vec{B}_1 и \vec{B}_2 направлены «к нам» перпендикулярно плоскости чертежа.



По принципу суперпозиции $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. На основании закона Био-Савара-Лапласа имеем для прямолинейного проводника с током:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha'_1 - \cos \alpha'_2), \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha''_1 - \cos \alpha''_2)$$

$$\text{Или } B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos 0 - \cos 135^\circ) = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right),$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos 45^\circ - \cos 180^\circ) = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right).$$

$$\text{Итак, } B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right), \quad B = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi d} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 9,7 \cdot 10^{-5} \text{ Тл.}$$

Задачи для закрепления материала

I уровень

Расстояние между двумя параллельными проводниками с токами $I_1 = 10$ А и $I_2 = 15$ А, имеющими одно и то же направление, равно 20 см. На прямой, соединяющей эти проводники, есть точка, в которой индукция магнитного по-

ля токов равна нулю. Определить расстояние d от проводника с током I_1 до этой точки. [Ответ: $d = 8$ см]

II уровень

Ток $I = 20$ А, протекая по проволочному кольцу из медной проволоки (удельное сопротивление $\rho = 1,7 \cdot 10^{-6}$ Ом·м) сечением $S = 1,0$ мм², создает в центре кольца индукцию магнитного поля $B = 2,24 \cdot 10^{-4}$ Тл. Какая разность потенциалов U приложена к концам проволоки, образующей кольцо? [Ответ: $U = 0,12$ В]

Задачи для индивидуальных заданий

В квадратных скобках даны номера задач по книге «Ветрова В.Т. Сборник задач по физике: С индивидуал. заданиями: Учеб. пособие для вузов. — Мн.: Выш. шк., 1991. — 386 с.». Там же Вы найдете ответы ко всем задачам.

I уровень

Задача 2.1 [12.1]. Замкнутый круговой контур радиусом R , по которому течет ток I , помещен в магнитное поле индукцией B так, что нормаль к контуру образует с направлением поля угол α . При этом на контур действует момент сил M . Определить неизвестную величину согласно номеру задания.

Номер задания	R , см	I , А	B , Тл	M , Н·м	α , град
1	?	2,0	2,5	$3,14 \cdot 10^{-3}$	30
2	3,4	?	2,8	$7,1 \cdot 10^{-2}$	45
3	1,8	1,2	?	$4,33 \cdot 10^{-3}$	60
4	2,0	0,15	0,5	?	30
5	3,6	3,5	2,53	$1,8 \cdot 10^{-2}$?
6	?	6,37	5,0	$8,66 \cdot 10^{-3}$	60
7	2,2	?	2,2	$7,07 \cdot 10^{-3}$	45
8	2,8	2,4	?	$1,2 \cdot 10^{-2}$	30
9	1,5	2	1,2	?	45
10	3,8	2,3	4,025	$2,1 \cdot 10^{-2}$?
11	?	1,5	1,98	$4,2 \cdot 10^{-3}$	30
12	4,2	?	4,5	$8,66 \cdot 10^{-3}$	60
13	3,2	5,18	?	$4,33 \cdot 10^{-3}$	60
14	2,5	1,4	2,2	?	30
15	2,2	4,47	1,415	$6,8 \cdot 10^{-3}$?
16	?	3,1	1,27	$1,4 \cdot 10^{-2}$	45
17	2,3	?	6,0	$1,73 \cdot 10^{-2}$	60
18	1,6	6,2	?	$1,41 \cdot 10^{-2}$	45
19	4,5	0,6	3,2	?	30
20	3,0	1,8	1,1	$4,9 \cdot 10^{-3}$?
21	?	3,31	0,4	$5,2 \cdot 10^{-3}$	30
22	4,2	?	0,8	$1,41 \cdot 10^{-2}$	45
23	3,3	2,9	?	$1,73 \cdot 10^{-2}$	60
24	1,5	3,2	2,6	?	30
25	1,3	2,0	3,91	$3,6 \cdot 10^{-3}$?
26	?	2,83	0,2	$3,14 \cdot 10^{-3}$	45
27	3,5	?	1,3	$8,66 \cdot 10^{-3}$	60
28	2,6	4,33	?	$9,2 \cdot 10^{-3}$	30

Задача 2.2 [12.2]. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу. Направления токов I_1 и I_2 в проводниках указаны на рисунках. Расстояние AB между проводниками известно. Определить индукцию магнитного поля в точке M , отстоящей на расстоянии d от одного из проводников.

Номер задания	Направления токов	AB , см	d , см	I_1 , А	I_2 , А
1		20	12	3,1	3,8
2		10	2	0,895	0,45
3		8	3	2,24	2,68
4		7	2	2,5	2,83
5		6	3	4,25	2,12
6		25	8	5,6	3,58
7		5	2	7,07	2,83
8		4	3	1,265	1,16
9		7	5	1,21	1,22
10		8	6	1,96	1,9
11		9	4	4,41	2,53
12		12	9	1,7	2,38
13		8	3	1,34	2,46
14		7	4	3,1	5,04
15		11	9	0,57	0,98
16		3	5	3,16	2,4
17		5	6	1,9	2,7
18		13	7	3,96	2,83
19		6	2	5,3	11,3
20		14	1	0,9	6,7
21		12	8	3,2	7,0
22		7	3	10,0	5,2
23		6	4	3,75	2,83
24		10	2	0,54	0,18
25		12	6	3,6	3,8
26		8	2	11,3	5,3
27		9	5	2,7	3,16
28		6	8	4,25	5,66

Задача 2.3 [12.5]. Два круглых витка радиусом R каждый, по которым проходят токи I_1 и I_2 , расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях так, что их центры совпадают. Индукция в общем центре витков равна B . Определить искомую величину согласно номеру задания.

Номер задания	R , см	I_1 , А	I_2 , А	B , Тл
1	?	1,2	1,6	$3,14 \cdot 10^{-5}$
2	5,2	?	1,43	$6,28 \cdot 10^{-5}$
3	20,0	2,24	?	$9,43 \cdot 10^{-6}$
4	6,28	2,5	1,66	?
5	?	2,3	1,93	$1,89 \cdot 10^{-4}$
6	3,14	?	4,47	$1,2 \cdot 10^{-4}$
7	9,43	3,32	?	$4 \cdot 10^{-5}$
8	12,57	3,2	2,4	?
9	?	3,6	3,47	$6,28 \cdot 10^{-5}$
10	6,0	?	2,24	$3,14 \cdot 10^{-5}$
11	1,5	6,71	?	$3,77 \cdot 10^{-4}$
12	3,14	1,8	0,87	?
13	?	3,2	2,4	$1,26 \cdot 10^{-4}$
14	6,28	?	2,65	$4 \cdot 10^{-5}$
15	20,0	2,83	?	$9,43 \cdot 10^{-6}$
16	2,1	2,7	1,31	?
17	?	4,1	4,38	$6,28 \cdot 10^{-5}$
18	12,57	?	3,6	$3,5 \cdot 10^{-5}$
19	2,0	3,34	?	$1,89 \cdot 10^{-4}$
20	18,85	4,5	3,97	?
21	?	3,5	4,9	$3,14 \cdot 10^{-5}$
22	12,0	?	2,24	$1,56 \cdot 10^{-5}$
23	2,1	1,73	?	$6 \cdot 10^{-5}$
24	6,28	1,5	2,6	?
25	?	1,6	2,54	$2,09 \cdot 10^{-5}$
26	15,6	?	1,73	$8 \cdot 10^{-6}$
27	2,5	4,0	?	$1,26 \cdot 10^{-4}$
28	12,57	3,6	4,8	?

Задача 2.4 [12.7]. Определить циркуляцию вектора индукции магнитного поля, образованного системой линейных проводников с током, по контурам, указанным на рисунках. (Номер контура l_n совпадает с номером задания).

Номер задания	Проводники с током и охватывающие их контуры	I_1, A	I_2, A	I_3, A	I_4, A	I_5, A	I_6, A
1		1,1	1,0	2,2	0,3	1,1	0,9
2		0,1	1,4	0,7	1,3	0,2	1,6
3		1,7	2,3	1,2	1,7	1,9	2,7
4		0,6	0,2	2,1	0,9	0,8	0,7
5		1,5	0,7	0,5	1,1	1,0	2,0
6		1,8	1,9	1,8	2,0	2,4	1,7
7		0,3	0,9	0,8	0,1	1,4	2,3
8		1,4	2,2	1,7	1,6	0,5	0,4
9		2,0	1,1	2,4	0,4	0,3	1,2
10		0,7	2,1	1,3	1,0	0,9	2,6
11		2,4	0,1	2,5	2,3	2,5	1,8
12		1,2	1,5	0,2	0,6	1,6	0,6
13		1,9	1,2	2,0	0,8	1,3	1,5
14		0,2	2,6	0,3	2,6	1,8	2,1
15		2,3	0,4	2,5	0,2	1,2	0,1
16		1,6	2,7	1,1	1,4	0,6	1,9
17		0,8	1,7	0,9	2,8	2,5	2,8
18		2,8	0,6	2,6	1,2	0,4	1,0
19		1,0	2,4	0,1	0,7	2,2	0,8
20		2,6	1,6	2,8	2,1	1,7	2,5
21		0,5	2,0	1,5	0,5	1,4	0,3
22		2,2	1,8	1,0	1,2	2,0	2,4
23		1,3	0,3	2,3	1,5	0,1	1,3
24		2,5	2,8	0,6	1,8	2,7	0,5
25		0,9	0,5	2,7	2,5	2,3	1,1
26		2,7	2,5	1,4	0,9	0,7	2,2
27		2,1	1,3	2,0	2,2	2,1	1,4
28		0,4	0,8	1,6	1,9	1,5	0,2

Задача 2.5 [12.8]. Из проволоки диаметром d нужно намотать соленоид, индукция магнитного поля внутри которого должна быть равна B . Предельная сила тока, который можно пропускать по проволоке, равна I . Чтобы обеспечить необходимую индукцию поля, приходится наматывать N слоев обмотки, причем витки должны прилегать плотно друг к другу. Определить искомую величину согласно номеру задания, считая диаметр катушки малым по сравнению с ее длиной.

Номер задания	d , мм	B , Тл	I , А	N
1	?	$6,28 \cdot 10^{-3}$	4,0	3
2	0,4	?	10,0	2
3	0,5	$1,2 \cdot 10^{-2}$?	4
4	1,57	$1,6 \cdot 10^{-2}$	5,0	?
5	?	$1,6 \cdot 10^{-2}$	4,5	4
6	2,0	?	6,0	5
7	0,8	$3,14 \cdot 10^{-2}$?	3
8	6,3	$5 \cdot 10^{-3}$	12,5	?
9	?	$3,2 \cdot 10^{-2}$	8,0	2
10	1,2	?	6,0	4
11	1,57	$5,5 \cdot 10^{-3}$?	5
12	3,4	$6,28 \cdot 10^{-3}$	5,7	?
13	?	$1,57 \cdot 10^{-2}$	6,5	3
14	2,7	?	8,1	2
15	3,6	$1,256 \cdot 10^{-2}$?	6
16	0,94	$8 \cdot 10^{-3}$	3,0	?
17	?	$1,7 \cdot 10^{-2}$	8,5	5
18	2,2	?	11,0	3
19	3,2	$9,4 \cdot 10^{-3}$?	4
20	4,0	$3,14 \cdot 10^{-3}$	5,0	?
21	?	$4,5 \cdot 10^{-2}$	7,2	5
22	1,8	?	12,0	6
23	1,6	$6,28 \cdot 10^{-3}$?	2
24	3,14	$8 \cdot 10^{-3}$	4,0	?
25	?	$5 \cdot 10^{-2}$	5,5	6
26	2,0	?	6,0	4
27	0,94	$3,2 \cdot 10^{-2}$?	3
28	0,63	$1,5 \cdot 10^{-2}$	2,5	?

Задача 2.6 [13.1]. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов U , влетает в однородное магнитное поле с индукцией B , перпендикулярное направлению ее движения. Радиус кривизны траектории частицы в магнитном поле равен R . Определить неизвестную величину, выполнить дополнительное задание.

Номер задания	Частица	U , В	B , Тл	R , см	Дополнительно определить
1	Протон	1800	$6 \cdot 10^{-2}$?	Период обращения
2		450	?	15	Момент импульса
3		?	$3 \cdot 10^{-2}$	12	Нормальное ускорение
4		200	$4 \cdot 10^{-2}$?	Тангенциальное ускорение
5	Электрон	8000	$6 \cdot 10^{-3}$?	Момент импульса
6		?	$3 \cdot 10^{-3}$	5	Нормальное ускорение
7		320	?	6	Тангенциальное ускорение
8		720	$9 \cdot 10^{-4}$?	Период обращения
9	Позитрон	720	?	3	Нормальное ускорение
10		320	$2 \cdot 10^{-3}$?	Тангенциальное ускорение
11		8000	?	15	Период обращения
12		?	$3 \cdot 10^{-3}$	6	Момент импульса
13	Протон	800	$2 \cdot 10^{-2}$?	Период обращения
14		?	$4 \cdot 10^{-2}$	10	Момент импульса
15		1250	?	25	Нормальное ускорение
16		?	$3 \cdot 10^{-2}$	20	Тангенциальное ускорение
17	α -частица	?	$4 \cdot 10^{-2}$	11	Тангенциальное ускорение
18		900	?	12	Момент импульса
19		400	$2 \cdot 10^{-2}$?	Нормальное ускорение
20		?	$8 \cdot 10^{-2}$	15	Период обращения
21	Позитрон	8000	?	6	Тангенциальное ускорение
22		?	$4 \cdot 10^{-3}$	3	Нормальное ускорение
23		320	$3 \cdot 10^{-4}$?	Момент импульса
24		720	?	9	Период обращения
25	Электрон	720	$3 \cdot 10^{-3}$?	Период обращения
26		320	?	2	Тангенциальное ускорение
27		8000	$1,5 \cdot 10^{-2}$?	Нормальное ускорение
28		?	$5 \cdot 10^{-4}$	30	Момент импульса

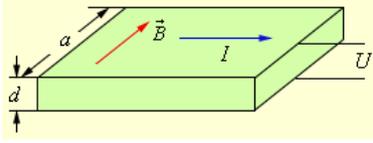
Задача 2.7 [13.2]. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов U , влетает в однородное магнитное поле под углом α к направлению поля и начинает двигаться по винтовой линии. Индукция магнитного поля — B , радиус витка винтовой линии — R , шаг винтовой линии — h . Определить неизвестные величины.

Номер задания	Частица	U , В	α , град	B , Тл	R , см	h , см
1	α -частица	1600	30	$2 \cdot 10^{-1}$?	?
2	Позитрон	3500	60	$4 \cdot 10^{-2}$?	?
3	Протон	800	45	$1,41 \cdot 10^{-1}$?	?
4	Электрон	14050	45	$6,28 \cdot 10^{-2}$?	?
5	Позитрон	7900	45	?	6	?
6	Протон	1250	30	?	2,5	?
7	Электрон	878	60	?	0,87	?
8	α -частица	2500	60	?	2,5	?
9	Протон	?	45	$4,24 \cdot 10^{-1}$?	6,28
10	Электрон	?	60	$4 \cdot 10^{-2}$?	1,57
11	α -частица	?	45	$2,12 \cdot 10^{-1}$?	6,28
12	Позитрон	?	30	$2 \cdot 10^{-2}$?	5,44
13	Электрон	?	45	$3,53 \cdot 10^{-3}$	6	?
14	α -частица	?	30	$1 \cdot 10^{-1}$	1,5	?
15	Позитрон	?	45	$7,07 \cdot 10^{-3}$	3	?
16	Протон	?	60	$3,46 \cdot 10^{-1}$	2	?
17	Протон	800	45	?	?	12,56
18	α -частица	900	30	?	?	16,3
19	Позитрон	14050	45	?	?	2,83
20	Электрон	7900	45	?	?	18,8
21	α -частица	1600	?	$2 \cdot 10^{-1}$	2	?
22	Электрон	3500	?	$2 \cdot 10^{-2}$	0,5	?
23	Позитрон	21950	?	$3,53 \cdot 10^{-2}$	1	?
24	Протон	1800	?	$4,24 \cdot 10^{-1}$	1	?
25	Позитрон	878	?	$1 \cdot 10^{-2}$?	3,14
26	Электрон	21950	?	$3,53 \cdot 10^{-2}$?	6,28
27	Протон	1250	?	$1 \cdot 10^{-1}$?	27,2
28	α -частица	2500	?	$1,73 \cdot 10^{-1}$?	9,1

Задача 2.8 [13.3]. Заряженная частица влетает в однородное магнитное поле под углом α к направлению поля и движется по винтовой линии, радиус которой равен R , Индукция магнитного поля — B , кинетическая энергия частицы при этом — W_k . Определить неизвестную величину согласно номеру задания.

Номер задания	Частица	α , град	R , см	B , Тл	W_k , Дж
1	Протон	45	2,12	$3 \cdot 10^{-2}$?
2		30	2,5	?	$6,9 \cdot 10^{-17}$
3		60	?	$1,73 \cdot 10^{-2}$	$7,66 \cdot 10^{-18}$
4		?	4,0	$5 \cdot 10^{-2}$	$1,23 \cdot 10^{-16}$
5	α -частица	30	1,25	$5 \cdot 10^{-3}$?
6		60	4,33	?	$1,91 \cdot 10^{-16}$
7		60	?	$2,6 \cdot 10^{-1}$	$6,2 \cdot 10^{-16}$
8		?	4,5	$6,66 \cdot 10^{-3}$	$2,76 \cdot 10^{-18}$
9	Электрон	60	2,0	$4,33 \cdot 10^{-3}$?
10		45	7,07	?	$5,04 \cdot 10^{-15}$
11		45	?	$1,77 \cdot 10^{-2}$	$1,26 \cdot 10^{-15}$
12		?	1,73	$1 \cdot 10^{-2}$	$5,6 \cdot 10^{-16}$
13	Протон	30	1,5	$2 \cdot 10^{-2}$?
14		60	8,66	?	$1,23 \cdot 10^{-16}$
15		45	?	$1,41 \cdot 10^{-1}$	$3,064 \cdot 10^{-17}$
16		?	4,24	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$4,9 \cdot 10^{-16}$
17	Позитрон	45	1,5	$2,36 \cdot 10^{-3}$?
18		60	4,33	?	$5,6 \cdot 10^{-16}$
19		30	?	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$2,24 \cdot 10^{-15}$
20		?	3,5	$1 \cdot 10^{-2}$	$6,86 \cdot 10^{-15}$
21	α -частица	60	3,0	$1,73 \cdot 10^{-2}$?
22		45	7,07	?	$3,75 \cdot 10^{-16}$
23		30	?	$1,25 \cdot 10^{-2}$	$7,66 \cdot 10^{-18}$
24		?	1,41	$4 \cdot 10^{-1}$	$4,9 \cdot 10^{-16}$
25	Электрон	30	2,5	$1,2 \cdot 10^{-2}$?
26		45	3,535	?	$1,4 \cdot 10^{-16}$
27		60	?	$5 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-15}$
28		?	1,5	$2 \cdot 10^{-2}$	$5,04 \cdot 10^{-15}$

Задача 2.9 [13.4]. Через сечение $S = ad$ металлической пластинки (a — толщина, d — высота пластинки) пропускается ток I . Пластика помещена в магнитное поле с индукцией B перпендикулярное к ребру и направлению тока. При этом возникает поперечная разность потенциалов U . Определить неиз-



вестную величину согласно номеру задания. Концентрацию электронов проводимости считать равной концентрации атомов.

