УДК 631.363

К ОБОСНОВАНИЮ РАЗМЕРОВ НЕСУЩЕЙ КОНСТРУКЦИИ ШТАНГИ ОПРЫСКИВАТЕЛЯ И ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ ЕЕ СТАБИЛИЗАЦИИ

А.И. Гайдуковский, аспірант,

И.С. Крук, кандидат технических наук, доцент

Белорусский государственный аграрный технический университет

На основе изучения колебательного процесса штанги опрыскивателя, получены формулы для определения параметров вынужденных колебаний в вертикальной плоскости, позволяющие подобрать рациональные размеры ее несущей конструкции и обосновать параметры системы стабилизации.

На основі вивчення коливального процесу штанги обприскувача, одержані формули для визначення параметрів вимушених коливань у вертикальній площині, дозволяючі підібрати раціональні розміри її несучої конструкції і обґрунтувати параметри системи стабілізації.

При копировании неровностей поверхности поля колесами опрыскивателя во время работы, возникают возмущения, передаваемые штанге, вызывая ее колебания. При этом ухудшается качество выполняемого процесса, снижается надежность и долговечность несущей конструкции штанги. Целью данной работы является изучение влияния параметров конструкции штанги на ее колебательный процесс в процессе работы опрыскивателя.

Для исследований колебаний принята упрощенная схема штанги с допущением, что ее масса сосредоточена в двух точках m_1 и m_2 ее колеблющихся частей (рис. 1). Тогда штангу можно рассматривать как колеблющуюся систему с двумя степенями свободы. Связи считаем стационарными голономными. Колебания будем описывать уравнениями Лагранжа 2-го рода [1]

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_к}{\partial \dot{q}_1}\right)-\frac{\partial E_к}{\partial q_1}=Q_1, \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_к}{\partial \dot{q}_2}\right)-\frac{\partial E_к}{\partial q_2}=Q_2. \tag{1}$$

Каждая из обобщенных сил в общем случае состоит из трех сил: обобщенной силы от потенциальных сил $Q_i^{п}$, сил сопротивления $Q_i^{с}$ и, носящих кратковременный характер, возмущающих сил $Q_i^{в}$. Кинетическая и потенциальная энергии системы с двумя степенями свободы соответственно определяются зависимостями

$$E_к=\frac{1}{2}\left(a_{11}\dot{q}_1^2+2a_{12}\dot{q}_1\dot{q}_2+a_{22}\dot{q}_2^2\right), \tag{2}$$

$$E_п=\frac{1}{2}\left(c_{11}q_1^2+2c_{12}q_1q_2+c_{22}q_2^2\right), \tag{3}$$

где a_{11}, a_{12}, a_{22} – инерционные коэффициенты;

$c_{11} = \left(\frac{\partial^2 E_{\text{п}}}{\partial q_1^2}\right)_0, c_{12} = \left(\frac{\partial^2 E_{\text{п}}}{\partial q_1 \partial q_2}\right)_0, c_{22} = \left(\frac{\partial^2 E_{\text{п}}}{\partial q_2^2}\right)_0$ – обобщенные коэффициенты жесткости.

Преобразовав уравнения (2) и (3) и подставив в (1), получим линейные дифференциальные уравнения собственных колебаний системы с двумя степенями свободы без учета сопротивления

$$\left(a_{11}\ddot{q}_1 + c_{11}q_1\right) + \left(a_{12}\ddot{q}_2 + c_{12}q_2\right) = 0, \quad \left(a_{12}\ddot{q}_1 + c_{12}q_1\right) + \left(a_{22}\ddot{q}_2 + c_{22}q_2\right) = 0. \qquad (4)$$

Решение уравнений (4) следует искать в виде $q_1 = c_1 e^{\lambda t}$, $q_2 = c_2 e^{\lambda t}$.

Прямой подстановкой в (4) нетрудно убедиться, что все значения λ чисто мнимые и, следовательно, частные решения уравнений можно записать в виде

$$q_1 = A_1 \sin(kt + \alpha), \; q_2 = A_2 \sin(kt + \alpha), \qquad (5)$$

где k – собственная частота колебаний; α – начальная фаза; A_1 и A_2 – амплитуды колебаний.

Каждой из частот k_1 и k_2 соответствуют определенные значения амплитуд и начальных фаз: $A_1^{(1)}$, $A_2^{(1)}$, α_1 – для k_1 и $A_1^{(2)}$, $A_2^{(2)}$, α_2 – для k_2. Для первого (k_1) и второго (k_2) главных колебаний коэффициенты распределения равны

$$\mu_1 = \frac{A_2^{(1)}}{A_1^{(1)}} = \frac{Z_2^{(1)}}{Z_1^{(1)}}, \qquad \mu_2 = \frac{A_2^{(2)}}{A_1^{(2)}} = \frac{Z_2^{(2)}}{Z_1^{(2)}}. \qquad (6)$$

Общее решение уравнения (4) с учетом (6) для принятых обобщенных координат $q_1 = Z_1$ и $q_2 = Z_2$ выразим в виде суммы частных

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_1^{(1)} + Z_1^{(2)} = A_1^{(1)} \sin(k_1 t + \alpha_1) + A_1^{(2)} \sin(k_2 t + \alpha_2); \\ Z_2 &= Z_2^{(1)} + Z_2^{(2)} = \mu_1 q_1^{(1)} + \mu_2 q_1^{(2)} = \mu_1 A_1^{(1)} \sin(k_1 t + \alpha_1) + \mu_2 A_1^{(2)} \sin(k_2 t + \alpha_2). \end{aligned} \qquad (7)$$

где постоянные $A_1^{(1)}$, $A_1^{(2)}$, α_1, α_2 определяются из начальных условий.

