

**Биза Ю.С.**<sup>1</sup>, к.ф.-м.н., Крук И.С., к.т.н.,

<sup>1</sup>Белорусский Государственный Аграрный Технический Университет, Минск, Республика Беларусь

## УПРОЩЕННАЯ МЕТОДИКА ИНЖЕНЕРНОГО РАСЧЕТА КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ КАПЕЛЬ ПЕСТИЦИДОВ С УЧЕТОМ СИЛ СОПРОТИВЛЕНИЯ СРЕДЫ

### Аннотация

В статье исследованы закономерности движения капли рабочего раствора пестицида в сопротивляющейся среде вдоль вертикальной и горизонтальной осей, на основании которых получены зависимости для определения скорости и координат ее положения в рассматриваемый момент времени.

### Введение

Механизм полета и осаждения капель рабочего раствора пестицидов на обрабатываемой поверхности сложен и многообразен. Капля, оторвавшись от выброшенной из сопла распылителя струи жидкости, обладая запасом кинетической энергии, замедленно движется под действием движущей силы (силы тяжести) и силы сопротивления среды. Спустя некоторое время, когда эти силы взаимно уравновесятся, она достигает конечной скорости падения и движется по определенной траектории, параметры которой определяются начальными условиями истечения жидкости из сопла и состоянием окружающей среды. Исследование закономерностей движения капель в воздушной среде позволяет определить скорость и координаты падения на обрабатываемую поверхность, обосновать конструкцию, размеры, оптимальные режимы работы и параметры установки распылителей, что особенно важно на стадии проектирования конструкций распылителей рабочего раствора пестицидов и полевых опрыскивателей.

### Основная часть

Для изучения закономерностей движения капель в воздушной среде примем следующие допущения: расчетная форма капли в виде шара, силы сопротивления ее полету пропорциональны квадрату скорости и она не меняет своей массы и формы на протяжении всей траектории движения.

Капля жидкости  $M$  массой  $m_k$ , выброшенная из сопла распылителя в окружающую среду со скоростью  $v_{k0}$  под углом  $\gamma_0$  к вертикали совершает дальнейшее движение под действием сил тяжести  $G_k$  и лобового сопротивления воздуха  $F_c$ . Сила лобового сопротивления направлена по касательной к траектории полета в сторону, противоположную направлению движения, и является заданной функцией скорости капли  $v_k$

$$F_c = -\lambda \cdot v_k^2,$$

где  $\lambda$  – приведенный коэффициент сопротивления, кг/м.

Сила тяжести, действующая на каплю, определяется по формуле

$$G_k = m_k g,$$

где  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Для исследования закономерностей движения капли свяжем с ней неподвижную (декартовую) –  $xOz$ , начало которой поместим в точку вылета капли из сопла распылителя  $O$  (рис. 1).

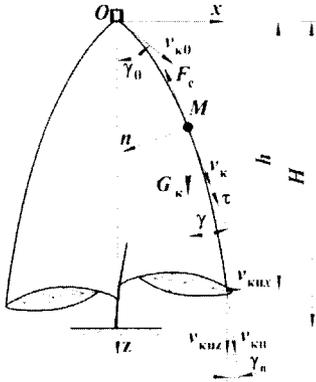


Рис. 1. Расчетная схема

Уравнения движения капли вдоль осей будут иметь вид:

$$Ox: \quad m_k \cdot \frac{dv_{kx}}{dt} = -\lambda \cdot v_{kx}^2; \quad (1)$$

$$Oz: \quad m_k \cdot \frac{dv_{kz}}{dt} = m_k \cdot g - \lambda \cdot v_{kz}^2, \quad (2)$$

где  $v_{kx}, v_{kz}$  – проекции скорости движения капли соответственно на ось  $Ox$  и  $Oz$ .