Номер задания	Металл	I , А	B , Тл	U , В	a , мм
1	Алюминий	?	0,5	$2,7 \cdot 10^{-7}$	0,25
2		2,6	?	$8,1 \cdot 10^{-7}$	0,12
3		5,2	0,4	?	0,27
4		3,9	0,6	$4,5 \cdot 10^{-7}$?
5	Серебро	?	1,05	$6,48 \cdot 10^{-7}$	0,41
6		2,1	?	$2,7 \cdot 10^{-7}$	0,44
7		6,5	0,21	?	1,08
8		5,25	0,8	$4 \cdot 10^{-7}$?
9	Платина	?	0,64	$1,6 \cdot 10^{-7}$	0,78
10		2,15	?	$3,9 \cdot 10^{-7}$	0,38
11		6,45	0,2	?	0,15
12		7,2	0,43	$7,8 \cdot 10^{-7}$?
13	Алюминий	?	0,78	$3 \cdot 10^{-7}$	0,81
14		3,6	?	$5,4 \cdot 10^{-7}$	0,18
15		2,6	0,8	?	0,54
16		6,0	0,26	$3,6 \cdot 10^{-7}$?
17	Серебро	?	0,41	$1,64 \cdot 10^{-6}$	0,135
18		4,2	?	$3,2 \cdot 10^{-7}$	0,54
19		10,5	0,35	?	0,7
20		2,1	0,45	$9 \cdot 10^{-7}$?
21	Алюминий	?	0,26	$3,6 \cdot 10^{-7}$	0,54
22		1,3	?	$5,4 \cdot 10^{-7}$	0,21
23		4,5	0,52	?	0,135
24		7,8	0,2	$1,8 \cdot 10^{-7}$?
25	Платина	?	0,86	$1,2 \cdot 10^{-6}$	0,39
26		4,3	?	$1,95 \cdot 10^{-6}$	0,16
27		3,1	0,43	?	0,13
28		2,15	0,28	$1,4 \cdot 10^{-7}$?

Задача 2.10 [13.7]. Из проволоки длиной l изготовлены контуры различного вида. Вращающий момент сил, действующий на каждый контур, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией B , равен M . По контуру проходит ток I . Нормаль к плоскости контура составляет угол α с направлением магнитного поля. Определить неизвестную величину согласно номеру задания в таблице.

Номер задания	Вид контура	l , см	B , Тл	M , Н·м	I , А	α , град
1	Круговой	12,56	$4 \cdot 10^{-3}$?	0,6	45
2		6	?	$4,5 \cdot 10^{-7}$	0,2	30
3		?	$3,14 \cdot 10^{-3}$	$8,66 \cdot 10^{-7}$	0,1	60
4		6,28	$3 \cdot 10^{-2}$	$3,33 \cdot 10^{-6}$	0,5	?
5	Квадратный	4	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$2,6 \cdot 10^{-7}$?	60
6		8	$4 \cdot 10^{-2}$?	0,15	45
7		10	?	$7,51 \cdot 10^{-6}$	0,32	30
8		?	$1,25 \cdot 10^{-2}$	$4,33 \cdot 10^{-6}$	0,25	60
9	Прямоугольный со сторонами a и b , $a = 2b$	9	$1 \cdot 10^{-2}$	$8,7 \cdot 10^{-7}$	0,2	?
10		6	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$1,41 \cdot 10^{-6}$?	45
11		12	$1,5 \cdot 10^{-3}$?	0,3	60
12		11	?	$1,21 \cdot 10^{-6}$	0,9	30
13	Круговой	?	$1,57 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-7}$	0,125	45
14		9,3	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$6,36 \cdot 10^{-6}$	0,3	?
15		10	$3,14 \cdot 10^{-2}$	$3,535 \cdot 10^{-6}$?	45
16		31,4	$7 \cdot 10^{-3}$?	0,4	30
17	Прямоугольный со сторонами a и b , $a = 4b$	8	?	$1,28 \cdot 10^{-6}$	0,5	30
18		?	$1,25 \cdot 10^{-2}$	$7,07 \cdot 10^{-6}$	0,5	45
19		14	$5 \cdot 10^{-2}$	$3,4 \cdot 10^{-6}$	0,1	?
20		12	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$2,6 \cdot 10^{-6}$?	60
21	Квадратный	16	$5,5 \cdot 10^{-3}$?	0,25	60
22		12	?	$2,12 \cdot 10^{-6}$	0,35	45
23		?	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$1,8 \cdot 10^{-6}$	0,64	30
24		6,4	$5 \cdot 10^{-2}$	$1,28 \cdot 10^{-6}$	0,2	?
25	Круговой	8	$6,28 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-7}$?	30
26		15,7	$3 \cdot 10^{-3}$?	0,8	60
27		5	?	$7,07 \cdot 10^{-7}$	0,63	45
28		?	$9,42 \cdot 10^{-3}$	$4,33 \cdot 10^{-6}$	0,66	60

II уровень

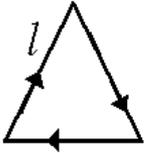
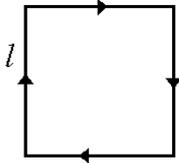
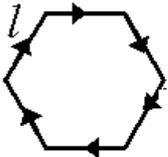
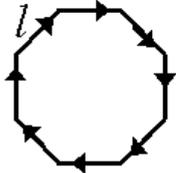
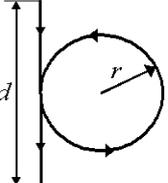
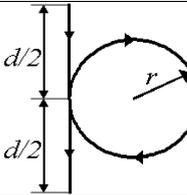
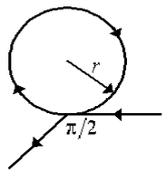
Задача 2.11 [12.3]. Ток I проходит по длинному проводнику, согнутому под углом α . Индукция поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии l , равна B . Определить неизвестную величину согласно номеру задания.

Номер задания	I , А	l , см	B , Тл	α , град
1	?	1,5	$1,052 \cdot 10^{-4}$	60
2	1,8	?	$2,82 \cdot 10^{-5}$	120
3	1,3	4,8	?	90
4	1,5	17,07	$4,23 \cdot 10^{-6}$?
5	?	1,0	$4,23 \cdot 10^{-4}$	120
6	3,0	?	$2,631 \cdot 10^{-5}$	60
7	2,0	34,1	?	90
8	2,5	9,33	$1,41 \cdot 10^{-5}$?
9	?	18,0	$1,41 \cdot 10^{-5}$	120
10	8,0	?	$2,4 \cdot 10^{-5}$	90
11	1,25	5,26	?	60
12	0,6	5,12	$5,64 \cdot 10^{-4}$?
13	?	6,4	$3 \cdot 10^{-5}$	90
14	0,5	?	$1,5 \cdot 10^{-5}$	120
15	2,4	12,0	?	60
16	1,5	4,5	$1,41 \cdot 10^{-5}$?
17	?	4,75	$5,26 \cdot 10^{-5}$	60
18	2,8	?	$8,46 \cdot 10^{-5}$	120
19	0,5	14,1	?	90
20	4,5	18,66	$1,27 \cdot 10^{-5}$?
21	?	9,0	$7,05 \cdot 10^{-5}$	120
22	1,5	?	$1,6 \cdot 10^{-5}$	90
23	2,0	10,52	?	60
24	3,0	15,0	$8,46 \cdot 10^{-6}$?
25	?	1,5	$4,8 \cdot 10^{-4}$	90
26	1,25	?	$1,31 \cdot 10^{-5}$	60
27	4,2	8,46	?	120
28	0,5	2,82	$1,707 \cdot 10^{-5}$?

Задача 2.12 [12.4]. Два круговых витка радиусами R_1 и R_2 расположены в параллельных плоскостях на расстоянии l друг от друга. По виткам проходят токи I_1 и I_2 . Определить индукцию магнитного поля в точках на оси, проходящей через центры витков от первого ко второму, отстоящих на расстоянии r от первого витка. Построить график зависимости $B = f(r)$.

Номер задания	Направления токов	R_1 , м	R_2 , м	I_1 , А	I_2 , А	l , м	r , м
1	Одинаковы	0,2	0,1	2	2	0,05	0,01
2							0,12
3							0,03
4							0,04
5	Противоположны	0,2	0,1	2	2	0,05	0,01
6							0,02
7							0,03
8							0,04
9	Одинаковы	0,1	0,1	4	4	0,06	0
10							0,02
11							0,04
12							0,06
13	Противоположны	0,1	0,1	4	4	0,06	0
14							0,02
15							0,04
16							0,06
17	Одинаковы	0,2	0,1	2	2	0,15	0
18							0,05
19							0,10
20							0,15
21	Противоположны	0,2	0,1	2	2	0,15	0
22							0,05
23							0,10
24							0,15
25	Противоположны	0,2	0,2	2	5	0,3	0
26							0,1
27							0,15
28							0,2

Задача 2.13 [12.6]. Линейный проводник, по которому проходит ток I , образует круговой контур радиусом r или жесткий контур в форме правильного многоугольника со стороной l . Определить индукцию магнитного поля в центре контура согласно номеру задания в таблице.

Номер задания	Форма контура с током	l , см	r , см	I , А
1		3		2,2
2		16		3,1
3		21		8,0
4		10,4		2,0
5		5,7		1,8
6		6,3		4,45
7		12		1,66
8		20		0,7
9		21,5		2,0
10		18		1,5
11		12		3,0
12		11,5		2,0
13		8,6		1,4
14		9,5		3,0
15		3,2		0,6
16		14		2,5
17		24	3	1,0
18		24	2	1,0
19		30	3	1,0
20		24	2	1,5
21		24	3	1,0
22		24	2	1,0
23		30	3	1,0
24		24	2	1,5
25			5	
26			10	
27		∞	15	1,0
28			20	

Задача 2.14 [12.9]. Коаксиальный проводник состоит из внутреннего сплошного цилиндра радиусом R_1 и цилиндрической оболочки, внутренний и внешний радиус которой равны R_2 и R_3 соответственно. По цилиндру и оболочке в противоположных направлениях проходят равные по величине токи I . Определить индукцию магнитного поля на расстоянии r' от оси проводника. Считать, что плотность тока не зависит от r и $\mu = 1$.

Номер задания	R_1 , см	R_2 , см	R_3 , см	I , А	r' , см
1					1
2					2
3	5	7,5	10	1	3
4					4
5					5,0
6	5	7,5	10	1	6,0
7					7,0
8					7,5
9					8,0
10	5	7,5	10	1	8,5
11					9,0
12					10,0
13					1
14	5	Цилиндрическая оболочка отсутствует		1	2
15					3
16					4
17					5
18	5	Цилиндрическая оболочка отсутствует		1	7
19					9
20					11
21					8,0
22	Внутренний цилиндр отсутствует	7,5	10	1	8,5
23					9,0
24					10,0
25					12,5
26	Внутренний цилиндр отсутствует	7,5	10	1	15,0
27					17,5
28					20,0

Задача 2.15 [12.10]. По тонкой ленте шириной l , которой придают различную форму, проходит ток I , причем на единицу ширины ленты приходится ток $I_0 = I/l$. Рассчитать индукцию магнитного поля, создаваемого лентой с током, в точках, указанных в задании и отстоящих от ленты на расстоянии r_0 .

Номер задания	Определить индукцию магнитного поля	l , см	R , см	I_0 , А	r_0 , см
1		10			
2	В точках плоскости, перпендикулярной к середине тонкой прямой бесконечной ленты ширины l	20		1,0	15
3		30			
4		40			
5					
6	В точках на оси трубки радиусом R , образованной свернутой тонкой лентой шириной l , обтекаемой круговым током на расстоянии r_0 от края трубки	10	10	1,0	0
7					1
8					3
9					5
10	В точках на оси бесконечно длинного кругового цилиндра радиусом R , часть поверхности которого образована согнутой бесконечно длинной тонкой лентой ширины l , вдоль которой проходит ток	20	5	1,0	
11			10		
12			15		
13			20		
14	В точках, отстоящих на расстоянии r_0 от тонкой бесконечно протяженной плоскости	∞		2,0	10
15				1,5	20
16				1,0	30
17				0,5	40
18	В точках на середине оси трубки радиусом R , образованной свернутой тонкой лентой шириной l , обтекаемой круговым током на расстоянии r_0 от края трубки	20	5	1,0	10
19			10		
20			15		
21			20		
22	В точках плоскости, перпендикулярной к середине тонкой прямой бесконечной ленты ширины l	20		1,0	10
23					20
24					30
25					40
26	В точках на оси бесконечно длинного кругового цилиндра радиусом R , часть поверхности которого образована согнутой бесконечно длинной тонкой лентой ширины l , вдоль которой проходит ток	10	8	1,0	
27		20			
28		30			
		40			

Задача 2.16 [13.5]. Пластика полупроводника толщиной a помещена в магнитное поле, направленное вдоль a . Удельное сопротивление полупроводника — ρ , индукция магнитного поля — B . Перпендикулярно к полю вдоль пластики пропускают ток I . При этом возникает поперечная разность потенциалов U , причем подвижность носителей зарядов в полупроводнике равна u . Определить неизвестную величину согласно номеру задания.

Номер задания	a , мм	ρ , Ом·м	B , Тл	I , А	U , В	u , м ² /(В·с)
1	?	$2 \cdot 10^{-5}$	0,4	0,7	$5,6 \cdot 10^{-4}$	$3,2 \cdot 10^{-2}$
2	0,85	?	0,35	0,9	$4,2 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-2}$
3	0,64	$1 \cdot 10^{-5}$?	0,32	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-2}$
4	0,36	$5 \cdot 10^{-5}$	0,72	?	$5,4 \cdot 10^{-3}$	$1,08 \cdot 10^{-1}$
5	0,56	$1,4 \cdot 10^{-5}$	0,5	0,75	?	$1,6 \cdot 10^{-1}$
6	0,20	$1 \cdot 10^{-5}$	1,0	0,1	$3,25 \cdot 10^{-3}$?
7	?	$3 \cdot 10^{-5}$	0,48	0,5	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$7,1 \cdot 10^{-2}$
8	0,45	?	0,6	0,9	$2,4 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-2}$
9	0,27	$1,5 \cdot 10^{-5}$?	0,54	$3,3 \cdot 10^{-3}$	$1,25 \cdot 10^{-1}$
10	0,52	$1 \cdot 10^{-5}$	0,45	?	$7,2 \cdot 10^{-4}$	$1,04 \cdot 10^{-1}$
11	0,32	$2 \cdot 10^{-5}$	0,55	0,4	?	$6,4 \cdot 10^{-2}$
12	0,30	$2 \cdot 10^{-5}$	0,8	1,2	$3,2 \cdot 10^{-3}$?
13	?	$4 \cdot 10^{-5}$	0,6	0,9	$3,6 \cdot 10^{-3}$	$5,5 \cdot 10^{-2}$
14	0,62	?	0,93	0,25	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-2}$
15	0,46	$2,2 \cdot 10^{-5}$?	0,92	$5,72 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-1}$
16	0,34	$6 \cdot 10^{-5}$	0,72	?	$1,44 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-1}$
17	0,68	$2 \cdot 10^{-5}$	0,85	0,4	?	$3,82 \cdot 10^{-2}$
18	0,80	$3,2 \cdot 10^{-5}$	1,6	1,0	$9,6 \cdot 10^{-4}$?
19	?	$4 \cdot 10^{-5}$	0,36	1,5	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$
20	0,35	?	0,64	1,05	$5,76 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-2}$
21	0,40	$1,2 \cdot 10^{-5}$?	0,6	$3,6 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-1}$
22	0,28	$1,4 \cdot 10^{-5}$	0,5	?	$5,8 \cdot 10^{-4}$	$1,16 \cdot 10^{-1}$
23	0,60	$2 \cdot 10^{-5}$	0,75	0,4	?	$5,35 \cdot 10^{-2}$
24	0,75	$2,5 \cdot 10^{-5}$	0,54	0,8	$7,2 \cdot 10^{-4}$?
25	?	$2,8 \cdot 10^{-5}$	0,25	0,55	$7 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-2}$
26	0,58	?	1,16	0,6	$3,6 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-2}$
27	0,42	$4 \cdot 10^{-5}$?	0,6	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-1}$
28	0,39	$1,3 \cdot 10^{-5}$	0,9	?	$3,36 \cdot 10^{-4}$	$1,12 \cdot 10^{-1}$

Задача 2.17 [13.6]. Между полюсами электромагнита создается однородное магнитное поле, индукция которого равна B . По проводу длиной l , расположенному между полюсами электромагнита под углом α к силовым линиям, за время t проходит количество электричества, определяемое законом $q = f(t)$. Сила, действующая при этом на провод, равна F . Определить неизвестную величину.

Номер задания	$q = f(t)$, Кл	l , см	B , Тл	α , град	F , Н
1	$q = 0,5 t + 2$?	$3 \cdot 10^{-2}$	30	$1,5 \cdot 10^{-4}$
2	$q = 0,2 t + 1,6$	2,5	?	45	$7,07 \cdot 10^{-4}$
3	$q = t - 0,75$	5	$3,8 \cdot 10^{-2}$?	$1,34 \cdot 10^{-3}$
4	$q = 0,1 t - 0,25$	20	$1,4 \cdot 10^{-2}$	60	?
5	$q = 0,25 t + 1,8$?	$8 \cdot 10^{-2}$	60	$4,33 \cdot 10^{-4}$
6	$q = 0,6 t + 2,47$	3,33	?	45	$1,41 \cdot 10^{-3}$
7	$q = 0,15 t - 0,04$	15	$4,3 \cdot 10^{-2}$?	$8,38 \cdot 10^{-4}$
8	$q = 0,3 t - 2,2$	18	$6,2 \cdot 10^{-2}$	30	?
9	$q = 1,2 t - 3$?	$5,83 \cdot 10^{-2}$	30	$3,5 \cdot 10^{-4}$
10	$q = 2 t + 0,75$	7,5	?	60	$8,66 \cdot 10^{-4}$
11	$q = 0,5 t - 0,48$	10	$5,7 \cdot 10^{-2}$?	$2 \cdot 10^{-3}$
12	$q = 0,3 t - 0,23$	5	$8,2 \cdot 10^{-2}$	45	?
13	$q = 0,35 t + 1,21$?	$2,72 \cdot 10^{-2}$	45	$4,24 \cdot 10^{-4}$
14	$q = 0,8 t + 2,75$	6,25	?	30	$2,5 \cdot 10^{-3}$
15	$q = 0,55 t + 3,84$	3	$6,4 \cdot 10^{-2}$?	$5,28 \cdot 10^{-4}$
16	$q = 0,4 t - 0,17$	11	$9,6 \cdot 10^{-3}$	60	?
17	$q = 0,9 t - 1,75$?	$5,55 \cdot 10^{-2}$	60	$1,73 \cdot 10^{-3}$
18	$q = 0,55 t + 0,83$	9	?	45	$2,12 \cdot 10^{-3}$
19	$q = 0,4 t + 0,12$	5	$9,5 \cdot 10^{-3}$?	$1,34 \cdot 10^{-4}$
20	$q = 0,8 t - 0,98$	8	$5,8 \cdot 10^{-2}$	30	?
21	$q = 0,6 t - 2,15$?	$5 \cdot 10^{-2}$	30	$6 \cdot 10^{-4}$
22	$q = 0,45 t + 3,84$	6,66	?	60	$2,6 \cdot 10^{-3}$
23	$q = 0,7 t + 2,14$	9	$8,8 \cdot 10^{-3}$?	$4,8 \cdot 10^{-4}$
24	$q = 0,75 t - 0,18$	2	$7,3 \cdot 10^{-2}$	45	?
25	$q = 0,35 t + 1,12$?	$4 \cdot 10^{-2}$	45	$4,95 \cdot 10^{-4}$
26	$q = 0,85 t + 0,44$	8,82	?	30	$7,5 \cdot 10^{-4}$
27	$q = 0,45 t - 2,11$	10	$7,8 \cdot 10^{-3}$?	$3,04 \cdot 10^{-4}$
28	$q = 0,7 t - 1,31$	4	$9,2 \cdot 10^{-3}$	60	?

