пределом упругости привлечение прикладных теорий, построенных с привлечением гипотез Кирхгофа-Лява не всегда приводит к точному результату. В данном случае критическое значение P_0 , полученное с привлечением гипотезы Кирхгофа-Лява, определяется первым сомножителем уравнения (5) , т.е. совпадает с первым членом разложения критической силы, вычисленной по точной теории.

Сравнительный анализ показывает, что критические напряжения при сжатии однородного материала выше, чем для неоднородного, когда имеем зависимость от безразмерной дисперсии. С уменьшением дисперсии растет критическая сила. Наблюдается так-же влияние на величину критической силы принятого значения коэффициента пластичности - чем меньше коэффициент пластичности, тем ниже значение критической силы для неоднородного материала. Для однородного тела, так же, чем больше предел пластичности, тем выше критическая сила.

Следует отметить, что разница между критическими значениями для однородного и неоднородного материала зависит и от выбранных геометрических размеров пластинки.

УДК 517.925.31

Л.И.Бурганская

О НАЛИЧИИ НЕОГРАНИЧЕННЫХ ТРАЕКТОРИЙ ДЛЯ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим систему:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + f_2(x_2) \\ \dot{x}_i = b_{i-1} f_{i-1}(x_{i-1}) + c_i f_i(x_i) + f_{i+1}(x_{i+1}), \quad i = \overline{2,n-1} \\ \dot{x}_n = b_{n-1} f_{n-1}(x_{n-1}) + c_n f_n(x_n) \end{cases} \quad (I)$$

$$(-1)^{i-1} c_i b_1 b_2 \ldots b_{i-1} \geq 0, \quad c_i, b_{i-1} = const, \quad i = \overline{2,n}, \quad b_0 = 1 \quad (2)$$

Предположим, что для системы (I) выполнены условия теоремы существования и единственности решения.

Теорема I. Если I) $(-1)^{i-1} b_0 b_1 \ldots b_{i-1} x_i f_i(x_i)$ 0 при $x_i \neq 0, \; i = \overline{1,n}$ (3)

2) $\exists k \in \overline{1,n}$ такое, что хотя бы один из диагональных элементов системы (I) а) при n и k четных с нечетным номером $< k$, б) при n четном, k нечетном с четным номером $> k$, в) при n нечетном, k четном с нечетным номером $< k$ и с нечетным номером $> k$ отличен от тождественного нуля или г) n и k нечетны; 3) $\lim\limits_{|x_i| \to \infty} \int_0^{x_i} f_i(x_i)\,dx_i = \infty,\ i = \overline{1,n};\ i \neq k$, то нулевое решение системы (I) устойчиво в целом.

Для доказательства используется функция Ляпунова 3.I [2]. С помощью рекуррентных формул определяются $d_i = const, i = \overline{1,n}$, удовлетворяющие условиям леммы 4.I [2].

Пусть $f_i(x_i) = a_i x_i$, $i = \overline{1,n}$, $i \neq k$, (4)

т.е. система (I) содержит нелинейности только с одним номером k. В этом случае условия 3) теоремы I заведомо выполнены.

Теорема 2. Необходимыми и достаточными условиями устойчивости в целом нулевого решения системы (I) при (2) и (4) являются при выполнении условий 2) теоремы I условия (3), при нарушении условий 2) теоремы I (если все указанные в условиях а), б), в) диагональные элементы тождественно равны нулю) условия (3)

и $\overline{\lim\limits_{|x_k| \to \infty}} |f_k(x_k)| + \lim\limits_{|x_k| \to \infty} \int_0^{x_k} f_k(x_k)\,dx_k = \infty$ (5)

При $c_i = 0$, $i = \overline{2,n}$, получим, в частности, теорему 2.2 [I].

Доказательство проводится аналогично доказательству теорем 2.I, 2.2 [I]. Показано, что, если выполнены условия (3), а условия 2) теоремы I и (5) нарушены, система (I) при (2) и (4) имеет неограниченные траектории. В этом случае указаны неособые преобразования, сводящие систему (I) при (2) и (4) к виду (I) I .

Ясно, что условия (3) являются обобщенными условиями Рауса-Гурвица для системы (I).

Для системы (I) при (2) и (4) полностью решена проблема Айзермана.