$$v_{kx} = v_k \cdot \sin \gamma;$$

$$v_{kz} = v_k \cdot \cos \gamma.$$

Разделив левую и правую части уравнений на массу капли  $m_k$ , получим:

$$\frac{dv_{kx}}{dt} = -\frac{\lambda}{m_k} \cdot v_{kx}^2 = -C_T \cdot v_{kx}^2; \quad (3)$$

$$\frac{dv_{kz}}{dt} = g - \frac{\lambda}{m_k} \cdot v_{kz}^2 = g - C_T \cdot v_{kz}^2, \quad (4)$$

где  $C_T$  – отношение приведенного коэффициента сопротивления движению капли к ее массе,  $1/m$  [1]:

$$C_T = \frac{\lambda}{m_k} = \frac{\xi \cdot S_k \cdot \rho_r}{2 \cdot m_k}, \quad (5)$$

где  $S_k$  – площадь миделева сечения капли,  $m^2$ ;

$\rho_r$  – плотность воздуха при нормальных условиях,  $кг/м^3$ ;

$\xi$  – коэффициент аэродинамического сопротивления движению капли в окружающей среде.

Найдем решение уравнения (3), удовлетворяющее начальным условиям вылета капли из сопла распылителя (при  $v_{kx} = v_{kx0}$ ,  $t_0 = 0$ ). Для этого проинтегрируем левую и правую части уравнения:

$$\int \frac{dv_{kx}}{v_{kx}^2} = -C_T \int dt, \quad \text{или} \quad -\frac{1}{v_{kx}} = -C_T \cdot t + C_1 = -C_T \cdot t - \frac{1}{v_{kx0}}, \quad (6)$$

где  $C_1$  – постоянная интегрирования. При начальных условиях  $C_1 = -\frac{1}{v_{kx0}}$ .

$$\text{Тогда} \quad -\frac{1}{v_{kx}} = -C_T \cdot t - \frac{1}{v_{kx0}}, \quad \text{или} \quad v_{kx} = \frac{1}{C_T \cdot t + \frac{1}{v_{kx0}}} = \frac{v_{kx0}}{C_T \cdot v_{kx0} \cdot t + 1}. \quad (7)$$

Для определения координаты капли на горизонтальную ось  $Ox$  уравнение (7) представим в следующем виде

$$v_{кx} = \frac{dx}{dt} = \frac{v_{кx0}}{1 + C_T \cdot v_{кx0} \cdot t}, \quad \text{или} \quad dx = \frac{v_{кx0}}{1 + C_T \cdot v_{кx0} \cdot t} dt. \quad (8)$$

Принтегрируем левую и правую части уравнения (8), получим

$$\int dx = \int \frac{v_{кx0}}{1 + C_T \cdot v_{кx0} \cdot t} dt,$$

$$\text{или} \quad x = \frac{v_{кx0}}{C_T \cdot v_{кx0}} \ln|1 + C_T \cdot v_{кx0} \cdot t| + C_2 = \frac{1}{C_T} \ln|1 + C_T \cdot v_{кx0} \cdot t|, \quad (9)$$

где  $C_2$  – постоянная интегрирования. При начальных условиях  $C_2 = 0$ .

$$\text{Из зависимости (9) определим время } t = \frac{e^{C_T x} - 1}{C_T \cdot v_{кx0}}. \quad (10)$$

Запишем уравнение (4) в следующем виде

$$\frac{dv_{кz}}{dt} = C_T \left( \frac{g}{C_T} - v_{кz}^2 \right) = C_T (j^2 - v_{кz}^2), \quad \left( j^2 = \frac{g}{C_T} \right). \quad (11)$$

Принтегрируем левую и правую части выражения (11) (для условия  $v_{кz}^2 < j^2$  [2]), получим

$$\frac{1}{2j} \ln \frac{j + v_{кz}}{j - v_{кz}} = C_T t + C_3 = C_T t + \frac{1}{2j} \ln \frac{j + v_{кz0}}{j - v_{кz0}}, \quad (12)$$

где  $C_3$  – постоянная интегрирования;  $C_3 = \frac{1}{2j} \ln \frac{j + v_{кz0}}{j - v_{кz0}}$ .