Задача 2.18 [12.8]. Диск, расположенный так, что нормаль к нему составляет угол α с линиями индукции, вращается с частотой ν вокруг оси, совпадающей с нормалью. Поток магнитной индукции, пересекаемой радиусом r диска за время t , равен Φ . Индукция магнитного поля — B . Определить неизвестную величину согласно номеру задания в таблице.

Номер задания	α , град	ν , Гц	r , см	t , мин	Φ , Вб	B , Тл
1	?	15	3	2	$5,1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$
2	60	?	4	0,1	$6,28 \cdot 10^{-3}$	$2,08 \cdot 10^{-2}$
3	45	20	?	0,5	$1,7 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-3}$
4	30	20	5	?	$9,79 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-3}$
5	45	25	2	1	?	$4 \cdot 10^{-2}$
6	60	15	3	0,5	$3,8 \cdot 10^{-2}$?
7	?	30	5	0,5	$12,5 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$
8	45	?	1	0,2	$1,33 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-2}$
9	60	5	?	2	$1,13 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$
10	45	18	1,5	?	$5,4 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-2}$
11	30	10	4	0,5	?	$8 \cdot 10^{-3}$
12	60	25	6	0,2	$1,36 \cdot 10^{-2}$?
13	?	12	2,5	1	$6,36 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$
14	30	?	5	0,5	$3,67 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$
15	45	20	?	1,5	$5,99 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-3}$
16	45	30	1,5	?	$3,6 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$
17	60	20	8	3	?	$3 \cdot 10^{-2}$
18	30	5	4	2	$1,57 \cdot 10^{-2}$?
19	?	10	6	1,5	$5,03 \cdot 10^{-2}$	$7 \cdot 10^{-3}$
20	60	?	3	0,5	$8,48 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-3}$
21	30	15	?	0,1	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$
22	60	10	2	?	$2,83 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$
23	45	18	7	1	?	$2 \cdot 10^{-2}$
24	45	5	2	1,5	$4,8 \cdot 10^{-2}$?
25	?	14	2	2	$2,74 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$
26	30	?	2,5	1	$7,14 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$
27	45	5	?	0,5	$4,8 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$
28	60	25	3	?	$7,95 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$

Задача 2.19 [13.9]. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии r_1 друг от друга. По проводникам проходят токи I_1 и I_2 в одном направлении. Для того чтобы раздвинуть проводники до расстояния r_2 , надо совершить работу на единицу длины проводника, равную A . Определить неизвестную величину согласно номеру задания.

Номер задания	r_1 , см	r_2 , см	I_1 , А	I_2 , А	A , Дж
1	?	5	1,4	0,5	$9,7 \cdot 10^{-8}$
2	2	?	0,75	1,2	$1,98 \cdot 10^{-7}$
3	r_1	$1,5 r_1$?	2,5	$4,05 \cdot 10^{-7}$
4	$0,5 r_2$	r_2	0,5	?	$6,93 \cdot 10^{-8}$
5	r_1	$2 r_1$	0,5	0,8	?
6	?	8	1,5	0,6	$2,49 \cdot 10^{-7}$
7	5	?	0,6	0,4	$3,33 \cdot 10^{-8}$
8	r_1	$3 r_1$?	0,25	$1,1 \cdot 10^{-7}$
9	$0,2 r_2$	r_2	0,4	?	$1,61 \cdot 10^{-7}$
10	r_1	$4 r_1$	1,0	1,5	?
11	?	4,5	0,8	0,5	$8,8 \cdot 10^{-8}$
12	6	?	1,2	1,6	$2,66 \cdot 10^{-7}$
13	$0,25 r_2$	r_2	?	1,25	$1,38 \cdot 10^{-7}$
14	r_1	$2 r_1$	1,5	?	$2,77 \cdot 10^{-7}$
15	$0,5 r_2$	r_2	2,2	1,5	?
16	?	12	0,7	1,0	$7 \cdot 10^{-8}$
17	3	?	1,3	0,5	$9 \cdot 10^{-8}$
18	$0,1 r_2$	r_2	?	0,4	$4,6 \cdot 10^{-7}$
19	r_1	$3 r_1$	0,2	?	$8,8 \cdot 10^{-8}$
20	r_1	$5 r_1$	0,2	0,6	?
21	?	12	0,3	0,7	$4,6 \cdot 10^{-8}$
22	4,5	?	1,4	2,0	$3,88 \cdot 10^{-7}$
23	r_1	$2,5 r_1$?	0,5	$9,16 \cdot 10^{-8}$
24	$0,25 r_2$	r_2	2,0	?	$2,77 \cdot 10^{-7}$
25	10	20	0,7	2,1	?
26	?	15	1,3	0,9	$1,88 \cdot 10^{-7}$
27	2	?	0,5	1,1	$7,62 \cdot 10^{-8}$
28	$0,4 r_2$	r_2	?	0,8	$1,83 \cdot 10^{-7}$

Задача 2.20 [13.10]. Вертикально расположенный круговой контур радиусом r помещен в горизонтальное однородное магнитное поле так, что положительная нормаль к плоскости контура составляет угол α_1 с направлением магнитного поля. Индукция магнитного поля — B . По контуру проходит ток I . Для того чтобы повернуть контур вокруг оси, совпадающей с вертикальным диаметром, так, чтобы нормаль составляла с направлением контура угол α_2 , необходимо совершить работу, равную A . Определить неизвестную величину.

Номер задания	B , Тл	I , А	r , см	α_1 , град	α_2 , град	A , Дж
1	?	0,25	4	60	0	$7,54 \cdot 10^{-5}$
2	0,02	?	3	30	90	$-2,45 \cdot 10^{-5}$
3	0,3	1,5	?	0	45	$-1,49 \cdot 10^{-3}$
4	0,45	0,9	6	?	120	$-5,53 \cdot 10^{-3}$
5	0,5	0,6	7	150	?	$3,22 \cdot 10^{-3}$
6	0,1	0,5	2	30	60	?
7	?	0,8	12	90	135	$-5,12 \cdot 10^{-3}$
8	0,25	?	5	60	120	$-1,57 \cdot 10^{-3}$
9	0,02	1,0	?	45	90	$-7,1 \cdot 10^{-5}$
10	0,3	0,7	4	?	90	$-9,14 \cdot 10^{-4}$
11	0,6	0,2	1	120	?	$5,65 \cdot 10^{-5}$
12	0,4	0,1	10	30	120	?
13	?	1,2	1	135	45	$3,2 \cdot 10^{-4}$
14	0,5	?	4	120	30	$3,43 \cdot 10^{-4}$
15	0,6	0,75	?	30	150	$-6,12 \cdot 10^{-3}$
16	0,1	0,5	8	?	120	$-5,03 \cdot 10^{-4}$
17	0,35	0,4	6	30	?	$-1,37 \cdot 10^{-3}$
18	0,05	1,2	5	0	45	?
19	?	0,6	2	45	30	$3 \cdot 10^{-5}$
20	0,8	?	3	150	90	$1,96 \cdot 10^{-3}$
21	0,7	0,8	?	0	30	$-9,43 \cdot 10^{-5}$
22	0,4	0,3	2	?	30	$5,52 \cdot 10^{-5}$
23	0,5	0,1	4	180	?	$2,51 \cdot 10^{-4}$
24	0,25	0,4	6	90	30	?
25	?	0,3	2	180	360	$3 \cdot 10^{-4}$
26	0,75	?	8	90	180	$-7,54 \cdot 10^{-3}$
27	0,08	0,6	?	60	150	$-1,85 \cdot 10^{-4}$
28	0,2	0,15	9	?	90	$-7,63 \cdot 10^{-4}$

5.3 МАТЕРИАЛЫ К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ

5.3.1 Лабораторная работа

Определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли

Цель работы: выработка навыков проведения эксперимента по изучению магнитного поля кругового тока, принципа суперпозиции магнитных полей.

Задачи эксперимента:

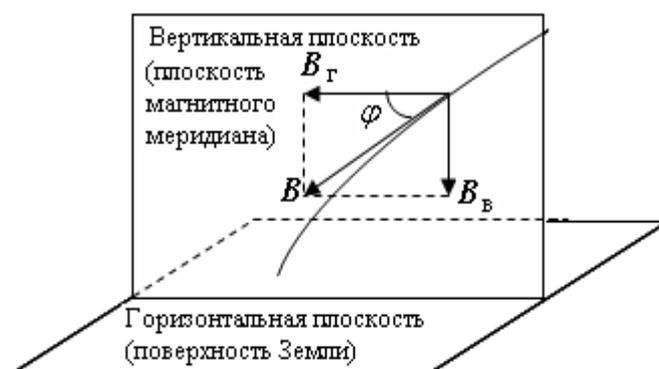
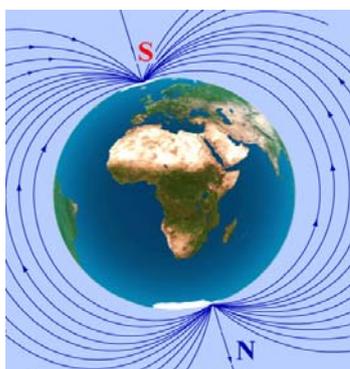
- Изучение элементов земного магнетизма.
- Экспериментальное подтверждение закономерностей для магнитного поля кругового витка (контура) с током.
- Экспериментальное определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли.

Теоретическое обоснование лабораторной работы.

Ознакомьтесь с теорией п. 4.2.1 данного модуля.

Магнитное поле Земли

Земля представляет собой огромный шаровой магнит. Магнитные полюса Земли не совпадают с ее географическими полюсами. Магнитная ось Земли не проходит через ее центр и, таким образом, не является земным диаметром. Вектор индукции магнитного поля Земли образует с плоскостью горизонта угол φ (см. рис.), который называется магнитным наклоением.



Вектор индукции \vec{B} магнитного поля Земли можно разложить на две взаимно перпендикулярные составляющие: горизонтальную B_{Γ} - вдоль линии горизонта и вертикальную $B_{\text{в}}$ - в плоскости магнитного меридиана. Зная угол φ и величину горизонтальной составляющей, мы можем определить величину индукции магнитного поля Земли $B = \frac{B_{\Gamma}}{\cos \varphi}$.

Вопросы для входного контроля.

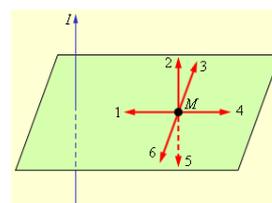
1. Как взаимодействуют два параллельных проводника?

- | | | | | |
|---------------------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| 1. Взаимодействие двух параллельных проводников с током | 2. Взаимодействие двух магнитных стрелок | 3. Поворот магнитной стрелки вблизи проводника при пропускании через него тока | 4. Возникновение электрического тока в катушке при вдвигании в нее магнита | 5. Правильный ответ не приведен |
|---------------------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|

2. Как взаимодействуют два параллельных проводника, если один из них находится в магнитном поле?

- | | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------|
| 1. Он взаимодействует с полем | 2. Не взаимодействует с полем | 3. Взаимодействует с полем | 4. Взаимодействует с полем | 5. Правильный ответ не приведен |
|-------------------------------|-------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------|

3. Как взаимодействуют параллельные проводники, если один из них находится в магнитном поле? Какова сила взаимодействия между проводниками B и магнитом M ?



- | | | | | |
|------|------|------|------|------|
| 1. 1 | 2. 2 | 3. 3 | 4. 4 | 5. 5 |
|------|------|------|------|------|

4. Как взаимодействуют параллельные проводники $S = 0,5 \text{ м}^2$, если один из них находится в магнитном поле $B = 4 \text{ Тл}$ под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению поля? Какова сила взаимодействия между проводниками?

- | | | | | |
|---------|------------|---------|-----------|---------|
| 1. 1 Вб | 2. 1,73 Вб | 3. 2 Вб | 4. 2,3 Вб | 5. 4 Вб |
|---------|------------|---------|-----------|---------|

5. Как взаимодействуют параллельные проводники $S = 0,5 \text{ м}^2$, если один из них находится в магнитном поле $B = 4 \text{ Тл}$ под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению поля? Какова сила взаимодействия между проводниками $I = 4 \text{ А}$, если они находятся на расстоянии $M = 12 \text{ см}$? Какова сила взаимодействия между проводниками?

- | | | | | |
|------------|------------|---------|----------|----------|
| 1. 0,16 Тл | 2. 1,15 Тл | 3. 6 Тл | 4. 12 Тл | 5. 24 Тл |
|------------|------------|---------|----------|----------|

6. Какова сила взаимодействия между зарядами q_1 и q_2 на расстоянии r ?

1. $F = qE$ 2. $F = qvB \sin \alpha$ 3. $F = IB\Delta l \sin \alpha$ 4. $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ 5. Правильный ответ не приведен

7. Прямой проводник длиной $l = 0,1$ м, по которому течет ток $I = 3$ А, находится в однородном магнитном поле $B = 4$ Тл под углом 60° к линиям индукции B . Какова сила взаимодействия проводника с полем?

1. 0,6 Н 2. 1 Н 3. 1,2 Н 4. 1,4 Н 5. 2,4 Н

8. Какова индукция магнитного поля в центре витка радиуса R , по которому течет ток I ?

1. $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ 2. $\frac{\mu_0 I}{2R}$ 3. $\mu_0 I n$ 4. $\frac{\mu_0 I n}{2}$ 5. Правильный ответ не приведен

9. Какова индукция магнитного поля в центре витка радиуса R , по которому течет ток I , если виток имеет N витков?

1. $\frac{\mu_0 N I}{l}$ 2. $\frac{\mu_0 N I}{2l}$ 3. $\mu_0 N I l$ 4. $\frac{\mu_0 N I}{2l}$ 5. Правильный ответ не приведен

10. Прямой проводник длиной $l = 0,1$ м находится в однородном магнитном поле $B = 4$ Тл под углом 60° к линиям индукции B . Какова сила взаимодействия проводника с полем?

1. $0,4 \cdot 10^{-12}$ Н 2. $6,4 \cdot 10^{-12}$ Н 3. $3,2 \cdot 10^{-12}$ Н 4. $0,4 \cdot 10^{-26}$ Н 5. $6,4 \cdot 10^{-26}$ Н

11. Какова сила взаимодействия между зарядами q_1 и q_2 на расстоянии r ?

1. $\frac{m v e}{B}$ 2. $\frac{m v B}{e}$ 3. $\frac{e B}{m v}$ 4. $\frac{m v}{e B}$ 5. Правильный ответ не приведен

12. Какова сила взаимодействия между зарядами q_1 и q_2 на расстоянии r ?

1. Увеличится в 2 раза 2. Увеличится в 4 раза 3. Увеличится в 8 раз 4. Увеличится в 16 раз 5. Не изменится

13. Какой кривой описывается траектория, описываемая кончиком стрелки, если угол между вектором \vec{B} и горизонтальной плоскостью равен 30° ?

1. Прямая 2. Парабола 3. Окружность 4. Винтовая линия 5. Правильный ответ не приведен

Методика и порядок измерений

Для определения величины горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли используется тангенс-гальванометр (рис. 5.22). Он представляет собой несколько вертикальных проволочных круговых витков, в центре которых на вертикальной оси расположена магнитная стрелка. Поверх стрелки укреплен тонкий круглый диск со шкалой, поделенной на градусы.



Рис.5.22. Тангенс-гальванометр.

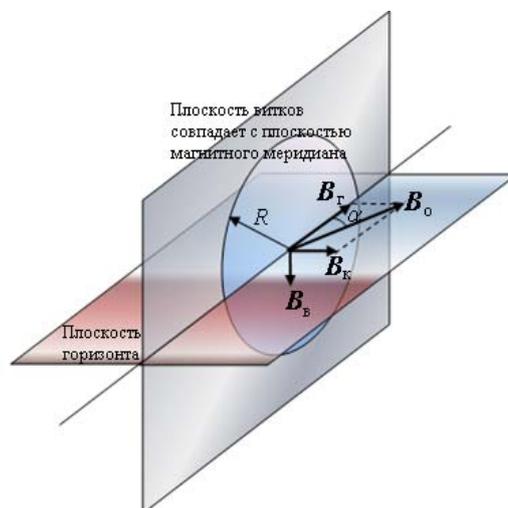


Рис.5.23. К методике определения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

На оправе имеется приспособление (специальный окуляр) для отсчета угла. При отсутствии тока в витках тангенс-гальванометра магнитная стрелка под действием магнитного поля Земли установится в плоскости магнитного меридиана практически горизонтально, т.к. действие вертикальной составляющей компенсируется силой трения в точке опоры. Плоскость витков тангенс-гальванометра также совместим с плоскостью магнитного меридиана (рис.5.23). При пропускании по виткам постоянного тока силой I на магнитную стрелку будет действовать еще и магнитное поле кругового тока с ин-

дукцией $B_k = \frac{\mu_0 n I}{2R}$ (n – число витков, R - радиус витков), направленной пер-

пендикулярно плоскости витков. В соответствии с принципом суперпозиции магнитная стрелка установится по направлению вектора $\vec{B}_0 = \vec{B}_T + \vec{B}_K$, отклонившись от плоскости магнитного меридиана на угол α . Из рисунка видно,

$$\text{что } B_T = B_K \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\mu_0 n I}{2R \operatorname{tg} \alpha}.$$

1. Ознакомьтесь с принципиальной схемой лабораторной установки, проверьте правильность ее сборки (рис. 5.24).

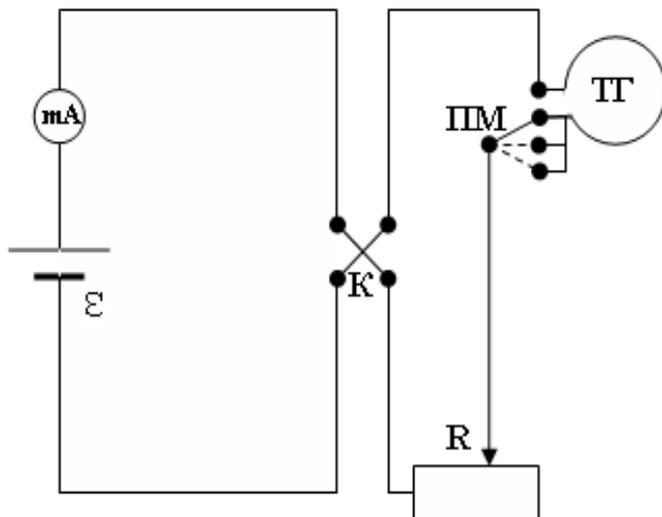


Рис. 5.24. Принципиальная схема и общий вид лабораторной установки. E - источник питания, mA - миллиамперметр, K - переключатель направления тока в витках, $ТГ$ - витки тангенс-гальванометра, $ПМ$ - переключатель для выбора количества витков, R - реостат.

