

Заключительным этапом проектирования АСУ является параметрическая оптимизация – определение настроечных параметров выбранного регулятора.

После решения задачи синтеза обычно выполняют анализ синтезированной системы, т. е. проверяют, обладает ли система необходимыми показателями устойчивости и качества управления.

Применение на всех этапах синтеза и анализа АСУ цифровых вычислительных машин позволяет рассмотреть большое количество вариантов структур и параметров и тем самым существенно ускорить решение задачи синтеза.

#### Список использованной литературы

1. Ротач, В.Я. Теория автоматического управления: учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М: Издательство МЭИ, 2004. – 400 с., ил.
2. Сидоренко, Ю.А. Теория автоматического управления: учебное пособие/ Ю.А. Сидоренко – Минск: БГАТУ, 2007. – 124 с.
3. Мирошник, И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы. – СПб.: Питер, 2005. – 306 с.

**Несенчук А.А., к.т.н., доцент**  
**Объединенный институт проблем информатики**  
**НАН Беларуси, Минск, Республика Беларусь**  
**ОБЕСПЕЧЕНИЕ РОБАСТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ**  
**ИНТЕРВАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА**  
**С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОРНЕВОГО ПОДХОДА**

Системы с неопределенными параметрами, в частности интервальные, представляют собой один из наиболее обширных и сложных классов систем. Вопросы исследования этих систем занимают центральное место в теории автоматического управления [1, 2].

Рассмотрим систему управления, динамика которой описывается семейством интервальных характеристических уравнений вида

$$\sum_{j=0}^n a_j s^{n-j} = 0, \quad (1)$$

где вектор коэффициентов  $a = (a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n)$  принадлежит некоторому связному множеству  $A \subset R^{n+1}$ ,  $a \in A$ ,  $n$  – степень полинома (целое число);  $s$  – комплексное переменное,  $s = \sigma + i\omega$ .

Интервальное изменение коэффициентов характеристического уравнения динамической системы отражает интервальное изменение ее параметров. Предположим, что коэффициенты (1) действительны и изменяются в следующих пределах:

$$a_j \leq a_j \leq \bar{a}_j, \quad j = \overline{1, n}, \quad a_0 \neq 0, \quad (2)$$

где  $a_j$  и  $\bar{a}_j$  – соответственно минимальное и максимальное значения замкнутого интервала изменения коэффициента  $a_j$ .

Перепишем уравнение (1), выделив коэффициент  $a_k$ , в виде

$$\varphi(s) + a_k \psi(s) = 0, \quad (3)$$

где функции  $\varphi(s)$  и  $\psi(s)$  представляют собой полиномы интервального семейства.

Сделав в уравнении (3) замену переменного,  $s = \sigma + i\omega$ , запишем уравнение корневого годографа:

$$v(\sigma, \omega) = 0 \quad (4)$$

и уравнение параметра:

$$u(\sigma, \omega) = a_k \quad (5)$$

для рассматриваемой системы.

Установим характер пересечения границы асимптотической устойчивости системы, описываемой семейством характеристических уравнений четвертого порядка:

$$s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 = 0,$$

ветвями свободных корневых годографов с параметром  $a_4$ . Для этой цели воспользуемся функцией параметра (5) и уравнением корневого годографа (4). Установив значение  $\sigma = 0$ , определим функцию параметра траектории на границе асимптотической устойчивости (оси  $i\omega$ ):

$$a_4 = -\omega^4 + a_2 \omega^2, \quad a_2 \leq a_2 \leq \bar{a}_2. \quad (6)$$

Определим уравнение корневого годографа на границе  $i\omega$  :

$$-a_1\omega^3 + a_3\omega = 0. \quad (7)$$

Уравнение (7) используется для нахождения координат  $\omega$  области пересечения границы устойчивости ветвями корневых годографов портрета, а выражение (6) – для определения значений свободного параметра (в рассматриваемом случае в определенных точках данной области).

Ввиду аналитичности и непрерывности функций (6) и (7) очевидно, что точки пересечения границы устойчивости ветвями годографов портрета образуют на этой оси некоторую область  $D_\omega$ . Определим максимальное и минимальное значения функции параметра в области  $D_\omega$ . Для этого выполним исследование функции параметра на экстремум с помощью первой производной.

$$u'(\omega) = -4\omega^3 + 2a_2\omega = 0$$

Перепишем выражение (6) для  $a_2 = \bar{a}_2$  :

$$a_{4\max} = -\omega^4 + \bar{a}_2\omega^2, \quad (8)$$

возьмем первую производную от функции параметра (8) и приравняем ее нулю:

$$u'(\omega) = -4\omega^3 + 2\bar{a}_2\omega = 0. \quad (9)$$

Решив уравнение (9), вычислим значения координат точек экстремума функции параметра на границе устойчивости. При  $n=4$  имеется четыре точки максимума функции параметра.

Перепишем уравнение (6) для  $a_2 = \underline{a}_2$  :

$$a_{4\min} = -\omega^4 + \underline{a}_2\omega^2, \quad (10)$$

и первую производную функции (10) приравняем нулю:

$$u'(\omega) = -4\omega^3 + 2\underline{a}_2\omega = 0. \quad (11)$$

Решив уравнение (11), вычислим значения координат точек экстремума (минимума) функции параметра на границе устойчивости. При  $n=4$  имеется три точки минимума функции параметра.

Далее выполняется построение мажоранты и миноранты функции параметра на границе устойчивости рассматриваемой системы. Граница устойчивости разделяется на три области пересечения:

- возрастания функции параметра:  $\bar{D}_\omega \subset D_\omega$  ;

- убывания функции параметра:  $D_\omega \subset D_\omega$  ;
- комбинированная область:  $\bar{D}_\omega \subset D_\omega$  .

Установлено, что, если годографы корневого портрета интервальной системы пересекают границу устойчивости в области  $\bar{D}_\omega$  или  $D_\omega$ , для проверки устойчивости системы используется только одно уравнение интервального семейства:

$$s^4 + \bar{a}_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + \bar{a}_4 = 0 \text{ – в области } \bar{D}_\omega,$$

$$s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + \bar{a}_3 s + \bar{a}_4 = 0 \text{ – в области } D_\omega.$$

Если годографы системы пересекают границу устойчивости в области  $D_\omega$ , где сочетаются участки возрастания и убывания функции параметра, для проверки устойчивости используются два уравнения интервального семейства:

$$s^4 + \bar{a}_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + \bar{a}_4 = 0,$$

$$s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + \bar{a}_3 s + \bar{a}_4 = 0.$$

#### Список использованных источников

1. Поляк, Б.Т. Робастная устойчивость и управление / Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
2. Несенчук, А.А. Анализ и синтез робастных динамических систем на основе корневого подхода / А.А. Несенчук. – Мн: ОИПИ НАН Беларуси, 2005. – 234 с.

**Овсянников В.Ю.<sup>1</sup>, д.т.н., доцент,**

**Бабенко М.С.<sup>2</sup>, к.т.н., инженер**

**<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет**

**инженерных технологий», г. Воронеж**

**<sup>2</sup>ООО «Воронежсельмаш», г. Воронеж**

**АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ**

**ПАСТЕРИЗАЦИОННО-ОХЛАДИТЕЛЬНОЙ**

**УСТАНОВКОЙ ДЛЯ МОЛОКА**

Пастеризация молока и молочных продуктов является одной из важнейших технологических операций молочного производства. Особенно это актуально для малых предприятий, занимающихся