Таким образом, собственные линейные колебания системы с двумя степенями свободы состоят из суммы двух главных гармонических колебаний с частотами k_1 и k_2. Обобщенная сила сопротивления Q_1^{Φ} имеет вид

$$Q_1^{\Phi} = \sum \bar{F}_k \frac{\partial r_k}{\partial Z_1} = -\sum \beta_k \dot{r}_k \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{Z}_1} = -\frac{\partial}{\partial \dot{Z}_1} \sum \frac{\beta_k \bar{\vartheta}_k^2}{2} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{Z}_1}.$$

где β_k - постоянные коэффициенты сопротивления; $\Phi = \sum \frac{\beta_k \bar{\vartheta}_k^2}{2} = \sum \frac{\beta_k \dot{\bar{r}}_k^2}{2}$ – диссипативная функция, характеризующая скорость убывания полной механической энергии вследствие действия линейных сил сопротивления

$$\Phi = \frac{1}{2}\left(\beta_{11}\dot{Z}_1^2 + 2\beta_{12}\dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \beta_{22}\dot{Z}_2^2\right) \qquad (8)$$

Подставляя значение $E_{\text{к}}$, $E_{\text{п}}$ и Φ в уравнения Лагранжа (1) получим уравнения собственных колебаний с учетом линейного сопротивления

$$\beta_{12}\dot{Z}_2 + \left(a_{11}\ddot{Z}_1 + \beta_{11}\dot{Z}_1 + c_{11}Z_1\right) = 0, \quad \beta_{12}\dot{Z}_1 + \left(a_{22}\ddot{Z}_2 + \beta_{22}\dot{Z}_2 + c_{22}Z_2\right) = 0, \tag{9}$$

решение которых будем искать в виде $Z_1 = C_1 e^{\lambda t}$, $Z_2 = C_2 e^{\lambda t}$.

Уравнение оси штанги, изогнутой под действием силы тяжести G и некоторой возмущающей силы F, приложенных на некотором расстоянии ξ (рис. 2) от жестко закрепленного конца, с учетом модуля ее упругости E и момента инерции ее поперечного сечения J в общем случае имеет вид

$$Z = \frac{E - G}{EJ}\left(\frac{\xi x^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right), \tag{10}$$

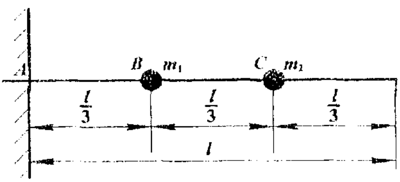

Рис. 1

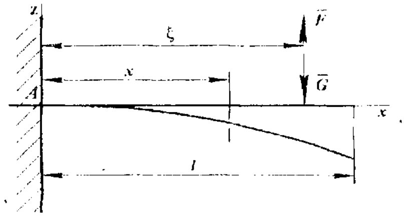

Рис. 2

Используя коэффициенты влияния вместо коэффициентов жесткости, которые требуют знание потенциальных сил, уравнение (1) примет вид

$$Z_1 = -\delta_{11}m_1\ddot{Z}_1 - \delta_{12}m_2\ddot{Z}_2, \qquad Z_2 = -\delta_{21}m_1\ddot{Z}_1 - \delta_{22}m_2\ddot{Z}_2. \tag{11}$$

С учетом коэффициента распределения μ получим два линейных уравнения для определения частоты и коэффициента распределения

$$\left(\delta_{11} + \mu\delta_{12}\right)mk^2 = 1, \qquad \left(\delta_{12} + \mu\delta_{22}\right)mk^2 = \mu. \tag{12}$$

Отсюда
$$k_1 = 3{,}02\sqrt{\frac{EJ}{ml^3}}, \qquad k_2 = 20{,}2\sqrt{\frac{EJ}{ml^3}}. \tag{13}$$

Используя значение частот, получим соответствующие коэффициенты распределения, характеризующие формы главных колебаний

$$\mu_1 = \frac{1 - k_1^2 m\delta_{11}}{k_1^2 m\delta_{12}} = 3{,}14; \qquad \mu_2 = \frac{1 - k_2^2 m\delta_{11}}{k_2^2 m\delta_{12}} = -0{,}32. \tag{14}$$

Исключая из этих уравнений μ, получаем

$$k_1 = 3{,}02\sqrt{\frac{EJ}{ml^3}}. \qquad k_2 = 20{,}2\sqrt{\frac{EJ}{ml^3}}. \tag{15}$$

Таким образом, частоты колебаний штанги определяются упругими свойствами материала и зависят от ее массы, длины и коэффициента инерции.

Используя значения частот k_1 и k_2, получим соответствующие коэффициенты распределения, характеризующие формы главных колебаний

$$\mu_1 = \frac{1 - k_1^2 m\delta_{11}}{k_1^2 m\delta_{12}} = 3{,}14. \qquad \mu_2 = \frac{1 - k_2^2 m\delta_{11}}{k_2^2 m\delta_{12}} = -0{,}32.$$

Используя полученные результаты, нами разработана и внедрена на ОАО «Мекосан» навеска штанги опрыскивателя и система гашения ее колебаний.

TO GROUND OF SIZES OF BARBELL BEARING CONSTRUCTIONS SPRINKLER AND PARAMETERS OF SYSTEM OF ITS STABILIZING

A.I. Gajdykovskij, I.S. Kryk

On the basis of studying oscillatory process of a bar of a sprayer, formulas for definition of parameters of the compelled fluctuations in the vertical plane are received, allowing to pick up the rational sizes of its bearing design and to prove parameters of system of its stabilization.