2. Установите плоскость витков в плоскости магнитного меридиана, для чего, поворачивая плоскость витков, добейтесь, чтобы было видно показание 90^0 или 270^0 .
3. Получите у преподавателя задание на выполнение работы – величины силы тока и количества витков и занесите их таблицу.
4. Поставьте переключку $ПМ$ в требуемое положение. Включите источник питания в сеть. Установите с помощью реостата требуемую силу тока.
5. Снимите показание тангенс-гальванометра α_1 .
6. Поменяйте с помощью переключателя K направление тока в витках и снимите показание тангенс-гальванометра α_2 .

7. Определите величину α по формуле $\alpha = \left| \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right|$.

8. Изменив величину силы тока или количества витков, определите таким же образом еще несколько значений α .

9. Рассчитайте значение $B_r = \frac{\mu_0 n I}{2R \operatorname{tg} \alpha}$ для каждого измерения.

10. Найдите среднее значение B_r , среднюю абсолютную погрешность ΔB_r и относительную погрешность δB_r . Результаты измерений и расчетов занесите в таблицу.

№ измерения	n	$I, \text{А}$	α , град		B_r , Тл	ΔB_r , Тл	δB_r
1.			$\alpha_1 =$				
			$\alpha_2 =$				
2.			$\alpha_1 =$				
			$\alpha_2 =$				
3.			$\alpha_1 =$				
			$\alpha_2 =$				
Среднее							

11. Запишите ответ. Сформулируйте выводы по ответу.

Контрольные вопросы и задания для защиты лабораторной работы

I уровень

1. Что такое магнитное поле?
2. Назовите источники магнитного поля.
3. Что такое магнитный момент витка с током?
4. Дайте определение индукции магнитного поля.
5. Какие силы и почему действуют между проводами с током?
6. Дайте определение линий индукции магнитного поля. Зачем их рисуют?
7. Сформулируйте принцип суперпозиции для магнитного поля.
8. Дайте определение циркуляции магнитного поля.
9. Сформулируйте и запишите формулу закона циркуляции магнитного поля.

10. Сформулируйте и запишите формулу для магнитного поля прямого провода с током.

11. Сформулируйте и запишите формулу для магнитного поля на оси кругового витка (контура) с током.

12. Какую форму имеет линия индукции, проходящая через центр витка с током?

II уровень

13. Запишите и поясните закон Био-Савара-Лапласа. Находите ли Вы в нем сходство с законом Кулона?

14. Как с помощью тангенс-гальванометра определить горизонтальную составляющую индукции магнитного поля Земли?

15. Можете ли Вы определить величину индукции магнитного поля Земли по измеренному значению ее горизонтальной составляющей?

III уровень

16. Уже очень давно, с XVI века, известно, что вертикально стоящие железные оконные решетки с течением времени намагничиваются. Объясните это явление. Какой вывод можно сделать из него относительно направления вектора индукции земного магнитного поля? На каком конце вертикального прута — верхнем или нижнем — возникает северный полюс и на каком — южный?

17. В книге одного из первых исследователей земного магнетизма Джильберта описан следующий опыт. Если бить молотком по железной полосе, расположенной с севера на юг, то полоса намагнитится. Объясните это явление. Укажите, как будут расположены северный и южный полюсы на намагнитившейся таким образом полосе?

18. Самопроизвольное намагничивание железных предметов в магнитном поле Земли было использовано для устройства магнитных мин, которые устанавливаются на некоторой глубине под поверхностью воды и взрываются при прохождении над ними корабля. Механизм, заставляющий мину

всплывать и взрываться, приходит в действие, когда магнитная стрелка, вращающаяся вокруг горизонтальной оси, поворачивается под влиянием магнитного поля проходящего над миной железного корабля, который всегда оказывается самопроизвольно намагниченным (подобно железным решеткам в задаче 1). Предложите способы борьбы с магнитными минами.

5.4 МАТЕРИАЛЫ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

5.4.1 Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях.

Работа перемещения проводника с током в магнитном поле

Элементарная сила $d\vec{F}$, с которой магнитное поле действует на элемент проводника dl с током I , находящимся в магнитном поле, равна: $d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}]$, где $d\vec{l}$ — вектор по модулю равный dl и совпадающий по направлению с током, \vec{B} — вектор магнитной индукции.

Для определения направления силы Ампера \vec{F} пользуются **правилом буравчика**: воображаемый буравчик располагается перпендикулярно плоскости, содержащей вектор \vec{B} и проводник с током, затем его рукоятка поворачивается от направления тока к направлению вектора \vec{B} . Поступательное перемещение буравчика будет показывать направление силы Ампера.

Сила Ампера, действующая на отрезок проводника длиной Δl с силой тока I , находящийся в магнитном поле B , $F = IB\Delta l \sin \alpha$ может быть выражена через силы, действующие на отдельные носители заряда.

Пусть концентрация носителей свободного заряда в проводнике есть n , а q — заряд носителя. Тогда произведение $nqvS$, где v — модуль скорости упорядоченного движения носителей по проводнику, а S — площадь поперечного сечения проводника, равно току, текущему по проводнику: $I = qnvS$.

Выражение для силы Ампера можно записать в виде: $F = qnS\Delta lvB \sin \alpha$.

Так как полное число N носителей свободного заряда в проводнике длиной Δl и сечением S равно $nS\Delta l$, то сила, действующая на одну заряженную частицу, равна

$$F_L = qvB \sin \alpha.$$

Эту силу называют **силой Лоренца**. Угол α в этом выражении равен углу между скоростью \vec{v} и вектором магнитной индукции \vec{B} . Направление силы Лоренца, действующей на положительно заряженную частицу, так же, как и направление силы Ампера, может быть найдено по правилу буравчика.

Элементарная работа δA , совершаемая силой Ампера $d\vec{F}$ при перемещении на $d\vec{r}$ в магнитном поле элемента проводника $d\vec{l}$, равна $\delta A = I([\vec{dr}, d\vec{l}] \vec{B})$.

Если проводник, сила тока I в котором поддерживается постоянной, совершает конечное перемещение из положения 1 в положение 2, то работа сил

$$\text{Ампера при таком перемещении } A_{12} = \int_1^2 Id\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi, \text{ где}$$

$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ — магнитный поток через поверхность, прочерченную проводником при рассматриваемом перемещении.

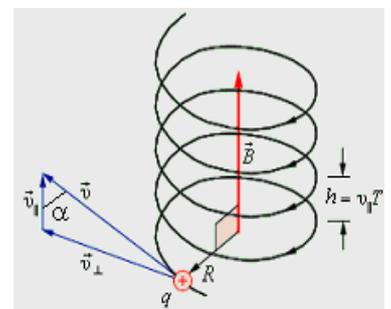
Если в постоянном магнитном поле перемещается замкнутый контур, то поток, прочерченный всеми элементами контура, равен изменению потока пронизывающего контур (*потокосцепления* Ψ). Следовательно, работа при перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле $A_{12} = I\Delta\Psi$, где

$\Delta\Psi = \Psi_2 - \Psi_1$ — изменение потокосцепления контура.

Примеры решения задач.

1 уровень

Пример 1. Частица массой m , обладающая зарядом q , влетает со скоростью v в однородное магнитное поле с индукцией B под углом α к линиям магнитной индукции. Определить траекторию движения частицы.



Решение. Разложим вектор скорости v частицы на две составляющие v_{\parallel} , направленную вдоль линий магнитной индукции, и v_{\perp} , перпендикулярную

этим линиям. Модули этих составляющих – соответственно $v_{\parallel} = v \cos \alpha$ и $v_{\perp} = v \sin \alpha$.

На частицу действует сила Лоренца, обусловленная составляющей v_{\perp} .

Вследствие этого частица движется по окружности со скоростью v_{\perp} в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Радиус этой окружности определим, составив уравнение на основании второго закона Ньютона: $F = m \frac{v_{\perp}^2}{R}$,

$$\text{или } qv_{\perp}B = \frac{mv_{\perp}^2}{R}.$$

$$\text{Отсюда } R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \sin \alpha}{qB}.$$

Одновременно частица будет двигаться и вдоль поля. Это равномерное движение со скоростью v_{\parallel} . В результате одновременного движения по окружности и по прямой частица будет двигаться по винтовой линии, “навиваясь” на линии магнитной индукции. Шаг винтовой линии $h = v_{\parallel}T$, где T – период обращения частицы по окружности: $T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}$. Учитывая это, получим

$$h = \frac{2\pi m v \sin \alpha}{qB}$$

Пример 2. Плоский квадратный контур со стороной $a = 10$ см, по которому течет ток $I = 100$ А, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 1$ Тл). Определить работу, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол $\varphi = 60^\circ$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается постоянной.

Решение. Работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение потокосцепления контура: $A = -I\Delta\Psi = I(\Psi_1 - \Psi_2)$.

Поскольку $\Psi_1 = BS$, $\Psi_2 = BS \cos \varphi$, $S = a^2$, то $A = IBa^2(1 - \cos \varphi) = 0,5$ Дж.

II уровень

Пример 3. В камере лабораторной установки создано магнитное поле, вектор магнитной индукции \vec{B} которого направлен вертикально вверх и равен по модулю $B = 1,2$ мТл. В камеру влетает протон с кинетической энергией $K = 5,3$ МэВ. Вектор скорости протона направлен горизонтально. Определите ускорение a , с которым будет двигаться протон в камере, а также радиус R кривизны траектории. Масса протона $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.

Решение. Сила Лоренца, действующая на движущуюся в магнитном поле заряженную частицу, зависит от ее скорости, которая может быть выражена

через кинетическую энергию частицы $v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 3,2 \cdot 10^7$ м/с. Протон дви-

жется с огромной скоростью. Однако эта скорость все же значительно меньше скорости света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Поэтому движение протона можно рассматривать на основе законов классической механики.

Сила Лоренца F_L направлена перпендикулярно скорости частицы

$F_L = qvB \sin \alpha$, где q – заряд протона, равный элементарному заряду $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл, α – угол между направлениями векторов \vec{v} и \vec{B} . В условиях данной задачи $\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$. Сила Лоренца создает центростремительное ускорение a :

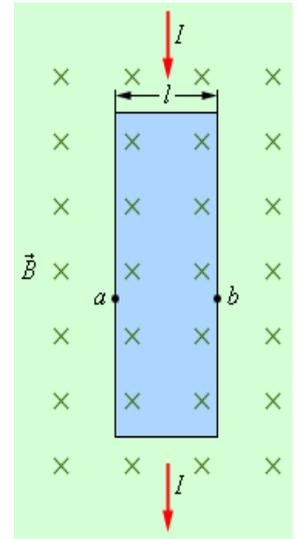
$$a = \frac{F_L}{m} = \frac{evB}{m} = \frac{eB}{m} \sqrt{\frac{2K}{m}} = 3,7 \cdot 10^{12} \text{ м/с}^2.$$

Под действием силы Лоренца протон будет двигаться в однородном магнитном поле по дуге окружности, радиус R которой находится из условия

$$a = \frac{evB}{m} = \frac{v^2}{R}, R = \frac{mv}{eB} = \frac{\sqrt{2mK}}{eB} = 2,8 \cdot 10^2 \text{ м.}$$

Таким образом, в условиях лабораторного опыта отклонение вектора скорости протона от первоначального направления будет весьма малым.

Пример 4. На рисунке изображена тонкая медная полоска толщиной $d = 150$ мкм, помещенная в магнитное поле с индукцией $B = 0,65$ Тл, направленное перпендикулярно к поверхности полоски. При пропускании по полоске тока $I = 23$ А между точками a и b возникла некоторая разность потенциалов U_{ab} . Определите разность потенциалов V_{ab} и укажите ее знак. Концентрация свободных электронов в медном проводнике $n = 8,5 \cdot 10^{28}$ м⁻³.

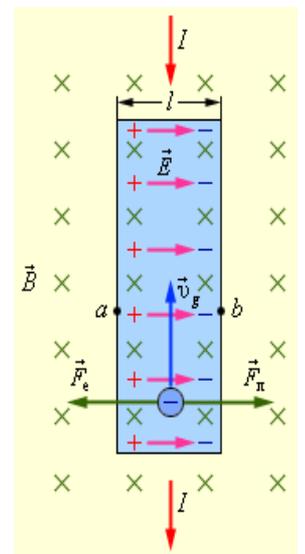


Решение

Причиной возникновения «поперечной» разности потенциалов U_{ab} является действие силы Лоренца на движущиеся в проводнике заряды. В металлическом проводнике носителями заряда являются отрицательно заряженные электроны. Дрейфовая скорость электронов направлена навстречу положительному направлению тока I . На рисунке в условии задачи электроны движутся снизу вверх с некоторой дрейфовой скоростью \vec{v}_d , модуль

которой равен $\bar{v}_d = \frac{j}{ne} = \frac{I}{neS}$. Здесь $j = I/S$ – плотность

тока, S – площадь поперечного сечения полоски, n – концентрация электронов, e – элементарный заряд. Сила Лоренца F_L , действующая на электроны, направлена вправо. Эта сила стремится отклонить движущиеся электроны вправо и прижать их к правому краю полоски. В результате этого на правом краю полоски появляется избыточная концентрация электронов, в то время как на левом концентрация электронов уменьшается (см. рис.). Правый край полоски заряжается отрицательным зарядом, а левый – положительным. Это приводит к возникновению электрического поля \vec{E} , направленного слева направо. На движущиеся электроны теперь наряду с магнитной силой Лоренца \vec{F}_L действует электрическая сила \vec{F}_e , направленная в противоположную сто-



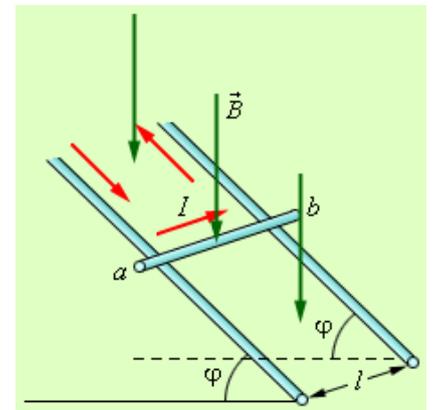
рону. Накопление положительных и отрицательных зарядов на краях полоски прекращается при достижении условия баланса сил: $eE = ev_d B$. Принимая во внимание, что $U_{ab} = E \cdot l$, где l – ширина полоски, имеем $U_{ab} = El = v_d Bl$.

Используя выражение для v_d и учитывая, что $S = l \cdot d$, получим окончательно

$$U_{ab} = \frac{IBl}{neS} = \frac{IB}{ned} = 7,4 \cdot 10^{-6} \text{ В} = 7,4 \text{ мкВ}.$$

Как видно из приведенного рисунка, $U_{ab} > 0$. Интересно отметить, что если бы полоска была выполнена из полупроводника с проводимостью p -типа, то изменился бы знак разности потенциалов ($U_{ab} < 0$).

Пример 5. По двум параллельным рельсам, находящимся на расстоянии $l = 49$ см друг от друга и расположенным под углом $\varphi = 14^\circ$ к горизонту, может свободно без трения скользить стержень ab , имеющий массу $m = 50$ г. По стержню от источника постоянного тока пропускают ток силой $I = 5,0$ А. Какое



вертикальное магнитное поле B необходимо создать, чтобы стержень оказался в состоянии равновесия? В какую сторону – вверх или вниз – должен при этом быть направлен вектор \vec{B} ?

Решение. На стержень с током I в магнитном поле с индукцией \vec{B} будет действовать сила Ампера \vec{F} , равная по модулю $F = IBl \sin \alpha$, где α – угол между направлением тока и направлением вектора \vec{B} . В условии данной задачи угол $\alpha = \pi / 2$ и $\sin \alpha = 1$. Направление силы Ампера можно определить по правилу левой руки. Если принять направление тока I и направление вектора \vec{B} , указанные на рисунке в условии задачи, что сила \vec{F} будет направлена в сторону наклонной плоскости. Она будет иметь составляющую, направленную вверх по наклонной плоскости, равную $F \cos \varphi$. Условие равновесия стержня решается в виде $IBl \cos \varphi = mg \sin \varphi$.

Отсюда следует $B = \frac{mg}{Il} \operatorname{tg} \varphi = 5 \cdot 10^{-2}$ Тл.

Если бы магнитное поле \vec{B} было направлено вертикально вверх, то равновесие стержня оказалось бы невозможным.

Пример 6. Два прямолинейных длинных проводника находятся на расстоянии $x_1 = 0,1$ м друг от друга. По проводникам текут токи в одном направлении $I_1 = 20$ А, $I_2 = 30$ А. Какую работу надо совершить (на единицу длины проводников), чтобы раздвинуть эти проводники на расстояние $x_2 = 0,2$ м?

Решение. Чтобы раздвинуть проводники с током, следует совершить работу против силы Ампера. Величина этой силы, приходящейся на единицу длины параллельных токов $f = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2}{2\pi x}$, зависит от расстояния x между проводниками с током. Следовательно, работа, совершаемая внешними силами:

$$A = \int_{x_1}^{x_2} f dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{x_2}{x_1} = 8,3 \cdot 10^{-5} \text{ Дж/м.}$$

Аудиторные задачи

1 уровень

1. Протон влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению поля и движется по спирали, радиус которой $R = 0,015$ м. Индукция магнитного поля $B = 0,1$ Тл. Определить кинетическую энергию протона.

[Ответ: $W_k = 6,9 \cdot 10^{-17}$ Дж]

2. Винтовая линия, по которой движется электрон в однородном магнитном поле, имеет диаметр $d = 80$ мм и шаг $h = 200$ мм. Индукция поля

$B = 5 \cdot 10^{-3}$ Тл. Определить скорость электрона v . [Ответ: $v = 4,5 \cdot 10^7$ м/с].

3. Определить скорость альфа-частицы, которая при движении в пространстве, где имеются взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля, не испытывает никакого отклонения. Индукция магнитного поля $B = 1$ мТл, напряженность электрического поля $E = 10^3$ В/м. Скорость альфа-частицы перпендикулярна линиям индукции магнитного поля и линиям напряженности электрического поля. [Ответ: $v = 10^6$ м/с].

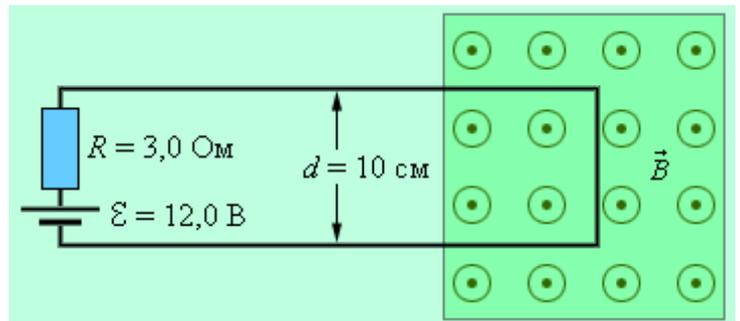
3. Определить наименьшее значение радиуса дуантов циклотрона, предназначенного для ускорения протонов до энергии $W = 8 \cdot 10^{-13}$ Дж, в котором индукция магнитного поля $B = 0,5$ Тл. Зависимость массы протона от его скорости не учитывать. [Ответ: $r = 0,65$ м].
4. Определить удельный заряд q/m частиц, ускоренных в циклотроне в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1,7$ Тл при частоте ускоряющего поля $\nu = 25,9$ МГц. [Ответ: $q/m = 9,57 \cdot 10^8$ Кл/кг].
5. В однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 0,2$ Тл находится квадратный проводящий контур со стороной $a = 20$ см и током $I = 10$ А. Плоскость квадрата составляет с направлением поля угол $\alpha = 30^\circ$. Определить работу по удалению провода за пределы поля. [Ответ: $A = 0,04$ Дж].
6. Круговой контур помещен в однородное магнитное поле так, что плоскость контура перпендикулярна силовым линиям поля. Индукция магнитного поля $B = 0,2$ Тл. По контуру течет ток $I = 2$ А. Радиус контура $R = 0,02$ м. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть контур на 90° вокруг оси, совпадающей с диаметром контура? [Ответ: $A = 5 \cdot 10^{-4}$ Дж].

