

# Секция 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ПРИ МАГНИТО-АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКЕ ДЕТАЛЕЙ

Л. М. АКУЛОВИЧ ( Минск, БЕЛАРУСЬ), И. Е. АНДРУШКЕВИЧ ( Новополоцк,  
БЕЛАРУСЬ), Л. Е. СЕРГЕЕВ ( Минск, БЕЛАРУСЬ)

Важнейшей задачей, стоящей перед машиностроением, является создание принципиально новых машин и оборудования для обеспечения качественно новой технологии производства.

Развитие машиностроительной отрасли требует наличия материалов с отличающимися от традиционных физико-механическими характеристиками. Финишная обработка таких материалов имеет определенные трудности из-за их высокой твердости и вязкости. По этой причине актуальна задача разработки принципиально новых методов механической обработки.

К числу перспективных методов относится процесс магнито-абразивной обработки деталей (МАО) [1].

Сущность МАО [2] заключается в воздействии на обрабатываемую деталь порошковой ферромагнитной абразивной массы, уплотненной магнитным полем. Этим способом можно обрабатывать плоскости, наружные и внутренние цилиндрические поверхности, поверхности тел вращения с криволинейной образующей и т. д.

Расширение технологических возможностей МАО во многом зависит от успеха моделирования магнитных полей.

Задача расчета стационарных и квазистационарных магнитных полей для нужд метода МАО оказалась далеко нетривиальной из-за сложной конфигурации границ, которые разделяют среды с различными физико-механическими характеристиками.

В качестве пути решения сформулированной проблемы расчета стационарных и квазистационарных магнитных полей авторами был выбран алгебраический метод разделения переменных в матричном представлении системы уравнений Максвелла [3].

Суть избранного метода заключается в следующем.

Система уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j} + \mathbf{j}^{cm}, \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho + \rho^{cm}, \operatorname{div} \mathbf{B} = 0,$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon(\vec{r}, t) \cdot \mathbf{E}, \mathbf{B} = \mu(\vec{r}, t) \cdot \mathbf{H}, \mathbf{j} = \sigma(\vec{r}, t) \cdot \mathbf{E}$$

представляется в виде [4]

$$\{\xi^1 \frac{\partial}{\partial x} + \xi^2 \frac{\partial}{\partial y} + \xi^3 \frac{\partial}{\partial z} + \xi^4 \mathbf{M} \frac{\partial}{\partial t} + \Theta\} \Psi = \mathbf{P} \mathbf{J}, \quad (1)$$

где  $\xi^i$  – элементарные матрицы размерности  $8 \times 8$ , удовлетворяющие соотношениям

$$\xi^i \xi^j + \xi^j \xi^i = 2g^{ij} I, \quad g^{ij} = \begin{cases} \delta_{i,j}, & i=1,2,3,6; \\ -\delta_{i,j}, & i=4,5,7. \end{cases}$$

$$\mathbf{M} = \text{diag} \left( \frac{\varepsilon}{\mu}, \varepsilon, \varepsilon, \varepsilon, \mu, \mu, \mu, \frac{\mu}{\varepsilon} \right), \mathbf{P} = \text{diag} \left( 0, 0, 0, 0, 0, 0, \frac{\rho}{\varepsilon}, 0 \right),$$

$$\mathbf{J} = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)^T, \Psi = (\varphi_1, E_X, E_Y, -E_Z, -H_Z, H_Y, H_X, \varphi_2)^T,$$

а матрица  $\Theta$  определяется электромагнитными свойствами среды.

Далее уравнение (1) дополняется граничными условиями, соответствующими конфигурации установки, осуществляющей МАО.

Поиск решения уравнения (1) с граничными условиями авторами осуществлялся на основе использования алгебраического метода разделения переменных.

В результате проведенных исследований авторам удалось в двумерном случае получить ряд аналитических решений, определяющих конфигурацию магнитных полей в рабочей зоне магнитопровода оборудования для МАО деталей машин с различными формами поверхностей.

Полученные результаты как экспериментальных исследований, так и промышленного освоения метода МАО показывают, что его интенсификация безусловно связана с корректным моделированием магнитного поля в рабочей зоне магнитопровода, позволяющим обеспечить рост технико-экономических показателей выпуска продукции.

## Литература

1. Ящерицын, П. Ф. Эффективность магнито-абразивной обработки / Н. Я. Скворчевский, Э. Н. Федорович, П. Ф. Ящерицын. Минск: Навука і тэхніка. 1991. 192 с.
2. Хомич, Н. С. Магнито-абразивная обработка изделий / Н. С. Хомич. – Минск: БНТУ. 2006. 256 с.
3. Андрушкевич, И. Е. Алгебраический метод разделения переменных в системе уравнений Максвелла / И.Е. Андрушкевич // в сб.: Тезисы докладов Международной алгебраической конференции «Классы групп и алгебр». Гомель, Беларусь. 5-7 октября 2005 г. С. 32–33.
4. Андрушкевич, И. Е. О матричной формулировке уравнений Максвелла в неоднородных изотропных средах / И. Е. Андрушкевич // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2008. № 1. С. 60–66.

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ СОПРЯЖЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ В ГЕОТЕХНИКЕ

Ш. Алтынбеков, Е. Курмыш, М. А. Джаманкараева (Казахстан)

В настоящее время теория фильтрационной консолидации грунтов признана достаточно разработанной. Однако, на наш взгляд, недостаточно исследованы задачи сопряжения механики неоднородных масс. В связи с этим, в последнее время прогнозу деформации различных промышленно-гражданских, гидротехнических и нефтяных зданий и сооружений, возведенных на неоднородных по структурной прочности различных грунтовых основаниях, проявлен большой интерес.

**Постановка задачи и ее решения** Рассмотрим процесс уплотнения грунта различной структурной прочности в виде параллелепипеда под действием распределенной нагрузки  $q$ , приложенной к части наружной площади. При этом предполагаем, что: