

$$f'(h) \sum_{k=1}^3 \frac{1}{H} \frac{\partial h}{\partial x^k} e_{ik} + f(h) \frac{1}{H_i} \sum_{k=1}^3 \left[ \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \frac{d \left( \frac{H_1 H_2 H_3 H_i e_{ik}}{H_k} \right)}{dx^k} \right] \quad (18)$$

$$- e_{ik} \frac{d \ln H_k}{dx^k} - \frac{1}{H_i} \frac{\partial p}{\partial x^k} \left] = \rho_0 \frac{1}{H_i} \mathcal{F}_{xi} + \rho_0 \left[ \frac{\partial U_i^2}{\partial z} + \sum_{k=1}^3 \left( \frac{U_{x^k}}{H_k} \frac{\partial U_i^2}{\partial x^k} - \frac{U_{x^k}^2}{H_i H_k} \frac{\partial H_k}{\partial x^k} + \frac{U_{x^k} U_{x^l}}{H_k H_l} \frac{\partial H_l}{\partial x^k} \right) \right]$$

Уравнение непрерывности деформации в ортогональных координатах имеет вид

$$\frac{d(H_2 H_3 U_{x^1})}{dx^1} + \frac{d(H_3 H_1 U_{x^2})}{dx^2} + \frac{d(H_1 H_2 U_{x^3})}{dx^3} = 0 \quad (19)$$

УДК 517.925.12

Н.Н. Дедок

### О ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ НЕКОТОРЫХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dz} &= \mu x + x \sum_{i=1}^n M_i(x, y) + P_n(x, y), \\ \frac{dy}{dz} &= \mu y + y \sum_{i=1}^n M_i(x, y) + Q_n(x, y), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $M_i(x, y), P_n(x, y), Q_n(x, y)$  — однородные многочлены степени  $i$ ,  $n$  соответственно с действительными постоянными коэффициентами,  $\mu$  — действительное постоянное число.

Справедлива теорема 1. Система дифференциальных уравнений (1) не имеет точек покоя типа центр и фокус, а при  $n$  четном не имеет предельных циклов.

Изучается система дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \alpha x - \beta y + x \sum_{i=1}^n P_i(x, y), \\ \frac{dy}{dt} &= \beta x + \alpha y + y \sum_{i=1}^n P_i(x, y). \end{aligned} \quad (2)$$

Доказана теорема 2. Если для системы дифференциальных уравнений (2) выполняются условия

1)  $\alpha < 0$  ( $\alpha > 0$ ).

2) существует кривая  $K$  из семейства

$$F(x, y) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) = C^2, \text{ такая, что на этой кривой вы-}$$

ражение  $\sum_{i=1}^n P_i(x, y) + \alpha$  определено положительно (определенно отрицательно), то система (2) имеет по меньшей мере один неустойчивый (устойчивый) предельный цикл.

Имеет место теорема 3. Система дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \alpha x - \beta y + x \sum_{i=2}^n \bar{P}_i(x, y), \\ \frac{dy}{dt} &= \beta x + \alpha y + y \sum_{i=2}^n \bar{P}_i(x, y) \end{aligned} \quad (3)$$

допускает существование не более одного предельного цикла, если выражение  $\sum_{i=2}^n \bar{P}_i(x, y)$  или убывает или возрастает с возрастанием  $Z^2 = x^2 + y^2$ .

Исследуется система дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta y + x(2a_{10}x + 2a_{01}y + a_{20}x^2 + 2a_{11}xy + a_{02}y^2),$$

$$\frac{dy}{dt} = \beta x + \alpha y + y(2a_{10}x + 2a_{01}y + a_{20}x^2 + 2a_{11}xy + a_{02}y^2) \quad (4)$$

Справедлива теорема 4. Если для коэффициентов системы дифференциальных уравнений (4) выполняются условия

$$\alpha < 0, a_{20} > 0, \begin{vmatrix} a_{20} & a_{11} \\ a_{11} & a_{02} \end{vmatrix} > 0,$$

то (4) имеет единственный неустойчивый предельный цикл.

УДК 530.12.531.51

А. А. Баханьков, А. П. Рябушко

#### О ВЛИЯНИИ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ПОСТОЯННОЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ

Известно [1] точное решение уравнений Эйнштейна с космологической постоянной  $\Lambda$ , которое называют обобщенным полем Шварцшильда. Стандартный вид метрики этого поля следующий:

$$ds^2 = e^M c^2 dt^2 - e^{-M} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), e^M = 1 - \frac{2r}{R} - \frac{\Lambda}{3} r^2 \quad (1)$$

В случае  $\Lambda = 0$ , т. е. в поле Шварцшильда, устойчивость по Ляпунову круговых траекторий вращающихся тел изучена в [2]. Для космологии может представлять интерес вопрос: как влияет космологическая постоянная  $\Lambda$  на существование и устойчивость круговых траекторий вращающихся тел? Ответом на этот вопрос является настоящее сообщение. Отметим, что случай круговых траекторий невращающихся тел при  $\Lambda \neq 0$  рассматривался в [3].

Раскрывая уравнения движения Папаянну [4] при дополнительном условии  $S^{\alpha\beta} U_{\beta} = 0$  с учетом членов не выше первого порядка по компоненте тензора углового момента тела

$$S^{\alpha} = S^{31} (S^{12} = S^{23} = 0)$$