II уровень

7. Прямая проволока длиной $l = 25$ см и массой $m = 50$ г расположена горизонтально. Ее концы с помощью легких гибких проводников подсоединены к источнику тока. Проволока находится в однородном горизонтальном магнитном поле, вектор индукции \vec{B} которого ориентирован под углом $\varphi = 30^\circ$ относительно направления тока в проволоке и равен по модулю $B = 0,98$ Тл. Какой силы ток нужно пропускать по проволоке, чтобы магнитная сила уравновесила силу тяжести? [Ответ: $I = 4$ А]
8. Два длинных параллельных проводника расположены на расстоянии $d = 0,1$ м друг от друга. Каждый из проводников действует на другой с силой $f = 6,0 \cdot 10^{-5}$ Н/м. Проводники отталкиваются друг от друга. В одном из них течет ток силой $I_1 = 2,0$ А. Принимая направление тока в первом проводнике

за положительное, определите силу тока во втором проводнике. [Ответ: $I_2 = -15 \text{ A}$]

9. Проволока с малым сопротивлением согнута в виде буквы П и включена в цепь постоянного тока, как показано на рисунке. Правая часть контура внесена в



область, в которой создано магнитное поле с индукцией $B = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$. Вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости контура. Найдите модуль результирующей силы, действующей на замкнутый контур с током.

[Ответ: $F = 15,2 \text{ мкН}$.]

10. Магнитные поля часто используются в физических экспериментах для отклонения электронного пучка. Найдите, какое однородное магнитное поле, направленное перпендикулярно пучку электронов, движущихся со скоростью $v = 1,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$, необходимо, чтобы электроны начали двигаться по дуге окружности радиусом $R = 0,35 \text{ м}$. Отношение модуля заряда электрона к его массе $e / m = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$. [Ответ: $B = 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$]

11. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 300 \text{ В}$, движется параллельно прямолинейному длинному проводнику на расстоянии $d = 4 \text{ мм}$ от него. Какая сила подействует на электрон, если по проводнику пустить ток $I = 5 \text{ А}$? [Ответ: $F = 4 \cdot 10^{-16} \text{ Н}$].

12. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 1000 \text{ В}$, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное направлению его движения.

Индукция магнитного поля $B = 1,19 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$. Определить: 1) радиус кривизны траектории электрона; 2) период его обращения по окружности; 3) момент количества движения электрона. [Ответ: $R = 9 \cdot 10^{-2} \text{ м}$; $T = 3 \cdot 10^{-8} \text{ с}$;

$L = 1,5 \cdot 10^{-24} \text{ кг·м/с}$].

13. Электрон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Скорость электрона $v = 4 \cdot 10^7 \text{ м/с}$. Индукция магнитного поля

$B = 10^{-3}$ Тл. Чему равны тангенциальное и нормальное ускорения электрона в магнитном поле? [Ответ: $a_\tau = 0$; $a_n = 7 \cdot 10^{15}$ м/с].

14. Первоначально альфа-частица движется свободно со скоростью $v = 0,35 \cdot 10^7$ м/с. В некоторый момент времени в окрестности частицы создается перпендикулярное к ее скорости однородное магнитное поле с индукцией $B = 1,0$ Тл. Найти: 1) радиус r траектории частицы; 2) величину и направление ее магнитного момента P_m ; 3) отношение магнитного момента P_m частицы к ее механическому моменту L . Заряд альфа-частицы $q = 2e$, масса $m = 6,65 \cdot 10^{-27}$ кг. [Ответ: $r = 7,3$ см; $P_m = 4,1 \cdot 10^{-14}$ Дж/Тл; $P_m/L = 2,41 \cdot 10^7$ Кл/м].

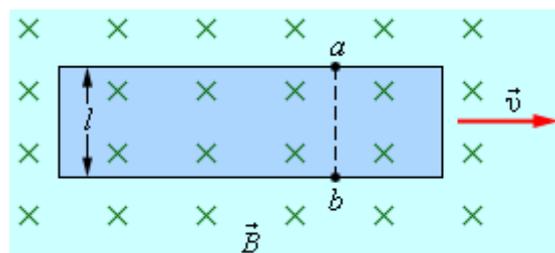
15. Внутренний диаметр дуантов циклотрона $d = 1,0$ м. Индукция магнитного поля $B = 1,2$ Тл. Ускоряющее напряжение $U = 100$ кВ. Найти: 1) максимальную энергию, до которой могут быть ускорены в этом циклотроне протоны, и скорость, приобретенную ими к концу ускорения; 2) время, в течение которого длится процесс ускорения. [Ответ: $K = 17$ МэВ; $v = 5,8 \cdot 10^7$ м/с; $t = 4,7$ мкс].

16. Пластина полупроводника толщиной $a = 0,2$ мм помещена в магнитное поле, направленное вдоль ребра a . Удельное сопротивление полупроводника $\rho = 10^{-5}$ Ом·м. Индукция магнитного поля $B = 1$ Тл. Перпендикулярно полю вдоль пластинки пропускается ток $I = 0,1$ А. При этом возникает поперечная разность потенциалов $U = 3,25 \cdot 10^{-3}$ В. Определить подвижность носителей тока в полупроводнике. [Ответ: $b = 0,65$ м²/В·с]

17. Тонкая медная лента толщиной $a = 0,1$ мм помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,9$ Тл так, что плоскость ленты перпендикулярна к силовым линиям поля. По ленте течет ток $I = 10$ А. Определить разность потенциалов, возникающую вдоль ширины ленты, считая, что в меди имеется по одному свободному электрону на каждый атом. [Ответ: $U = 4,5$ мкВ].

18. Через сечение $S = ab$ медной пластинки толщиной $a = 0,5$ мм и высотой $b = 10$ мм течет ток $I = 20$ А. При помещении пластинки в магнитное поле, перпендикулярное ребру b и направлению тока, возникает поперечная разность потенциалов $U = 3,1 \cdot 10^{-6}$ В. Индукция магнитного поля $B = 1$ Тл. Определить концентрацию электронов проводимости в меди и их среднюю скорость при этих условиях. [Ответ: $n = 8,1 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$; $v_{\text{д}} = 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$].

19. Металлическая полоска шириной $l = 0,85$ см движется с постоянной скоростью \vec{v} в магнитном поле с индукцией $B = 1,20$ мТл, направленным перпендикулярно поверхности полоски.



Между точками a и b замерена разность потенциалов, равная $U_{ab} = 3,9$ мкВ. Определите модуль скорости v . [Ответ: $v = 0,38 \text{ м/с}$]

20. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на некотором расстоянии друг от друга. По проводникам текут токи, равные по величине и направлению. Определить силу тока, текущего по каждому из проводников, если известно, что для того, чтобы раздвинуть их на вдвое большее расстояние, пришлось совершить работу $A = 5,5 \cdot 10^{-5}$ Дж/м. [Ответ: $I_1 = I_2 = 20 \text{ А}$].

21. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0,5$ Тл, движется равномерно проводник длиной $l = 0,1$ м. По проводнику течет ток $I = 2$ А. Скорость проводника $v = 0,2$ м/с и направлена она перпендикулярно к направлению магнитного поля. Определить работу перемещения проводника за 10 секунд движения. [Ответ: $A = 0,2 \text{ Дж}$]

6 ОБРАЗЕЦ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

I уровень (репродуктивный)

1. Какая величина является силовой характеристикой магнитного поля?

2. Чему равен и как направлен магнитный момент плоского контура с током?
3. Чему равна индукция магнитного поля, созданного бесконечно длинным прямолинейным проводником с током?
4. Какую форму и ориентацию имеют линии магнитной индукции поля, создаваемого током в прямолинейном проводнике? Нарисовать их.
5. Что называется циркуляцией вектора магнитной индукции вдоль замкнутого контура?
6. Сформулируйте теорему Остроградского-Гаусса для магнитного поля.
7. Чему равна работа, совершаемая силой Лоренца, и изменяется ли энергия заряженных частиц при движении в магнитном поле?
8. В чем заключается принцип действия циклических ускорителей заряженных частиц?
9. В ядерном эксперименте протон с кинетической энергией $K = 1,0$ МэВ движется в однородном магнитном поле по круговой орбите некоторого радиуса. Какой энергией должен обладать дейтрон, чтобы двигался в том же магнитном поле по орбите того же радиуса? Дейтрон – ядро атома тяжелого водорода, дейтерия. $m_D = 2m_p$; $q_D = +1e$.

II уровень (продуктивный)

10. Как рассчитать на основании закона Био-Савара-Лапласа индукцию магнитного поля в случае линейных токов различных конфигураций?
11. Показать вихревой характер магнитного поля на примере прямолинейного проводника с током.

III уровень (творческий)

12. Как Вы могли бы объяснить существование магнитного поля Земли?

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Савельев И.В. Курс физики: Учеб.: В 3-х т. Т. 2: Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. — 464 с.
2. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики: Учеб. пособие для вузов.— 2-е изд., испр. и доп. — М.: Высш. шк., 1999. — 492 с.
3. Трофимова Т. И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов.— 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1990. — 478 с
4. Ветрова В.Т. Сборник задач по физике: С индивидуал. заданиями: Учеб. пособие для вузов. — Мн.: Выш. шк., 1991. — 386 с.
5. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики: Учеб. пособие для студентов втузов. — М.: Высш. шк., 1991. — 303 с.

Дополнительная

6. Иродов И. Е. Электромагнетизм. Основные законы.— 3-е изд., испр. — М.: Лаборатория базовых знаний, 2000. — 335 с.
7. Неманова И.Т., Быкова С.Л. Механика: учебно-методический комплекс. – Ч. I. – Минск: БГАТУ, 2006. – 240 с.
8. Наркевич И.И. и др. Физика для втузов. Электричество и магнетизм. Оптика. Строение вещества: Учеб. пособие / И.И. Наркевич, Э.И. Волмянский, С.И. Лобко. – Мн.: Выш. шк., 1994. – 554 с.
9. Близнюк И. Б., Добрянский В.М., Лугаков Н.Ф., Малишевский В.Ф., Чобот Г.М. Лабораторный практикум по курсу общей физики: Учебно-методич. пособие. — Мн.: БГАТУ, 2004. — 124 с.

СОДЕРЖАНИЕ

МОДУЛЬ 5 МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В ВАКУУМЕ	3
1 КОМПЛЕКСНАЯ ЦЕЛЬ.....	3
2 ВВЕДЕНИЕ. БАЗОВЫЕ ПРОБЛЕМЫ МОДУЛЯ.....	3

3 УЧЕБНО-ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ МОДУЛЯ.....	5
4 НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ	6
4.1 СЛОВАРЬ ПОНЯТИЙ	6
4.1.1 Новые понятия.....	6
4.1.2 Понятия для повторения.....	8
4.2 ОСНОВНОЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ	9
4.2.1 Магнитное поле постоянного электрического тока в вакууме.....	9
4.2.1.1 Явление магнитного взаимодействия токов. Магнитная индукция. Закон Био-Савара-Лапласа.	9
4.2.1.2 Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции для магнитного поля в вакууме. Теорема Остроградского-Гаусса для магнитного поля	15
4.2.2 Действие магнитного поля на движущиеся заряды и проводники с током.....	20
4.2.2.1 Закон Ампера.....	20
4.2.2.2 Действие магнитного поля на движущиеся заряды. Сила Лоренца	21
4.2.2.3 Работа перемещения проводника с током в постоянном магнитном поле	29
4.3 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ	31
4.3.1 Электронная и ионная оптика.....	31
4.4 РЕЗЮМЕ.....	35
5 МАТЕРИАЛЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ	36
5.1 МАТЕРИАЛЫ К ЛЕКЦИИ.....	36
5.2 МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ	39
5.3 МАТЕРИАЛЫ К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ	64
5.3.1 Лабораторная работа Определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли	64
5.4 МАТЕРИАЛЫ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ	71
5.4.1 Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях. Работа перемещения проводника с током в магнитном поле.....	71
6 ОБРАЗЕЦ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ	81
ЛИТЕРАТУРА	83
СОДЕРЖАНИЕ	83

МОДУЛЬ 6

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

1 КОМПЛЕКСНАЯ ЦЕЛЬ.

Студент должен:

а) знать (описывать и формулировать): понятия и определения намагниченности вещества (вектора намагничения), напряженности магнитного поля, магнитной восприимчивости и относительной магнитной проницаемости среды, циркуляции вектора намагничения, закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля); закон преломления линий магнитной индукции на границе раздела двух магнетиков;

б) характеризовать: связь между вектором намагничения и напряженностью магнитного поля, между магнитной проницаемостью вещества и магнитной восприимчивостью, между напряженностью и индукцией магнитного поля в веществе, между нормальными и тангенциальными составляющими напряженности и индукции магнитного поля на границе раздела двух магнетиков;

в) анализировать: деление магнетиков на различные типы в зависимости от знака и величины магнитной восприимчивости вещества;

г) уметь: получать выражения для циркуляции вектора намагничения, циркуляции вектора напряженности магнитного поля, закон преломления линий магнитной индукции; применять полученные теоретические знания при проведении лабораторного эксперимента.

2 ВВЕДЕНИЕ. БАЗОВЫЕ ПРОБЛЕМЫ МОДУЛЯ

Индукция магнитного поля в веществе. Молекулярные токи. Намагниченность. Циркуляция вектора намагниченности. Закон полного тока для магнитного поля в веществе. Напряженность магнитного поля. Магнитная восприимчивость и относительная магнитная проницаемость среды. Связь

между индукцией и напряженностью магнитного поля. Типы магнетиков. Условия на границе раздела двух магнетиков. Закон преломления линий магнитной индукции. Орбитальный, спиновый и полный моменты атомов. Гиромагнитное отношение. Атом в магнитном поле (прецессия орбиты; индуцированный магнитный момент). Диамагнитный эффект. Диамагнетики и парамагнетики в магнитном поле. Зависимость магнитной восприимчивости парамагнетика от температуры. Ферромагнетики. Ферриты. Их применение в технике.

3 УЧЕБНО-ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ МОДУЛЯ

№, тема занятия	Тип занятия	Вид занятия	Кол-во часов на одно занятие
Занятие 1. Магнитное поле в веществе. 1. Индукция магнитного поля в веществе. Намагниченность. 2. Закон полного тока для магнитного поля в веществе. Напряженность магнитного поля. 3. Магнитная восприимчивость и относительная магнитная проницаемость среды. Типы магнетиков.	Знакомство с новым материалом	Лекция	2
Занятие 2. Магнитные свойства вещества. 1. Природа магнитных свойств тел. Магнитные моменты атомов. Атом в магнитном поле. Диамагнитный эффект. 2. Диамагнетики и парамагнетики в магнитном поле.	Углубление, обобщение,	УСРС	2
Занятие 3. Изучение явления гистерезиса у ферромагнетиков. 1. Экспериментальное наблюдение петли магнитного гистерезиса. 2. Определение относительной магнитной проницаемости, остаточной индукцию, коэрцитивной силы.	Обобщение, систематизация, предварительный контроль	Лабораторное занятие	1
Занятие 4 Магнитное поле в веществе	Рубежный контроль	Контрольное занятие	1

4 НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

4.1 СЛОВАРЬ ПОНЯТИЙ

4.1.1 Новые понятия

1. **Магнетики** – макроскопические тела, способные намагничиваться, т.е. приобретать магнитные свойства.

2. **Намагниченность вещества (вектор намагничения)** – магнитный момент магнетика, равный векторной сумме магнитных моментов отдельных

молекул (атомов) в единице объема магнетика:
$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V}$$

3. **Магнитная восприимчивость вещества (χ)** характеризует связь между намагниченностью и напряженностью магнитного поля:
$$\vec{J} = \chi \vec{H}$$

4. **Напряженность магнитного поля в веществе (\vec{H})**:
$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu \mu_0}$$

5. **Относительная магнитная проницаемость вещества (μ)** показывает, во сколько раз усиливается поле в магнетике
$$\mu = \frac{\vec{B}}{\vec{B}_0}, \quad \mu = 1 + \chi,$$
 где

$\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$ — индукция магнитного поля в вакууме, \vec{B} - индукция результирующего магнитного поля в магнетике.

6. **Циркуляция вектора намагниченности вдоль замкнутого контура L**

— интеграл вида
$$\oint_L \vec{J} \cdot d\vec{l} = \oint_L J \cdot dl \cos(\vec{J}d\vec{l})$$

7. **Орбитальный магнитный момент электрона (\vec{P}_m)** – магнитный момент, вызванный движением электрона по орбите.

8. **Спиновый магнитный момент электрона (\vec{P}_{mS})** соответствует спину электрона, т.е. собственному моменту количества движения электрона. (\vec{P}_S)

9. **Гиромагнитное отношение** – отношение магнитных и механических моментов электрона.

10. **Прецессия (Ларморова прецессия) электронной орбиты** – равномерное вращение вокруг направления внешнего магнитного поля орбиты электрона и вектора его орбитального момента с некоторой угловой скоростью, приводящее к появлению индуцированного магнитного момента электрона, направленного в сторону, противоположную вектору напряженности магнитного поля.
11. **Диамагнетики** -- вещества, у которых атомы не обладают собственным магнитным моментом и появление индуцированного магнитного момента обуславливает намагничивание тела в направлении, противоположном полю.
12. **Парамагнетики** -- вещества, атомы которых обладают постоянным магнитным моментом, не зависящим от внешнего магнитного поля. При внесении парамагнетика во внешнее однородное поле совместное действие поля и теплового движения атомов приводит к преимущественной ориентации магнитных моментов атомов по направлению внешнего магнитного поля.
13. **Ферромагнетики** – особый класс магнетиков, обладающих намагничением даже в отсутствие внешнего магнитного поля.
14. **Домены** – области самопроизвольной (спонтанной) намагниченности у ферромагнетиков.
15. **Магнитный гистерезис** – отставание изменения индукции от изменения напряженности внешнего намагничивающего магнитного поля у ферромагнетиков.
16. **Остаточная намагниченность** – индукция магнитного поля в ферромагнетике, которая остается при уменьшении напряженности внешнего магнитного поля от H_{\max} до нуля.
17. **Коэрцитивная сила** – напряженность магнитного поля обратного направления, которую необходимо создать для снятия остаточной индукции (для размагничивания ферромагнетика).
18. **Точка Кюри** -- температура, выше которой тепловое движение разрушает параллельную ориентацию спиновых магнитных моментов,

домены перестают существовать и ферромагнетик становится обычным парамагнетиком.