Обозначим  $q = \frac{j + v_{кz0}}{j - v_{кz0}}$ , тогда уравнение (12) примет вид

$$\frac{1}{2j} \ln \frac{j + v_{кz}}{j - v_{кz}} = C_T t + \frac{1}{2j} \ln q. \quad (13)$$

Запишем зависимость (13) в следующем виде

$$\frac{1}{2j} \ln \frac{j + v_{кz}}{q(j - v_{кz})} = C_T t, \quad \text{или} \quad \ln \frac{j + v_{кz}}{q(j - v_{кz})} = 2j C_T t. \quad (14)$$

Преобразуем зависимость (14), получим

$$\frac{j + v_{кz}}{j - v_{кz}} = qe^{2jC_T t}, \quad \text{или} \quad v_{кz} (qe^{2jC_T t} + 1) = j(qe^{2jC_T t} - 1).$$

Откуда скорость капли вдоль оси  $Oz$  равна

$$v_{кz} = \frac{j(qe^{2jC_T t} - 1)}{qe^{2jC_T t} + 1}. \quad (15)$$

Для определения координаты капли на оси  $Oz$  уравнение (15) представим в следующем виде

$$v_{\text{кз}} = \frac{dz}{dt} = \frac{j(qe^{2jC_1 t} - 1)}{qe^{2jC_1 t} + 1}. \quad (15)$$

Проинтегрируем левую и правую части зависимости (15), получим

$$\int dz = \int \frac{j(qe^{2jC_1 t} - 1)}{qe^{2jC_1 t} + 1} dt = \int \frac{jqe^{2jC_1 t}}{1 + qe^{2jC_1 t}} dt - \int \frac{j}{1 + qe^{2jC_1 t}} dt. \quad (16)$$

Используя формулы интегрирования [2], получим

$$z = \frac{1}{C_1} \ln|1 + qe^{2jC_1 t}| - jt + C_4, \quad (17)$$

где  $C_4$  – постоянная интегрирования. При начальных условиях  $C_4 = -\frac{1}{C_1} \ln|1 + q|$ .

Тогда выражение (17) примет вид

$$z = \frac{1}{C_1} \ln \left| \frac{1 + qe^{2jC_1 t}}{1 + q} \right| - jt. \quad (18)$$

Зная начальные условия вылета капли из сопла распылителя (расстояние между соплом распылителя и обрабатываемой поверхностью  $h = 0,5$  м  $v_{\text{к0}} = 2...10$  м/с  $\gamma_0 = 20...25^\circ$ , в момент соприкосновения капли с обрабатываемой поверхностью, угол между вектором скорости и вертикалью уменьшится не более, чем на  $5...7^\circ$  [3]) и состояние окружающей среды, используя зависимости (7), (9), (15) и (18) можно определить координаты положения капли и величину скорости ее движения.

### Заключение

В статье проведены теоретические исследования закономерностей движения капил рабочего раствора пестицида в факеле распыла, на основании которого разработана методика инженерного расчета ее кинематических параметров: величины скорости (7) (15), и координаты положения в проекциях на горизонтальную (9) и вертикальную (18) оси.

### Литература

1. Левич Б.Г. Физико-химическая гидродинамика. – 2-е изд., доп. и перераб. - М.: Физматгит 1959. – 699с.
2. Бронштейн И.Н. Справочни по математике для инженеров и учащихся втузов / И. Бронштейн, К.А. Семендяев. – Москва: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955. – 610 с.
3. Гордеев О.В. Повышение эффективности ухода за посевами овощных культур гребнях совершенствованием оборудования для ленточного внесения гербицидов: Дис. ...к. т. Наук / БГСХА. – Горки, 2004. – 218 с.