УДК 531.532

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК И ЕГО МАЛЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Студент – Змушко Р.А. группа 11мпт, 1 курс
Руководитель: ст. преподаватель Рубинова Т.А.
УО «Белорусский государственный аграрный технический университет», г. Минск, Республика Беларусь

Математическим маятником называется материальная точка, подвешенная на нерастяжимой невесомой нити, совершающая движение в одной вертикальной плоскости под действием силы тяжести.

Рассмотрим движение маятника массой m и длиной ОМ=l (рисунок 1).

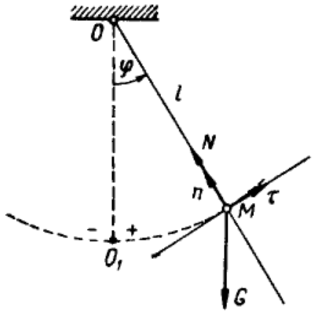

Рисунок 1 – Математический маятник

На точку M действуют две силы: ее вес **G** и реакция нити **N**. Уравнение движения точки M в форме Эйлера имеют вид:

$$m\frac{d^2s}{dt^2} = -G\sin\varphi = -mg\sin\varphi \qquad (1)$$

За начало отсчета дуговой координаты s примем наинизшее положение O_1.

Так как $s = O_1M = l\varphi$, то

$$\frac{d^2s}{dt^2} = l\frac{d^2\varphi}{dt^2} \qquad (2)$$

Подставляя значение $\frac{d^2s}{dt^2}$ в уравнение (1) , получим

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\varphi = 0 \qquad (3)$$

Проинтегрировать уравнение (3) по времени при помощи элементарных функций нельзя.

При малом угле φ можно принять $\sin\varphi \approx \varphi$. Тогда дифференциальное уравнение движения математического маятника примет вид:

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\varphi = 0 \qquad (4)$$

Это дифференциальное уравнение имеет вид (3), т. е. соответствует гармоническому колебательному движению.

$$\ddot{x} + k^2 x = 0 \qquad (5)$$

Обозначим

$$k^2 = \frac{g}{l} \text{ т.е.} \qquad (6)$$

$$k = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Получим дифференциальное уравнение

$$\ddot{\varphi} + k^2\varphi = 0 \qquad (7)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\varphi = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt \qquad (8)$$

или

$$\varphi = \alpha \sin(kt + \beta) \qquad (9)$$

где α – амплитуда угла φ при малых колебаниях маятника.

Величина амплитуды зависит от начальных условий движения маятника. Период малых колебаний маятника определится по частоте колебаний k :

$$T = \frac{2\pi}{k}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (10)$$

Математический маятник – модель, определяющая гармонические колебания – колебания, постоянные по времени – период колебаний, колебания, постоянные по отклонению – амплитуду, фазу –

момент сдвига материальной точки для начала колебания. Примером использования математического маятника является колебательный контур – при резонансе в контуре возникают колебания электрического тока с частотой, амплитудой и фазовым сдвигом

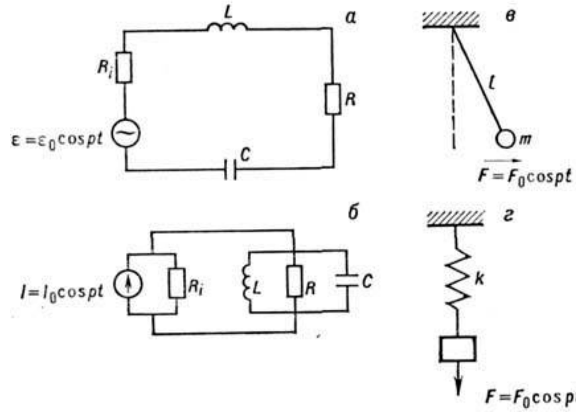

Рисунок 2 - Колебательные системы с одной степенью свободы: последовательный (*а*) и параллельный (*б*) колебательные контуры, математический маятник (*в*) и упругий осциллятор (*г*)

Список использованных источников

1. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Статика, кинематика, динамика: учебник для вузов / А.А. Яблонский, В.А. Никифорова. – 15-е изд., стер. – М.: Кнорус 2010. – 608 с.

УДК 631.431

ТЯГОВЫЙ КПД КАК КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ УПЛОТНЯЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ХОДОВЫХ СИСТЕМ ПОЧВООБРАБАТЫВАЮЩИХ МАШИННО-ТРАКТОРНЫХ АГРЕГАТОВ

Студент – Шутко А.С. группа 14пп, 3 курс
Руководитель: ст. преподаватель Шкляревич В.А.
УО «Белорусский государственный аграрный технический университет», г. Минск, Республика Беларусь

Тяговый КПД и его составляющие могут быть представлены функциями многих переменных (параметров машины), таких