4.2 ОСНОВНОЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

4.2.1 Магнитное поле в веществе

4.2.1.1 Индукция магнитного поля в веществе. Намагниченность

Мы рассматривали в предыдущих лекциях магнитное поле в вакууме. Что будет, если проводники с током находятся не в вакууме, а в какой-либо среде? Созданное ими магнитное поле будет каким-то образом влиять на эту среду и величина магнитной индукции в среде будет отличаться от магнитной индукции в вакууме. Это объясняется тем, что различные вещества в магнитном поле становятся источниками добавочного магнитного поля, т.е. намагничиваются. Вещества, способные намагничиваться, называют магнетиками. Намагниченное вещество создает собственное магнитное поле индукции \vec{B}' , которое вместе с внешним магнитным полем \vec{B}_0 в вакууме, созданном проводниками с током, создает в среде результирующее магнитное поле с индукцией.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \quad (1)$$

Для объяснения намагничения тел Ампер предположил, что в молекулах вещества циркулируют элементарные круговые токи (молекулярные токи).

Каждый такой круговой ток обладает магнитным моментом и создает в окружающем пространстве магнитное поле. В отсутствие внешнего магнитного поля (\vec{B}_0) молекулярные токи ориентированы беспорядочно и поэтому обусловленное ими результирующее поле (\vec{B}') равно нулю. Под действием внешнего поля расположение молекулярных токов становится частично или полностью упорядоченным. Поэтому намагниченный магнетик можно представить как систему ориентированных молекулярных токов (см рис. 6.1), которые приводят к появлению макроскопических так называемых токов на-

магничения. Суммарный магнитный момент магнетика становится отличным от нуля, так как магнитные поля отдельных молекулярных токов в этом случае уже не компенсируют друг друга и возникает поле индукции \vec{B}' . Степень намагничения магнетика характеризуется суммарным магнитным моментом молекулярных токов.

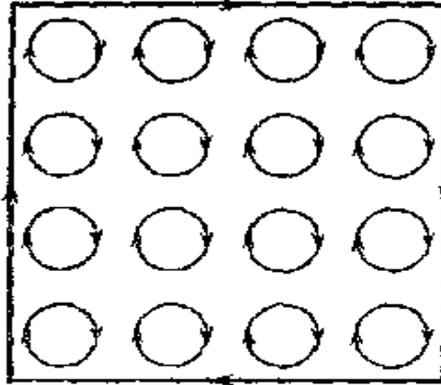


Рис. 6.1

Намагниченность (или вектор намагничения) \vec{J} – есть суммарный магнитный момент единицы объема вещества. Если магнитный момент каждой молекулы \vec{p}_m , объем вещества ΔV , то согласно определению намагниченность

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V} \quad (2)$$

Если магнетик намагничен неоднородно, т.е. \vec{J} различна для разных точек магнетика, то формула (2) дает среднюю намагниченность в объеме ΔV . Чтобы найти намагниченность в каждой точке магнетика, нужно под ΔV подразумевать бесконечно малый объем в окрестности данной точки.

Намагниченность \vec{J} – основная величина, характеризующая магнитное состояние вещества. Зная \vec{J} в каждой точке какого-либо тела, можно определить магнитное поле, создаваемое этим намагниченным телом.

Задача сильно упрощается в случае однородного намагничивания, когда вектор \vec{J} одинаков во всех точках магнетика. В этом случае при сложении молекулярных токов прилегающие их отрезки, имеющие противополож-

ные направления токов, взаимно компенсируются и остаются только отрезки токов, примыкающие к поверхности магнетика (см рис. 6.1). Поэтому в случае однородного намагничивания действие всех молекулярных токов будет эквивалентно действию некоторого поверхностного тока, обтекающего намагниченный магнетик.

Допустим, что однородное магнитное поле в вакууме индукции \vec{B}_0 создается током I , который протекает по соленоиду бесконечной длины. Внесем в это поле бесконечно длинный круглый стержень (рис. 6.2) из однородного магнетика и расположим его вдоль индукции \vec{B}_0 .

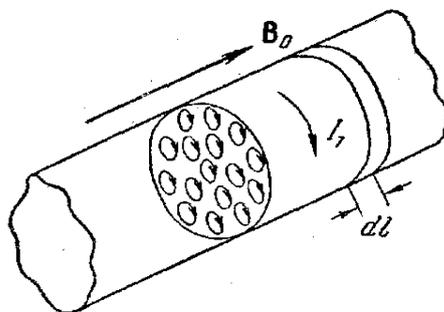


Рис. 6.2.

Согласно сказанному выше, в каждой точке внутри стержня молекулярные токи компенсируются, и суммарное действие молекулярных токов эквивалентно действию поверхностного тока, циркулирующего по боковой поверхности стержня, который создает дополнительные витки соленоида. Обозначим силу этого поверхностного тока, приходящуюся на единицу длины стержня, через I_1 (линейная плотность тока). Все молекулярные токи стержня под действием внешнего магнитного поля \vec{B}_0 возбуждают такое магнитное поле, какое создал бы в вакууме соленоид с числом ампер-витков $I_m \cdot n$, равным I_1 .

Магнитная индукция этого дополнительного магнитного поля

$$B' = \mu_0 \cdot I_m \cdot n = \mu_0 \cdot I_1. \quad (3)$$

Направление вектора \vec{B}' совпадает с направлением \vec{B}_0 .

Выделим в стержне перпендикулярный к оси слой толщиной dl . Молекулярные токи, заключенные в объеме этого слоя, по своему магнитному действию эквивалентны круговому току силы $I_1 \cdot dl$.

Магнитный момент такого кругового тока равен

$$dP_m = I_1 \cdot S \cdot dl,$$

где S – площадь поперечного сечения стержня. Разделив dP_m на объем этого слоя $dV = S \cdot dl$, получим для намагничивания стержня величину

$$J = \frac{dP_m}{dV} = I_1. \quad (4)$$

Таким образом, при однородном намагничивании величина намагниченности совпадает с линейной плотностью поверхностного тока.

Так как вектор \vec{B}' и \vec{J} имеют одинаковое направление, то с учетом (4) формула (3) принимает вид:

$$\vec{B}' = \mu_0 \cdot \vec{J} \quad (5)$$

Складывая векторы \vec{B}' и \vec{B}_0 , получаем вектор магнитной индукции результирующего поля

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' = \vec{B}_0 + \mu_0 \cdot \vec{J} \quad (6)$$

4.2.1.2 Закон полного тока для магнитного поля в веществе.

Напряженность магнитного поля

Докажем теорему о циркуляции вектора магнитной индукции \vec{B} для магнитного поля в магнетике

$$\oint_L B_l dl = \oint_L (\vec{B}_0 + \vec{B}')_l dl = \oint_L B_{0l} dl + \oint_L B'_l dl \quad (7)$$

В этом случае индукция \vec{B} создается токами проводимости I_i , которые текут по проводникам и молекулярными токами I_m . С учетом этого теорема о циркуляции будет иметь вид:

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 \sum I_i + \mu_0 \sum I_m \quad (8)$$

Вычислим алгебраическую сумму молекулярных токов. Натянем на контур L произвольную поверхность S (рис. 6.3). Вектор намагниченности \vec{J} направлен как магнитные моменты \vec{p}_m каждого молекулярного тока. В сумме молекулярных токов $\sum I_m$ нужно учитывать только те молекулярные токи, которые нанизаны на контур и пересекают поверхность S только один раз, так как молекулярные токи, охватываемые контуром и целиком находящиеся внутри него, пересекают поверхность S дважды (один раз в одном направлении, второй раз - в другом), т.е. входят в названную сумму дважды с противоположными знаками и поэтому взаимно уничтожаются.



Рис. 6.3

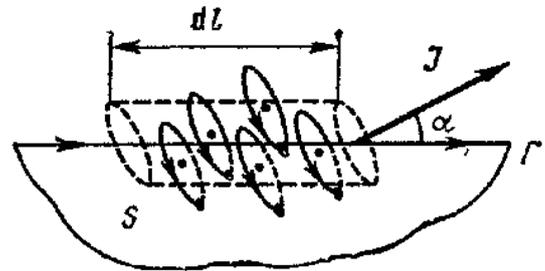


Рис. 6.4

Чтобы найти сумму молекулярных токов, нанизанных на элемент контура dl , поступим следующим образом (рис. 6.4). Элемент контура $d\vec{l}$, образующий с направлением намагниченности \vec{J} угол α , пересекают те молекулярные токи, центры которых попадают внутрь косоугольного цилиндра с объемом $dV = S_m \cdot dl \cdot \cos \alpha$, где S_m – площадь, охватываемая отдельным молекулярным током. Если n – число молекул в единице объема, то суммарный ток, нанизанный на элемент контура dl (количество молекулярных токов на элементе контура dl) $dI_m = I_m \cdot n \cdot S_m \cdot dl \cdot \cos \alpha$.

Произведение $I_m \cdot S_m = P_m$ – магнитный момент отдельного молекулярного тока, а $I_m \cdot S_m \cdot n = P_m \cdot n = J$ – магнитный момент единицы объема, т.е. величина вектора намагниченности. Все произведение

$$I_m \cdot S_m \cdot n \cdot dl \cdot \cos \alpha = J_l \cdot dl,$$

где J_e – проекция вектора \vec{J} на направление элемента контура dl .

Таким образом, суммарный молекулярный ток, охватываемый элементом dl , равен $J_l \cdot dl$, а сумма молекулярных токов, охватываемых всем контуром L , равна

$$\sum I_M = \oint_L J_l dl \quad (9)$$

Циркуляция вектора намагниченности по произвольному контуру L равна алгебраической сумме молекулярных токов, охватываемых контуром L .

Подставив (9) в (8), получим, что циркуляция вектора \vec{B} в веществе

$$\oint_L B_l dl = \mu_o \sum I_i + \mu_o \oint_L J_l dl \quad (10)$$

$$\oint_L \left(\frac{B_l}{\mu_o} - J_l \right) dl = \sum I_i \quad (11)$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{J} \right) \cdot dl = \sum I_i \quad (12)$$

Выражение в скобках под знаком интеграла есть проекция на элемент контура $d\vec{l}$ некоторого вектора, который называется **напряженностью магнитного поля**.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{J} \quad (13)$$

С использованием этой величины формула (12) может быть записана в виде

$$\oint_L H_l dl = \sum I_i \quad (14)$$

Эта формула выражает **закон полного тока для магнитного поля в веществе** или теорему о циркуляции вектора напряженности магнитного поля.

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля по некоторому замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости (макроскопических токов), которые текут по проводникам, охватываемых этим контуром.

Вектор напряженности магнитного поля \vec{H} является как и магнитная индукция \vec{B} , характеристикой магнитного поля, определение которой в общем случае дается формулой (13).

Чтобы выяснить физический смысл \vec{H} , рассмотрим опять случай магнитного поля в бесконечно длинном круглом стержне из однородного магнетика, внесенного в однородное внешнее магнитное поле \vec{B}_0 , причем ось стержня, а, следовательно, и его поверхность параллельны направлению \vec{B}_0 .

Подставив (6) в (13), получим

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0 + \mu_0 \cdot \vec{J}}{\mu_0} - \vec{J} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} \quad (15)$$

$\frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \vec{H}_0$ - напряженность внешнего поля в вакууме, поэтому

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \vec{H}_0 \quad (16)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае напряженность магнитного поля в магнетике совпадает с напряженностью магнитного поля в вакууме.

Полученный результат ($\vec{H} = \vec{H}_0$) справедлив в тех случаях, если поверхность магнетика параллельна линиям магнитной индукции внешнего поля \vec{B}_0 или, что то же самое, однородный магнетик заполняет все пространство, где имеется магнитное поле.

Определение $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$ справедливо в любом случае.

4.2.1.3 Магнитная восприимчивость среды.

Относительная магнитная проницаемость. Типы магнетиков

Вектор намагниченности \vec{J} обычно связывают не с магнитной индукцией, а с напряженностью поля \vec{H} . Направления векторов \vec{H} и \vec{J} могут не совпадать друг с другом. Это наблюдается для ряда магнитных кристаллов. В таких кристаллах величина намагниченности зависит от направления поля относительно оси кристалла. Такие вещества **называются анизотропными магнетиками.** Но для многих веществ направления \vec{H} и \vec{J} совпадают. Намагниченность таких веществ не зависит от направления намагничивающего поля и поэтому они называются **изотропными магнетиками.** Как показывает опыт, в изотропных магнетиках намагниченность пропорциональна напряженности магнитного поля в каждой точке вещества

$$\vec{J} = \chi \cdot \vec{H}, \quad (17)$$

где χ называется **магнитной восприимчивостью.**

Размерности \vec{H} и \vec{J} одинаковые, т.е. χ – безразмерная величина.

Подставив (17) в (13), получим $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H}$,

откуда

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1 + \chi)} \quad (18)$$

Безразмерная величина

$$\mu = 1 + \chi \quad (19)$$

называется **относительной магнитной проницаемостью** (или магнитной проницаемостью) вещества

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu} \quad \text{или} \quad \vec{B} = \mu_0 \cdot \mu \cdot \vec{H} \quad (20)$$

Равенство (20) показывает, что в изотропных магнетиках напряженность \vec{H} есть вектор, имеющий то же направление, что и вектор \vec{B} , но в $\mu_0\mu$ раз меньший по модулю. Выясним физический смысл μ .

Вновь рассмотрим бесконечно длинный круглый стержень из однородного магнетика, внесенный во внешнее магнитное поле \vec{B}_0 , причем ось стержня, и следовательно, его поверхность параллельна направлению \vec{B}_0 , где

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \vec{H}_0 \quad (\text{см. (16)})$$

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \mu \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \mu \cdot \vec{B}_0 \quad (21)$$

Таким образом,

$$\mu = \frac{B}{B_0}, \quad (22)$$

т.е. в рассматриваемом случае магнитная проницаемость μ показывает, во сколько раз магнитная индукция в магнетике больше магнитной индукции в вакууме. Для характеристики магнитных свойств веществ была введена магнитная восприимчивость (см. (17)), которая определяет величину намагничивания единицы объема вещества. Часто вместо восприимчивости единицы объема χ пользуются молярной восприимчивостью χ_m , отнесенной к одному молью вещества, или удельной восприимчивостью $\chi_{уд}$, отнесенной к единице массы

$$\chi_m = \chi \cdot V_\mu; \quad \chi_{уд} = \frac{\chi}{\rho}, \quad (23)$$

где V_μ - объем моля вещества; ρ - плотность вещества; χ - безразмерная величина, размерность - $[\chi_m] = \frac{M^3}{\text{моль}}$; $[\chi_{уд}] = \frac{M^3}{\text{кг}}$.

В зависимости от знака и величины магнитной восприимчивости все магнетики подразделяются на две группы:

1. Димагнетики, у которых $\chi < 0$, $|\chi| \ll 1$, $|\chi| \approx 10^{-6} \div 10^{-5}$. Вектор намагниченности \vec{J} направлен в сторону, противоположную направлению \vec{H} .

2. Парамагнетики, у которых $\chi > 0$. По численному значению χ парамагнетики подразделяются на собственные парамагнетики, у которых $|\chi| \ll 1$, $\chi \approx 10^{-5} \div 10^{-3}$ (вектор \vec{J} совпадает по направлению с \vec{H}), и ферромагнетики, у которых $\chi > 0$ и достигает очень больших значений ($\chi \approx 10^3 - 10^6$). Кроме того, в отличие от диа- и парамагнетиков, для которых χ постоянна, магнитная восприимчивость ферромагнетика является функцией напряженности магнитного поля $\chi = f(H)$.

Диамагнетики и парамагнетики относятся к слабомагнитным веществам, для которых намагниченность \vec{J} линейно изменяется с напряженностью поля \vec{H} .

Ферромагнетики составляют основную группу сильномагнитных веществ. Намагниченность ферромагнетиков зависит от \vec{H} сложным образом.

4.2.1.4 Условия на границе раздела двух магнетиков.

Закон преломления линий магнитной индукции

Выясним, что происходит на границе двух однородных изотропных магнетиков с разными μ . Рассмотрим воображаемый цилиндр высоты h , основания которого S_1 и S_2 расположены по разные стороны поверхности раздела (рис. 6.5). Применим к этому цилиндру теорему Остроградского-Гаусса. Поток \vec{B} через боковую поверхность цилиндра можно пренебречь, так как h мы будем стремить к нулю. Поток через верхнее основание цилиндра равен $B_{1n} S_1$, где B_{1n} - нормальная составляющая вектора \vec{B} в первом магнетике в непосредственной близости к поверхности раздела. Аналогично поток через нижнее основание есть $B_{2n} S_2$, где B_{2n} - нормальная составляющая вектора \vec{B} во втором магнетике также в непосредственной близости к поверхности раздела магнетиков.

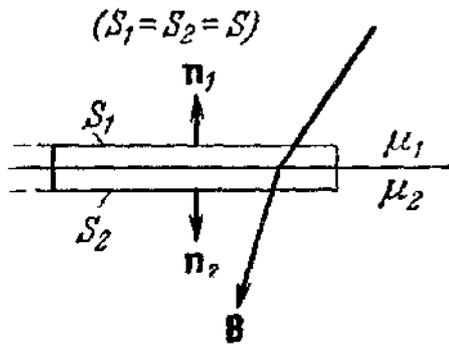


Рис. 6.5

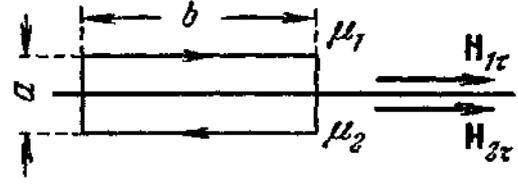


Рис. 6.6

Сложив эти два потока, мы получим полный поток, который согласно теореме Остроградского-Гаусса должен быть равен нулю:

$$\Phi_B = B_{1n}S_1 + B_{2n}S_2 = (B_{1n} + B_{2n})S = 0.$$

Отсюда следует, что $B_{1n} = -B_{2n}$. Если проектировать B_1 и B_2 на одну и ту же нормаль, то получится, что

$$B_{1n} = B_{2n}. \quad (24)$$

Заменяя составляющие \vec{B} соответствующими составляющими вектора \vec{H} , умноженными на $\mu_0\mu$, получим соотношение

$$\mu_0\mu_1 H_{1n} = \mu_0\mu_2 H_{2n},$$

из которого следует, что

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}. \quad (25)$$

Теперь возьмем на границе магнетиков прямоугольный контур (рис. 6.6) и вычислим для него циркуляцию \vec{H} . Ширину контура a возьмем столь малой, чтобы вкладом, вносимым в циркуляцию сторонами, перпендикулярными к поверхности раздела, можно было пренебречь. Тогда для циркуляции получается выражение $b(H_{1\tau} - H_{2\tau})$. Поскольку контур не охватывает макроскопических токов, циркуляция должна быть равна нулю, откуда вытекает, что

$$H_{1\tau} = H_{2\tau}. \quad (26)$$

Заменяя составляющие \vec{H} соответствующими составляющими вектора \vec{B} , деленными на $\mu_0\mu$, получим соотношение $\frac{B_{1\tau}}{\mu_0\mu_1} = \frac{B_{2\tau}}{\mu_0\mu_2}$, из которого следует, что

$$\frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (27)$$

Резюмируя, можно сказать, что при переходе через границу раздела двух магнетиков нормальная составляющая вектора \vec{B} и тангенциальная составляющая вектора \vec{H} изменяются непрерывно. Тангенциальная же составляющая вектора \vec{B} и нормальная составляющая вектора \vec{H} при переходе через границу раздела претерпевают разрыв. Таким образом, при переходе через границу раздела двух сред вектор \vec{B} ведет себя аналогично вектору \vec{D} , а вектор \vec{H} – аналогично вектору \vec{E} .

