

Yuri V. Chigariev<sup>1)</sup>, Fiodar I. Nazarau<sup>1)</sup>, Waclaw Romaniuk<sup>2)</sup>, Igor S. Kruk<sup>1)</sup>, Kamila Mazur<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Białoruski Państwowy Uniwersytet Rolniczo-Techniczny, Mińsk, Białoruś

<sup>2)</sup> Instytut Technologiczno-Przyrodniczy Państwowy Instytut Badawczy, Polska

## OPRACOWANIE MODELU GLEBY Z UWGLĘDNIENIEM JEJ POROWATEJ STRUKTURY

### К РАЗРАБОТКЕ МОДЕЛЕЙ ПОЧВ С УЧЕТОМ ИХ ПОРИСТОГО СТРОЕНИЯ

#### Аннотация

В статье рассматриваются математические подходы к оценке напряженного и деформированного состояния сред в случае их пористого строения. Рассмотрены упруго-пористые, упругопластические пористые, упруговязкопластические пористые модели.

**Ключевые слова:** математические, модели, почва, деформация, пористость.

#### ВВЕДЕНИЕ

Как известно, почва является одним из главных компонентов агроценоза, поэтому и влияет на равновесное состояние агроэкосистем. Плодородие почв зависит как от ее химических параметров, так и механических, причем последние могут существенно влиять на эффективность первых. Механические параметры изменяются в зависимости от климатических условий и технологий обработки почвы.

Пористость почвы играет большую роль в ее плодородии [1]. Изменение пористости почвы происходит при ее уплотнении (разуплотнении) сельскохозяйственными движителями и орудиями. Поэтому для сохранения плодородия необходимо знать допустимые давления на почву со стороны сельскохозяйственной техники [2, 3]. Задачи контактного взаимодействия сельскохозяйственных деформаторов с почвой включают модели деформирования почвы и деформатора. Большинство математических моделей почвы в процессе ее деформирования не учитывают пористый характер. В данной работе предлагаются модели почвы, которые наряду с реологическими свойствами почвы учитывают ее пористое строение.

#### ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

На рис. 1 представлена модель почвы, которая учитывает упруго-пористый характер деформирования. Здесь  $\sigma$  – напряжение,  $\lambda_1$ ,  $\mu_1$  – свойства упругости (параметры Ламе) открытых или полуоткрытых пор, заполненных воздухом,  $\epsilon_0$  – удельный раствор схлопывания пор, характеризуемый на схеме «жестким контактом». Данная модель может быть использована для исследования сильно уплотненных почв и подпахотных горизонтов, где характер деформирования носит в основном упругий характер, а после схлопывания пор почва не деформируется.

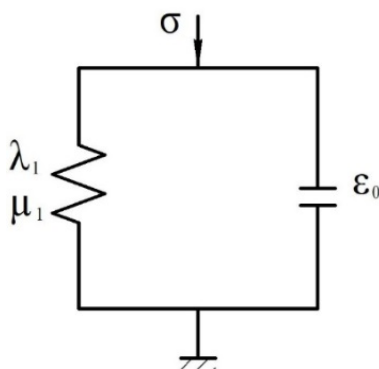


Рис. 1. Модель почвы учитывающая упруго-пористый характер деформации

Связь между напряжениями и деформацией для данной модели имеет вид

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} \theta \lambda_1 \delta_{ij} + 2\mu_1 e_{ij}^e, \\ -e_{ij}^e < \varepsilon_0, \end{cases}$$

где  $e_{ij}^e$  – тензор деформаций,  $\theta$  – относительная объемная деформация ( $\theta = e_{11}^e + e_{22}^e + e_{33}^e$ ),  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера ( $i, j = 1, 2, 3$ )

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } i = j, \\ 0, \text{ если } i \neq j. \end{cases}$$

Рассмотрим случай упруго-пористой среды, схема которой представлена на рис. 2.

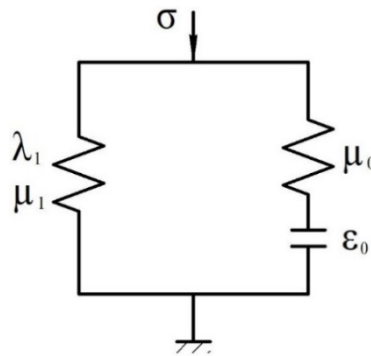


Рис. 2. Растяжение-сжатие упруго-пористой среды с упругими свойствами твердых частиц

После сложения пор свойства упругости почвы при дальнейшем сжатии будут выражаться упругими свойствами ее твердой фазы  $\mu_0$ .

После снятия нагрузки  $\sigma$ , почва восстанавливает упруго-пористый характер деформования.

Напряженное и деформированное состояние почвы будет

$$S_{ij} = \begin{cases} 2Ge_{ij}^e + \frac{2}{3}\mu_1\varepsilon_0\delta_{ij} - 2\mu_0e_{ij}^e, \\ -e_{ij}^e = \varepsilon_0, \end{cases}$$

где  $S_{ij}$  – девиатор напряжений ( $S_{ij} = \delta_{ij} - 1/3\sigma_{ii}\delta_{ij}$ ),  $\mu_0$  – модуль сдвига,  $G$  – модуль сдвига почвы с полностью закрытыми (сжатой матрицей) ( $G = \mu_0 + \mu_1$ ).

Простейшая механическая модель пористой среды, учитывающая пластический характер деформирования, представлена на рисунке 3.