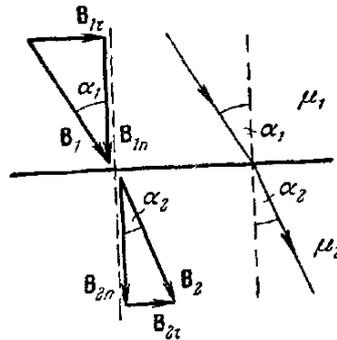


Рис. 6.7

На рис. 6.7 показано поведение линий \vec{B} при пересечении границы двух магнетиков. Обозначим углы между линиями \vec{B} и нормалью к поверхности раздела соответственно a_1 и a_2 . Отношение тангенсов этих углов равно

$$\frac{\operatorname{tga}_1}{\operatorname{tga}_2} = \frac{B_{1\tau} / B_{1n}}{B_{2\tau} / B_{2n}},$$

откуда с учетом (24) и (27) получается закон преломления линий магнитной индукции:

$$\frac{\operatorname{tga}_1}{\operatorname{tga}_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (28)$$

4.3 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

4.3.1 Магнитные свойства вещества

4.3.1.1 Природа магнитных свойств тел.

Магнитные моменты атомов.

Для объяснения намагничивания веществ мы положили в основу представление о том, что внутри атомов и молекул существуют замкнутые электрические токи (молекулярные токи). Рассмотрим теперь, какую физическую природу имеют эти токи?

Для многих целей, в том числе и для объяснения ряда магнитных явлений, с достаточным приближением можно считать, что электроны обращаются вокруг ядра по круговым или эллиптическим орбитам подобно планетам солнечной системы. Каждый из атомных электронов движется по своей собственной орбите, а разные электронные орбиты лежат в различных плоскостях. Такие электроны, обращающиеся по орбитам, представляют собой замкнутые электрические токи, и поэтому считаем, что они являются молекулярными токами, существование которых предполагал Ампер. Эти токи ответственны за намагничивание вещества.

Рассмотрим один электрон с массой m и зарядом e , движущийся с постоянной скоростью v по круговой орбите радиуса r вокруг неподвижного положительного ядра (рис. 6.8).

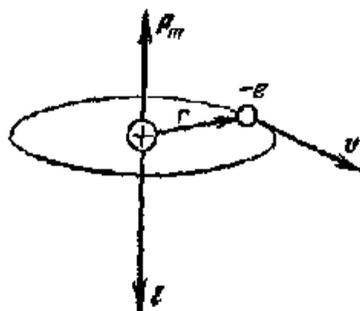


Рис. 6.8

Через площадку, расположенную в любом месте на пути электрона, переносится в единицу времени заряд $e \cdot v$, где v - число оборотов за единицу

времени. Следовательно, движущийся по орбите электрон образует круговой ток силы $I = e \cdot v$. Поскольку заряд электрона отрицателен, направление движения электрона и направление тока противоположны. Магнитный момент создаваемого электроном тока равен $P_m = I \cdot S = e \cdot v \cdot \pi \cdot r^2$.

Скорость движения электрона $v = 2\pi \cdot r / T = 2\pi \cdot r \cdot \nu$, $\nu = v / 2\pi \cdot r$.

$$P_m = \frac{e \cdot v \cdot r}{2} \quad (29)$$

Этот магнитный момент обусловлен движением электрона по орбите, поэтому он называется **орбитальным магнитным моментом электрона**.

Направлен \vec{P}_m по правилу буравчика относительно направления тока I .

Движущийся по орбите электрон обладает моментом импульса

$$L = m \cdot v \cdot r. \quad (30)$$

Вектор \vec{L} называют орбитальным механическим моментом электрона. Направлен он по правилу правого буравчика относительно скорости \vec{v} . Направления векторов \vec{L} и \vec{P}_m противоположны.

Отношение магнитного момента элементарной частицы к ее механическому моменту называется гиромагнитным отношением

$$g = \frac{\vec{P}_m}{\vec{L}} = -\frac{e}{2m}, \quad (31)$$

где знак « - » указывает, что направления векторов \vec{P}_m и \vec{L} противоположны. Формула (31) выведена для круговой орбиты. Можно показать, что она справедлива и для эллиптических орбит.

Для сложных атомов, электронная оболочка которых состоит из многих электронов, результирующий орбитальный магнитный момент атома определяется векторной суммой моментов отдельных электронов.

Помимо орбитального момента количества движения электрон обладает собственным механическим моментом, называемым спином \vec{L}_s .

С собственным моментом количества движения электрона связан **собственный магнитный момент** \vec{P}_{mS} , значение которого было впервые определено экспериментально Штерном и Герлахом.

Гиромагнитное отношение g_S для собственных моментов электрона $g_S = \frac{\vec{P}_{mS}}{\vec{L}_S} = -\frac{e}{m}$, т.е. оно в два раза больше гиромагнитного отношения для орбитальных моментов.

Орбитальные и спиновые магнитные моменты всех электронов в атоме (молекуле) складываются по специальным квантово-механическим законам, образуя полный магнитный момент атома (молекулы), причем результирующие как орбитальный, так и спиновый магнитный моменты полностью заполненных электронных оболочек равны нулю.

Ядра атомов также обладают магнитными моментами, но в первом приближении ими можно пренебречь, так как они в сотни и тысячи раз меньше, чем у электронов.

Значит, магнитные моменты атомов могут быть равными нулю и отличными от нуля в зависимости от заполненности электронных оболочек.

4.3.1.2 Атом в магнитном поле. Диамагнитный эффект

Рассмотрим теперь, что произойдет, если на электрон, вращающийся по круговой орбите, будет действовать внешнее магнитное поле (рис. 6.9). На замкнутый ток в магнитном поле действует вращательный момент

$\vec{M} = \vec{P}_m \cdot \vec{B}$, стремящийся установить орбитальный магнитный момент электрона \vec{P}_m по направлению вектора индукции \vec{B} (при этом механический момент \vec{L} устанавливается против поля). Направлен вектор \vec{M} перпендикулярно плоскости векторов \vec{P}_m и \vec{B} по правилу буравчика. Согласно закону изменения момента импульса \vec{L} действие момента силы \vec{M} ведет к изменению момента импульса системы

$$d\vec{L} = \vec{M}dt, \quad (32)$$

который направлен как \vec{M} . Модуль вектора $d\vec{L}$ равен

$$dL = Mdt = P_m \cdot B \cdot \sin \alpha \cdot dt, \quad (33)$$

где α - угол между вектором \vec{P}_m и индукцией внешнего магнитного поля \vec{B} .

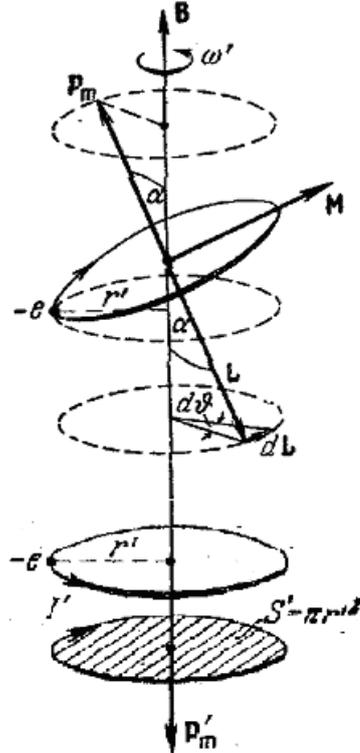


Рис. 6.9

За элементарный промежуток времени dt орбитальный механический момент электрона изменится от \vec{L} до $\vec{L} + d\vec{L}$. При этом, из-за того, что вектор $d\vec{L}$, как и \vec{M} , перпендикулярен \vec{P}_m , а значит и \vec{L} , орбитальный механический момент электрона $\vec{L} + d\vec{L}$ в момент времени $(t + dt)$ отличается от орбитального механического момента \vec{L} в момент времени t только направлением (бесконечно малое приращение вектора в перпендикулярном к нему направлении и меняет только направления вектора, не изменяя его модуль).

Величину поворота за промежуток времени dt будет характеризовать углом $d\theta$, который опирается на вектор $d\vec{L}$ ($d\vec{L}$ совпадает с бесконечно малой дугой, которую описывает вектор \vec{L}).

Как видно из рис. 6.9 за элементарный промежуток времени dt вектор \vec{L} повернется вокруг направления \vec{B} на угол

$$d\theta = \frac{dL}{L \sin \alpha} = \frac{P_m \cdot B \cdot \sin \alpha \cdot dt}{L \cdot \sin \alpha} = \frac{P_m \cdot B}{L} \cdot dt \quad (34)$$

Так как вектор \vec{L} в каждый момент времени перпендикулярен плоскости орбиты электрона, то поворот вектора \vec{L} означает соответствующий поворот плоскости орбиты электрона. С течением времени под действием магнитного поля плоскость орбиты электрона будет поворачиваться таким образом, что нормаль к ней, вдоль которой в разные стороны направлены орбитальный механический момент электрона \vec{L} и орбитальный магнитный момент электрона, \vec{P}_m , будет совершать равномерное вращение по образующей конуса вокруг направления магнитного поля \vec{B} , а концы векторов \vec{P}_m и \vec{B} будут описывать окружности в плоскостях перпендикулярных направлению магнитного поля. Описанное вращение называется **прецессией**. Таким образом, под действием внешнего магнитного поля индукции \vec{B} в атомах вещества происходит прецессия орбит электронов вокруг направления \vec{B} . Угол поворота орбиты (и нормали к ней) за время dt определяется выражением (34).

Из него вытекает, что угловая скорость прецессии ω_L равна

$$\omega_L = \frac{d\theta}{dt} = \frac{P_m}{L} B \quad (35)$$

Подставив в (35) абсолютную величину гиромагнитного отношения (31), получаем

$$\omega_L = \frac{e \cdot B}{2m} \quad (36).$$

Частоту ω_L называют частотой ларморовой прецессии или просто ларморовой частотой в честь английского математика и физика Джозефа Лармора. Как вытекает из (36) ларморова частота ω_L , не зависит ни от угла наклона орбиты по отношению к направлению магнитного поля, ни от радиуса орбиты, ни от скорости электрона, и, следовательно, одинакова для всех электро-

нов, входящих в состав атома. Доказанное утверждение носит название **теоремы Лармора**: действие магнитного поля на движущийся электрон в атоме заключается в том, что на первоначальное движение электрона накладывается равномерное вращение орбиты вокруг направления внешнего магнитного поля.

Прецессия орбиты обуславливает дополнительное движение электрона вокруг направления поля. Если бы электрон не вращался по своей орбите, то прецессия орбиты означала бы вращение электрона по окружности радиуса r' со скоростью v' (см. рис. 6.9). Этому вращению соответствует круговой ток $I' = e \cdot v'$, где v' - число оборотов прецессии за единицу времени

$$\left(v' = \frac{\omega_L}{2\pi} \right).$$

Сила тока, возникшая из-за прецессии орбиты

$$I' = e \cdot v' = \frac{e \cdot \omega_L}{2\pi} \quad (37)$$

Магнитный момент этого тока

$$P'_m = I' \cdot S' = \frac{e \cdot \omega_L}{2\pi} \cdot \pi r'^2 = \frac{e \omega_L}{2} \cdot r'^2. \quad (38).$$

Направления скорости v движения электрона по орбите и скорости v' , обусловленной прецессией орбиты, противоположны. Это ведет к тому, что направления токов I и I' противоположны, и как результат, вектор дополнительного магнитного момента \vec{P}'_m направлен против индукции магнитного поля \vec{B} . Этот дополнительный магнитный момент \vec{P}'_m называется **индуцированным** (или наведенным) магнитным моментом.

Складывая индуцированные магнитные моменты \vec{P}'_m всех электронов атома, получим индуцированный магнитный момент многоэлектронного атома.

Если просуммировать индуцированные магнитные моменты атомов в единице объема вещества, то получим вектор намагничивания \vec{J}' , который направлен против магнитного поля \vec{B} .

Описанное явление возникновения под действием внешнего магнитного поля индуцированного магнитного момента и соответственно вектора намагничивания \vec{J}' , направленных против поля, называется **диамагнитным эффектом**. Он возникает у всех без исключения веществ. Окончательный результат действия магнитного поля на атомы веществ зависит от величины собственного магнитного момента атомов.

4.3.1.2 Диамагнетики и парамагнетики в магнитном поле

Если вещество состоит из атомов, собственные магнитные моменты которых в отсутствие внешнего магнитного поля равны нулю, то диамагнитный эффект будет единственным результатом влияния магнитного поля на вещество. Такие вещества являются **диамагнетиками**. Появление индуцированного магнитного момента обуславливает намагничивание диамагнетика в направлении, противоположном полю. Диамагнетиками являются инертные газы, молекулярные водород и азот, висмут, цинк, медь, золото, серебро, вода, кремний, германий, многие другие органические и неорганические соединения. Если поместить диамагнетик между полюсами магнита, то он, намагничиваясь против поля, будет выталкиваться из магнитного поля. Магнитная восприимчивость диамагнетиков практически не зависит от температуры.

В тех случаях, когда атомы веществ обладают собственным магнитным моментом, магнитное поле не только индуцирует магнитный момент \vec{P}'_m , но и оказывает ориентирующее действие на магнитные моменты атомов, устанавливая их по направлению поля. Тепловое движение мешает полной ориентации и в результате устанавливается некоторая преимущественная ориентация моментов вдоль поля. Возникающий в результате этой ориентации положительный (т.е. направленный вдоль поля) магнитный момент бывает зна-

чительно больше, чем отрицательный индуцированный момент. Поэтому результирующий момент оказывается положительным и вещество является **парамагнетиком**. При повышении температуры парамагнетика в нем усиливается хаотическое тепловое движение атомов, что препятствует ориентации магнитных моментов и уменьшает намагничивание веществ. Магнитная восприимчивость парамагнетика обратно пропорциональна его термодинамической температуре $\chi = \frac{C}{T}$. Это закон экспериментально установлен Кюри (1895 г.), поэтому он носит название закона Кюри.

Парамагнетиками являются щелочные и щелочноземельные металлы, кислород, оксид азота, хлорное железо, оксид марганца, некоторые переходные металлы и их сплавы.

При внесении парамагнитного стержня в магнитное поле, созданное между полюсами электромагнита, он устанавливается вдоль линии индукции этого поля и притягивается к ближайшему полюсу.

5 МАТЕРИАЛЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

5.1 МАТЕРИАЛЫ К ЛЕКЦИИ

План лекции

1. Индукция магнитного поля в веществе. Намагниченность (определение магнетиков, намагниченности, понятие молекулярных токов, магнитная индукция результирующего поля в магнетике).
2. Закон полного тока для магнитного поля в веществе. Напряженность магнитного поля (теорема о циркуляции вектора магнитной индукции для магнитного поля в магнетике, циркуляция вектора намагниченности, напряженность магнитного поля).
3. Магнитная восприимчивость среды. Относительная магнитная проницаемость. Типы магнетиков.
4. Условия на границе раздела двух магнетиков. Закон преломления линий магнитной индукции.

Контрольные вопросы

1. Какая величина служит количественной характеристикой намагниченного состояния вещества?
2. Как связаны между собой векторы напряженности магнитного поля, магнитной индукции и намагниченности?
3. Чему равна циркуляция напряженности магнитного поля по замкнутому контуру, проведенному в поле?
4. Как изменяются магнитная индукция и напряженность магнитного поля при переходе через границу раздела двух сред?

Вопросы для самоконтроля

1 уровень (репродуктивный)

1. Какие вещества называются магнетиками?
2. В чем сущность гипотезы Ампера?
3. Что называется магнитным моментом атома?
4. Что называется намагниченностью вещества?
5. Что называется магнитной проницаемостью вещества?
6. Что такое магнитная восприимчивость вещества?
7. Какая связь существует между магнитной восприимчивостью и намагниченностью вещества?
8. Как связана напряженность магнитного поля с индукцией магнитного поля в веществе?
9. Как связана относительная магнитная проницаемость вещества с его магнитной восприимчивостью? Какие значения принимают эти величины у диамагнетиков, парамагнетиков, ферромагнетиков?
10. Какие вещества относятся к диамагнетикам?
11. Какие вещества являются парамагнетиками?
12. Чем объясняется явление ферромагнетизма?
13. В чем сущность явления магнитного гистерезиса?
14. Что называется остаточной индукцией? Коэрцитивной силой?

15. Что такое «точка Кюри»?

II уровень (продуктивный)

16. Доказать, что при однородном намагничивании величина намагниченности совпадает с линейной плотностью поверхностных молекулярных токов.

17. Получить выражение для вектора магнитной индукции результирующего поля в магнетике.

18. Получить выражение для циркуляции вектора намагниченности.

19. Вывести закон полного тока для магнитного поля в веществе.

20. Вывести формулы, связывающие относительную магнитную проницаемость с магнитной восприимчивостью среды, индукцию магнитного поля с его напряженностью

21. Получить соотношения между магнитной индукцией и напряженностью магнитного поля на границе раздела двух изотропных сред.

22. Получить выражение для гиромангнитного (магнитомеханического) отношения орбитальных моментов электрона.

23. Объяснить прецессионное движение электрона и его орбитального магнитного момента \vec{P}_m в магнитном поле. Получить формулу для угловой скорости прецессии орбиты и вектора \vec{P}_m .

24. Изобразить и охарактеризовать петлю гистерезиса. Основные точки на петле гистерезиса.

25. Пояснить, почему у парамагнетиков результирующий магнитный момент направлен по направлению магнитного поля, а у диамагнетиков против поля.

26. Пояснить спиновую природу ферромагнетизма, связать свойства ферромагнетиков с их доменной структурой.

5.2. МАТЕРИАЛЫ К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ

5.2.1 Лабораторная работа

«Изучение явления гистерезиса у ферромагнетиков»

Цель работы:

- Знакомство с магнитным полем в веществе, магнитным гистерезисом.
- Экспериментальное изучение явления гистерезиса у ферромагнетиков.
- Экспериментальное определение относительной магнитной проницаемости ферромагнетика.

Теоретические сведения. Ферромагнетики

В природе существуют парамагнетики, обладающие целым рядом свойств, которые заставляют выделить их в особую группу, получившую название **ферромагнетиков**. Ферромагнетиками являются железо, никель, кобальт, гадолиний, а также некоторые сплавы.

К особым свойствам ферромагнетиков относятся:

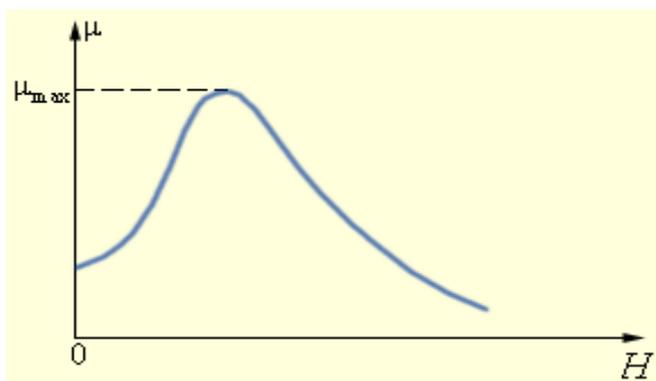
1. Высокая относительная магнитная проницаемость ($\mu \gg 1$), сложным образом зависящая от напряженности магнитного поля H . Поскольку $\mu = 1 + \chi$, то магнитная восприимчивость $\chi \gg 1$ и также зависит от напряженности магнитного поля.

2. **Нелинейность** зависимостей величин вектора намагничивания J и индукции магнитного поля в ферромагнетике B от напряженности магнитного поля H .

3. Наличие остаточной намагниченности после снятия внешнего магнитного поля и связанное с ней наличие **гистерезиса** в зависимостях $J = J(H)$ и $B = B(H)$.

4. Существование температуры, называемой **точкой Кюри**, при нагревании выше которой ферромагнетик теряет свои свойства и ведет себя как обычный парамагнетик.

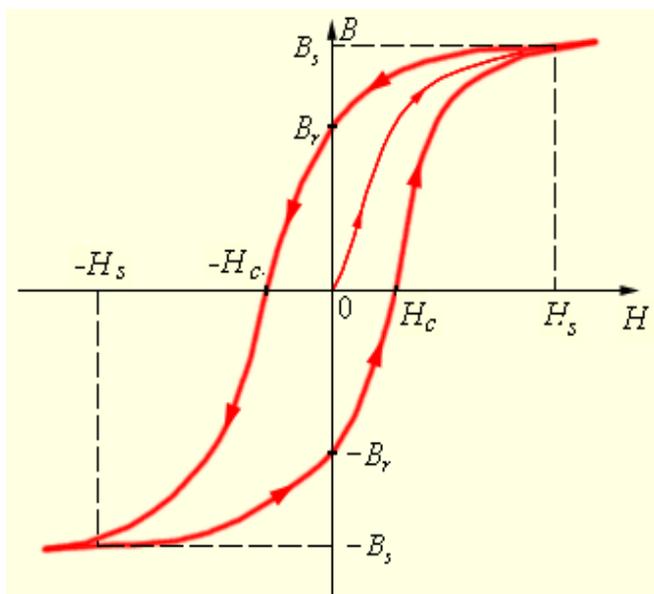
5. Явление **магнитострикции**, заключающееся в деформации ферромагнетика при намагничении.



Типичная зависимость $\mu(H)$ приведена на рисунке. В таблицах обычно приводятся значения максимальной магнитной проницаемости.

Непостоянство магнитной проницаемости приводит к сложной нелинейной зависимости индукции B магнитного поля в ферромагнетике от напряженности H внешнего магнитного поля.

Характерной особенностью процесса намагничивания ферромагнетиков является так называемый **гистерезис**, то есть зависимость намагничивания от предыстории образца.



Кривая намагничивания $B(H)$ ферромагнитного образца представляет собой петлю сложной формы, которая называется **петлей гистерезиса**

Из рисунка видно, что при $|H| > H_s$ наступает магнитное насыщение – намагниченность образца достигает максимального значения.

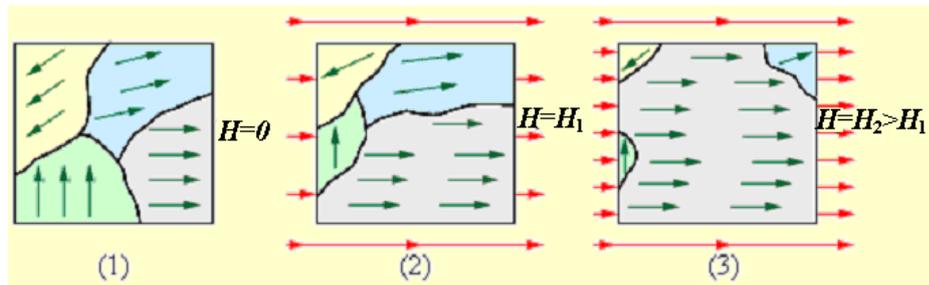
Если теперь уменьшать магнитную индукцию H внешнего поля и довести ее вновь до нулевого значения, то ферромагнетик сохранит **остаточную намагниченность** – поле внутри образца будет равно B_r . Остаточная

намагниченность образцов позволяет создавать постоянные магниты. Для того, чтобы полностью размагнитить образец, необходимо, изменив знак внешнего поля, довести H до значения $-H_c$, которое принято называть **коэрцитивной силой**. Далее процесс перемагничивания может быть продолжен, как это указано стрелками на рисунке.

В связи с неоднозначностью зависимости B от H понятия относительной магнитной проницаемости и магнитной восприимчивости ферромагнетиков применяются лишь к **основной кривой** намагничивания, соответствующей намагничению ферромагнетика, не подвергавшегося ранее намагничению.

У магнитомягких материалов значения коэрцитивной силы H_c невелики – петля гистерезиса таких материалов достаточно «узкая». Материалы с большим значением коэрцитивной силы, то есть имеющие «широкую» петлю гистерезиса, относятся к магнито жестким. Для электрических машин и трансформаторов переменного тока, где ферромагнетик длительно перемагничивается, используют магнитомягкие материалы. Для постоянных магнитов нужен магнито жесткий материал с большой напряженностью задерживающего поля.

Природа ферромагнетизма может быть до конца понята только на основе квантовых представлений. Качественно ферромагнетизм объясняется наличием собственных (спиновых) магнитных моментов у электронов. В кристаллах ферромагнитных материалов возникают условия, при которых, вследствие сильного взаимодействия спиновых магнитных моментов соседних электронов, энергетически выгодной становится их параллельная ориентация. В результате такого взаимодействия внутри кристалла ферромагнетика возникают самопроизвольно намагниченные области размером порядка 10^{-2} – 10^{-4} см. Эти области называются **доменами**. Каждый домен представляет из себя небольшой постоянный магнит.



В отсутствие внешнего магнитного поля направления векторов индукции магнитных полей в различных доменах ориентированы в большом кристалле хаотически. Такой кристалл в среднем окажется немагнитным. При наложении внешнего магнитного поля H происходит смещение границ доменов так, что объем доменов, ориентированных по внешнему полю, увеличивается. С увеличением индукции внешнего поля возрастает магнитная индукция намагниченного вещества. В очень сильном внешнем поле домены, в которых собственное магнитное поле совпадает по направлению с внешним полем, поглощают все остальные домены, и наступает магнитное насыщение. Рисунок может служить качественной иллюстрацией процесса намагничивания ферромагнитного образца.

Зависимость магнитной восприимчивости χ (соответственно и относительной магнитной проницаемости μ) от температуры для различных магнетиков различна. Для диамагнетиков χ от температуры не зависит. Для парамагнетиков имеет место зависимость, определяемая *законом Кюри* $\chi = \frac{C}{T}$, где C - постоянная Кюри, различная для разных парамагнетиков.

Для ферромагнетиков в достаточно большом интервале температур χ почти не зависит от температуры, однако при температурах выше точки Кюри T_K тепловое движение разупорядочивает параллельную ориентацию спиновых магнитных моментов, т.е. домены перестают существовать и ферромагнетик становится обычным парамагнетиком, магнитная восприимчивость которого подчиняется *закону Кюри-Вейсса* $\chi = \frac{C}{T - T_K}$, где C - постоянная, зависящая от рода вещества.

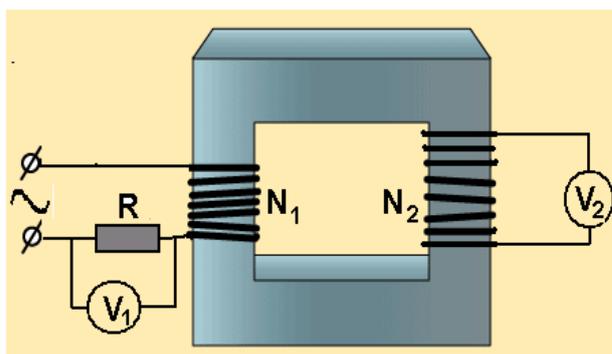
Ферритами называются ферромагнитные полупроводники с общей химической формулой $MO \cdot Fe_2O_3$, где M – двухвалентный ион какого-либо металла (Cu^{++} , Zn^{++} и т.д.)

Они отличаются заметными ферромагнитными свойствами и являются плохими проводниками электричества.. Употребляются для магнитных цепей, работающих при высоких частотах.

Описание лабораторной установки и хода выполнения лабораторной работы

Методика и порядок измерений

На замкнутый сердечник из ферромагнитного материала намотаны две



обмотки с числом витков N_1 и N_2 (см. рис.). Ток, протекающий по намагничивающей обмотке, содержащей N_1 витков, создает переменное магнитное поле. Напряженность этого поля H в каждый момент времени

пропорциональна мгновенному значению тока I и определяется по формуле

$H = \frac{N_1 I}{l}$, где l - длина сердечника. На пластины «X» осциллографа подается

напряжение с сопротивления R_1 , пропорциональное току в первичной обмотке. Отклонение луча в горизонтальном направлении l_{xm} пропорционально амплитудному значению тока, а значит и амплитудному значению напряженности магнитного поля H_m , которое определяется формулой

$H_m = \frac{N_1 I_m}{l} = \frac{N_1}{l} \sqrt{2} I_1$, где I_1 - эффективное значение тока, измеряемое ам-

перметром. Тогда масштаб горизонтальной оси h рассчитывают как $h = \frac{H_m}{l_{xm}}$.

Напряженность поля, соответствующую той или иной точке петли гистерезиса, можно рассчитать по формуле $H = h l_x$.

В измерительной обмотке, содержащей N_2 витков, возникает электро-
движущая сила индукции $\mathcal{E} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = -N_2 S \frac{dB}{dt}$, где S - сечение сердечни-
ка.

Так как во вторичной обмотке протекает ток I_2 , то \mathcal{E} можно выразить
как сумму падений напряжений на отдельных участках цепи:

$\mathcal{E} = I_2 R_2 + L \frac{dI_2}{dt} + U_c$, где $I_2 R_2$ - падение напряжения на сопротивлении R_2 ,
 $L \frac{dI_2}{dt}$ - ЭДС самоиндукции в измерительной обмотке, U_c - падение напря-
жения на конденсаторе C .

Напряжение U_c выражается формулой $U_c = \frac{1}{C} \int I_2 dt$

Сопротивление R_2 выбрано так, что $I_2 R_2 \square L \frac{dI_2}{dt} + U_c$.

Тогда $\mathcal{E} \approx I_2 R_2$, откуда $I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2} = -\frac{N_2 S}{R_2} \cdot \frac{dB}{dt}$ и напряжение

$$U_c = \frac{1}{C} \int I_2 dt = \frac{1}{C} \int \frac{N_2 S}{R_2} \cdot \frac{dB}{dt} dt = \frac{N_2 S}{CR_2} \int dB = \frac{N_2 SB}{CR_2},$$

т.е. U_c пропорционально B , и поэтому отклонение луча в вертикальном на-
правлении l_{ym} пропорционально максимальному значению индукции маг-
нитного поля B_m , так как на пластины «Y» подается напряжение с конденса-
тора C . Для B_m из последнего выражения получаем

$$B_m = \frac{U_{cm} CR_2}{N_2 S}$$

Масштаб вертикальной оси равен $b = \frac{B_m}{l_{ym}} = \frac{CR_2}{N_2 S} \cdot \frac{U_{cm}}{l_{ym}}$, где $\frac{U_{cm}}{l_{ym}} = k$ -

есть масштабный коэффициент отклонения луча осциллографа по вертикаль-
ной оси. Этот коэффициент определяется по положению переключателя
В/дел калиброванной шкалы осциллографа.

Тогда $b = \frac{CR_2}{N_2S} k$. Индукцию магнитного поля, соответствующую лю-

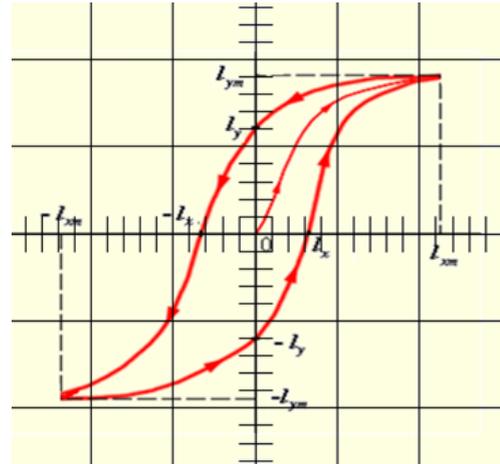
бой точке петли гистерезиса, можно получить по формуле $B = b\ell_y$.

Измерения

1. Ознакомьтесь с принципиальной схемой лабораторной установки, проверьте правильность ее сборки.



Общий вид лабораторной установки.



Вид петли гистерезиса на экране осциллографа

2. Ознакомьтесь с правилами пользования осциллографом.
 3. Включите осциллограф и источник питания в сеть.
 4. Регулируя ток I_1 (в пределах, указанных преподавателем) и изменяя положение переключателя В/дел осциллографа, получите хорошее изображение петли гистерезиса на экране осциллографа. Запишите показания амперметра I_1 и масштабный коэффициент отклонения луча осциллографа по вертикальной оси k (положение переключателя В/дел).

5. Зарисуйте петлю гистерезиса в масштабе 1:1 на миллиметровой бумаге. Занесите параметры петли гистерезиса I_x, I_{xm}, I_y, I_{ym} в таблицу.

6. Рассчитайте масштаб вертикальной оси по формуле $b = \frac{CR_2}{N_2S} k$.

7. Рассчитайте максимальные значения напряженности магнитного поля $H_m = \frac{N_1}{l} \sqrt{2} I_1$ и индукции $B_m = b l_{ym}$, соответствующие вершинам петли гистерезиса.

8. Определите масштаб горизонтальной оси $h = \frac{H_m}{l_{xm}}$.

9. Рассчитайте коэрцитивную силу $H_c = h l_x$ и остаточную индукцию $B_r = b l_y$.

10. Определите относительную магнитную проницаемость $\mu = \frac{B_m}{\mu_0 H_m}$

Таблица измеряемых величин

Данные схемы: $N_1 = \underline{\quad}$; $N_2 = \underline{\quad}$; $R_2 = \underline{\quad}$ Ом; $C = \underline{\quad}$ Ф; $l = \underline{\quad}$ м; $S = \underline{\quad}$ м ²					
$I_1, \text{А}$	$k, \text{В/дел}$	$l_{xm}, \text{дел}$	$l_{ym}, \text{дел}$	$l_x, \text{дел}$	$l_y, \text{дел}$

Таблица расчетных величин

$H_m, \text{А/м}$	$h, \frac{\text{А/м}}{\text{м}}$	$b, \frac{\text{Тл}}{\text{м}}$	$B_m, \text{Тл}$	$H_c, \text{А/м}$	$B_r, \text{Тл}$	μ

11. Запишите ответ. Сформулируйте выводы по работе.

5.2.2 Контрольные задания к лабораторной работе.

5.2.2.1 Вопросы предварительного контроля

(допуск к лабораторной работе)

1. Какие вещества называются магнетиками.
2. Что называется намагниченностью вещества?
3. Что называется относительной магнитной проницаемостью?
4. Какие отличительные черты ферромагнетиков вы знаете?
5. Что такое магнитный гистерезис?
6. Что называется остаточной индукцией? Коэрцитивной силой?

5.2.2.2 Контрольные вопросы для защиты лабораторной работы

I уровень

1. Из чего складывается магнитный момент атома .
2. Чем объясняется явление диамагнетизма? Какие вещества относятся к диамагнетикам?
3. Какие вещества являются парамагнетиками? Чем объясняется их поведение во внешнем магнитном поле?
4. Дайте определение вектора намагничения (намагниченности) магнетика?
5. Что такое магнитная восприимчивость вещества? Что показывает относительная магнитная проницаемость? Какие значения принимают эти величины у диамагнетиков, парамагнетиков, ферромагнетиков?
6. Что характеризует индукция магнитного поля?

II уровень

7. Чем объясняется явление ферромагнетизма? Как происходит намагничение ферромагнетика?
8. Почему, когда величина вектора намагничения при увеличении напряженности внешнего магнитного поля достигает насыщения, магнитная восприимчивость падает до нуля? За счет чего продолжается незначительное возрастание индукции магнитного поля в ферромагнетике?
9. Что такое «точка Кюри»? Чем объясняется ее существование?
10. Какое значение должна иметь величина коэрцитивной силы для постоянного магнита?
11. Какое значение должна иметь величина остаточной индукции для постоянного магнита?

III уровень

12. Что такое ферриты и почему они нашли широкое применение в радиотехнике?
13. Можно ли создать постоянный магнит с индукцией 3 Тл?

5.3 МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Задание № 1

Получить (законспектировать) условия на границе раздела двух магнетиков, закон преломления линий магнитной индукции.

Задание № 2

Обосновать различие магнитных свойств веществ.

Образец контрольных заданий для проверки результатов обучения

I уровень (репродуктивный)

1. Что называется намагниченностью вещества?
2. Что называется относительной магнитной проницаемостью вещества?
3. Записать выражение для магнитной индукции в веществе.
4. Записать формулу, связывающую магнитную восприимчивость с относительной магнитной проницаемостью среды.
5. Записать выражение для циркуляции вектора намагниченности по замкнутому контуру.
6. Записать закон полного тока для магнитного поля в веществе.
7. Что такое гиромангнитное отношение?
8. Что такое магнитный гистерезис?

II уровень (продуктивный)

9. Вывести закон полного тока для магнитного поля в веществе.
10. Вывести формулы для орбитальных магнитного и механического моментов атома. Записать гиромангнитное отношение этих моментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабко Г.И. Учебно-методический комплекс: теория и практика проектирования / Г.И. Бабко. – Мн.: РИВШ, 2004.

2. Детлаф А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Высш. шк., 1989.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2 / И.В. Савельев. – М.: Наука. 1989.
4. Методические разработки кафедры физики к лабораторным работам.

СОДЕРЖАНИЕ

МОДУЛЬ 6 МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ	3
1 КОМПЛЕКСНАЯ ЦЕЛЬ.....	3
2 ВВЕДЕНИЕ. БАЗОВЫЕ ПРОБЛЕМЫ МОДУЛЯ.....	3
3 УЧЕБНО-ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ МОДУЛЯ.....	4
4 НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ	5
4.1 СЛОВАРЬ ПОНЯТИЙ	5
4.1.1 Новые понятия.....	5
4.2 ОСНОВНОЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ.....	7
4.2.1 Магнитное поле в веществе	7
4.2.1.1 Индукция магнитного поля в веществе. Намагниченность.....	7
4.2.1.2 Закон полного тока для магнитного поля в веществе. Напряженность магнитного поля	10
4.2.1.3 Магнитная восприимчивость среды. Относительная магнитная проницаемость. Типы магнетиков.....	14
4.2.1.4 Условия на границе раздела двух магнетиков. Закон преломления линий магнитной индукции.....	16
4.3 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ	19
4.3.1 Магнитные свойства вещества	19
4.3.1.1 Природа магнитных свойств тел. Магнитные моменты атомов.	19
4.3.1.2 Атом в магнитном поле. Диамагнитный эффект.....	21
4.3.1.2 Диамагнетики и парамагнетики в магнитном поле.....	25
5 МАТЕРИАЛЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ	26
5.1 МАТЕРИАЛЫ К ЛЕКЦИИ.....	26
5.2. МАТЕРИАЛЫ К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ	29
5.2.1 Лабораторная работа «Изучение явления гистерезиса у ферромагнетиков»	29
5.2.2 Контрольные задания к лабораторной работе.	36
5.2.2.1 Вопросы предварительного контроля.....	36
5.2.2.2 Контрольные вопросы для защиты лабораторной работы	37
5.3 МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ	38
ЛИТЕРАТУРА	38
СОДЕРЖАНИЕ	39