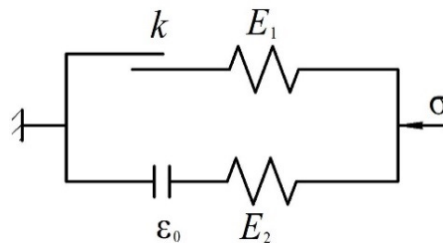


Рис. 3. Растяжение-сжатие упругопластической пористой среды

До достижения предела пластичности  $k$  т.е. когда  $\sigma < k$  имеем деформирование упруго-пористой среды. При  $\sigma \geq k$  имеем деформирование упруго-пластической пористой среды до полного схлопывания твердых частиц почвы носит упругопластический характер с упрочнением.

Рассмотрим модель пористой среды с упруговязкопластическими свойствами рис. 4.

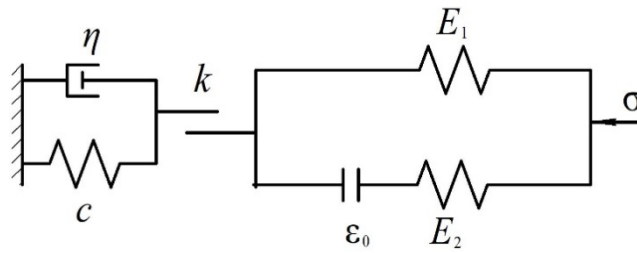


Рис. 4 Растяжение-сжатие упруговязкопластической пористой среды с упрочнением

Данная модель, в которой  $\eta$  – коэффициент вязкости,  $c$  – коэффициент упрочнения, состоит из последовательного соединения упругой и пластической частей. Вязкопластические свойства в данной модели проявляются после полного схлопывания пор.

Связь « $\sigma - e$ » будет

$$\sigma_{ij} = p\delta_{ij} + 2\mu\epsilon_{ij} - \frac{4\mu^2}{k^2(2\mu + c + \eta\omega)}(S_{ij}^e - ce_{ij}^p)(S_{ke}^e - ce_{ke}^p)e_{ke},$$

где  $p$  – множитель Лагранжа.

Следует отметить влияние пористости на деформирование материалов приведенные для сплошных и пористых сред, на рисунке 5.

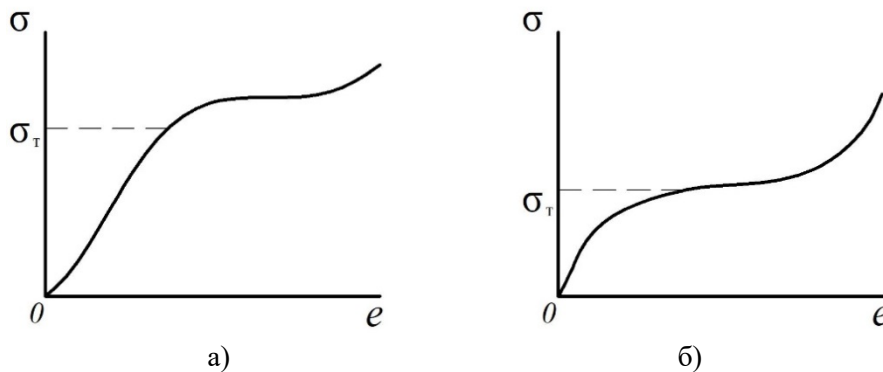


Рис. 5. Связь между напряжением  $\sigma$  и деформацией  $e$  для сплошной (а) и пористой (б) среды

Из графиков следует, что предел текучести для пористых сред  $\sigma_T$  меньше предела текучести для сплошных тел.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Предложен ряд математико-механических моделей, которые могут учитывать пористый характер деформирования почв. В зависимости от поставленной задачи модель может учитывать упругие, упругопластические и упруговязкопластические свойства деформирования.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Вадюнина А.Ф., Корчагина З.А. 1986 Методы исследования физических свойств почв. М.:Агропромиздат, 337 с.
2. Русанов В.А. 1998. Проблема переуплотнения почв движителями и эффективные пути ее решения. М.: Агропромиздат, 380 с.
3. ЧИГАРЕВ Ю.В., СИНКЕВИЧ П.Н. 2004. Математические основы механики почв / Ю.В. Чигарев, П.Н. Синкевич. – Минск: Технопринт, 163 с.
4. САДОВСКИЙ В.М., САДОВСКАЯ О.В. Анализ деформации пористой среды с учетом схлопывания пор // Прикладная механика и техническая физика. – т. 57, № 5, 53–65.

## **DEVELOPMENT OF SOIL MODELS TAKING INTO ACCOUNT THEIR POROUS STRUCTURE**

Yuri V. Chigariev, Fiodar I. Nazarau, Waław Romaniuk, Igor S. Kruk, Kamila Mazur

### **Summary**

The article discusses mathematical approaches to assessing the stress and strain state of media in the case of their porous structure. Elasto-porous, elastoplastic porous, elastoviscoplastic porous models are considered.

**Key words:** mathematics, models, soil, deformation, porosity.

## **OPRACOWANIE MODELU GLEBY Z UWGLĘDNIENIEM JEJ POROWATEJ STRUKTURY**

Yuri V. Chigariev, Fiodar I. Nazarau, Waław Romaniuk, Igor S. Kruk, Kamila Mazur

### **Streszczenie**

Przedstawiono matematyczne podejście do oceny stanu naprężenia i odkształcenia gleby. Analizowano modele plastyczności i porowatości gleby.

**Słowa kluczowe:** modele matematyczne, gleba, deformacja, porowatość.